大気ニュートリノの共鳴振動を用いた地球芯部のトモグラフィー

渡川　健*, 御法川幸雄*

Tomography of the Earth's Core Using Resonant Oscillations of Atmospheric Neutrinos

Takeshi TOGAWA* and Yukio MINORIKAWA*

The resonant enhancement of neutrino oscillations in matter (Mikheev-Smirnov-Wolfenstein-MSW-effect) provides a beautiful possibility of explaining the deficit of solar neutrino flux. It was shown by us that this effect also explained the deficit of atomospheric muon neutrino flux in the Multi-GeV energy region. In the present paper we investigate the possibility to use the MSW effect to perform neutrino tomography of the Earth's core.
Key words: MSW effect, Neutrino tomography

1　はじめに

最近, 地震波による地球物理学的方法では不可能であった地球内部の密度プロファイルをＸ線トモグラフィーに似た方法で物質中のニュートリノ吸収に基づいたニュートリノ吸収トモグラフィー法で知る方法が脚光を浴びてきた[1-7]. この方法は, ニュートリノビームとして大気ニュートリノか天体物理学的源（ＡＧＮや超新星など）からのニュートリノのいずれを用いるにせよ, 物質構造の配列にはよらず通過した総物質量だけによる特徴がある. この方法は, またニュートリノ一核子衝突断面積がエネルギーとともに増大するので超高エネルギーニュートリノ源や大検出器を必要とする. 他方, 物質中のニュートリノ共鳴振動（ＭＳＷ効果）[8,9]は太陽ニュートリノ問題を解決に導いたほかに, 超新星爆発[8], 初期宇宙の進化, 大気ニュートリノの地球通過問題など多方面に適用できることが示された. この効果は比較的低エネルギー領域でも起こることから, この効果を用いたニュートリノ共鳴振動トモグラフィー[10-16]がニュートリノフラックスの点から一層現実味を増してきた. カミオカンデ検出器で観測された大気ニュートリノ比 (電子ニュートリノ＋反電子ニュートリノ)/(ミューオンニュートリノ＋反ミューオンニュートリノ）が理論と比べて小さいというミューオン欠損問題をこの共鳴効果で説明できることが筆者[14]らによって示され, 将来ニュートリノ地質学として発展する可能性を指摘した. ニュートリノ共鳴振動トモグラフィーはニュートリノ振動パラメータの正確な知識が不可欠であるが, スーパーカミオカンデ検出器による観測データが蓄積されるにつれ, この振動パラメータの決定は時間の問題になってきたことに鑑み, ニュートリノ振動トモグラフィーの系統的な研究を開始することは意義のある問題と考える. 本論文はＭＳＷ効果が著しく反映する Multi-GeV 領域の宇宙大気ニュートリノを用いて地球の内部, とりわけ芯部の密度プロファイルを探査する方法の可能性を論じる.

平成１７年６月１０日受理
＊理学科

2　物質中のニュートリノ振動と MSW 効果

ニュートリノが物質中を伝播する場合, 真空中の現象とは異なる現象が生じる. 真空中での混合角 θ が小さくても大きな転移の生じることが見いだされている[8,9]. その現象は物質中に存在する電子に起因している. 物質中をニュートリノが運動するとき, 電子ニュートリノのみが物質中の電子と荷電カレント相互作用する効果として余分の有効質量が電子ニュートリノの質量に変わる. 真空の場合のハミルトニアンに新しい項が加わる. この項が加わったこととことにより, ニュートリノは物質中の２つのフレーバーニュートリノ (ν_e , ν_μ) の時間発展方程式は真空の場合と同様にハミルトニアンをトレースレスの形で書くと次のよう

に表される.

$$i\frac{d}{dt}\begin{pmatrix}\nu_e\\ \nu_\mu\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}A & B\\ C & D\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\nu_e\\ \nu_\mu\end{pmatrix} \tag{2.1}$$

$$A=\tfrac{1}{4E}(A_0-\Delta m^2\cos 2\theta)$$
$$B=C=\tfrac{1}{4E}\Delta m^2\sin 2\theta$$
$$D=\tfrac{1}{4E}(-A_0+\Delta m^2\cos 2\theta)$$

