

博士學位論文

オーディオ用インシュレータのホーン形状に起因した
振動伝達特性が載置機器に及ぼす振動低減効果に
関する研究

令和3年1月8日

近畿大学大学院
システム工学研究科 システム工学専攻

喜 多 雅 英

目次

第 1 章	序論	1
1.1	本研究の背景	1
1.2	本研究の目的および方針	3
1.3	本論文の構成	4
第 2 章	円錐型ホーンの振動伝達特性	6
2.1	緒言	6
2.2	理論的考察	7
2.2.1	固体内の一次元波動方程式	7
2.2.2	円柱の振動伝達特性	10
2.2.3	円錐型ホーンの振動伝達特性	12
2.2.3.1	反射波を考慮しない場合	14
2.2.3.2	反射波を考慮した場合	16
2.2.4	駆動点インピーダンスの周波数特性	19
2.2.4.1	反射波を考慮しない場合	19
2.2.4.2	反射波を考慮した場合	21
2.2.5	円錐形状と交差周波数の関係	24
2.3	実験的考察	25
2.3.1	実験装置および方法	25
2.3.2	振動減衰特性の比較	26
2.4	結言	33
第 3 章	指数関数型ホーンの振動伝達特性	35
3.1	緒言	35
3.2	理論的考察	36
3.2.1	指数関数型ホーンの一次元波動方程式	36
3.2.1.1	反射波を考慮しない場合	38
3.2.1.2	反射波を考慮した場合	41
3.2.2	駆動点インピーダンスの周波数特性	45
3.2.2.1	反射波を考慮しない場合	45
3.2.2.2	反射波を考慮した場合	46
3.2.3	指数関数型ホーンの形状や材質と交差周波数の関係	50

3.3	実験的考察	51
3.3.1	指数関数型ホーンの振動減衰特性	51
3.3.2	円錐型ホーンとの比較	55
3.3.3	インシュレータの静的バネ特性の検討	56
3.4	結言	57
第4章	四端子等価回路を用いた振動伝達特性の数値解析手法	58
4.1	緒言	58
4.2	等価四端子回路を用いた入出力の表現	59
4.2.1	円柱	60
4.2.2	円錐型ホーン	63
4.2.3	指数関数型ホーン	66
4.3	波動方程式の解による結果と伝搬定数による結果の比較	76
4.4	複合インシュレータのインピーダンス特性の推定と振動減衰特性との比較	78
4.5	結言	81
第5章	オーディオ機器の振動低減と雑音低減効果	82
5.1	緒言	82
5.2	載置機器に生じる振動に起因した雑音信号	83
5.3	載置機器の振動低減効果	84
5.3.1	オーディオ用アンプへの効果	84
5.3.1.1	実験装置および手法	84
5.3.1.2	円錐型ホーンの効果	86
5.3.1.3	指数関数型ホーンの効果	89
5.3.2	スピーカへの効果	95
5.3.2.1	スピーカバッフルの振動低減効果	95
5.3.2.2	スピーカユニットにおける高調波歪の低減効果	98
5.3	結言	100
第6章	結論	101
6.1	本研究の成果	101
6.2	今後の課題	102
	参考文献	104

謝辞

第 1 章 序論

1.1 本研究の背景

近年、音響機器は普及型から高級機まで幅広く普及しており、音源（音楽ソース）、再生機器ともに大きく進歩し、再生音も質的に大きく向上している。さらには近年のデジタル技術の発達に伴い、小型、軽量、多機能でかつ低雑音の製品が製造されている。

一方で、受聴者が最終的に音波として受け取るにはアナログデバイスの影響が避けられず、アナログ信号での質的劣化の対策が必要となる。しかし、オーディオ機器を用いた音楽再生では、種々の要因により雑音が混入し、解像度の低下や不透明感など音質の劣化が生じる。具体的には、録音現場での響きや余韻、演奏者の息遣いや楽器など音源の細かな配置など音楽ソースに含まれる細かな情報を損ねてしまう。特に音像定位の不明瞭性などは、雑音により位相情報が影響を受けて合成音像の認識が曖昧になり、忠実な録音現場での音響情報の再現が困難になると考えられる。

音響機器における雑音は、通常、電源ケーブルを通して外部から混入する雑音、電源部や機器内の回路に発生する電氣的な雑音とされる。一方、直接的な原因とは認識されていないため、積極的には対策が施されていないが、音響機器に発生する振動に起因し、電磁誘導により生じる雑音も無視できない。前者の代表的な要因として、外部交流電源に存在するパルス的な雑音、CD ドライバやハードディスクなどの制御駆動力によるバイアス電圧の変動、電子素子による雑音などが挙げられる。これらの電氣的な雑音に対しては、ノイズカットトランスの設置による外部電源からの雑音の除去、適切なアース接続による循環電流の低減、回路ごとに複数の電源を使用、バイアス電圧の変動抑制、低雑音部品の選定などの対策が施され、コストが大きく上昇する原因となっている。一方で、後者の振動に起因した雑音に関して、スピーカでは機械音響変換の基準となるマグネットの振動は、音響変換において雑音として重畳し[1]、CD プレーヤなどのドライバでは振動の故にトラッキングに制御電力を消費して直流電源電圧に変動を生じ、この変動が音響信号に影響する。さらにアンプなどの電気回路では導線の振動により、地磁気などとの相互作用で誘導起電力が生じて雑音となる。このように直接的ではないにしても機器に生じる振動は、雑音混入の原因となる。オーディオ機器の振動対策は種々なされてきているが、コスト対効果の面で十分な対策がなされないのが現状と思われる。また、機器の音質向上を目指して機器自体を 1 段階、2 段階と高品質な製品を購入し直すことは実際には難しく、結局は今ある機器に対して何らかの対策を施して音質改善を目指さざるを得ない。

これらの問題に対する対策の一手法として、近年、オーディオ用アクセサリの 1 つであるオーディオ用インシュレータがしばしば採用される。現在使用されているオーディオ用

インシュレータは、金属製の円錐がオーディオ機器の脚として 1990 年代ごろから用いられ始めた。当初は円錐の頂点にスピーカを載せる形式で使われたが、その後、CD プレーヤやアンプなどを支持する目的で、円錐の頂点を床側として、底面側に機器を載せる使用法も採用され、インシュレータと呼ばれて普及してきた。さらに円錐のみでなく、円錐と円柱の組み合わせ[2-4]、円柱、四角柱（立方体、直方体等）、球[5,6]、その他、様々な形状のものに加えて、これらの要素を結合した複合型[7-9]もあって多種多様であり、材質においても金属や木材、樹脂などの硬質材料を採用した製品が発表され、使われている。

