

## 画像上の多粒子の自動追跡ソフトウェアの効率化

報告者 大学院総合理工学研究科 環境系工学専攻 准教授 竹原幸生  
共同研究者 総合理工学研究科 東大阪モノづくり専攻 教授 江藤剛治  
工学部社会環境工学科 講師 沖中知雄  
大学院総合理工学研究科 PD 横井佐代子  
関西電力株式会社 久末信幸

### 1. 背景

研究代表者は流れ場の画像計測のため、多数のトレーサー粒子(1000×1000 画素の画像で約 10,000 個)を自動的に追跡して流速場を計測できる粒子追跡速度計測法 (Particle Tracking Velocimetry; PTV) を開発した。自動粒子追跡アルゴリズムとして、カルマンフィルターによる次時刻の粒子情報の予測、 $\chi^2$  乗検定による同一粒子の対応付け、の 2 つ要素からなり、統計・確率学的な基礎に基づいており、計測精度は現在提案されている方法の中でもトップクラスと世界的に評価されている。

最近、バイオイメージング分野においても、細胞等の試料に蛍光粒子等マーカー付着させ、その動きを顕微鏡下で画像計測し、様々な機能の解明する計測技術が進んでいる。しかし、画像計測における粒子の移動は現在人間の手で行っているのが現状である。本申請で提案する手法が開発されれば、人間の手で行って数日かかる作業がリアルタイムで行うことができる。さらに近畿大学で開発された超高速ビデオカメラと組み合わせると、これまで知られていない様々現象を明らかにすることが出来き、この分野の研究に大きな影響を与えるものと思われる。

### 2. 目的

研究代表者らが開発した PTV のためのアルゴリズムである KC 法で得られる流速データはトレーサー粒子が存在する位置でのデータとなる。通常、流れの特性量を表す渦度やせん断ひずみ速度等の微分量を求める場合、格子上的のデータとして処理する方が容易に求められる。よって、PTV により得られたランダムな位置に存在する流速分布から格子上的の位置に流速情報を内挿する必要がある。しかし、内挿によっても誤差が生じる。

本研究では、PTV により得られたランダムな位置に存在する流速分布データを、内挿により格子上的の流速分布に変換することなく、直接 PTV の結果から渦度をより正確に推定する手法の開発を行った。

### 3. 研究組織

#### 【近畿大学】

研究代表者	社会環境工学科・准教授・竹原幸生	研究総括
共同研究者	社会環境工学科・教授・江藤剛治	理論的解析
共同研究者	社会環境工学科・講師・沖中知雄	固体材料への画像計測の適用
共同研究者	P D	顕微鏡計測への適用

#### 【学外】

共同研究者	関西電力株式会社	・久末信幸	可視化実験, 数値計算
-------	----------	-------	-------------

### 4. 研究方法

#### 4.1 Moving Least Square (MLS) 法の概略

PTV 計測より求められたランダム点上の流速分布から直接渦度を求める方法として、数値計算分野の Meshless 法の 1 つとして提案されている MLS (Moving Least Square) 法を用いる。MLS ではランダムな位置に存在する誤差を含んだ流速や圧力等の物理量に対して、着目点回りで最小自乗法により多項式を当てはめ、着目点での物理量やその空間微係数等の最適値を求め、数値計算を行う方法である。着目点に物理量が存在しなくても計算ができる。本研究では PTV で得られるランダム点上の流速分布に MLS を適用し、格子点上の流速分布に変換することなく直接渦度を求める。

MLS では着目している点周辺に設定した小領域内で多項式を当てはめ、流速値等の物理量とその空間微分値を求める。本研究では、以下のような 2 次関数を当てはめる。

$$\begin{aligned} u(x, y) &= a_u x^2 + b_u xy + c_u y^2 + d_u x + e_u y + f_u \\ v(x, y) &= a_v x^2 + b_v xy + c_v y^2 + d_v x + e_v y + f_v \end{aligned} \quad (1)$$