ここで, $A_0=2\sqrt{2}G_F n_e E$, $\Delta m^2=m_2^2-m_1^2$($m_{1,2}$ は質量固有値) , θ は混合角, G_F はフェルミ定数, n_e は電子の数密度,E はニュートリノのエネルギーである. A_0 は電子ニュートリノと電子と荷電カレントによる弾性散乱により生じる. 数値的に A_0 は物質の密度 ρ_m[g/cm^3] を用い, E を GeV 単位にとると,

$$A_0=0.76\times10^{-4}\rho_m E[\mathrm{eV}^2]$$

と書ける. 反ニュートリノに対するフレーバ発展方程式はハミルトニアンマトリックスの対角項の物質寄与の符号を逆に, すなわち $A_0\to -A_0$ にすればよい.

２つのフレーバの場合,ν_e から ν_μ への転移確率を $P_{\nu_e\to\nu_\mu}$ で表すと, ユニタリティから,

$$P_{\nu_e\to\nu_e}=P_{\nu_\mu\to\nu_\mu}=1-P_{\nu_e\to\nu_\mu}=1-P_{\nu_\mu\to\nu_e}$$

$$P_{\bar\nu_e\to\bar\nu_e}=P_{\bar\nu_\mu\to\bar\nu_\mu}=1-P_{\bar\nu_e\to\bar\nu_\mu}=1-P_{\bar\nu_\mu\to\bar\nu_e}$$

が成り立つ.

(2.1) よりわかる様に, たとえば混合角 θ が小さくとも n_e が

$$\sqrt{2}G_F n_e=\frac{\Delta m^2}{4E}\cos 2\theta\,(\text{共鳴振動条件})$$

であるとき, 右辺のマトリックスの対角成分は等しくなる ($A=D$). このとき $\nu_e\to\nu_\mu$ の転移が著しく大きな確率で起こる. ニュートリノが物質中を伝播するとき, 物質密度すなわち n_e が変わるので, A_0 もそれにともなって変わる. したがって, (2.1) を解析的にとくのは難しので, Runge-Kutta 法を用いて, 数値解析的に解く.

3　発展方程式とその解

3.1　発展方程式

(2.1) は次の形に書き直すことができる.

$$i\frac{d}{dx}\begin{pmatrix}\nu_e(x)\\ \nu_\mu(x)\end{pmatrix}=\frac{1}{4E}\begin{pmatrix}A & B\\ B & D\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\nu_e(x)\\ \nu_\mu(x)\end{pmatrix} \tag{3.1}$$

ここで,

$$A(x)=0.76\times10^{-4}\rho_m E\ \ \mathrm{eV}^2 \tag{3.2a}$$
$$A\equiv\frac{1}{4E}(A(x)-\Delta m^2\cos 2\theta) \tag{3.2b}$$
$$B\equiv\Delta m^2\sin 2\theta \tag{3.2c}$$
$$D\equiv\frac{1}{4E}(-A(x)+\Delta m^2\cos 2\theta) \tag{3.2d}$$

であり, 上の方程式は次のようになる.

$$i\frac{d\nu_e(x)}{dx}=A\nu_e(x)+B\nu_\mu(x) \tag{3.3a}$$
$$i\frac{d\nu_\mu(x)}{dx}=B\nu_e(x)+D\nu_\mu(x) \tag{3.3b}$$

3.2　振幅 $\nu_e(x)$ と転移確率 $P_{\nu_e\to\nu_e}$

上の２式から $\nu_\mu(x)$ を消去すると

$$\frac{d^2\nu_e(x)}{dx^2}+i(A+D)\frac{d\nu_e(x)}{dx}+(i\frac{dA}{dx}+B^2-AD)\nu_e(x)=0 \tag{3.4}$$

となる。

ここで,$\nu_e(x)=p(x)e^{-i\int_0^x A dx}$ とおいて, 上の式に代入すると,

$$\frac{d^2p(x)}{dx^2}-i(A-D)\frac{dp(x)}{dx}+B^2p(x)=0 \tag{3.5}$$

となり、$p(x)=p_r(x)+ip_i(x)$ とおいて上の式に代入し, 実数部, および虚数部に分けると次の２式が得られる.

$$\frac{d^2p_r(x)}{dx^2}+(A-D)\frac{dp_i(x)}{dx}+B^2p_r(x)=0 \tag{3.6a}$$
$$\frac{d^2p_i(x)}{dx^2}-(A-D)\frac{dp_r(x)}{dx}+B^2p_i(x)=0 \tag{3.6b}$$

