

近大ペットボトルロケットの運動性能

谷澤 一雄¹, 山本 和夫¹, 堀部 和雄¹, 一野 天利¹, 河本 敬子¹, 青木 伸也¹, 津村 宗亨²

要旨

本学部で毎年夏に行われるオープンキャンパスでは、地元の小、中学生等を中心に理科や工学の楽しさに触れてもらうこと、および大学の教育に身近さや親しみを感じてもらうことを目的に、「ペットボトルロケットを飛ばそう」を企画し実行している。ここで使用されているペットボトルロケットの特長は、500mlの一般飲料のボトル2個を基本材料としているため安価であること、小学生単独でも作ることが出来る程度に作りやすいことである。ここでは、この近大ペットロケットの設計と、それに基づいて製作されたロケットの飛行性能と、ロケット打ち上げを実施する上での注意点について検討した。

結果は以下のようなものである。1) 近大ペットロケットは安価で容易に製作できるものにも拘らず、日本ペットボトルクラフト協会が発売しているものに比べて遜色のない飛行性能を有する。2) 打ち上げ角度、密封空気圧、封入水量がロケットの飛行性能に及ぼす影響が明らかになった。3) ロケット打ち上げでは幾つかの点に注意を払えば安全に実施できる。

1. 緒論

最近、ペットボトルロケットを用いて、子供たちにももの作りの楽しさや理科の面白さを教える試みが増えてきた。日本ペットボトルクラフト協会では、標準教材として必要なロケット部品や打ち上げ台を販売したり、打ち上げ大会を開くまでになっている⁽¹⁾。ただし、この協会が推奨するペットロケットは1500mlの大型のペットボトル5個を準備する必要があり、材料入手が大変で、製作も難しいといった課題が有った。

本学部では1) 地元の小、中学生に理科や工学の楽しさを理解していただくこと、及び2) 大学の教育に身近さや親しみを感じていただくために、毎年夏に行われるオープンキャンパス日に、「ペットボトルロケットを飛ばそう！」の企画を実行している。半日かけて、教室でペットボトルロケットを作り、グラウンドで飛ばして楽しむ計画である。このペットボトルロケットは500mlの一般炭酸飲料のボトル2個を基本とした安価なもので、また小学生でも独自で製作できる程度の作りやすいものである。ここでは、この近大ペットロケットの設計と基本的な飛行性能、及び打ち上げ会実施上の注意点についてまとめたので報告する。

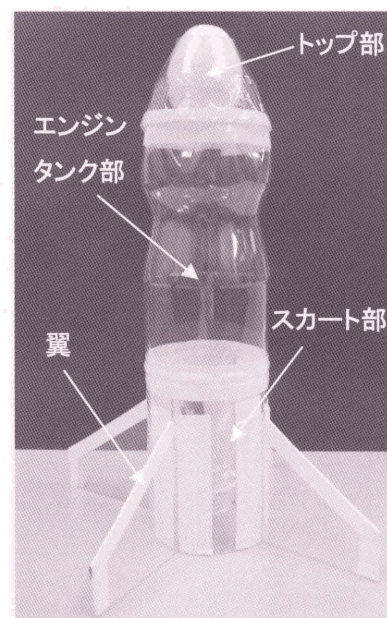


図1 近大ペットロケット

2. 近大ペットロケット

近大ペットロケットは、図1に示すように、トップ部、エンジンタンク部、スカート部、翼、噴射口からなる、全長260mm、空重量約80gの小型水ロケットである。材料調達が容易で、小・中学生が1時間程

原稿受付 2007年6月19日

1. 近畿大学生物理工学部 知能システム工学科 〒649-6493 和歌山県紀の川市西三谷930

2. 株式会社インクスエンジニアリング 〒163-1452 東京都新宿区西新宿3-20-2

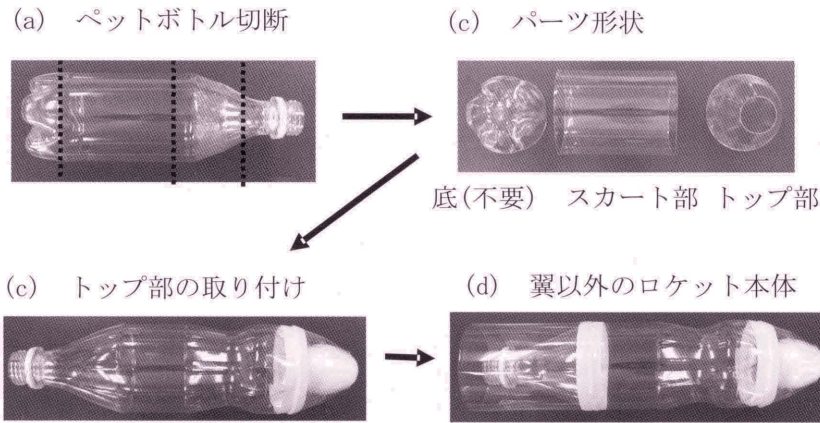


図2 トップ部とスカート部の製作

度で製作でき、50m~100m程度飛行できる(運動場の制約)ことを目指したものである。

ボトル1つはエンジンタンク部に、他のボトルは図2(a)に示すように分割し、トップ部とスカート部にする。トップ部の中には、図2(c)に示すように先端部の衝突時の安全を考慮し、卵形の発泡スチロールが挿入される。トップ