ここで、 $(a_u, b_u, c_u, d_u, e_u, f_u)$ 、 $(a_v, b_v, c_v, d_v, e_v, f_v)$  は係数であり、小領域内の流速値から最小自乗法により求める。MLS 法では、任意の点における流速値ばかりでなく、式(1)より空間微分値も求めることができる。

本研究で対象としている渦度は、適合された 2 次曲面(1)より次式として求められる。

$$\omega = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} = (2a_v x + b_v y + d_v) - (2c_u x + b_u y + e_u) \quad (2)$$

MLS の 2 次曲線当てはめに影響を及ぼす誤差には大きく分けて、ランダム誤差とシフト誤差の 2 つがある。

#### 4.2 MLS における 2 次関数適合領域

今回提案する手法の適合法にはガウス分布の重み付き最小自乗法を用いる。適合させる

領域はガウス分布の標準偏差  $\lambda$  により規定される。江藤ら、合田は、最適な適合領域サイズ  $\lambda_{opt}$  を理論的に導いている。本論文で提案する方法は上記の考えに基づくものである。

簡単のために 1 次元の場合を説明する。基本的な式は 2 次元の場合も同じである。着目点  $x_m$  の回りに 2 次曲線を適合させる場合の重み関数を以下の式で表す。

$$W(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\lambda} \exp\left\{-\frac{(x-x_m)^2}{2\lambda^2}\right\} \quad (3)$$

$\lambda$  と等価幅  $X_L$  とは以下の関係がある。

$$X_L = \sqrt{2\pi}\lambda = \gamma\lambda \quad (4)$$

ここで、 $\gamma$  ( $\approx 2.507$ ) は定数である。

#### 4.3 最適適合領域の理論的考察

まず、シフト誤差について考察する。求める関数を  $x_m$  まわりにテーラー展開する。

$$y = f(x) = \delta_0 + \frac{\delta_1}{1!}(x-x_m) + \frac{\delta_2}{2!}(x-x_m)^2 + \frac{\delta_3}{3!}(x-x_m)^3 + \frac{\delta_4}{4!}(x-x_m)^4 + \varepsilon_x \quad (5)$$

ここで、 $\delta_n$  は関数  $y$  の  $n$  次の微係数である。 $\varepsilon_x$  は点  $x$  での 5 次以上の高次項の和である。

1 階の中央差分を考えると、以下の式となる。

$$\frac{dy}{dx} = \frac{f(x_m + \Delta x) - f(x_m - \Delta x)}{2\Delta x} = \delta_1 + \frac{\delta_3}{3!}\Delta x^2 + \frac{\varepsilon_{x_m+\Delta x} - \varepsilon_{x_m-\Delta x}}{2\Delta x} \quad (6)$$

ここで  $\varepsilon_{x_m+\Delta x}$ ,  $\varepsilon_{x_m-\Delta x}$  は、それぞれ  $x_m+\Delta x$ ,  $x_m-\Delta x$  での 5 次以上の高次項の和である。上式の  $\delta_1$  は 1 次微係数、つまり  $dy/dx$  であり、3 次以上の奇数項が大きな誤差の原因となる。 $\Delta x$  があまり大きくない範囲では、3 次の項が卓越する。よって、シフト誤差  $\varepsilon_s$  は

$$\varepsilon_s \sim \frac{\delta_3}{6}\Delta x^2 \quad (7)$$

となる。上式で  $\Delta x$  は、MLS ではおおよそ等価幅  $X_L$  の 1/2 に対応するので、

$$\varepsilon_s \sim \frac{\delta_3}{6}\left(\frac{X_L}{2}\right)^2 \sim \delta_3\lambda^2 \quad (8)$$