ここで,$u(x)=\frac{dp_r(x)}{dx}$, $v(x)=\frac{dp_i(x)}{dx}$ とおくと,(3.6a)(3.6b) は

$$\frac{du(x)}{dx}=-(A-D)v(x)-B^2p_r(x) \tag{3.7a}$$
$$\frac{dp_r(x)}{dx}=u(x) \tag{3.7b}$$
$$\frac{dv(x)}{dx}=(A-D)u(x)-B^2p_i(x) \tag{3.7c}$$
$$\frac{p_i(x)}{dx}=v(x) \tag{3.7d}$$

となり、初期条件 ($x=0, p_r(0)=1$, $u(0)=0$, $p_i(0)=0$, $v(0)=0$) のもとで, この方程式の解を求める. それらを用いると,

$$P_{\nu_e\to\nu_e}=|p_r(x)|^2+|p_i(x)|^2 \tag{3.8a}$$
$$P_{\nu_e\to\nu_\mu}=1-P_{\nu_e\to\mu_e} \tag{3.8b}$$

が求まる.

3.3 振幅 $\nu_\mu(x)$ と転移確率 $P_{\nu_\mu\to\nu_\mu}$.

(3.3a)(3.3b) より,$\nu_e(x)$ を消去すると,

$$\frac{d^2\nu_\mu(x)}{dx^2}+i(A+D)\frac{d\nu_\mu(x)}{dx}+(B^2-AD)\nu_\mu(x)=0 \tag{3.9}$$

となる.

ここで,$\nu_\mu(x)=q(x)e^{-\int_0^x Ddx}$ とおいて上の式に代入すると,

$$\frac{d^2q(x)}{dx^2}+i(A-D)\frac{dq(x)}{dx}+B^2q(x)=0 \tag{3.10}$$

となり、$q(x)=W(x)+iZ(x)$ とおいて, 上の式に代入し, 実数部, 虚数部に分けると,

$$\frac{d^2W(x)}{dx^2}-(A-D)\frac{dZ(x)}{dx}+B^2W(x)=0 \tag{3.11a}$$
$$\frac{d^2Z(x)}{dx^2}+(A-D)\frac{dW(x)}{dx}+B^2Z(x)=0 \tag{3.11b}$$

が得られる.

ここで, $U(t)=dW(t)/dt$, $V(t)=dZ(t)/dt$ とおくと, (3.11a)(3.11b) は次の4元連立1階微分方程式になる.

$$\frac{dU(t)}{dt} = -(A-D)V(t)-B^2W(t) \tag{3.12a}$$
$$\frac{dW(t)}{dt} = U(t) \tag{3.12b}$$
$$\frac{dV(t)}{dt} = (A-D)U(t)-B^2Z(t) \tag{3.12c}$$
$$\frac{dZ(t)}{dt} = V(t) \tag{3.12d}$$

初期条件 ($U(0)=0$, $W(0)=1$, $V(0)=0$, $Z(0)=0$) のもとで, 方程式の解を求めると、

$$P_{\nu_\mu\to\nu_\mu} = |W(x)|^2+|Z(x)|^2 \tag{3.13a}$$
$$P_{\nu_\mu\to\nu_e} = 1-P_{\nu_\mu\to\nu_\mu} \tag{3.13b}$$

が求まる.

3.4 $\nu_e(x)$, $\nu_\mu(x)$ の他の解法

$\nu_e(x)=f_r(x)+if_i(x)$ および $\nu_\mu(x)=g_r(x)+ig_i(x)$ とおいて,(3.3a)(3.3b) に代入し, 実数部と虚数部に分けると,

$$\frac{df_r(x)}{dx} = Af_i(x)+Bg_i(x) \tag{3.14a}$$
$$\frac{df_i(x)}{dx} = -Af_r(x)-Bg_r(x) \tag{3.14b}$$
$$\frac{dg_r(x)}{dx} = Bf_i(x)+Dg_i(x) \tag{3.14c}$$
$$\frac{dg_i(x)}{dx} = -Bf_r(x)-Dg_r(x) \tag{3.14d}$$

となり, 初期条件 ($f_r(0)=1$, $f_i(0)=0$, $g_r(0)=0$, $g_i(0)=0$) もとで解く. これより,

$$P_{\nu_e\to\nu_e} = |f_r(x)|^2+|f_i(x)|^2 \tag{3.15a}$$
$$P_{\nu_e\to\nu_\mu} = 1-P_{\nu_e\to\nu_e} \tag{3.15b}$$

が求まる. 以下の計算結果は2つの方法で計算したものである.