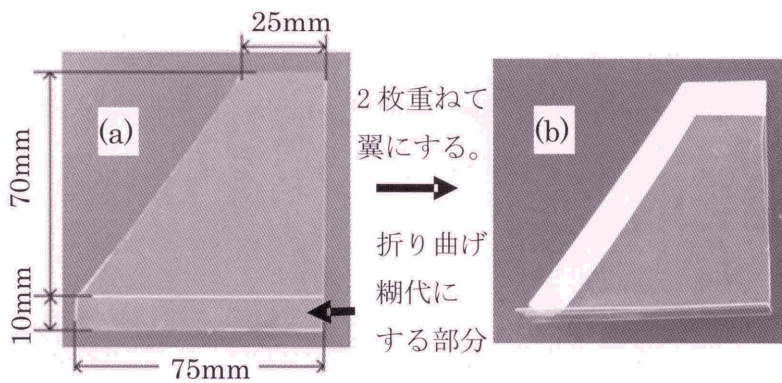


図3 翼の作成過程 (a) 翼の形状と大きさ (b) 完成した翼

部は、エンジンタンク部におかれた発泡スチロールを被せるようにして、スカート部は図2(d)に示すようにエンジンタンク部と同軸になるように、ビニールテープでエンジンタンク部に取り付けられる。なお、発泡スチロール下部には後述するが、飛行の安定性を確保するために7gの錘を埋め込んでいる。

翼は0.5mmのプラスチック板(サンデーPET; アクリサンデー株式会社製)を高さ80mm、上底50mm、下底160mmの等脚台形に切りだし、図3に示すように、下底部に10mmの糊しろを設け、対称軸に沿って2分割した台形を再度張り合わせたものとした。翼は4セット作り、図1に示すように90°ごとにスカート部に垂直となるように取り付ける。

翼は0.5mmのプラスチック板(サンデーPET; アクリサンデー株式会社

最後に噴射口を取り付けて出来上がりである。噴射口は日本ペットボトルクラフト協会からの購入品である。

3. 運動解析

3.1 運動方程式

本解析では図4に示すように、ロケットの運動は鉛直面内の二次元運動のみとする。図において、 L は揚力、 D は抗力、 T は水ロケットから得られる推力、 v はロケットの速度ベクトル、 CP は圧力中心、 CG はロケット重心、 M_z は重心周りのモーメント、 m はロケットの質量、 g は重力加速度、 x は水平軸、 y は鉛直軸、 α は迎角、 θ は機軸の傾き