しかし、インシュレータが再生音に与える効果や動作原理については、製作者の思想や感覚的イメージがオーディオ雑誌などで広く公表されているものの、これらの科学的根拠やメカニズムは未だ明らかにされていない。インシュレータによって得られる効果については、使用したユーザーが何らかの変化を感じ取った上で、自分好みの再生音を追い求め、納得するといった現状である。またオーディオの分野において、こうした様々な対策や得られた効果を有効的と考える人がいる一方、あくまでも個人の主観に過ぎない、もしくはオカルトとして扱う人も少なくない。これらの認識の違いは、例えば、インシュレータを使用することで音に透明感が出た、躍動感がある、繊細な音である・・・など、あくまでも聴取者個人が感じた印象表現が先行して広まり、科学的な見地が圧倒的に遅れていることが最大の要因である。ただし、現在のインシュレータが 1990 年代から使用され始め、現在に至っても廃れることなく、続々と新たな製品が開発・販売されている事実、さらにオーディオショーなどのイベントやオーディオ雑誌においても定期的に特集されている事実を考慮すれば、客観的に見ても何らかの音質変化が生じていることは否めない。

オーディオ機器における振動対策の歴史は、1970 年代の LP プレーヤ全盛期まで遡る。LP プレーヤは、ピックアップでレコード盤に刻まれた音溝をレコード針でトレースすることで、機械振動を電気信号へと変換して音源を再生する[10]。そのため、LP プレーヤには駆動部としてモータやターンテーブルなど機器自体に振動源を持ち、さらにスピーカから放射された音により機器全体が加振されることを踏まえれば、外部振動の影響を受けやすい機器と言える。これらの不要振動はカートリッジの針へ伝達し、ハウリングや音飛びなど、再生音に雑音成分として重畳して再生されてしまう。したがって、LP プレーヤにおいては、ターンテーブルの不要振動を吸収するために用いられるターンテーブルマット[11]や回転の安定性、レコード盤の反りや回転時における固有振動を抑制するために用いられるスタビライザ[12,13]など様々な振動対策手法が提案され使用されてきた。これらの振動対策の一つとして、インシュレータは当初、スピーカの振動を絶縁する目的で使用され、インシュレータと呼ばれている。それ以前には、LP プレーヤに共振周波数が低く設計されたバネ支持が使われ[14-20]、共振周波数の 1.4 倍以上の周波数で振動絶縁効果が生じることはよく知られている[21,22]。しかし、ここで採り上げるインシュレータは、形状は様々であっても固体であり、静的バネとみなしても載置機器の質量による共振周波数は数百 Hz に及び、インシュレータ（振動絶縁）としての動作は 1 kHz 以上と概算できるが、実際、

金属製のインシュレータが機器に対してどのような働きをしているかは疑問である。特に円錐など断面積が変化する場合、使用する方向により特性が逆転する可能性もあり、載置機器にどのような影響を及ぼすか、インシュレータの特性を解析しておく必要がある。さらに、大きさや材質なども周波数特性に影響する可能性が高く、形状および材質因子を含めてインシュレータの特性を検討する必要がある。

インシュレータの使用状況を考慮すると、インシュレータの効果は、機械的な効果（特に振動伝搬特性）に係わると推測できる[23, 24]。これまで指数関数型や円錐型の固体ホーンの振動伝搬特性の解析は、超音波領域における形状による共振特性の変化や振幅拡大率、アクチュエータの設計などの領域で種々検討[25-33]されている。しかし、音質や音像定位に寄与する数 kHz~10 数 kHz の領域を含むカットオフ周波数より低い周波数領域に対して言及した文献は見当たらない。すなわち、振動伝搬の効率から眺めるなら、カットオフ周波数以下の周波数帯域での利用は無意味であると考えられている。

しかし実際は、固体ホーン形状を持つインシュレータを使用することによって、音質の変化が生じていることは、先行研究[34-36]の結果から明らかであり、可聴領域における振動状態に何らかの影響が生じていると推察される。また、インシュレータが機器を支える「脚」として、通常用いられる（断面積がほぼ一定な）「ゴム脚」や高分子材料の「脚」に対し、付加価値的機能を持たせることでオーディオ機器の特性が改善されるなら、有意義な使用方法となると考えられる。

1.2 本研究の目的および方針

本研究は、オーディオ機器の音質の調整に用いられるオーディオ用インシュレータ（以下、インシュレータと略）を対象とし、これまで明らかにされていなかった固体ホーン形状を含むインシュレータの動作の解明および最適な効果を得るための設計法を見出すことを目的に、(1)音声周波数領域を中心として振動伝搬特性を解析し、(2)より複雑な形状に対しても応用できる解析手法の提案、さらに、(3)インシュレータが与える載置機器や再生音への影響や効果について、実験的立場から明らかにすることを目的とする。

一般的にインシュレータの役割は、①載置機器に生じる振動を床へ伝達する「振動低減効果」と、②床やキャビネットから載置機器側への「振動絶縁効果」と、オーディオ雑誌などで言われている。これらの効果の本質は、インシュレータ内における振動伝達のし易さ、つまり伝達方向によって、高インピーダンスによる振動絶縁または低インピーダンスによる振動伝達（除去）、加振側および伝達側に接続されるインピーダンスとの関係性にあると推測し、これを検証するための解析と実験を行う。

解析対象は、直方体を含めて断面積が一定な代表として円柱、また、断面積が一定割合で変化する円錐型ホーンに加えて、インシュレータとして円錐より高い効果を期待し、音響ホーンでもその効果が認められている指数関数型ホーンの 3 形状を採用した。円錐およ

び指数関数型ホーンは頂点を加振するか、底面を加振するかの方角性を考慮して検討する。球形状や特殊な形状を除き、立方体などを含めて主だった形状のインシュレータについて、振動伝達特性の把握ができるものとする。