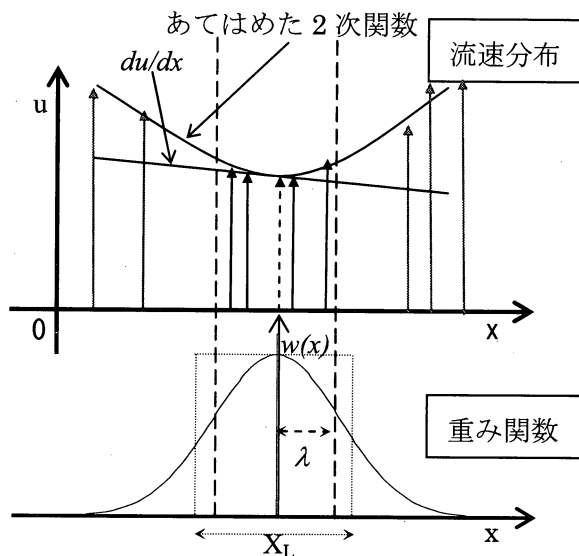


図-1 MLS による微係数の推定法の概念図

となる。よって、シフト誤差は以下の式となる。

$$\varepsilon_s = \beta_s \delta_3 \lambda^2 \quad (9)$$

ここで、 $\beta_s$ は無次元定数である。

ランダム誤差に関しては、計測値に含まれる誤差と適合領域内の計測値の個数に関する。統計学的にランダム誤差は、適合領域内での計測値の個数  $n$  の平方根に反比例し、ノイズ  $\sigma_\varepsilon$  に比例する。よって、ランダム誤差  $\varepsilon_N$  は

$$\varepsilon_N \sim \sigma_\varepsilon n^{-1/2} X_L^{-1} \quad (10)$$

となる。単位面積当たりの計測点数を  $\rho$  (particle / pixel) とすると、 $n$  と  $\rho$  の関係は次式で表される。

$$n = \rho X_L^2 = \rho \gamma^2 \lambda^2 \quad (11)$$

よって、ランダム誤差  $\varepsilon_N$  は

$$\varepsilon_N = \beta_N \sigma_\varepsilon \rho^{-1/2} \lambda^{-2} \quad (12)$$

となる。ここで、 $\beta_N$ は無次元定数である。

シフト誤差とランダム誤差の和を  $\varepsilon_T$  とする。シフト誤差とランダム誤差は互いに独立であるので、誤差の和の自乗は、それぞれの誤差の自乗和となる。

$$\varepsilon_T^2 = \varepsilon_s^2 + \varepsilon_N^2 = \beta_s^2 \delta_3^2 \lambda^4 + \beta_N^2 \sigma_\varepsilon^2 \rho^{-1} \lambda^{-4} \quad (13)$$

上式を  $\lambda$  で微分し、0 とおけば最適適合領域  $\lambda_{opt}$  が求まる。

$$\lambda_{opt} = \beta_T \delta_3^{\frac{1}{4}} \sigma_\varepsilon^{\frac{1}{4}} \rho^{-\frac{1}{8}} \quad (14)$$

ここで、 $\beta_s$  と  $\beta_N$  をまとめて一つの定数  $\beta_T$  としておく。適合領域を狭くすれば、2 次関数の適合精度が上がる。しかし、適合領域が狭くなるとデータ数が少なくなり、ランダム誤差の影響を大きく受ける。ランダム誤差の影響を少なくするため、データ数を増やすために適合領域を広くすればシフト誤差の影響が大きくなる。よって、適合領域サイズを変化させるとランダム誤差とシフト誤差のトレードオフがあり、最適な適合領域サイズが存在するはずである。

#### 4.4 シミュレーション法

今回提案する手法の適合法にはガウス分布の重み付き最小自乗法を用いる。適合させる領域はガウス分布の標準偏差  $\lambda$  により規定される。

MLS を用いた PTV 計測結果からの渦度の推定法に対して、誤差を最小にするような適合領域を決定するため、以下のようなシミュレーションを行った。

粒子を画像サイズ 1024×1024 (pixel) 内に一様乱数により発生させた。粒子の個数は 500, および 1000~10000 個の範囲で 1000 個間隔の 11 種類とした。また、発生させた粒子にサンプリング時間間隔  $\Delta T$  の間の移動量  $\Delta\xi$ ,  $\Delta\psi$  を以下の式で与えた。