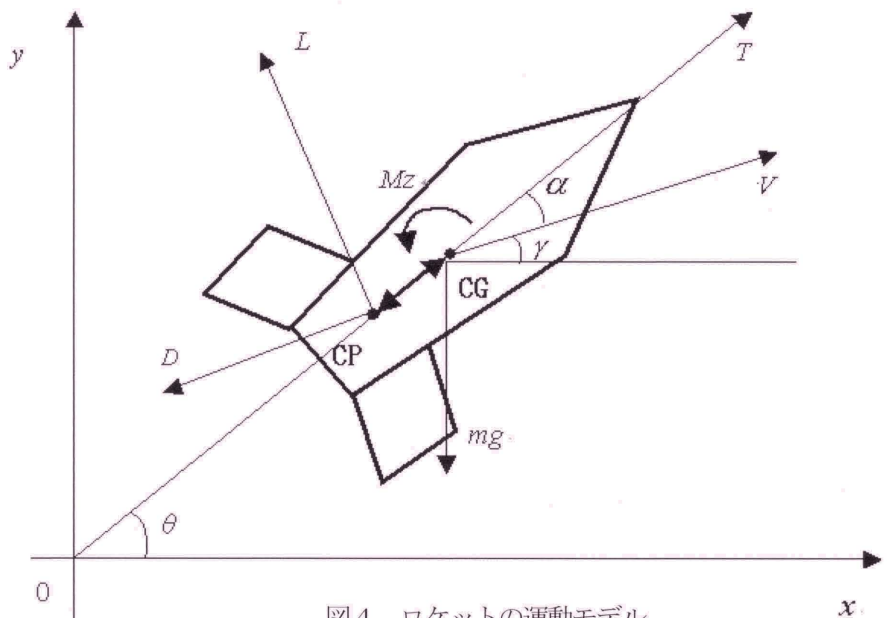


図4 ロケットの運動モデル

角、 γ は経路角で速度ベクトルと x 軸のなす角度を示す。

これから機体の重心回りの慣性能率を J とすれば、ロケット重心点 (X_G, Y_G) の並進運動および回転運動の式が以下のように得られる。

$$m\ddot{X}_G = T \cos \theta - L \sin \gamma - D \cos \theta \quad (1)$$

$$m\ddot{Y}_G = T \sin \theta - L \cos \gamma - D \sin \theta - mg \quad (2)$$

$$J\ddot{\theta} = -Lh \cos \alpha - Dh \sin \alpha = M_z \quad (3)$$

これらは、従来導出されたロケットの式^(2,4)と同じである。ここで、独立変数は X_G, Y_G, θ の 3 つで、 h は圧力中心から重心までの距離を、 J は機体の重心周りの慣性能率を示す。経路角及び迎え角は次式で得られる。

$$\gamma = \text{Arctan} (\dot{Y}_G / \dot{X}_G) \quad (4), \quad \alpha = \theta - \gamma \quad (5)$$

揚力 L 及び抗力 D は (x, y) 軸方向の風の速さを (V_{ex}, V_{ey})、空気の密度を ρ_a として次式で得られる。

$$L = \frac{1}{2} C_L \rho_a U^2 A_L \quad (6), \quad D = \frac{1}{2} C_D \rho_a U^2 A_D \quad (7)$$

ここで C_L, C_D, A_L, A_D はそれぞれ揚力係数、抗力係数、翼面積、機体断面積で、機体形状によって決まる定数である。 U は対気速度で、機体からみた向かい風の速さを示し、次式で表される。

$$U = \sqrt{(\dot{X}_G - V_{ex})^2 + (\dot{Y}_G - V_{ey})^2} \quad (8)$$

3.2 推力方程式

推力 T は水の噴出により得られる増速度で置き換えられる。図 5 はロケット噴水時の数学モデルを示す図で、 p_i, V_i は密封された空気の圧力と体積、 u_i, u_o は封入された水の上面及び噴出口での流速、 A_i, A_o はエンジンタンク内部の断面積及び噴出口での断面積を、 H は噴出口から水面上部までの高さを、 p_o は外気圧を示す。

水の密度を ρ 、空状態でのペットロケットの質量を m_b 、エンジンタンク体積を V_i 、初期の密封空気圧を p_{io} とすると増速度を求めるための以下の基礎式が得られる。

$$(\text{連続式}) \quad u_i A_i = u_o A_o = \dot{V}_i \quad (9)$$

(ベルヌイのエネルギー式)

$$p_i + \frac{1}{2} \rho u_i^2 + \rho g H \sin \Theta = p_o + \frac{1}{2} \rho u_o^2 \quad (10)$$

$$(\text{運動量保存}) \quad m \dot{v} = \rho u_o^2 A_o - mg \sin \Theta \quad (11)$$

ここで、 v は機体の速度、 Θ は発射台の傾斜角で、(11)式の右辺第 1 項が推力 T に相当する。

$$(\text{気体変化の方程式}) \quad p_i V_i^N = p_{io} V_{io}^N \quad (12)$$

ここで N はポリトロープ指数である。内封される気体が空気の場合は、 $N=1.4$ となる。

$$(\text{質量保存}) \quad \dot{m} + \rho \dot{V}_i = 0 \quad (13) \quad \text{また} \quad H = (V_i - V_i) / A_i \quad (14) \quad \text{である。}$$

上式から u_i, p_i, H, u_o を V_i の関数で表し、(10)式に代入すれば、 V_i に関する方程式がえられる。

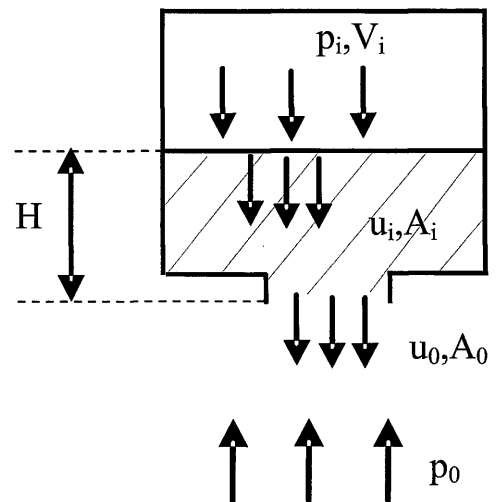


図5 推力モデル

$$p_{io} \left(\frac{V_{io}}{V_i} \right)^N - p_o = \frac{1}{2} \rho \left(\frac{\dot{V}_i}{A_o} \right)^2 \left(1 - \left(\frac{A_i}{A_o} \right)^2 \right) + \left(\frac{V_i - V_{io}}{A_i} \right) \rho g \sin \Theta \quad (15)$$

