

## カスプ面解析によるリスクの評価

- 投資リスク, インフラおよび自然環境との関係 -

下出 和彦\*, 劉 仲庸\*, 久米 靖文\*\*

## Application of Cusp Surface Analysis to Evaluation of Risk

-Relationship between risk of investment, infrastructure and environment of nature-

Kazuhiko Shimode\*, Chung-Yong Liu\* and Yasufumi Kume\*\*

This paper describes an application of cusp surface analysis to the analysis of questionnaire in order to evaluate of risk. Since November 1987, Taiwan businessmen have began to invest in Mainland China while having visiting trips to their relative in mainland. Such an investment tendency has not ceased until these days. Nevertheless, the extensive size of Mainland China in conjunction with the huge difference among regions and cities are beyond the anticipation of those manufacturers who grow up in Taiwan. The fact that different laws and regulations together with the diversified law enforcement from the local government throughout Mainland China have shown significant dissimilarities in the investment environment and investment risk in various in regions and cities. The relationship between this risk, infrastructure and environment of nature is analyzed by cusp surface analysis in this paper.

Keywords : Cusp surface analysis, Evaluation, Risk, Infrastructure, Environment, Nature

## 1. まえがき

アジャイルマニュファクチャリングでは、人間、技術、組織のバランスを保つことが重要である。アジャイルマニュファクチャリングは基本的に人間、技術、組織から構成される。重要な問題は、これらの要因のバランスと融合であるが、構成要素も重要である。それは、情報コミュニケーション技術の開発速度とともに変化する。迅速な行動は、生産工程より研究および新製品開発工程に要求される。グローバル化およびe-workerの必要性はアジャイルマニュファクチャリングのアジリティを増大させる。情報ネットワークで関係付けられる意思決定者は、各々の人間の能力、ある情報を得るための知識と情報のレベルによって大量の時間を意思決定に費やすことになる。意思決定の能力および知識と情報を得るために、本

論文では投資リスクの評価をカスプ面解析で明らかにする。

## 2. カスプ面解析

「カスプ面」はカタストロフィ理論の統計的モデルである<sup>1)7)</sup>。このモデルは一つの従属変数(ここでは $Y$ )といくつかの独立変数(ここでは $X_i$ , ( $i=1, 2, \dots, v$ ))からなっている。

カスプ面解析を導入する場合、多重線形回帰と対比して解析される。独立変数の $Y$ への影響を表す回帰モデルは

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \dots + \beta_v X_v + U \quad (1)$$

で示される。このモデルでは、確率変数 $U$ は通常、平均値0の正規分布にしたがい、独立変数 $X_i$ は確率変数ではない。この線形重回帰モデルでは、従属変数 $Y$ の応答面は、すべての方向に平坦で、 $X_i$ に関する $Y$ の傾きは $\beta_i$ である。式(1)の回帰モデルでは自由度 $v+2$ である。またこのモデルでは、従属変数 $Y$ が独立変数 $X_i$ の線形関数である線形モデルである。ここでいう線形モデルとは、従属変数 $Y$ が各パラメータの線形関数である。統計的カタストロフィモデルでは、線形重回帰モデルと同じよう

\* 総合理工学研究科 メカニクス系工学専攻

\*\* 機械工学科

平成15年5月17日受理

に、従属変数  $Y$  と任意の独立変数  $X_i$  ( $i=1, 2, \dots, v$ ) から成り立っている。そして、初等カスτροφイモデルのコントロール要因が統計的カスτροφイモデルにおける独立変数に相当し、また、状態変数は従属変数に相当する。初等カスτροφイでは、2つのコントロール要因、すなわち平常要因と分岐要因によって状態変数が完全に捉えられ、その応答面は滑らかなひだを持つ。この初等カスτροφイモデルのように、統計的カスτροφイモデルが滑らかなカスプ面を持つには、線形重回帰モデルに、 $2v+2$ の自由度を追加する必要がある。また、統計的カスτροφイモデルに対しては、2個以上のパラメータが必要である。これは、初等カスτροφイモデルが、多くとも3つの平衡状態をもつという点による。つまり、多くとも3つの平衡状態をもつということは、3次の多項近似式を用いることを示している。よって、統計的カスτροφイモデルは、

$$A(X)+B(X)+C(X)Y^2+DY^3=0 \quad (2)$$

で表われる。これにより統計的カスτροφイモデルのコントロール要因は、 $A(X)$ 、 $B(X)$ 、 $C(X)$  3個あることがわかり、それぞれは、以下に示すような独立変数のベクトル  $X$  のスカラー値関数である。

$$A(X)=A_0+A_1X_1+\dots+A_vX_v$$

$$B(X)=B_0+B_1X_1+\dots+B_vX_v$$

$$C(X)=C_0+C_1X_1+\dots+C_vX_v$$

そして、問題は  $A(X)$ 、 $B(X)$ 、 $C(X)$  と係数  $D$  を明らかにし、この従属変数  $Y$  についての3次多項式を解くことである。そこで、式(2)は変換式を用いて以下ようになる。

$$A(X)+B(X)[Y-C(X)]-D[Y-C(X)]^3=0 \quad (3)$$

カスτροφイ理論では  $A$  と  $B$  はそれぞれ平常要因と分岐要因になる。しかし、正規分布との混乱を防ぐためと、統計的カスτροφイモデルがトポロジー的である初等カスτροφイほど柔軟でないことを強調するために、Cobb は  $A$ 、 $B$ 、 $C$  をそれぞれ非対称要因、分岐要因、線形要因と呼んでいる。

## 2.1 パラメータの推定

カスプ面解析で式(3)のパラメータを推定するために最尤法を用いる。 $X$  が与えられた  $Y$  の条件付確率密度関数は Cobb らによって与えられたトポロジーのタイプ  $N_3$  密度であると仮定される。この PDF (確率密度関数) はモード、あるいはアンチモードのどちらかを持っている。これらのモードとアンチモードは式(3)の解である。それゆえカスプモデルによって得られた予測値は  $X$  が与えた  $Y$  の条件付き確率密度関数のモード (最頻度)、またはアンチモード (反最頻度) である。線形重回帰での  $Y|X$  の条件付き PDF は正規分布でタイプ  $N_1$  である。一方、カスプ面解析の  $Y|X$  の条件付き PDF はタイプ  $N_3$  である。