- (1) インシュレータの振動伝達特性について、理論解析では音響管や音響ホーン[37-42]、梁の縦振動の解析[43-46]を参考に、振動伝搬に関する波動方程式を有限な境界条件の下で解き、加振点から見たインピーダンス特性を導出する。加振点からインシュレータへ向けて振動エネルギーの流入を評価するためである。厳密には、端部における振動の結合状態を把握する必要があるが、簡単のため要素間の結合は密であることを仮定する。得られた評価式に、形状因子や材質因子を導入して、加振点から見たインピーダンスの周波数特性を求めた。また実験的考察では、円柱と円錐型ホーンに対し、振動減衰特性を測定し、シミュレーション結果と比較する。
- (2) 波動方程式の一般解に対し、有限な境界条件を与えて解く(1)の解析手法においては、振動源の内部インピーダンス、負荷インピーダンスに対して解析し直す必要があり、特に複雑な構造の系に対して扱いにくい面が残されている。そこで、より容易にインシュレータの動作の解明でき、複合形状に対しても対応可能な解析手法を見出すことを目指す。具体的には、加振部から見たインピーダンスの評価、振動エネルギーの流入特性の評価により整合した表現を得るため、四端子回路網の伝搬定数を採用する。具体的には四端子回路網の考え方[47]に基づき、インシュレータを等価四端子回路で表現し、各ホーン形状の伝搬定数およびインピーダンス整合によるエネルギー伝達の効率を考慮し、振動源から見たインシュレータへの入力インピーダンスを用いて振動エネルギーの流入特性の評価を試みる。
- (3) インシュレータの載置機器への効果を明らかにするため、測定対象としてオーディオ用アンプとスピーカを採用し、インシュレータの使用による筐体の振動速度レベルの変化を比較するとともに、(1)および(2)で得られたインシュレータの振動伝達特性や振動減衰特性との対応関係について確認し、再生音への影響についても検討する。

1.3 本論文の構成

本論文は6つの章から構成されている。

第1章では、本論文の研究背景と目的および本論文の構成を述べた。

第2章では、オーディオ用インシュレータとして広く用いられる円錐型ホーンに加え、比較対象として円柱を採り上げ、ホーン形状が載置機器にどのような効果を与えるかについて考察する。まず、梁の縦振動および音響ホーンの理論解析について述べ、ホーン内を伝搬する振動の波動方程式を導出した。得られた解に対して、簡単のため反射波を0と近

似した境界条件と、有限なインピーダンスが接続された2種類の境界条件をそれぞれ与えて、可聴領域におけるインピーダンスの周波数特性をそれぞれ求める。数値計算から得られた駆動点インピーダンスの周波数特性について、ホーン形状が持つ振動伝達特性の方向性について検討する。さらにインシュレータの振動減衰特性を測定し、数値計算結果と比較する。

第3章では、円錐型ホーンより高い効果を期待して、指数関数型ホーンのインシュレータを提案する。第2章と同様に波動方程式の解に有限な境界条件を与え、加振点からみたインピーダンスの周波数特性を求める。また実際に指数関数型ホーンを作製し、測定で得られた振動減衰特性と数値計算結果を比較し、指数関数型ホーンの振動伝達の方向性について検討する。また、指数関数型ホーンとほぼ同じ交差周波数を持つ円錐型ホーンとの振動減衰量の違いについても比較する。

第4章では、第2および3章で用いた解析手法の問題点を解消するとともに、単一要素を組み合わせた複合形状のインシュレータに対して、振動伝達特性を導出する手段として、伝搬定数を用いた振動伝達特性の解析手法を提案する。第2および3章扱った円柱および円錐、指数関数型ホーンの伝搬定数を導出し、第2および3章の数値計算結果と同様の結果が得られるかを確認する。また複雑な形状の一例として、円柱と円錐を組み合わせた複合型ホーンに対し、四端子素子の直列接続として全体の系を求めて数値計算を行い、振動減衰特性の測定結果と比較することで本手法の有効性を示す。

第5章では、第4章までで得られたインシュレータの特性を踏まえ、インシュレータがオーディオ機器に与える影響を実験的に検討するため、オーディオ用アンプとスピーカを採り上げ、機器の振動状態の変化および振動低減効果を比較する。また、得られた載置機器の振動低減効果の周波数特性とインシュレータの振動伝達・減衰特性との関係について検討するとともに、載置機器の振動低減効果が与える再生音への影響についても述べる。

最後の第6章では、本論文の成果と今後の課題について述べる。

第2章 円錐型ホーンの振動伝達特性

2.1 緒言

1970年代からLPプレーヤ用として用いられてきたオーディオ用インシュレータは、ゴムやバネといった弾性体を素材として、主に円柱などの断面積がほぼ一定な形状を持つ製品が広く販売・使用されていた。そして、その効果は、インシュレータを柔らかいバネとみなして共振周波数を数～数10 Hz程度まで低く設計することで、床やキャビネットから伝達するパルスで高域まで含む振動を絶縁する効果や弾性体による振動吸収効果を目的として、理論的背景を基に開発されてきた[14-20]。

一方で、近年（1990年代から）使用されているインシュレータを構成する要素の代表として、円柱や円錐型ホーン、さらにそれらを組み合わせた形状が広く用いられている。特に円錐型ホーンについては、断面積が変化する形状であることを踏まえれば、円錐の頂点から底面、または底面から頂点と、使用する方向により特性が逆転する可能性もある。また材質は木材や石材、金属材料など、従来のもものと比べてバネ定数が大きく、共振周波数が数100 Hzから数kHzに及ぶ固体材料が多く使われている。したがって、現在のインシュレータは、目的や得られる効果が従来のものとは異なると推察される。そのため、現在広く使用されているインシュレータがどのような効果を持ち、載置機器にどのような影響を及ぼすか、インシュレータの特性を解析しておく必要がある。

本章では、インシュレータの働きについて理論的に明らかにするため、解析対象として直方体を含めて断面積が一定な代表として円柱、また、断面積が一定割合で変化する円錐型ホーンを解析対象として採り上げる。円錐型ホーンは頂点を加振するか、底面を加振するかの方向性を考慮して検討する。球形状や特殊な形状[5-9]を除き、立方体などを含めて主だった形状のインシュレータについて、振動伝達特性の把握ができるものとする。

まず理論解析において、音響ホーン[37-42]や梁の縦振動[43-46]で培われた知見に基づき、振動伝搬に関する波動方程式を有限な境界条件の下で解き、加振点から見た駆動点インピーダンスを導出する。加振点からインシュレータへ向けて振動エネルギーの流入特性を評価するためである。厳密には、端部における振動の結合状態を把握する必要があるが、簡単のため要素間の結合は密であることを仮定している。得られた評価式に、形状因子や材質因子を導入して、加振点でのインピーダンスの周波数特性のシミュレーションを行った。