密封された空気の圧力を $n p_o$ 、ペットボトルの体積 V_i に対する封入した水の体積比を β とすれば、 $p_{io} = n p_o$ 、 $V_{io} = (1-\beta) V_i$ である。 $z = V_i / V_{io}$ とおき、(15) 式右辺第二項が微量であるためこれを無視し、変形・整理すれば (15) 式は以下となる。

$$\dot{z} = \frac{A_o}{(1-\beta) V_i} \left(\frac{2 p_o / \rho}{1 - (A_o / A_i)^2} \right)^{\frac{1}{2}} (n / z^N - 1)^{\frac{1}{2}} \quad (16)$$

(16) 式は、初期条件 $t=0$ で $z=1$ として解けばよい。水が完全に排出されると、封入された空気の体積 V_{io} はペットボトルの空体積 V_i に等しくなる。この時間を T_s とすれば、この時間までが意味のある解となる。

ロケット本体の速度 v は (11) より求められる。 $v(T_s)$ がロケットが獲得した最終的な速度で、以下これを増速度と呼ぶ。

(11) 式にて m は次式で表される。

$$m = m_b + \rho(V_i - V_i) \quad (17)$$

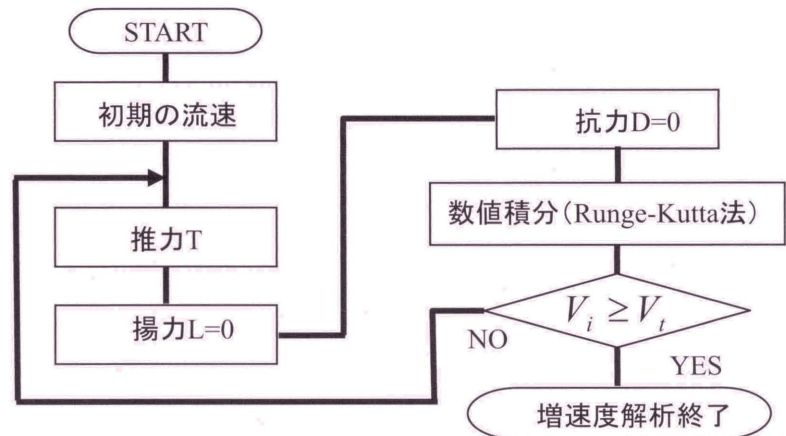


図6 機体の増速度を求める解析フロー

3.3 増速度の数値解

3.1 節で示した運動方程式は、質量、推力ともに時間の関数なので少しややこしい。封入水の噴出時間は後述されるように 0.2 秒以下と短いため、機体の運動は水の噴出までの増速度解析と、噴出後の軌道解析の 2 つに分けると解きやすい。増速度解析では、空気力の効果は無視でき、軌道解析では、推力なし、機体質量一定で解析できるため、効率的な計算ができる。前者の解析では機体を得る増速度と移動距離を求め、後者ではこの増速度と移動距離を初期条件としてその後の運動を求めることになる。前者の計算の流れを図6に示す。

増速度の計算は、前述の近大ペットロケットの諸元を基本に計算する。まず、 $V_i=500\text{ml}$ 、 $m_b=80\text{g}$ 、 $h=5\text{mm}$ 、 $\beta=1/3$ で密封空気圧 p_{io} を変化させ、(11),(15)式を数値的に解いて得た増速度を図7に示す。縦軸が増速度