## 2.2 モデルの検定

初等カスτροφイモデル妥当性を示す統計上の検定は存在しない。それは、初等カスτροφイモデルが、線形ではないという事実からもいえる。そこで、統計上の意味を踏まえて、統計的カスτροφイモデルを確定することができる3つの検定が Cobb によって提案されている。統計的カスτροφイモデルが適切であると立証するためには、以下の3つの条件をすべて満たす必要がある。

- 1)  $\chi^2$  検定においては、統計的カスτροφイモデルの尤度は、線形重回帰モデルの尤度よりかなり高い値を示す。
- 2) 3次の項の係数と非対称要因と分岐要因の係数の少なくともどれか1つが、0とは異なるものでなければならない。
- 3) データ数の少なくとも10%が、統計的カスτροφイモデルの双峰性領域に存在しなければならない。

## 3. アンケートにおけるカスプ面解析の応用

TEEMA (Taiwan Electrical and Electronic Manufacturers' Association) は 2000 年に中国本土の投資環境および投資リスクの調査を始めている<sup>8)11)</sup>。合計 11140 通のアンケートを出した結果、964 通の返答があった。その中で、1468 項目は都市環境の解析に利用し、1449 項目は、都市のリスクの評価に利用する。調査用のアンケートは2つのカテゴリーから成っている。それらは投資および投資リスクの環境である。各カテゴリーはより詳細な項目も含んでいる。サンプリングされた企業は、項目を詳細に回答するように依頼されている。ここでは、中国本土の7つのエリア、もしくは地方に分割されている。

## 4. 解析結果

Table 1 をもとにカスプ面解析を行った。その結果推定されたパラメータは Table 2 のようになる。

$$0=A(X)+B(X)[Y-C(X)]-2.62[Y-C(X)]^3$$

$$A(X)=0.107-0.309X_1+0.112X_2$$

$$B(X)=2.716-0.083X_1-1.18X_2$$

$$C(X)=-0.115-0.0080X_1-0.159X_2$$

この式での  $Y$  は投資リスクであり  $X_1$ 、 $X_2$  はそれぞれ自然環境とインフラである。その結果が Fig.1~Fig.10 に示されている。

Table 1 Environment of investment in Mainland

都市	自然環境	インフラ	公共施設	社会環境	法制度環境	投資リスク
1	4.15	3.69	3.75	4.19	3.60	2.28
2	3.89	3.48	3.40	3.71	3.44	2.67
3	4.03	3.65	3.61	3.59	3.26	3.00
4	3.88	3.51	3.31	3.66	3.34	2.58
5	3.81	3.58	3.46	3.59	3.27	2.85
6	3.78	3.61	3.55	3.65	3.11	2.95
7	3.94	3.50	3.27	3.45	3.20	2.85
8	3.95	3.38	3.36	3.74	3.16	2.57
9	3.88	3.39	3.27	3.47	3.24	2.81
10	3.66	3.77	3.08	3.25	3.17	2.54
11	3.85	3.39	3.40	3.43	3.16	2.57
12	3.48	3.27	3.34	3.48	3.26	2.43
13	4.09	3.38	3.42	3.52	3.05	2.55
14	3.88	3.57	3.57	3.52	2.98	2.86
15	3.48	3.23	3.33	3.38	3.23	2.33
16	3.76	3.49	3.36	3.49	2.98	3.07
17	3.46	3.35	3.14	3.32	3.15	2.75
18	3.72	3.27	3.20	3.48	3.07	2.53
19	3.35	3.33	3.16	3.48	3.13	2.67
20	3.38	3.60	3.46	3.51	2.95	3.09
21	3.52	3.51	3.10	3.38	3.04	3.29
22	3.82	3.30	3.29	3.41	2.98	2.59
23	3.21	3.27	3.25	3.29	3.13	2.57
24	3.60	3.03	3.42	3.52	3.05	3.33
25	3.63	3.46	3.41	3.38	2.89	3.05
26	3.65	3.18	3.98	3.38	3.08	3.38
27	3.65	3.26	3.28	3.36	2.94	2.68
28	3.71	3.25	3.34	3.25	2.82	2.65
29	3.67	3.33	3.03	3.27	2.85	3.25
30	3.69	3.26	3.00	2.92	2.88	3.00
31	3.70	3.29	2.92	3.15	2.83	2.67
32	3.65	3.24	3.23	3.26	2.72	3.22
33	3.48	3.16	2.92	3.23	2.84	2.82
34	3.54	3.04	2.93	3.03	2.89	2.75
35	3.59	3.27	2.82	2.90	2.83	3.27
36	3.40	3.29	2.96	3.13	2.75	3.26
37	3.23	3.18	2.83	2.98	2.84	3.13
38	3.67	3.35	2.99	2.84	2.66	3.25
39	3.63	3.24	2.91	2.81	2.70	3.19
40	3.62	3.27	3.08	2.92	2.55	3.14
41	3.46	2.83	2.93	2.90	2.67	2.44
42	3.17	3.13	2.58	2.75	2.67	3.22
43	3.33	2.87	2.79	2.75	2.66	3.46
44	3.59	2.99	2.71	2.60	2.47	3.36
平均値	3.65	3.33	3.21	3.30	2.99	2.88
標準偏差	0.23	0.20	0.29	0.32	0.24	0.32