ただし、駆動点インピーダンス自体を測定することは困難であるため、実験的考察では、真鍮を用いて作製した円柱といくつかの円錐に対して、底面または頂点を加振した際の加振側および伝達側の振動速度レベルを測定し、これらの差を振動減衰特性として求め、シミュレーション結果と比較した。

2.2 理論的考察

解析対象は、図 2-1 に示すように断面積が変化しない円柱と断面積が変化する円錐（厳密には上底面の直径が十分小さい円錐台）とし、振動伝達特性の解析を試みる。円錐は振動伝搬方向を考慮し、図 2-1(b)に示す頂点 (Throat) を加振して底面 (Mouth) に向かう Normal 方向と、(c)に示すような底面から頂点に向かう Inverse 方向について解析する。解析対象は、図中の高さ h で示される部分で、円柱の断面積を S 、円錐の断面積は Throat および Mouth でそれぞれ S_t および S_m とする。頂点は同一物質の受け皿（薄い円柱）、また底面は薄い円柱を介して外部に接続される。境界条件は入力側を加振し、出力側から外部に伝達されるとして与える。加振源からインシュレータへの振動伝搬特性は、出力端に接続される負荷インピーダンスを考慮して、駆動点インピーダンスで評価を試みる。

2.2.1 固体内の一次元波動方程式

固体内を伝搬する振動は、断面積が連続的に変化する梁の縦振動として解かれる。しかし、インシュレータで用いられる円錐は断面積の広がり急であり、厳密な解を求めるのは困難ではあるが、近似的な特性の把握は可能と考える。円柱および円錐における理論解析は、音響ホーン[37-42]や梁の縦振動問題[43-46]と同様に進めることができる。

一般的にインシュレータとして用いられるホーンは数 cm 程度であり、オーディオ機器の再生音に与える影響は可聴領域が主であると推察される。したがって、ホーンの長さおよび径は、インシュレータ内部を伝搬する振動の波長に対して 1/10~1/100 倍程度と十分に小さいとみなせる。この近似から、ホーン内部の振動伝搬はホーンの軸方向に沿った平面波として考察することが出来る。これらの条件から、固体内部の振動伝搬について波動方程式を立てて検討を試みる。

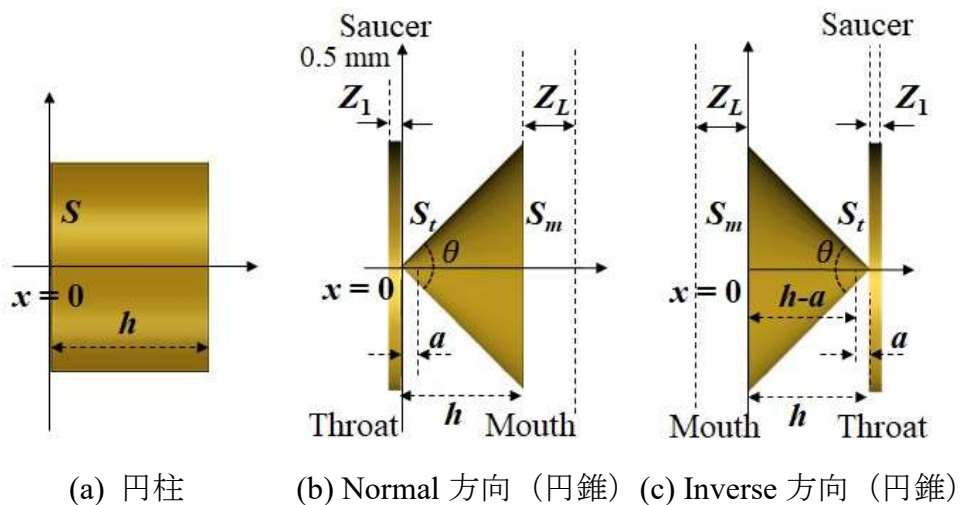


図 2-1 円柱および円錐型ホーンの側面図

ここで、固体（ホーン）内部を伝搬する振動を平面波と仮定し、図 2-2 に示す各辺の長さが δx , δy , δz で構成される微小な体積要素について、1 方向での体積変化量を考える（図 2-2(a)）。今、微小体積の yz 面において変位 $u(x, t)$ が生じた場合、右側 ($u(x, t) + dx$) での変位の変化量は $u + \{\partial u(x, t)/\partial x\}dx$ となる。したがって、 x 軸に生じる体積変化 ΔV は、

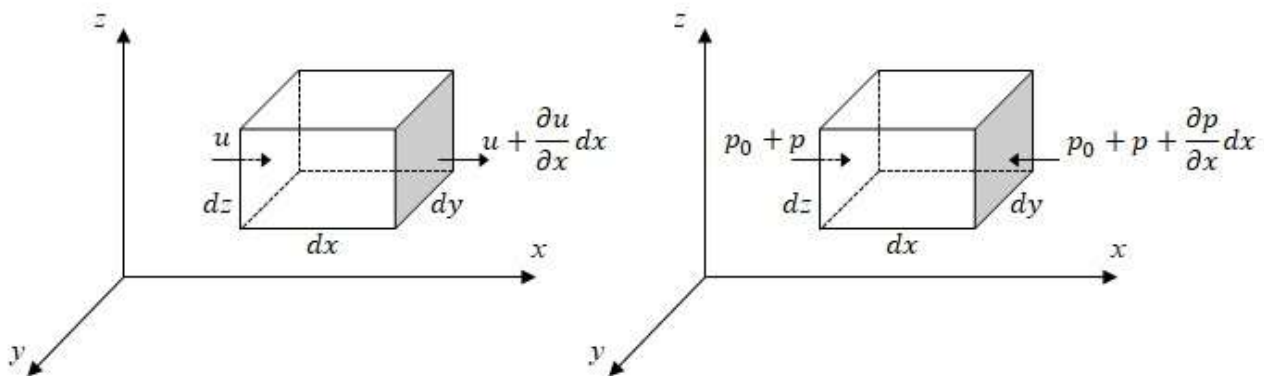
$$\Delta V = \frac{\partial u(x, t)}{\partial x} dx dy dz \quad (2.1)$$