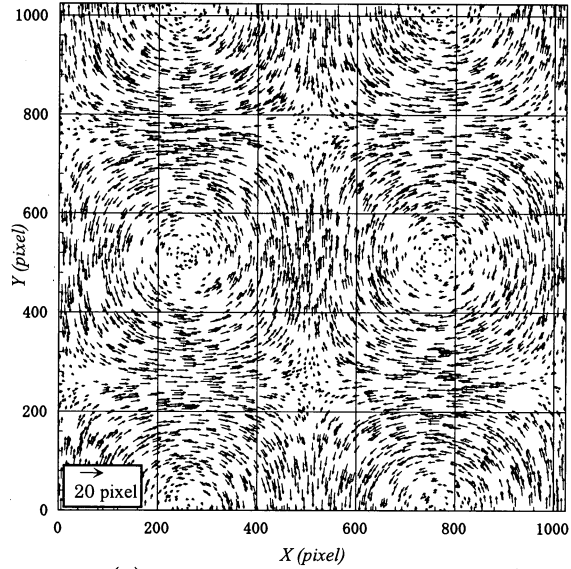
$$\begin{aligned} \Delta\xi(x, y) &= A \sin(2\pi x / L) \sin(2\pi y / L) \quad (3) \\ \Delta\psi(x, y) &= A \cos(2\pi x / L) \cos(2\pi y / L) \end{aligned}$$

ここで、 $L$  は渦のサイズを決定するパラメータで、渦の大きさは  $L/2$  となり、今回のシミュレーションでは  $L/2 = 512$  (pixel) とした。また、 $A$  はサンプリング時間間隔  $\Delta T$  での最大移動量であり、今回は一般的な PTV で計測される最大の移動距離である  $A = 10$  (pixel) とした。図-2 にシミュレーションに用いた流れ場と渦度分布を示す。

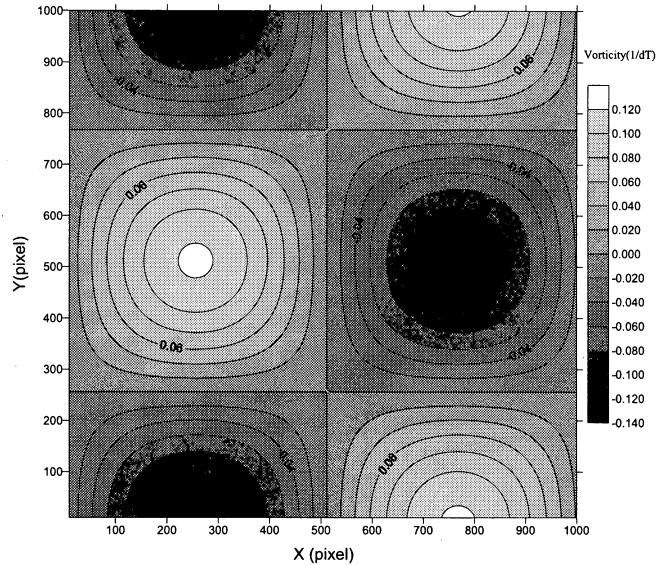
ランダム誤差による渦度推定誤差の影響を調べるため、式(3)で与えた移動量ベクトル( $\Delta\xi$ ,  $\Delta\psi$ )に、正規乱数によって発生させたノイズを加えた。PTV における測定誤差は主に画像中からの粒子位置の測定誤差となる。著者らが開発した粒子マスク相関(PMC)法では、測定誤差が標準偏差値として 0.3 pixel 以下となり、ベクトルでは 0.6 pixel 以下となる。また、PMC 法ではトレ

ーサー粒子の重なりによる誤差は粒子半径以下となり、トレーサー粒子の画像上での大きさは通常 10pixel 以下であるので、重なりによる誤差は 5pixel 以下となる。よって、今回発生させた正規乱数の条件は、平均値 0.0, 標準偏差  $S_r$  を 0.25, 0.5, 1.0, 2.0, 3.0, 5.0 (pixel/ $\Delta T$ ) の 6 種類とした。各粒子個数, 各ランダム誤差の条件に対して 10 個のデータを作成し、渦度推定法により渦度を求めた。