Table 2 Environment and Risk

都市	自然環境	インフラ	投資リスク
1	4.15	3.69	2.28
2	3.89	3.48	2.67
3	4.03	3.65	3.00
4	3.88	3.51	2.58
5	3.81	3.58	2.85
6	3.78	3.61	2.95
7	3.94	3.50	2.85
8	3.95	3.38	2.57
9	3.88	3.39	2.81
10	3.66	3.77	2.54
11	3.85	3.39	2.57
12	3.48	3.27	2.43
13	4.09	3.38	2.55
14	3.88	3.57	2.86
15	3.48	3.23	2.33
16	3.76	3.49	3.07
17	3.46	3.35	2.75
18	3.72	3.27	2.53
19	3.35	3.33	2.67
20	3.38	3.60	3.09
21	3.52	3.51	3.29
22	3.82	3.30	2.59
23	3.21	3.27	2.57
24	3.60	3.03	3.33
25	3.63	3.46	3.05
26	3.65	3.18	3.38
27	3.65	3.26	2.68
28	3.71	3.25	2.65
29	3.67	3.33	3.25
30	3.69	3.26	3.00
31	3.70	3.29	2.67
32	3.65	3.24	3.22
33	3.48	3.16	2.82
34	3.54	3.04	2.75
35	3.59	3.27	3.27
36	3.40	3.29	3.26
37	3.23	3.18	3.13
38	3.67	3.35	3.25
39	3.63	3.24	3.19
40	3.62	3.27	3.14
41	3.46	2.83	2.44
42	3.17	3.13	3.22
43	3.33	2.87	3.46
44	3.59	2.99	3.36
平均値	3.65	3.33	2.88
標準偏差	0.23	0.20	0.32

Table 3 Result of estimation

Var	Alpha	Beta	Gamma	Delta
Const	0.107	2.716	-0.115	2.62
1	-0.31	-0.083	-0.0080	
2	0.112	-1.18	-0.159	

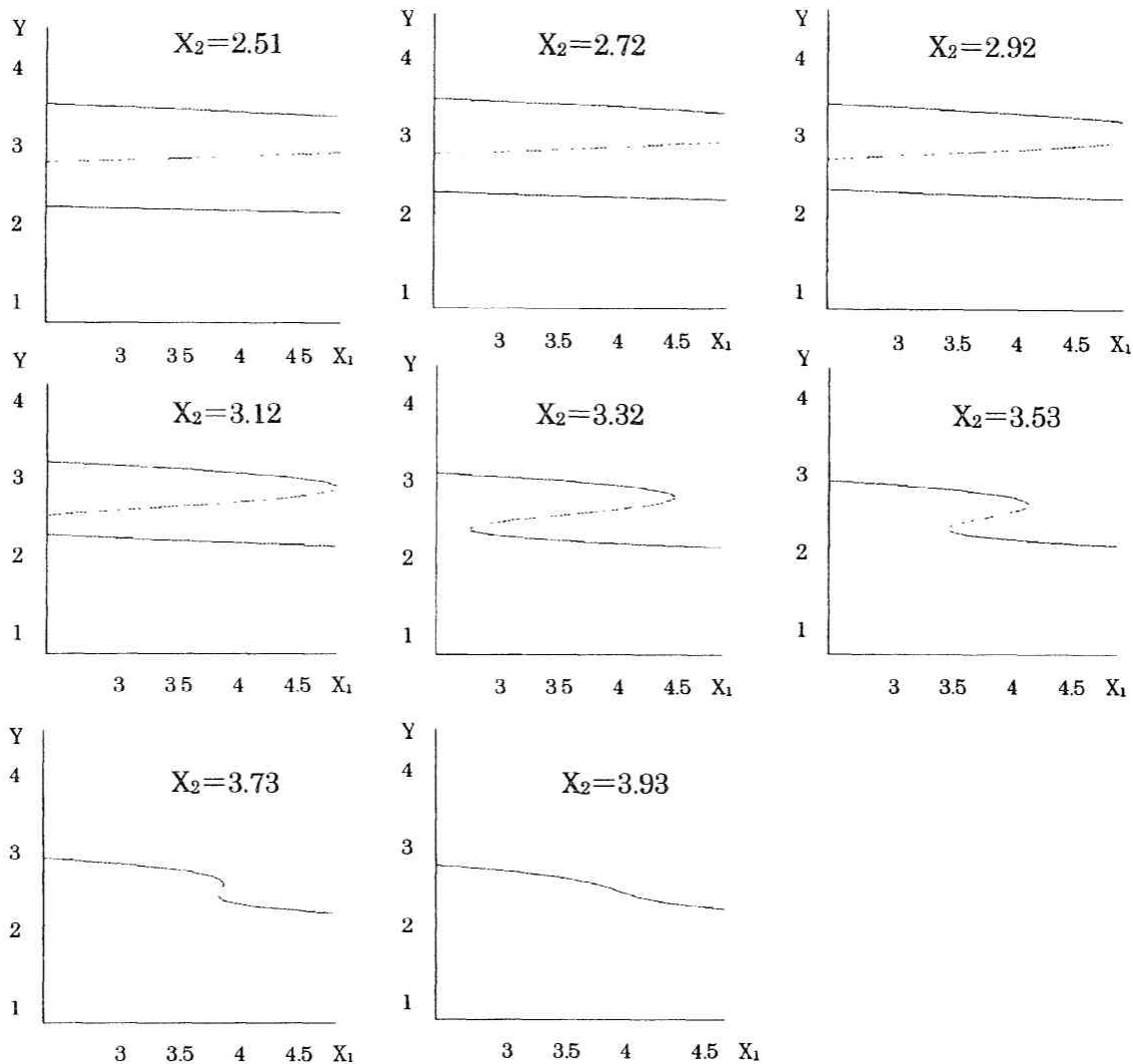
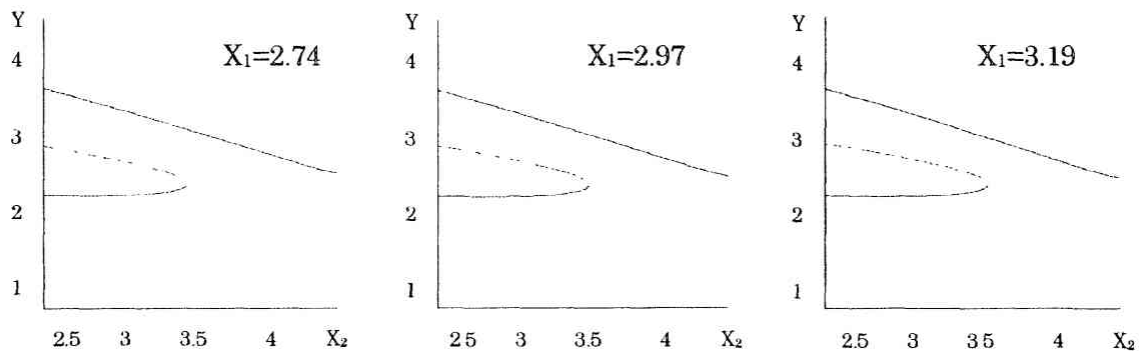