4 地球の2成分モデルによる計算結果と解析

Fig.1 には地球の密度 ρ_m を地球中心からの距離 R の関数として表した2成分モデル[17] を示した. Fig.2 には発展方程式の初期条件を $\nu_e(0)=1, \nu_\mu(0)=0$ とし, $\Delta m^2/E=10^{-3}\mathrm{eV}^2/\mathrm{GeV}$ とした場合の $|\nu_\mu(x)|^2$ を示す. ここでは, ρ_m は $\rho_m = 12.0\mathrm{g/cm}^3$ ($x<3190\mathrm{km}$) , $\rho_m = 5.0\mathrm{g/cm}^3$ ($3190\mathrm{km}<x<6371\mathrm{km}$) にとってある. カビボ角に等しくとった $\sin^2 2\theta$ の値は小さいので共鳴ピークは比較的狭く, 共鳴はマントル部では起こらず,ν_e はピュアであるが, コアを超えると $|\nu_\mu|^2$ は 0.9 まで登り, 地球をでるときには転移確率 $|P_{\nu_e\to\nu_\mu}|$ は 0.8 になる.

Fig.3 には $\psi=0$ のときの転移確率 $P_{\nu_\mu\to\nu_\mu}$ を $E/\Delta m^2$ の関数として示した. 同じように Fig.4 には $P_{\bar\nu_\mu\to\bar\nu_\mu}$ の場合について示した. いずれも混合パラメータは $\sin^2\theta=0.04$ にとってある.

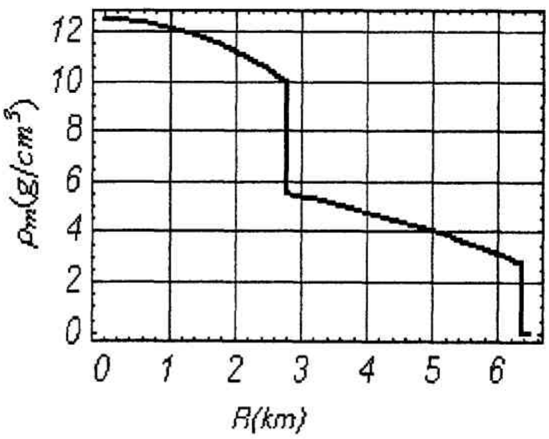

Fig. 1 The hotizontal axis is the distance R from the center of the Earth in units of 1000km. And vertical axis is the density ρ_m.

Fig.5 には, 密度が均一 ($\rho_m = 5.0\mathrm{g/cm}^3$) な場合の転移確率を示してある. これより均一の密度の場合

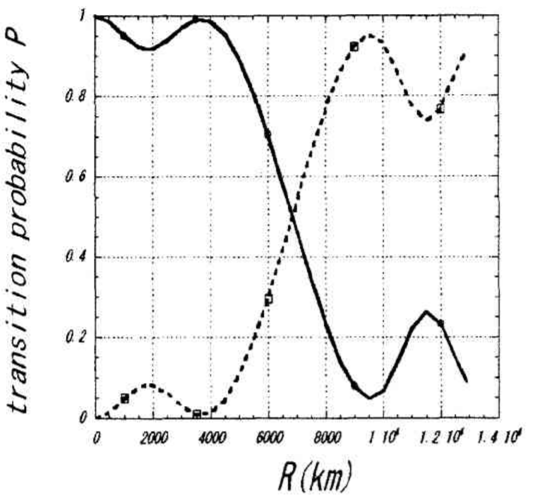

Fig. 2: The hotizontal axis is the distance x from the surface of the Earth . And vertical axis is the transition probability. The solid line is the transition probability $P_{\nu_e \to \nu_e}$ and the dotted line is the transition probability $P_{\nu_e \to \nu_\mu}$.