で表せ、ここで微小体積の x 軸方向で生じる応力 $p(x, t)$ は、縦弾性係数 E として、

$$\begin{aligned} -p(x, t) &= E \frac{\Delta V(x, t)}{V(x, t)} \\ &= E \frac{\partial u(x, t)}{\partial x}. \end{aligned} \quad (2.2)$$

次に、微小体積に生じる応力変化について考える。図 2-2(b)に示すように、変位 u に応力 $p(x)$ が生じた場合、 $u(x, t) + dx$ に生じる応力 $p(x, t)$ の変化量は、変位 u 同様、 $p(x, t) + \{\partial p(x, t)/\partial x\}dx$ で表せ、微小体積の密度を ρ とすれば、ニュートンの第 2 法則より、運動方程式は、

$$-\frac{\partial p(x, t)}{\partial x} dx dy dz = \rho \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} dx dy dz. \quad (2.3)$$



(a) 微小体積要素の変位

(b) 微小体積要素に作用する応力

図 2-2 微小体積要素における変位と応力の関係

すなわち,

$$-\frac{\partial p(x,t)}{\partial x} = \rho \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2}, \quad (2.4)$$

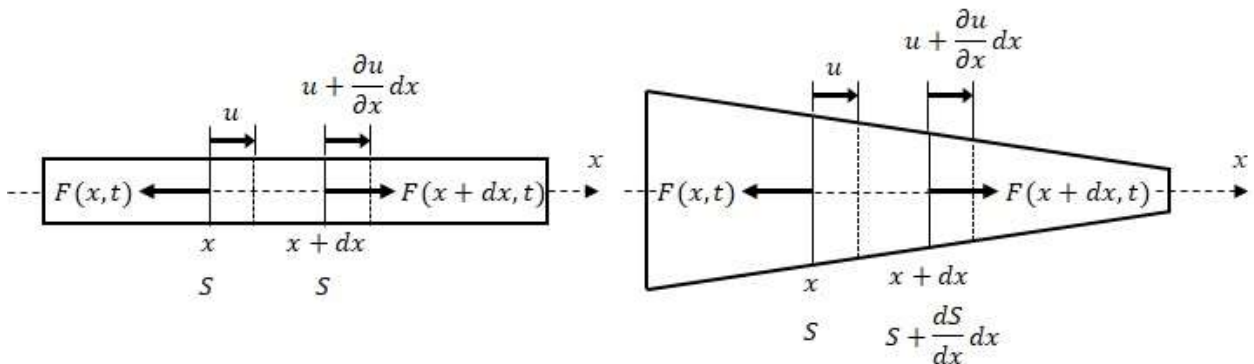
となる. 次に, 図 2-3(a)のような断面積が一様な梁の振動を考える. 断面積を S とすると, 位置 x において変位 $u(x,t)$ が生じたとき, 体積変化量 $\Delta V(x,t)$ は,

$$\begin{aligned} \Delta V &= S \left\{ u(x,t) + \frac{\partial u(x,t)}{\partial x} dx \right\} - Su(x,t) \\ &= S \frac{\partial u(x,t)}{\partial x} dx \end{aligned} \quad (2.5)$$

と表せる. 一方で, 図 2-3(b)のような断面積が x 軸に沿って連続的に変化する場合, 位置 $x + dx$ において, 断面積は $S(x) + \{dS(x)/dx\}dx$ となり, (2.5)式は,

$$\begin{aligned} \Delta V &= \left\{ S(x) + \frac{dS(x)}{dx} dx \right\} \left\{ u(x,t) + \frac{\partial u(x,t)}{\partial x} dx \right\} - Su(x,t) \\ &= \left\{ S(x) \frac{du(x,t)}{dx} + u(x,t) \frac{dS(x)}{dx} \right\} dx + \left(\frac{dS(x)}{dx} \right) \left(\frac{\partial u(x,t)}{\partial x} \right) dx^2 \\ &\cong \left\{ S(x) \frac{du(x,t)}{dx} + u(x,t) \frac{dS(x)}{dx} \right\} dx. \end{aligned} \quad (2.6)$$

断面に生じる応力 $p(x,t)$ は,



(a) 一様な梁の縦振動

(b) 断面積が変化する梁の縦振動

図 2-3 梁の縦振動

$$\begin{aligned}
-p(x,t) &= E \frac{\Delta V(x,t)}{V(x,t)} \\
&= E \frac{\left\{ S(x) \frac{\partial u(x,t)}{\partial x} + u(x,t) \frac{dS(x)}{dx} \right\} dx}{S(x) dx} \\
&= E \left\{ \frac{\partial u(x,t)}{\partial x} + \frac{u(x,t)}{S(x)} \frac{dS(x)}{dx} \right\}. \tag{2.7}
\end{aligned}$$

(2.7)式に対し、時間に関して2階微分を行うと、 $\partial p(x,t)/\partial x = -\partial^2 u(x,t)/\rho \partial t^2$ より、

$$\begin{aligned}
-\frac{\partial^2 p(x,t)}{\partial t^2} &= E \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} + \frac{1}{S(x)} \frac{\partial S(x)}{\partial x} \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} \right\} \\
&= -\frac{E}{\rho} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} + \frac{1}{S(x)} \frac{\partial S(x)}{\partial x} \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} \right\}. \tag{2.8}
\end{aligned}$$

ただし、 ρ は媒質の密度を表し、 $c^2 = E/\rho$ とすと、梁を伝搬する振動の波動方程式は、中心軸を x 軸とし、 x における内部の応力 $p(x,t)$ は、次の波動方程式、

$$\frac{\partial^2 p(x,t)}{\partial x^2} + \frac{1}{S(x)} \frac{dS(x)}{dx} \frac{\partial p(x,t)}{\partial x} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p(x,t)}{\partial t^2} \tag{2.9}$$

で与えられる[37-42]. ここで c は媒質内の伝搬速度で、縦弾性係数 E と媒質の密度 ρ を用いて $c^2 = E/\rho$ である. さらに $S(x)$ は x における断面積であり、 x に対する変化は緩やかであると仮定する. また、 x 軸方向の変位を $u(x,t)$ とおくと、 $p(x,t) = Edu(x,t)/dx$ であり、振動速度は、 $\dot{u}(x,t) = (j/\omega\rho) dp(x,t)/dx$ で与えられる. 以下、円柱と円錐に対して(2.9)式の解を求める.