Fig.1 Effect of transition in infrastructure to relationship between risks of investment and environment of nature



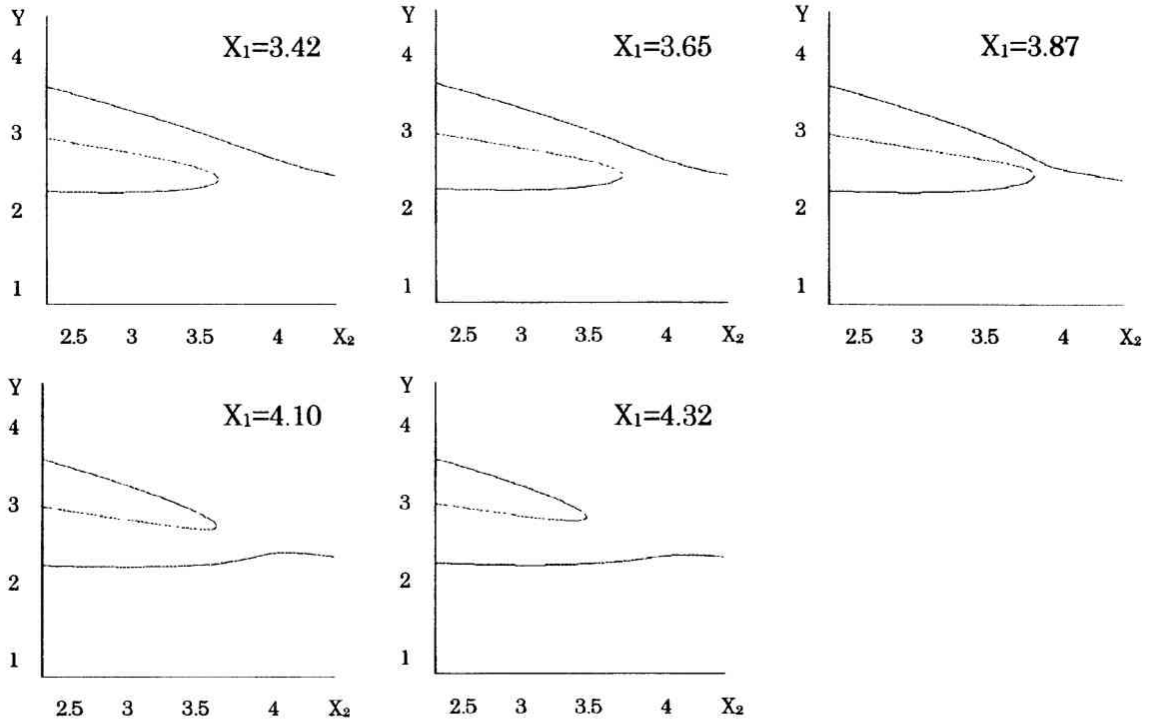


Fig.3 Effect of transition in environment of nature to relationship between risk of investment and infrastructure

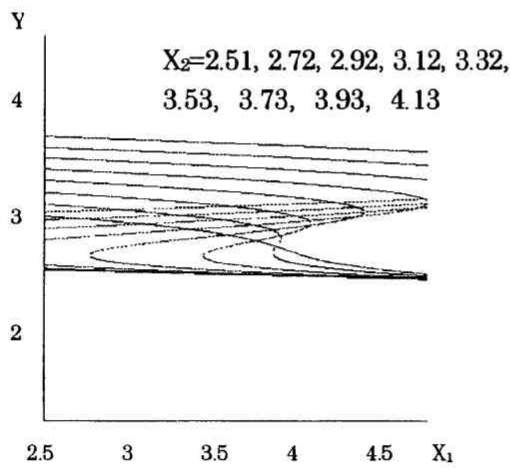


Fig.2 Effect of infrastructure to relationship between risk of investment and environment of nature

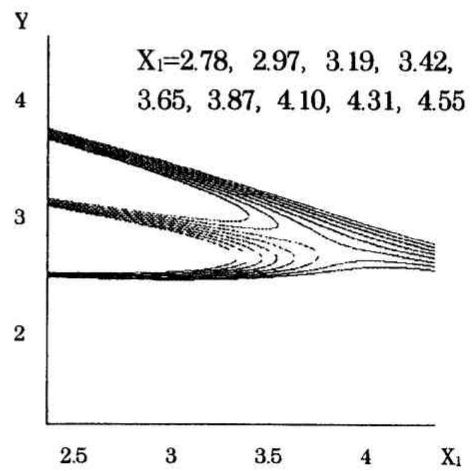


Fig.4 Effect of environment of nature to relationship between risk of investment and infrastructure