大きな振動は認められないことがわかる. Fig.4 より, ニュートリノの共鳴転移は2つのエネルギーの狭い領域で起こることがわかる. 共鳴転移は地球コアとマントルの境で起こり, エネルギーの値は近似的に

$$E(\text{コア}) \approx (1.0 - 1.4)\frac{\Delta m^2}{10^{-3}\text{eV}^2}\cos 2\theta \ \text{GeV}$$

$$E(\text{マントル}) \approx (2.2 - 2.5)\frac{\Delta m^2}{10^{-3}\text{eV}^2}\cos 2\theta \ \text{GeV}$$

と表される.

地球物質中でのニュートリノ共鳴振動は大気ニュートリノをゆがめる. このゆがみはサプレッション因子 P により決まる. 天頂角 ψ で地球に入射したタイプ α ($\alpha =$ e, μ, τ) のニュートリノのフラックス ν_α^0 は地球通過後, 次のように修正される.

$$\nu_\alpha(E,\psi) = \sum_\beta P_{\beta\to\alpha}(E/\Delta m^2, \sin^2 2\theta, \psi)\nu_\alpha^0(E,\psi)$$

ここで, サプレッション因子 $P_{\beta\to\alpha}$ は $\nu_\beta \to \nu_\alpha$ 転移確率を表す. $\nu_e \to \nu_\tau, \nu_\mu \to \nu_\tau$ チャンネルについては, はじめに生じた小さな ν_τ フラックスは無視できるので

$$\nu_\alpha = P_{\alpha\to\alpha}\nu_\alpha^0(\alpha = e, \mu)$$

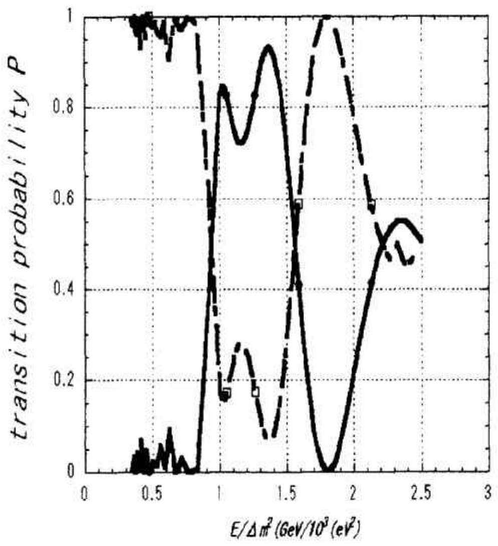

Fig. 3: The Dependence on $E/\Delta m^2$ of transition probabilites $P_{\nu_\mu \to \nu_\mu}$(solid-line) and $P_{\nu_\mu \to \nu_e}$(dashed line). The mixing angle θ is taken as $\sin^2 2\theta = 0.04$

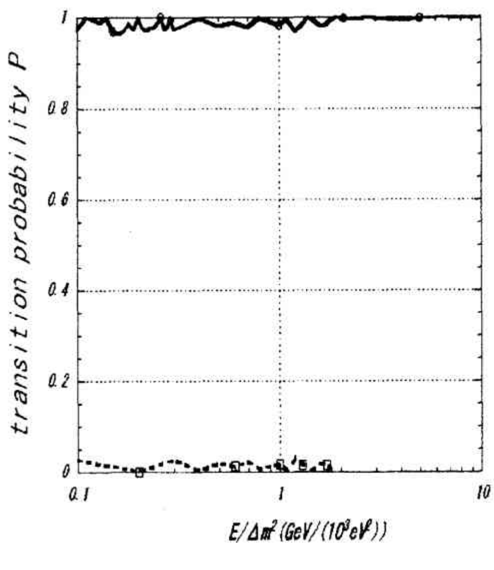

Fig. 4: The transition probabilities $P_{\bar{\nu}_\mu \to \bar{\nu}_e}$(solid line) and $P_{\bar{\nu}_\mu \to \bar{\nu}_\mu}$(dashed line). The horizontal axis is the distance from the surface of the Earth in units of km with the constant matter density 5.0g/cm^3.