2.2.2 円柱の振動伝達特性

図 2-1(a)に示す円柱に対して(2.9)式は、第二項が 0 となり次式となる.

$$\frac{\partial^2 p(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p(x,t)}{\partial t^2} \tag{2.10}$$

一般解 $p(x,t)$ を得るにあたって、 $p(x,t) \propto e^{j\omega t}$ および $p(x,t) \propto e^{gx}$ と仮定して、(2.10)式の解を

$$p(x, t) = p_0 e^{gx} e^{j\omega t} , \quad (2.11)$$

とおくと, (2.10)式の各項は, それぞれ

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 p(x, t)}{\partial t^2} &= -\omega^2 e^{j\omega t} \\ \frac{\partial^2 p(x, t)}{\partial x^2} &= g^2 e^{gx} \end{aligned} \right\} \quad (2.12)$$

となり, (2.10)式へ代入し, $k = \omega/c$ を定義することにより,

$$\begin{aligned} g^2 &= -\frac{\omega^2}{c^2} \\ g &= -jk . \end{aligned} \quad (2.13)$$

したがって, (2.10)式の一般解 $p(x, t)$ は,

$$p(x, t) = (\lambda_1 e^{-jkx} + \lambda_2 e^{jkx}) e^{j\omega t} . \quad (2.14)$$

さらに振動速度 $\dot{u}(x, t)$ は,

$$\begin{aligned} \dot{u}(x, t) &= j \frac{1}{k\rho c} \frac{\partial}{\partial x} p(x, t) \\ &= \frac{\lambda_1 e^{-jkx} - \lambda_2 e^{jkx}}{\rho c} e^{j\omega t} \end{aligned} \quad (2.15)$$

と音響管と同様の形で与えられる. ここで λ_1 および λ_2 は, 境界条件によって定められる積分定数である. ここで境界条件は $x = 0$ において $\dot{u}(0, t) = \dot{u}_0 \exp(j\omega t)$ で, さらに円柱の先に同一素材 (特性インピーダンス ρc) の物体が接続されていると仮定すれば, $x = h$ における境界条件は, $p(h, t)/\dot{u}(h, t) = \rho c$ となり, 積分定数は,

$$\lambda_1 = \rho c \dot{u}_0 , \quad \lambda_2 = 0 \quad (2.16)$$

で与えられる. つまり, $\lambda_2 = 0$ から, 反射波がない形として, 応力 $p(x, t)$ および振動速度 $\dot{u}(x, t)$ はそれぞれ次式で表せる.

$$\left. \begin{aligned} p(x, t) &= \rho c \dot{u}_0 e^{-jkx} e^{j\omega t} \\ \dot{u}(x, t) &= \dot{u}_0 e^{-jkx} e^{j\omega t} \end{aligned} \right\} \quad (2.17)$$

結局、円柱は形状が左右対称であり、加振点が $x = 0$ であっても、また $x = h$ であっても振動の伝達に方向性は生じない。

ここで、固体ホーンのような線形の機械系において、加振源から見た伝達側への振動伝達のし易さを評価するため、ある 1 点における応力と速度の比、つまり単位面積当たりにおける機械インピーダンスを用いて振動の応答性から評価する。また、インシュレータに伝達される振動エネルギーの大小は、インピーダンス整合に基づけば、加振源の内部インピーダンスと駆動点インピーダンスの比の大小関係に依存しており、駆動点インピーダンスの実部により振動伝達特性を把握することが出来る。円柱における、駆動点インピーダンス $Z(0, t)$ または $Z(h, t)$ は、(2.17)式より次式となる。

$$\begin{aligned} Z(0, t) &= Z(h, t) \\ &= \frac{p(0, t)}{S \dot{u}(0, t)} \\ &= \frac{\rho c}{S} \end{aligned} \quad (2.18)$$

(2.18)式より、円柱の駆動点インピーダンスは、密度や伝搬速度など材質のパラメータと形状因子である断面積に依存するが、周波数に依存せず一定の値であることが示される。

2.2.3 円錐型ホーンの振動伝達特性

図 2-1(b), (c)に示す円錐型ホーンの頂角を θ 、高さを h とする。Normal 方向と Inverse 方向に対して、位置 x での断面積はそれぞれ以下のように与えられ、

$$S(x) = \begin{cases} \pi \left(x \tan \frac{\theta}{2} \right)^2 & \text{(Normal 方向)} \\ \pi \left\{ (h - x) \tan \frac{\theta}{2} \right\}^2 & \text{(Inverse 方向)} \end{cases} \quad (2.19)$$

結局、(2.9)式は、各方向に対して次式となる。

$$\frac{\partial^2 p(x, t)}{\partial x^2} + \frac{2}{x} \frac{\partial p(x, t)}{\partial x} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p(x, t)}{\partial t^2} \quad (\text{Normal 方向}) \quad (2.20)$$

$$\frac{\partial^2 p(x, t)}{\partial x^2} - \frac{2}{h-x} \frac{\partial p(x, t)}{\partial x} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p(x, t)}{\partial t^2} \quad (\text{Inverse 方向}) \quad (2.21)$$

ここで、(2.20)式の解 $p(x, t)$ について、 $p(x, t) \propto e^{j\omega t}$ および $p(x, t) \propto e^{gx}/x$ と仮定して、

$$p(x, t) = \frac{1}{x} p_0 e^{gx} e^{j\omega t} \quad (2.22)$$

とおくと、(2.20)式の各項は、それぞれ

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 p(x, t)}{\partial t^2} &= -\frac{1}{x} \omega^2 p(x, t) \\ \frac{\partial p(x, t)}{\partial x} &= \left(\frac{g}{x} - \frac{1}{x^2} \right) p(x, t) \\ \frac{\partial^2 p(x, t)}{\partial x^2} &= \left(\frac{g^2}{x} - \frac{2g}{x^2} - \frac{2}{x^3} \right) p(x, t) \end{aligned} \right\} \quad (2.23)$$

と得られる。これらを(2.20)式に代入すると、 $k = \omega/c$ を用いて、

$$\begin{aligned} g^2 + k^2 &= 0 \\ g &= \pm jk \end{aligned} \quad (2.24)$$

となり、この一般解 $p(x, t)$ および振動速度 $\dot{u}(x, t)$ は、球面波と同様な解として得られ、

$$\left. \begin{aligned} p(x, t) &= \frac{\lambda_3 e^{-jkx} + \lambda_4 e^{jkx}}{x} e^{j\omega t} \\ \dot{u}(x, t) &= \frac{\lambda_3 (1 + jkx) e^{-jkx} + \lambda_4 (1 - jkx) e^{jkx}}{jk\rho c x^2} e^{j\omega t} \end{aligned} \right\} (\text{Normal 方向}). \quad (2.25)$$