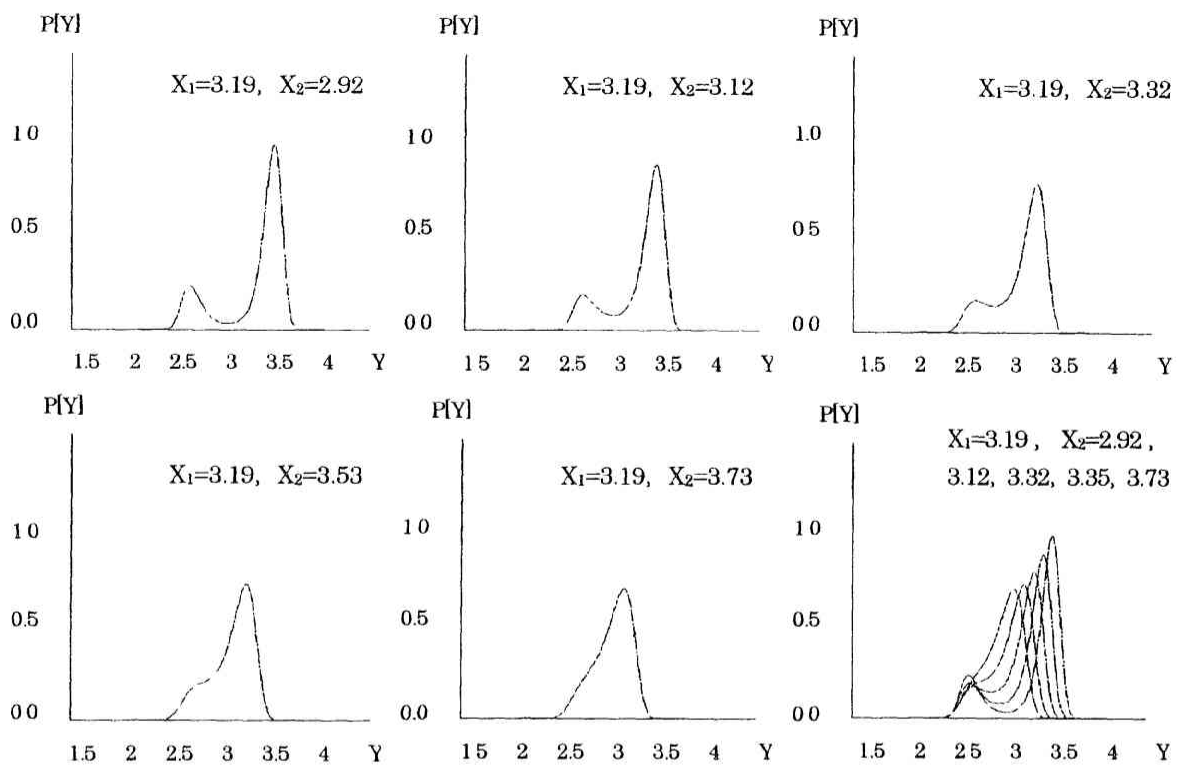


Fig.5 Effect of infrastructure to PDF for risk of investment at environment of nature 3.19

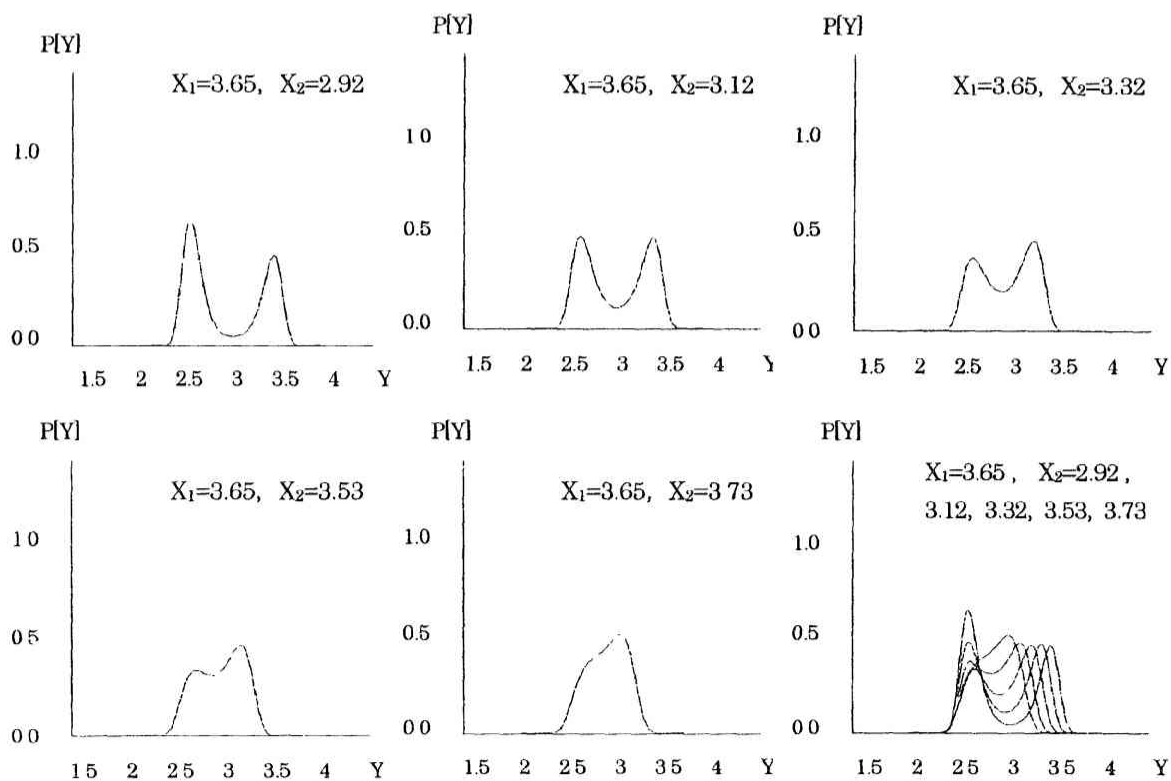


Fig.6 Effect of infrastructure to PDF of risk of investment at environment of nature 3.73