さらに、3 次の空間微分値の影響を調べるために、次のようなシミュレーションデータを作成し、提案した渦度推定法の最適適合領域を求めた。空間微分値を変化させるには、 $\Delta T$



(a) シミュレーションに用いた流れ場



(b) 渦度分布の真値

図-2 シミュレーションに用いた流れ場

時間の最大移動距離  $A$  を変化させるか、渦のサイズ( $L/2$ )を変化させるかの 2 種類がある。今回は  $A = 10$  pixel, 粒子数 5000 個, ランダム誤差  $S_r = 1.0$  pixel に固定して、渦のサイズに関して  $L/2 = 256, 128$  pixel の 2 つの条件のシミュレーションデータを作成した。

## 5. 研究成果

### 5.2 MLS 法による渦度推定法と従来法との比較

シミュレーション結果により MLS による渦度推定法において最適適合領域サイズを決定する式として次式を得た。

$$\lambda_{opt} = \beta_T \cdot \left| \delta_3 \right|_{ave}^{-1/4} \cdot \rho^{-1/8} s_r^{1/4}$$

$$\beta_T = 0.6274$$

図-3 に各粒子密度に対する、2 つの渦度推定法による相対誤差の比較を行った結果を示す。図中の白抜ききの印が格子変換および循環法による結果であり、黒塗りの印が MLS を用いた方法の結果である。同じ形の印はランダム誤差が同じ条件を意味している。

図-3 より得られた結果を以下に示す。

- ① 両方法においても、粒子密度が大きくなるに従い、相対誤差は減少する傾向にあるが、格子変換および循環法では、ランダム誤差が 1.0pixel 以上で、ある粒子密度以上になると誤差が増加する場合がある。これは最適平均化サイズの場合と同様に、設定した格子サイズが格子変換および循環法の空間解像度よりも小さくなっているためであると考えられる。
- ② いずれのランダム誤差、および粒子密度の条件に対しても、今回提案した MLS を用いた渦度推定法の相対誤差が、格子変換および循環法の相対誤差に比べて小さい値となっている。

MLS を用いた渦度推定法が高精度である理由として以下の点が考えられる。

- ① MLS はランダムな流速分布から直接渦度を推定できる。  
格子変換および循環法では、ランダムな流速分布から格子点上の流速分布に変換する段階で誤差が生じ、さらに循環法による渦度推定においても誤差が生じる。それに対して、MLS を用いた渦度推定法では、格子変換せ

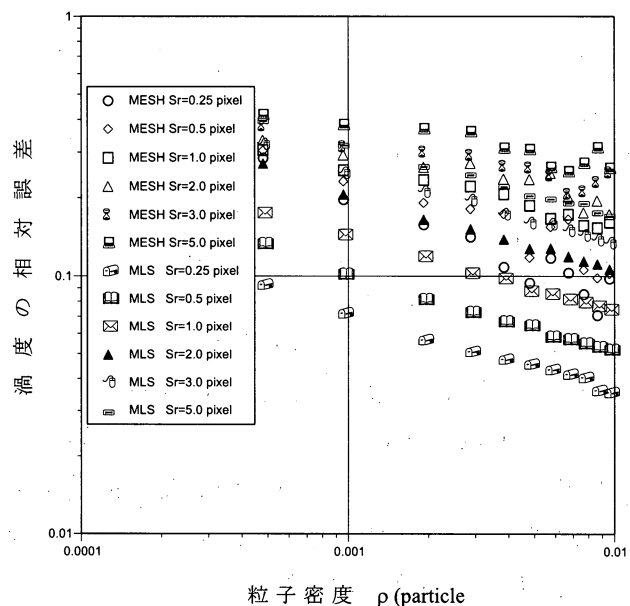


図-3 MLS を用いた渦度推定法と従来法の精度比較

ずに微係数を求めることができ、  
誤差の発生する機会が少ない。

格子変換および循環法と MLS 法  
で求めた渦度分布図の例を図-4 に示  
す。粒子数 5,000 個,  $Sr = 1.0$  pixel の  
場合の同一のベクトル分布図に適用  
したときに最も相対誤差が小さくな  
ったケースをピックアップして示し  
ている。格子変換および循環法によ  
り求めた渦度分布図は MLS 法より  
歪んだ分布形となっている。