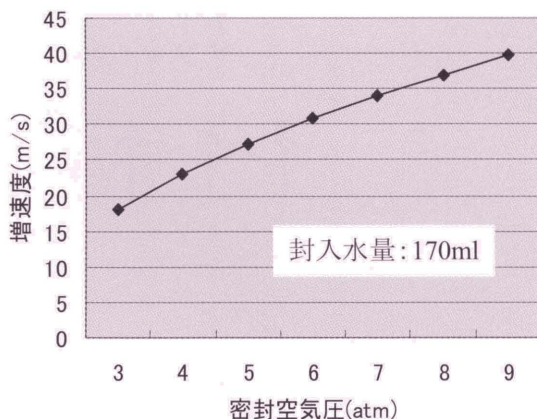


図7 増速度に及ぼす空気圧効果

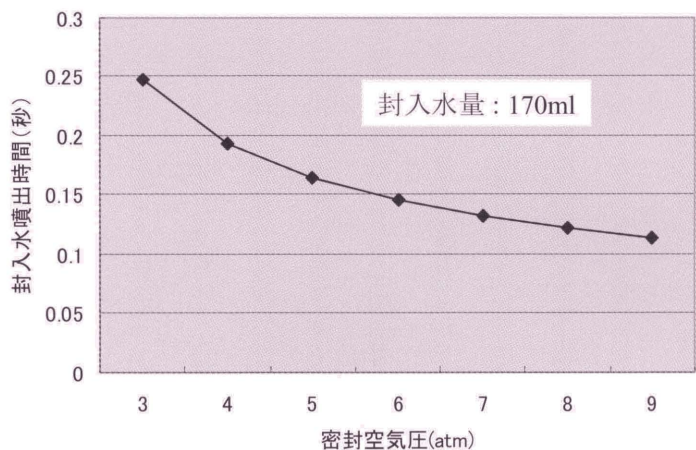


図8 封入水の噴出時間に及ぼす封入空気圧の影響

で横軸が密封空気圧である。 C_D , C_L は、すべての計算において、それぞれ 0.34 及び $2\pi\alpha$ とした。ペットボトル材料強度は 84 MPa^(5,6)であるため、空気圧は 12.2 気圧までしかかけられないので注意が必要である。圧力の増加につれ増速度も増し、35m/s 程度まで得られることが分かる。

また、図 8 には同じ条件下で得られた封入水の噴出時間を表している。図より封入空気圧が 3 気圧と低くても 0.25 秒、7 気圧程度であれば 0.13 秒と噴出時間は極めて短時間であることが分かる。

密封空気圧を 7 気圧に固定し、タンク中に入れる水の量に対して得られる増速度を図 9 に示す。縦軸が増速度、横軸はタンク体積に対して封入された水の量である。図中、(a) および (b) はペットボトルの大きさがそれぞれ 500ml 及び 1500ml の場合の結果を示す。図より、最も大きな増速度を得るには、500ml の場合には全体積のほぼ半分ほどの水を、1500ml の場合にはほぼ三分の一を封入することが必要であることがわかる。従来、増速度を得る封入水の全体積に対する割合は三分の一であると言われているが、これは 1500ml のペットボトルで成り立つだけである。一般にはこの封入水の割合はモデルごとによって変わり、必ずしも三分の一にならないことに注意せねばならない。