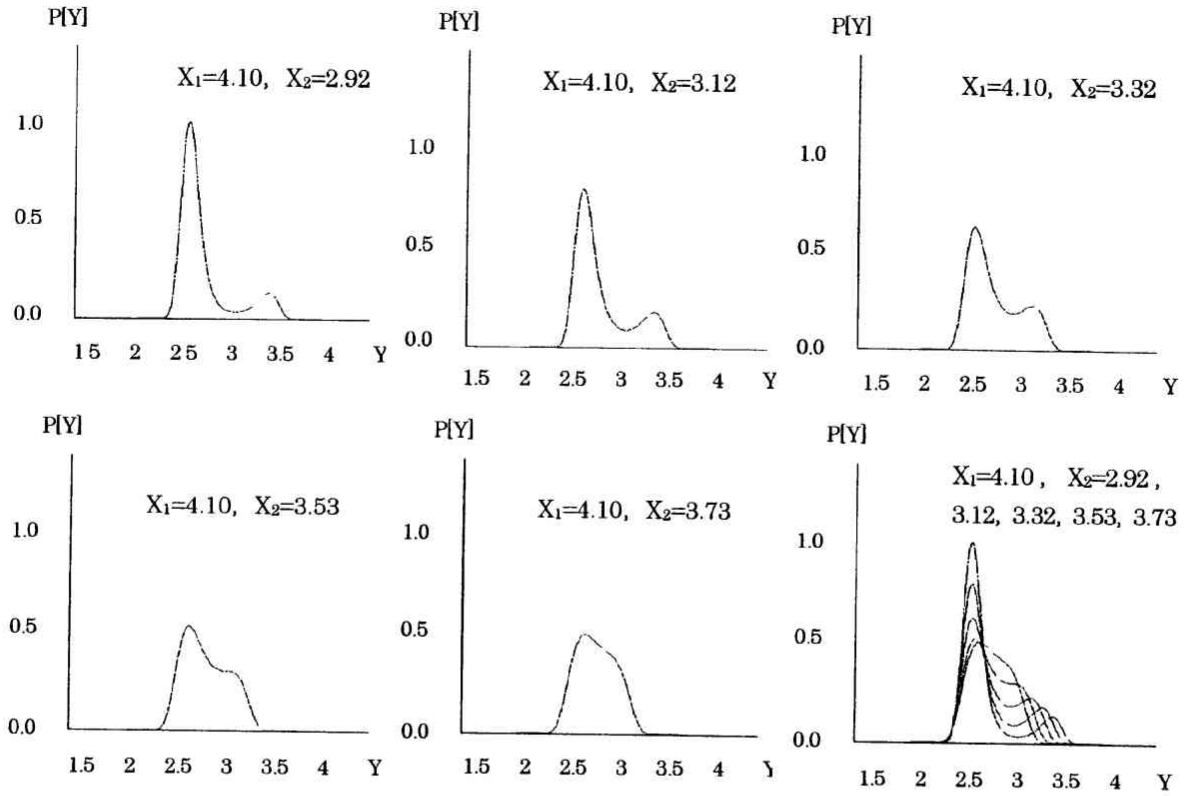


Fig.7 Effect of infrastructure to PDF for risk of investment at environment of nature 4.10

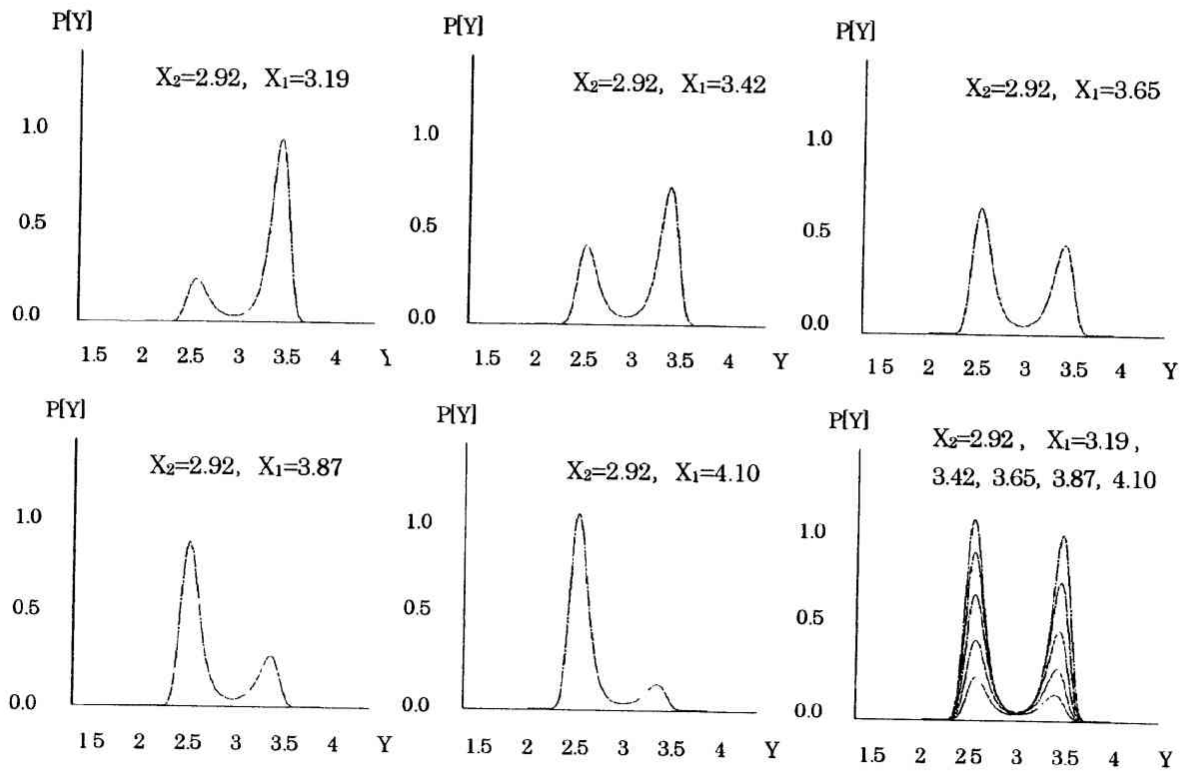


Fig.8 Effect of environment of nature to PDF for risk of investment at infrastructure 2.92