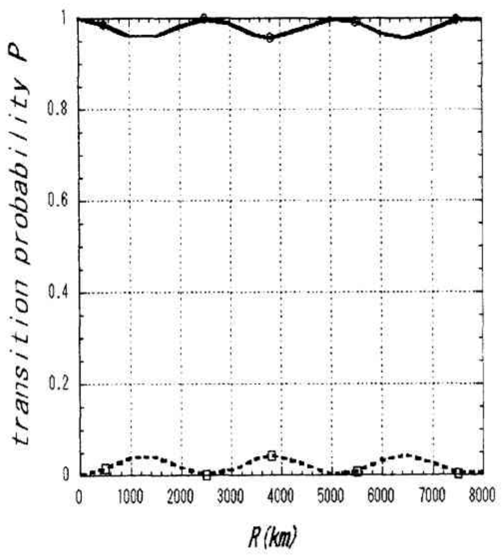

Fig. 5: The transition probabilities $P_{\nu_e \to \nu_e}$(solid line) and $P_{\nu_e \to \nu_\mu}$(dashed line). The horizontal axis is the distance R from the surface of the Earth in units of km with the constant matter density 5.0g/cm^3.

のみを考える.

Fig.3，5 の $P_{\nu_\mu \to \nu_\mu}, P_{\bar{\nu}_\mu \to \bar{\nu}_\mu}$ 確率より,ν_μ スペクトルが $\bar{\nu}_\mu$ スペクトルより多くゆがみを生じるといえる. コア, マントル部を通過するときの E が限定されていることがわかったので, この E での ν_e と ν_μ のフラックスには様々な密度情報を含んでいるといえる.

はじめの $\nu_e^0(\bar{\nu^0}_e), \nu_\mu^0(\bar{\nu^0}_\mu)$ フラックスは地球通過後

$$\nu_\mu = \nu_e^0 P_{e\mu} + \nu_\mu^0 P_{\mu\mu}$$

$$\bar{\nu}_\mu = \bar{\nu}_e \bar{P}_{e\mu} + \bar{\nu^0}_\mu \bar{P}_{\mu\mu}$$

$$\nu_e = \nu_e^0 P_{ee} + \nu_\mu^0 P_{\mu e}$$

$$\bar{\nu}_e = \bar{\nu^0}_e \bar{P}_{ee} + \bar{\nu^0}_\mu \bar{P}_{\mu e}$$

のように変わる.

$(\nu_e^0/\nu_\mu^0) = R$ とおくと,

$$\frac{\nu_e}{\nu_e^0} = P_{ee} + \frac{1}{R}(1 - P_{ee})$$

$$\frac{\nu_\mu}{\nu_\mu^0} = P_{\mu\mu} + R(1 - P_{\mu\mu})$$

となる.$R < 1$ なので, ν_μ フラックスは ν_μ^0 より減少する. また, ν_e フラックスは ν_e^0 より増加する. カミオカンデ検出器による (ν_μ/ν_e) 比とモンテカルロ計算値との比

$$\frac{\left(\frac{\nu_\mu}{\nu_e}\right)_{\mathrm{obs}}}{\left(\frac{\nu_\mu^0}{\nu_e^0}\right)_{\mathrm{MC}}} = \frac{RP_{e\mu} + (1 - P_{\mu e})}{(1 - P_{e\mu}) + \frac{1}{R}P_{\mu e}}$$

も MSW 共鳴振動効果で説明できることが容易にわかる[14].

ここでは $(\nu_\mu/\bar{\nu}_\mu)$ 比に注目したい.

$$\frac{\nu_\mu}{\bar{\nu}_\mu} = \frac{\nu_e^0(P_{e\mu} + \frac{1}{R}P_{\mu\mu})}{\bar{\nu^0}_e(\bar{P}_{e\mu} + (1/\bar{R})\bar{P}_{\mu\mu})}$$

ここで, $\bar{R} = \bar{\nu}_e^0/\bar{\nu}_{\mu^0}$ である.

R 値と $\frac{\nu_e^0}{\bar{\nu}_e}$ は大気ニュートリノフラックスの計算値と実験データより詳しく調べられているので, 観測される $(\nu_\mu/\bar{\nu}_\mu)$ 比から P 値がわかり, これより地球密度 ρ_m の情報が得られると予測される. $(\nu_\mu/\bar{\nu}_\mu)$ 比は包括荷電カレント反応

$$\nu_\mu + \mathrm{N} \to \mu^- + \mathrm{X} \quad , \quad \bar{\nu}_\mu + \mathrm{N} \to \mu^+ + \mathrm{X}$$

の μ^- , μ^+ の測定から得られる. 両反応式はニュートリノエネルギー E の関数であるが, 共鳴振動のエネルギーはフラックスが多い狭い限定された Multi-GeV 領域であることから, このエネルギーに焦点を絞った μ^+, μ^- フラックスを知ることが極めて重要であるといえる.