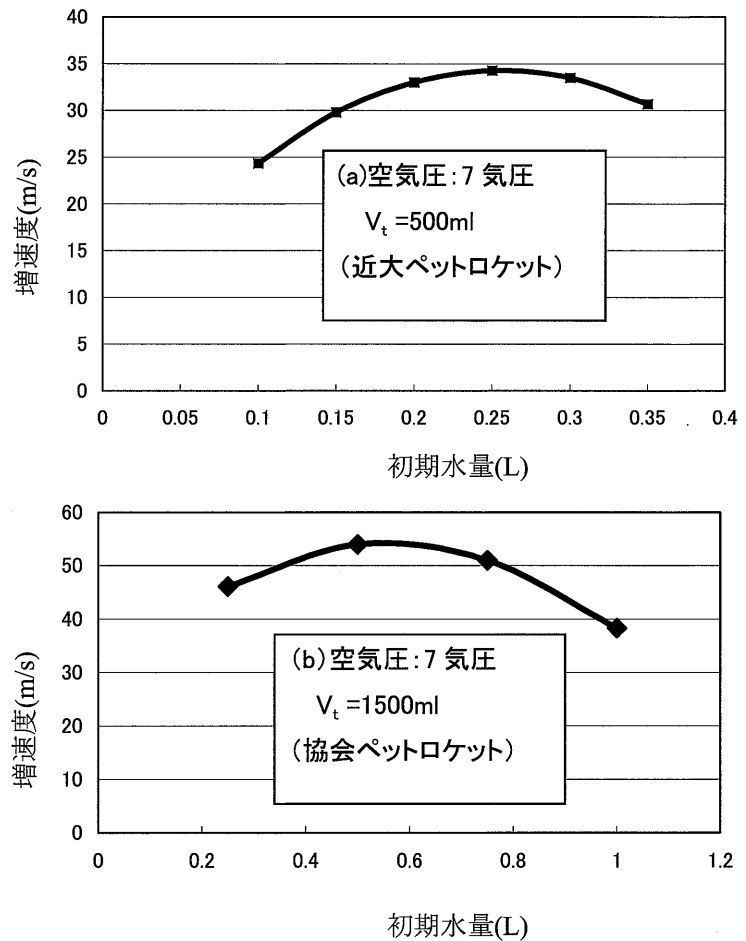


図 9 ロケット増速度に及ぼす封入水量の影響

3.4 飛行距離の数値解

ここでは、増速度解析で得られた封入水放出後の機体の増速度と移動距離を初期条件として、その後の運動を求める。この軌道解析フローを図 10 に示す。

以下、後者の解析結果を説明する。近大ペットロケットの諸元 ($m_b=80g$, $J=4.8kgcm^2$, $V_f=500ml$, $A_L=76.0cm^2$, $A_D=38.5cm^2$) にて、 $C_D=0.34$, $C_L=2\pi\alpha$, $\beta=1/2$, $p_{io}=8.0atm$ を仮定して、主要な物理パラメタ (横風の影響、ロケット発射角 Θ 、重心位置の効果) が機体の飛行性能に及ぼす影響を、基礎式 (1)~(3) を数値的に解くことで明らかにした。

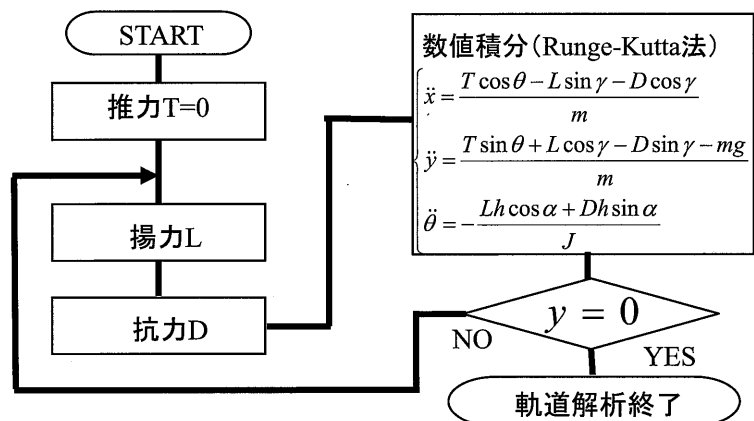


図 10 機体の軌道を求める解析フロー

まず飛行軌跡に対する横風の効果を図 11 に示す。図は縦軸が鉛直方向を、横軸が水平方向を示す。横風は水平方向のみに働くとし、速度の大きさは 10m/s とした。図より、飛行距離は向かい風で 44m、風無しで 64m、追い風で 81m で、飛行距離に及ぼす風の効果が大きいことが分かる。

次に、発射角度が飛行軌跡に及ぼす影響を図 12 に示す。発射角度としては 30°から 45°まで 5°ずつ変化させて飛行距離を調べたが、45°で最短 64m、35°で最長 67m であった。ただし 40°から 30°の間の飛行距離の変化は少ない。従って、ほぼこの辺の発射角度で打ち上げれば飛距離に大きな差は生まれない。

ロケットの飛行について、重心位置が圧力中心よりも前に来るように設計しないと、重心周りのモーメント M_z が復元モーメントにならず、宙返りなどが生じて安定に飛ばないことが知られている。これを確認したものが図 13 である。重心が圧力中心より前にあるとき、両者の距離を正の値 h で示し、この値を変化させたときの姿勢角の変化を図 13 に示す。図より、圧力中心が重心の前方 ($h=-5\text{mm}$) に有ると飛行が不安定になるが、後方であれば ($h>0$) ほぼ飛行は安定であり、 $h<30\text{mm}$ 以下では、飛行姿勢に差はほとんど見られないことが分かる。ただし h の値が大きすぎる ($h=70\text{mm}$) と安定姿勢に移るときに生じる振動が大きくなり不安定になることも分かる。この原因については明確でなく今後の課題である。 $h=5\text{mm}$ での結果は $h=30\text{mm}$ での結果とほとんど差がなく、グラフ上では一致して見える。

4. 実験

2節で述べた設計に従って製作した近大ペットロケット (500ml)、及び日本ペットロケット協会が推奨する設計に従って製作した協会ペットロケット(1500ml)について、発射角 $\theta=40^\circ$ 、密封空気圧を $p_{io}=3$ 気圧、水平方向の風速 $V_{ex}=1\text{m/s}$ (実測) の条件下で、封入水量を変えて実際に飛行させ、飛行距離を測定した。両機とも圧力中心は重心の後方 5mm となるように