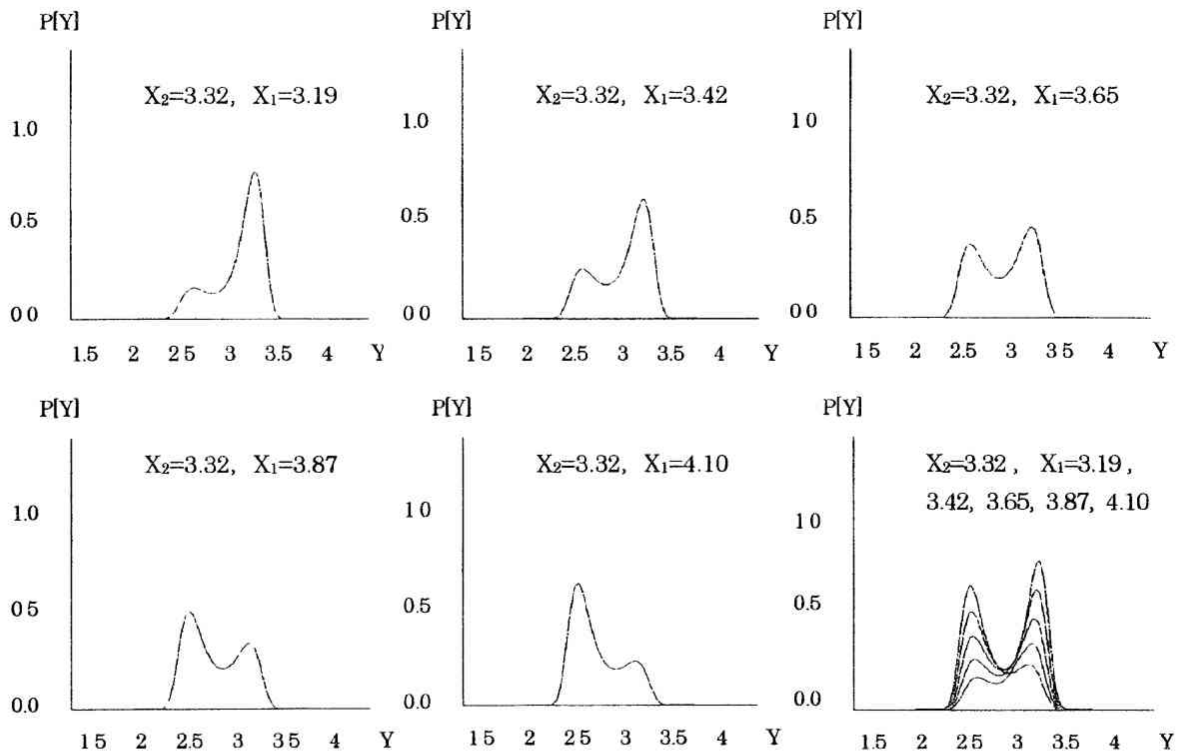


Fig.9 Effect of environment of nature to PDF for risk of investment at infrastructure 3.32

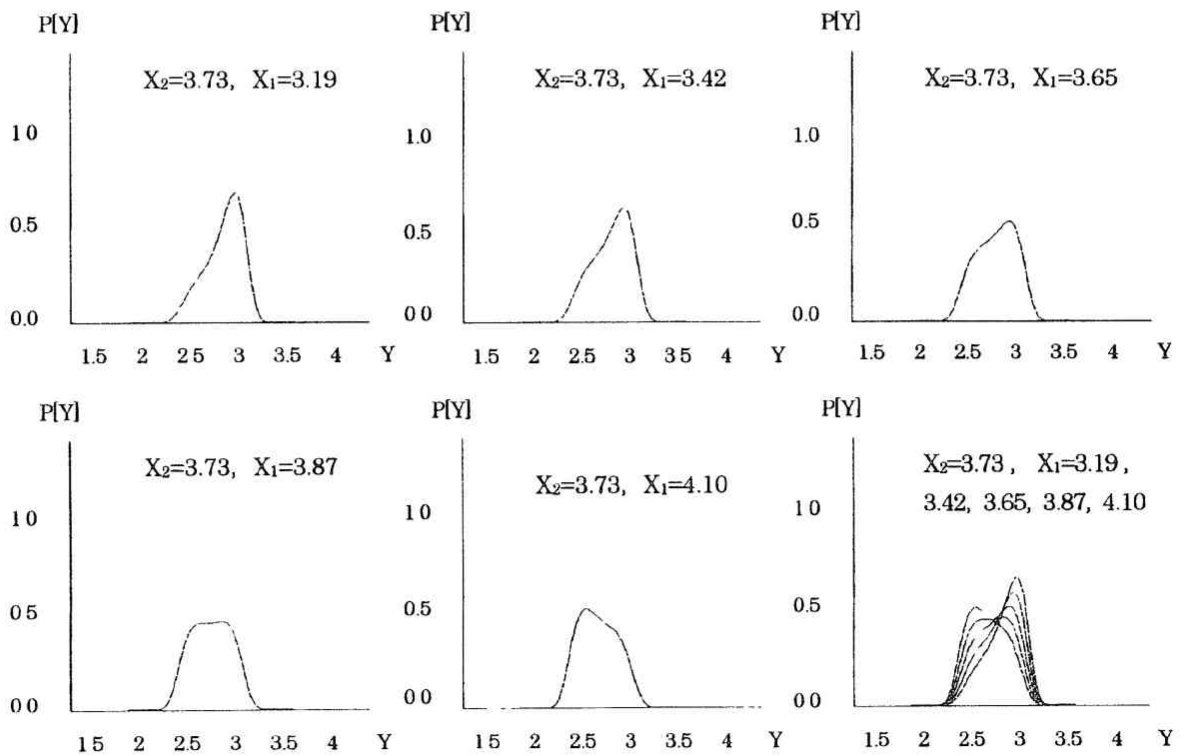


Fig.10 Effect of environment of nature to PDF for risk of investment at infrastructure 3.73