ニュートリノ振動がない $P_{e\nu} = 0$ のとき, $\nu_\mu/\bar{\nu}_\mu = \nu_\mu^0/\bar{\nu}_\mu^0 \approx \nu_e^0$ となる. 右辺は $\psi = 0$ の大気 μ^+/μ^- 比に等しく, $E \approx 1$GeV で理論値[18] は 1.21, 実験値[19] は 1.18 である. このとき, $(\nu_\mu/\bar{\nu}_\mu)$ 比からの (μ^-/μ^+) 比は 1.20 となる.

ニュートリノ振動があるとき,$P_{e\mu} = 0.80$ (Fig.2) とし $(\nu_e^0/\bar{\nu^0}_e) = 1.20, R = \bar{R} = 0.30$[18]を用いると,

$$\frac{\nu_\mu}{\bar{\nu}_\mu} = 1.20 \times \frac{0.80 + \frac{1}{0.30} \times 0.20}{0 + \frac{1}{0.30} \times 1} = 0.44$$

となる.(μ^-/μ^+) 比が振動しない 1.20 より 0.44 に変化する. この変化は地球マントル, コア部の密度について有意な情報を与えることを可能にするといえる.

5 結論

ニュートリノ共鳴振動が Δm^2 と $\sin^2 2\theta$ に依存するとはいえ, Multi-GeV 領域で効果的に起こることを利用して, 地球のコア部の密度プロファイルに関する情報が得られることが分かった. 今後, 天頂角分布を入れた大気ニュートリノスペクトル, νーN相互作用

断面積，相互作用で発生した $\mu^{\pm}$ が地球内部を通過する際のエネルギー損失も考慮した計算を行うことにより，地球下方より到来するミューオン検出器のデザイン設計がより具体的になることが期待される．現在計画中の加速器ビームニュートリノ（K2K,CHORUS-CERNWA95）による物質中のニュートリノ共鳴振動現象の観測の結果が待たれる．

参考文献

1) L. V. Volkova, *Nuovo Cimento*, **8C** (1985)552.

2) A. D. Rújula , S. L. Glashow , R.R. Wilson and G. Charpak, *Phys.Rev.* **99** (1983)341.

3) T. L. Wilson, *Nature.* **309** (1984)38.

4) G. A. Askar'yan, *Sov. Phys. Usp.* **27** (1984)896.

5) A. Borisov, B. Dolgoshein and A. Kalinovskiĭ, *Sov. J. Nucl. Phys.* **44** (1987)442.

6) H. J. Crawford , R. Jeanloz , B. Romanowicz and the DUMAND collaboration, Proc. of the XXIVth International Cosmic Ray Conference(Univercity of Rome) (1995)804.

7) P. Jain, J. P. Ralston and G. M. Frichter, *Astropart. Phys.* **12** (1999)193.

8) S. Mikheyev and A. Smirnov, *Nuovo Cimento* **C9** (1986)17.
Sov. Phys.-JETP **64** (1986)4

9) L. Wolfenstein, *Phys. Rev.* **D17** (1978)2369.

10) Eric D. Carlson, *Phys. Rev.* **D34** (1986)1454.

11) V. K. Ermilova, V. A. Tsarev, and V. A. Chechin, *JTP Lett.* **43** (1986)454.

12) A. Nicolaidis, *Phy. Lett.* **B200** (1988)553.

13) G. Auriemma , M.Felcini , P. Lipari and J. L. Stone, *Phys. Rev.* **D37** (1988)665.

14) Y. Minorikawa and K. Mitsui, *Europhys. Lett.* **11** (1990)607.

15) T. Ohlsson and W. Winter, *Phys. Lett.* **B512** (2001)357.

16) T. Ohlsson and W. Winter, *Europhys. Lett.* **60** (2002)34.

17) Ralph Synder, *Am. J. Phys.* **54** (1986)511.

18) T. K. Gaisser,Tedor Stanev and Giles Barr, *Phys. Rev.* **D38** (1988)85.

19) O. C. Allkofer and P. K. F. Grieder, *Physics Data* **Nr.25-1** (1984)260