本研究で導いた理論式により、  
MLS を用いた渦度推定法では理論的  
に最適条件を決定することができる  
ようになった。

#### 6. 今後の展開

本研究により PTV により得られ  
たランダムな位置における渦度を正  
確に求めることができるようになった。  
同様に、せん断ひずみ速度、発  
散値等も求めることができる。さら  
に PTV 結果から直接 2 次微分値の推  
定を行うことができる。これらの値  
を用いて、数値シミュレーションと  
の融合を図ることができる可能性が  
ある。特に、現時点では PTV は 2 次  
元計測であり、2 次元の計測結果か  
ら 3 次元場の流れ場を推定できる手  
法の開発が望まれる。

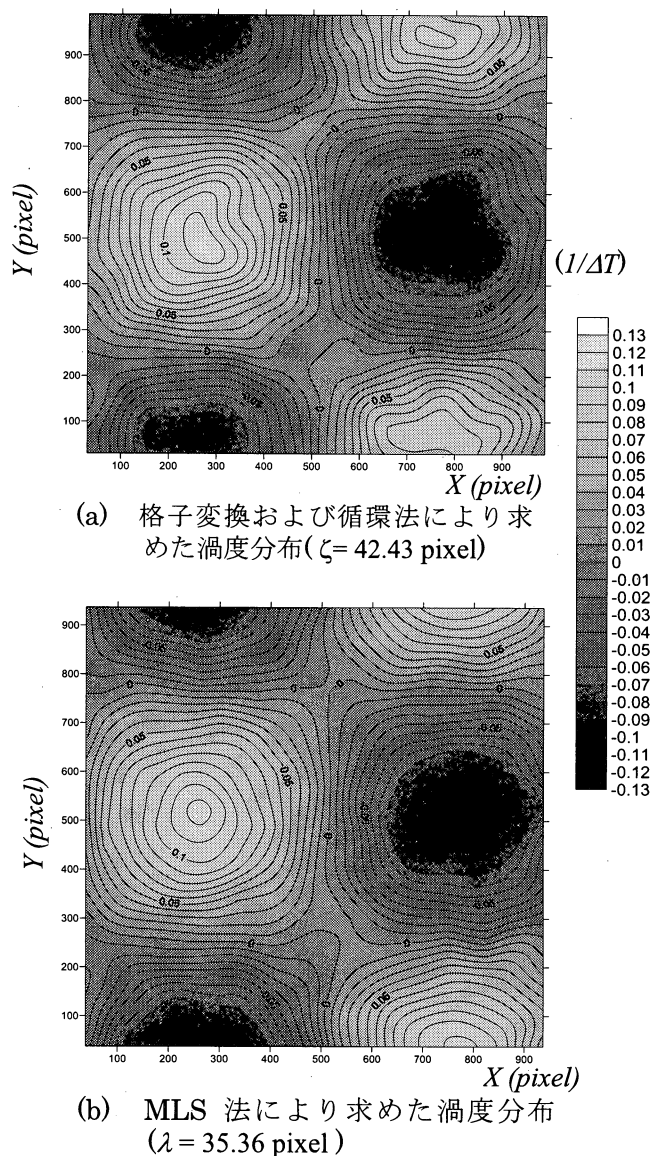


図-4 格子変換および循環法と MLS 法により  
求めた渦度分布図の比較(粒子数 5,000 個,  
 $Sr = 1.0$  pixel の場合の結果。それぞれ相対誤  
差が最小となったケースを示している。)