## 5. 考察

Fig.1 と Fig.2 と Fig.3 と Fig.4 から、従属変数  $Y$  は状態変数である。自然環境  $X_1$  は分岐要因であり、インフラ  $X_2$  はコントロール要因として非対称要因である。Fig.5 より自然環境  $X_1$  が小さい値のときは、高いリスクの値を取る可能性が高くなるが、そのときインフラ  $X_2$  が大きくなるにつれて、リスクは全体的に低い値を取る確率が高くなる。このことから、インフラ  $X_2$  がリスクの値を低くするための正の要因として影響を与えることが考えられる。また、インフラ  $X_2$  が高くなるにつれ、双峰性から単峰性に変化している。リスク Fig.6 から、自然環境  $X_1$  が平均値の場合は、インフラ  $X_2$  が平均値より小さい場合はリスクの値が大きくなるにつれて、低いリスクの値を取る確率は減少し、徐々に高いリスクの値を取る確率が高くなる。このことから、自然環境  $X_1$  が平均値の場合ではインフラ  $X_2$  がリスクを低くする正の要因だけではなく、リスクを高くする負の要因としての影響があることが考えられる。また、インフラ  $X_2$  が高くなるにつれ、双峰性から単峰性に変化している。Fig.7 から、自然環境  $X_1$  の値が大きいとき、インフラ  $X_2$  の値が小さいほど、低いリスクの値を取る確率が高くなり、インフラ  $X_2$  が大きくなるほど、低いリスクの値を取る確率が低くなる。このことから、自然環境  $X_1$  の値が大きい場合においてインフラ  $X_2$  は負の要因としての影響があることが考えられる。また、インフラが高くなるにつれ、双峰性から単峰性に変化している。Fig.8 より、インフラ  $X_2$  が小さい値のときは、低いリスクの値と高いリスクの値の両方を取る確率が高くなり、自然環境  $X_1$  の値が大きくなるにつれて、低いリスクの値を取る確率が高くなる。このことから、自然環境  $X_1$  がリスクに対して、正の要因として影響があることが考えられる。Fig.9 からインフラ  $X_2$  が平均値の場合、自然環境  $X_1$  が小さいときは高いリスクの値を取る確率が高くなり、自然環境  $X_1$  が平均値のあたりで、低いリスクの値と高いリスクの値の両方を取る確率が高くなり、自然環境  $X_1$  が大きくなるにつれ低いリスクの値を取る確率が高くなる。このことから、インフラ  $X_2$  が小さい値の場合と同じように、自然環境  $X_1$  がリスクに対して、正の要因として影響があることが考えられる。Fig.10 から、インフラ  $X_2$  が大きい値の場合は、全体的に平均値に近いリスクをとる確率が高くなり、自然環境  $X_1$  が大きくなるにつれて値の低いリスクをとる確率が高くなる方向にシフトしていく。このことから、自然環境  $X_1$  がリスクに対して、正の要因として影響があると考えられる。投資するにあたって、好ましい状況と推測できるのは Fig.7 での自然環境  $X_1$  が 4.10、インフラ  $X_2$  が 2.92 の状況と、Fig.8 での自然環境  $X_1$  が 2.92、インフラ  $X_2$  が 4.10 の状況といえる。

## 6. 結論

本論文で、投資管理の理論基礎になるインフラおよび自然環境による中国本土の投資リスクのカタストロフィモデルが明確に表された。その結果は以下のようにまとめることができる。

1. 自然環境とインフラと投資リスクとの定量的関係は、中国本土で毎年行われるアンケート調査にカस्प面解析を適用した。2000年にTEEMAによって調査された結果のカタストロフィモデルが示されている。
2. 投資リスクの不連続現象による確率論的カस्पカタストロフィモデルの形態が明確に示された。

## 参考文献

- 1) Cobb, L., Cusp Surface Analysis User's Guide, 1977, pp. 1-23.
- 2) Kume, Y. and Sato, N., Cusp Catastrophe Model for Creative Process in Agile Manufacturing Agility and Hybrid Automation III, 2000, pp. 117-122.
- 3) Cobb, L., "Statistical Catastrophe Theory" in KOTZ-JOHNSON ENCYCLOPEDIA OF STATISTICAL SCIENCES, vol. 8, John Wiley & Sons, Inc., 1988, pp.634-640.
- 4) Cobb, L. and Koppstein, P., Estimation and moment recursion relation for multimodal exponential distribution, Journal of American Statistical Association, no. 78, 1983, pp. 124-130.
- 5) Kume, Y. and Sato, N., Biomechanical study on the postures in manual lifting tasks using cusp surface analysis, International Journal of Production Economics, no. 60-61, 1999, pp. 411-420.
- 6) Kume, Y., Sato, N., and Cobb, L., Cusp surface analysis in creative process, Proc. of 16<sup>th</sup> International conference on production research, 2001, published in CD format.
- 7) Cobb, L., Stochastic Catastrophe Model and Multimodal Distribution, Behavioral Science, 1978, no. 23, pp. 360-374.
- 8) Kume, Y., Liu, C. Y., and Kainouchi, H., Constitutive Approach for Communication Technology and Group Decision Making in Human Networking, Proc. of THE FOURTH ASIA-PACIFIC CONFERENCE ON INDUSTRIAL ENGINEERING AND MANUFACTURING

- SYSTEMS, 2002, published in CD format.
- 9) Kume , Y., Yamamoto, N., and Cobb , L.,  
STOCHASTIC CATASTROPHE MODEL FOR  
CREATIVE PROCESS BY CUSP SURFACE
  - 10) ANALYSIS, Proc. of 2002 Japan-USA Symposium  
on Flexible Automation- International Conference  
on New Technological Innovation for the 21th  
Century - , 2002, pp. 687 - 690.
  - 11) Kume, Y., Liu, C. Y., and Togano, A. , System  
for Cusp Surface Analysis and its Application,  
Proc. of Quality Management and Organizational  
Development 2002 Busan Conference, 2002, pp.  
516-524.