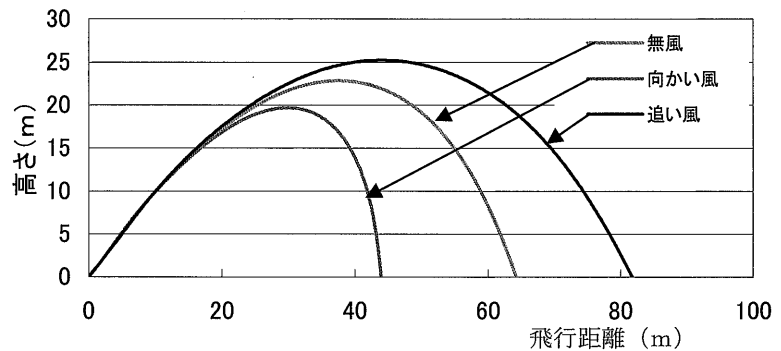


図 11 機体重心の軌跡

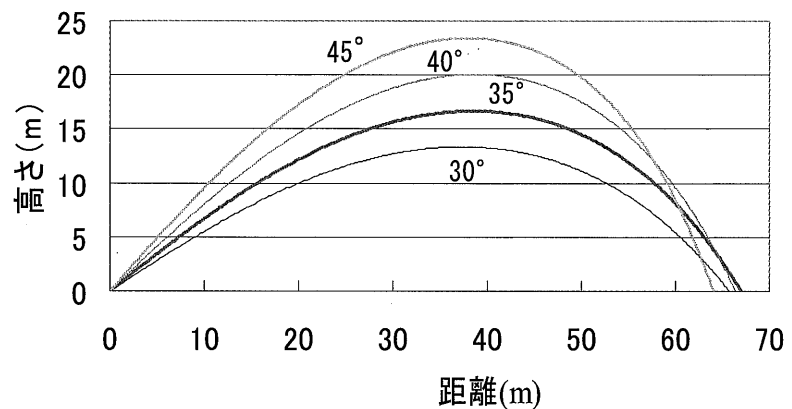


図 12 発射角度と飛行の軌跡

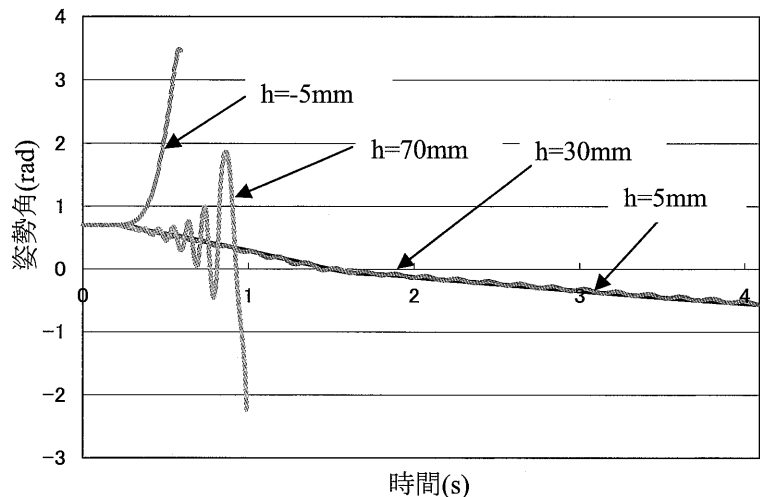


図 13 圧力中心と重心位置の差が飛行安定性に与える影響

錘で調整した。封入水量は両機とも最も飛行距離の出る水量を中心に 500ml/機では 100ml、1500ml/機では 200ml の範囲で変化させた。発射はそれぞれ 5 回おこなった。近大ペットロケットでの結果を表 1 に、協会ペットロケットでの結果を表 2 に示す。これらの結果から、1) 3 章で示した解析結果と実験結果の対応は良いこと、2) 最も良く飛ぶための封入水量の割合も近大ペットロケットで半分、協会ペットロケットで三分の一であることがわかる。

なお、500ml 及び 1500ml ペットボトルは、それぞれ外径は 69mm、95mm で異なるが、板厚は 0.5mm で同じである。このため同じ強度上の安全率を考えると、密封可能な空気圧は 500ml ペットボトルの方が約 1.4 倍高くできる。3.3 節の図 7 から、この密封空気圧の増加はほぼ同じ倍率の増速度の増加となる。さらに、この増速度は飛行距離にほぼ比例するため、この条件での飛行距離は約 1.4 倍されて 500ml 及び 1500ml ペットボトル両者の間に飛距離の差はなくなる。この意味で近大ペットボトルロケットは従来機と飛行性能も同一と考えられる。

表 1 近大ペットロケット (500ml) の飛行距離 (単位 m)

封入水量	1 回目	2 回目	3 回目	4 回目	5 回目	平均
0.15[L]	19.47	19.27	17.35	15.97	21.91	18.79
0.25[L]	24.72	18.52	19.56	23.86	27.86	22.90
0.35[L]	7.960	5.750	6.240	5.490	5.020	6.090