Inverse 方向についても、同様に一般解 $p(x, t)$ および振動速度 $\dot{u}(x, t)$ は次式となる。

$$\left. \begin{aligned} p(x, t) &= -\frac{\lambda_5 e^{jk(h-x)} + \lambda_6 e^{-jk(h-x)}}{h-x} e^{j\omega t} \\ \dot{u}(x, t) &= \frac{\lambda_5 \{1 - jk(h-x)\} e^{jk(h-x)} + \lambda_6 \{1 + jk(h-x)\} e^{-jk(h-x)}}{jk\rho c(h-x)^2} e^{j\omega t} \end{aligned} \right\} \quad (2.26)$$

(Inverse 方向)

2.2.3.1 反射波を考慮しない場合

円錐型ホーンを始めとして球面波や音響ホーンなどの解析は、自由空間や無限長のホーンなどで広く知られているが、理論考察では簡単のため、反射波（後退波）は存在しない、または進行波と比べて十分小さいと仮定して、(2.25)式や(2.26)式中の第二項、すなわち反射波を 0 として考察を進めることが多い[40, 42]。本解析においても同様の仮定の下、得られた一般解について解き進める。したがって、前項で得られた **Normal**, **Inverse** 方向における応力 $p(x, t)$ および振動速度 $\dot{u}(x, t)$ の結果（(2.25)式および(2.26)式）はそれぞれ、

$$\left. \begin{aligned} p(x, t) &= \frac{\lambda_3' e^{-jkx}}{x} e^{j\omega t} \\ \dot{u}(x, t) &= \frac{\lambda_3' (1 + jkx) e^{-jkx}}{jk\rho c x^2} e^{j\omega t} \end{aligned} \right\} \quad (\text{Normal 方向}), \quad (2.27)$$

$$\left. \begin{aligned} p(x, t) &= -\frac{\lambda_5' e^{jk(h-x)}}{h-x} e^{j\omega t} \\ \dot{u}(x, t) &= \frac{\lambda_5' \{1 - jk(h-x)\} e^{jk(h-x)}}{jk\rho c (h-x)^2} e^{j\omega t} \end{aligned} \right\} \quad (\text{Inverse 方向}) \quad (2.28)$$

と書き換えられる。ここで、(2.27)式に示す **Normal** 方向について、 $x = a$ を境界として、 $x = a$ での振動速度を $\dot{u}(a, t) = \dot{u}_0 \exp(j\omega t)$ として境界条件を与えると、

$$\lambda_3' = jk\rho c \dot{u}_0 a^2 \frac{e^{jka}}{1 + jka} \quad (2.29)$$

を得る。結果として(2.27)式は、

$$\left. \begin{aligned} p(x, t) &= jk\rho c\dot{u}_0 \frac{a^2}{x} \frac{1}{1 + jka} e^{-jk(x-a)} e^{j\omega t} \\ \dot{u}(x, t) &= \frac{a^2 \dot{u}_0}{x^2} \frac{1 + jkx}{1 + jka} e^{-jk(x-a)} e^{j\omega t} \end{aligned} \right\} \text{(Normal 方向)} \quad (2.30)$$

ここで、 $x = a$ を加振点とすると、加振側から見た伝達側への駆動点インピーダンス Z'_N は、Throat の断面積 S_t を考慮して、

$$Z'_N = \rho c \frac{k^2 a^2 + jka}{1 + k^2 a^2} \frac{1}{S_t} \quad \text{(Normal 方向)} \quad (2.31)$$

が得られる。

同様に(2.28)式の Inverse 方向についても、 $x = 0$ を境界として、境界条件 $\dot{u}(0, t) = \dot{u}_0 \exp(j\omega t)$ を与えて解くと、

$$\lambda'_5 = jk\rho c\dot{u}_0 h^2 \frac{e^{-jkh}}{1 - jkh} \quad (2.32)$$

より、結果として(2.28)式は Normal 方向と同様に、

$$\left. \begin{aligned} p(x, t) &= -jk\rho c\dot{u}_0 \frac{h^2}{h-x} \frac{1}{1 - jkh} e^{-jkx} e^{j\omega t} \\ \dot{u}(x, t) &= \frac{h^2 \dot{u}_0}{(h-x)^2} \frac{1 - jk(h-x)}{1 - jkh} e^{-jkx} e^{j\omega t} \end{aligned} \right\} \text{(Inverse 方向)} \quad (2.33)$$

で得られる。 $x = 0$ を加振点とすると、結局、Inverse 方向における駆動点インピーダンス Z'_I は、Normal 方向と同様に次式となる。

$$Z'_I = \rho c \frac{k^2 h^2 - jkh}{1 + k^2 h^2} \frac{1}{S_m} \quad \text{(Inverse 方向)} \quad (2.34)$$

2.2.3.2 反射波を考慮した場合

前述の通り，音響ホーンの分野においては，反射波を考慮せず，さらに境界条件として，出力端を固定端または自由端として解き進めることで低周波数領域（カットオフ周波数以下の帯域）においてエネルギー伝搬はないとされている．しかし，インシュレータの振動伝搬を解析するにあたっては，加振側のインピーダンスが負荷側に接続されるインピーダンスと整合が取れる場合，つまり接合部でインピーダンスが同じ（整合する）ならば反射は生じないとして考察される．一方，インシュレータのインピーダンスを導出する過程においては，その大きさが明らかでないため，反射波も含めて考察する必要がある．