表 2 協会ペットロケット (1500ml) の飛行距離 (単位 m)

封入水量	1 回目	2 回目	3 回目	4 回目	5 回目	平均
0.3[L]	21.30	18.65	22.24	28.85	18.45	21.90
0.5[L]	34.83	27.03	34.26	25.17	29.06	30.07
0.6[L]	11.94	9.310	10.05	7.230	5.340	8.774

5. オープンキャンパスでのペットボトル発射大会

本学部では 2005 年より毎年夏のオープンキャンパスで、「ペットボトルロケットを飛ばそう！」の企画を好評裏に実施している。参加対象者は小学校高学年から中学生までの児童・生徒と保護者のペアである。定員は 30 組であるが、実際には毎年定員をやや越える参加者があった。

本イベントは、教室で行われる「ペットボトルロケット組み立て教室」（2 時間程度）と、その後のグラウンドでの「ペットボトルロケット発射大会」（1 時間程度）からなる。教室ではロケット推進の原理に関する初歩的な講義を行ったのち、組み立てマニュアルと材料を配布しロケットの製作をする。グラウンドではロケットの発射を行うが、ロケットからの噴出水の跳



図 1 4 近大ペットロケット打ち上げ会

ね返りによる泥の飛散を防ぐため、発射機の下にビニールシートを敷いた。ロケットの飛行距離は目視で分かるようにグラウンドに発射地点からの白線を 20 メートル間隔でひいた。

このほか大会実施上気をつけた点は、1) 教室からグラウンドへの移動時の参加者の安全確保のため、危険な箇所への要員の配置、2) 発射時の作業(参加者への発射機の操作説明、飛距離の計測・回収、発射方向の安全確認、ロケットへの給水、テントと給水施設の準備など)を明確にし、それぞれ独自の要員の配置等である。このような配慮で、大会中の事故は一度もなく無事に終了している。発射大会でのスナップ写真を図 14 に示す。

6. まとめ

手軽に製作できて楽しめる、安価な近大ペットロケットを提案し、その主要な飛行性能を明らかにした。具体的には、増速度に及ぼす封入水量や密封空気圧の効果、航続距離に及ぼす横風や発射角の効果、飛行の安定性に及ぼす重心位置の効果などが明らかにできた。また、このペットロケットは強度的観点からすれば、従来のペットロケットと飛行性能で遜色ないことが判った。

さらに、この近大ペットロケットを製作し、発射する大会をオープンキャンパスの日に企画し 2005 年、2006 年と事故もなく、成功裏に実施できた。今後、この種の打ち上げ大会で、本ペットロケットが従来機に取って代わる可能性は高く、若い人の理科離れを防ぐ良きツールの一つになるものと期待される。

参考文献

- (1) 日本ペットボトルクラブ協会インターネット支部 -PCAJapan Internet Branch、<http://www.pcaj-i.jp/>
- (2) 湯浅三郎ら：大学における小型再使用打ち上げシステムの開発研究その 2：酸化剤旋回型小型ハイブリッドロケットの開発と打ち上げ、日本航空宇宙学会誌、第 53 巻、第 616 号、pp.147-153、2005.
- (3) 金子 望、ペットボトルロケットの力学 <http://www.asahi-net.or.jp/~hy9n-kin/sec4.htm>
- (4) 谷澤一雄ら：水ロケットの運動解析、第 50 回宇宙科学技術連合講演会、2006
- (5) 日本ポリペンコ株式会社、http://www.polypenco.co.jp/products/pp_pet/
- (6) Technoform BAUTEC Japan 各種材料物性、http://www.technoform.co.jp/material_spec.html

英文抄録

Flight Performance of Kindai-Water Rocket

Kazuo Tanizawa¹, Kazuo Yamamoto¹, Kazuo Horibe¹, Takatoshi Ichino¹,
Keiko Kohmoto¹, Nobuya Aoki¹ and Muneyuki Tumura²

We present a design and a fundamental flight characteristics of the simple 500ml pet-bottle rocket which makes some special features of a low parts-number, an easy integration, a low cost in production and an excellent flight performance, which is called Kindai-water rocket. As the flight characteristics of the rocket, effects of volume of filled water and charged air pressure in the bottle on the initial velocity of the rocket, effects of a lift-off angle and velocity of the wind on the flying range, and the effect of the distance between the center of gravity of the body and the center of aerodynamic force on the flight stability are made clear. We also present the precautions to perform successfully the flight competition of this kind of water rocket.

1. Department of Intelligent Systems, Kinki University, Kinokawa, Wakayama 649-6493, Japan

2. INCS Engineering INC., Nishi-shinjuku 3-20-2, Shinjuku, Tokyo 163-1452, Japan