また，インシュレータにおいては，使用状態を考慮すると，円柱や円錐の端部は円柱や受け皿，さらにその先に床や機器のインピーダンスが接続された構造を取っている．したがって，図 2-1(b)に示すように， $x = a$ で加振されるなら，境界条件は $x = a$ において $\dot{u}(a, t) = \dot{u}_0 \exp(j\omega t)$ で， $x = h$ において，特性インピーダンス ρc の物体に接続され， $p(h, t)/\dot{u}(h, t) = \rho c$ となる．以上の境界条件を(2.25)，(2.26)式へ与えて，積分定数 $\lambda_3 \sim \lambda_6$ を解く．ただし，Normal 方向で $x = a$ および h ，Inverse 方向の場合は， $x = 0$ および $h - a$ を境界とした．結果として， $\lambda_3 \sim \lambda_6$ はそれぞれ，

$$\left. \begin{aligned} \lambda_3 &= \frac{jk\rho ca^2 \dot{u}_0 \left\{ 1 - \frac{(1-jkh)}{jkh} \right\} e^{jkh}}{\left\{ 1 - \frac{(1-jkh)}{jkh} \right\} (1+jka)e^{jk(h-a)} - \left\{ 1 - \frac{(1+jkh)}{jkh} \right\} (1-jka)e^{-jk(h-a)}}} \\ \lambda_4 &= \frac{-jk\rho ca^2 \dot{u}_0 \left\{ 1 - \frac{(1+jkh)}{jkh} \right\} e^{-jkh}}{\left\{ 1 - \frac{(1-jkh)}{jkh} \right\} (1+jka)e^{jk(h-a)} - \left\{ 1 - \frac{(1+jkh)}{jkh} \right\} (1-jka)e^{-jk(h-a)}}} \end{aligned} \right\}, \quad (2.35)$$

(Normal 方向)

$$\left. \begin{aligned} \lambda_5 &= \frac{jk\rho ch^2 \dot{u}_0 \left\{ 1 + \frac{(1+jka)}{jka} \right\} e^{-jka}}{\left\{ 1 + \frac{(1-jka)}{jka} \right\} (1-jkh)e^{jk(h-a)} - \left\{ 1 + \frac{(1-jka)}{jkh} \right\} (1+jkh)e^{-jk(h-a)}}} \\ \lambda_6 &= \frac{-jk\rho ch^2 \dot{u}_0 \left\{ 1 + \frac{(1-jka)}{jka} \right\} e^{jka}}{\left\{ 1 + \frac{(1-jka)}{jka} \right\} (1-jkh)e^{jk(h-a)} - \left\{ 1 + \frac{(1-jka)}{jkh} \right\} (1+jkh)e^{-jk(h-a)}}} \end{aligned} \right\} \quad (2.36)$$

(Inverse 方向)

となる．(2.35)式より，得られた Normal 方向における応力 $p_N(x, t)$ と振動速度 $\dot{u}_N(x, t)$ を(2.37)，(2.38)式にそれぞれ示す．

$$\begin{aligned}
p_N(x, t) &= \frac{jk\rho ca^2 \dot{u}_0 e^{j\omega t}}{x} \\
&\times \left[\frac{\left\{1 - \frac{(1-jkh)}{jkh}\right\} e^{jk(h-x)}}{\left\{1 - \frac{(1-jkh)}{jkh}\right\} (1+jka)e^{jk(h-a)} - \left\{1 - \frac{(1+jkh)}{jkh}\right\} (1-jka)e^{-jk(h-a)}}} \right. \\
&\quad \left. - \frac{\left\{1 - \frac{(1+jkh)}{jkh}\right\} e^{-jk(h-x)}}{\left\{1 - \frac{(1-jkh)}{jkh}\right\} (1+jka)e^{jk(h-a)} - \left\{1 - \frac{(1+jkh)}{jkh}\right\} (1-jka)e^{-jk(h-a)}}} \right] \quad (2.37) \\
&\hspace{15em} \text{(Normal 方向)}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\dot{u}_N(x, t) &= \frac{a^2 \dot{u}_0 e^{j\omega t}}{x^2} \\
&\times \left[\frac{\left\{1 - \frac{(1-jkh)}{jkh}\right\} (1+jkx)e^{jk(h-x)}}{\left\{1 - \frac{(1-jkh)}{jkh}\right\} (1+jka)e^{jk(h-a)} - \left\{1 - \frac{(1+jkh)}{jkh}\right\} (1-jka)e^{-jk(h-a)}}} \right. \\
&\quad \left. - \frac{\left\{1 - \frac{(1+jkh)}{jkh}\right\} (1-jkx)e^{-jk(h-x)}}{\left\{1 - \frac{(1-jkh)}{jkh}\right\} (1+jka)e^{jk(h-a)} - \left\{1 - \frac{(1+jkh)}{jkh}\right\} (1-jka)e^{-jk(h-a)}}} \right] \quad (2.38) \\
&\hspace{15em} \text{(Normal 方向)}
\end{aligned}$$

ここで、応力 $p_N(x, t)$ と振動速度 $\dot{u}_N(x, t)$ を用い、加振点から見た伝達側への駆動点インピーダンス Z_N は加振側の断面積 S_t 用いて、

$$\begin{aligned}
Z_N &= \frac{p_N(a)}{S_t \dot{u}_N(a)} \\
&= \frac{\rho cka}{S_t} \\
&\times \frac{k^3 ah^2 + j\{(kh)^2 - k^2 ah \cos^2 \alpha + (1 + k^2 ah) \sin^2 \alpha - k(2h - a) \cos \alpha \sin \alpha\}}{\{kh(ka \cos \alpha + \sin \alpha)\}^2 + \{k(h - a) \cos \alpha - (1 + k^2 ah) \sin \alpha\}^2} \quad (2.39) \\
&\hspace{15em} \text{(Normal 方向)}
\end{aligned}$$

で表せる。ただし、 $\alpha = k(h - a)$ とする。

同様に Inverse 方向における応力 $p_I(x, t)$ と振動速度 $\dot{u}_I(x, t)$ はそれぞれ、(2.36)式より、

$$\begin{aligned}
p_I(x, t) &= -\frac{jk\rho ch^2 \dot{u}_0 e^{j\omega t}}{h-x} \\
&\times \left[\frac{\left\{1 + \frac{(1+jka)}{jka}\right\} e^{jk\{h-(x+a)\}}}{\left\{1 + \frac{(1+jka)}{jka}\right\} (1-jkh)e^{jk(h-a)} - \left\{1 + \frac{(1-jka)}{jkh}\right\} (1+jkh)e^{-jk(h-a)}}} \right. \\
&\quad \left. - \frac{\left\{1 + \frac{(1-jka)}{jka}\right\} e^{-jk\{h-(x-a)\}}}{\left\{1 + \frac{(1+jka)}{jka}\right\} (1-jkh)e^{jk(h-a)} - \left\{1 + \frac{(1-jka)}{jkh}\right\} (1+jkh)e^{-jk(h-a)}}} \right], \quad (2.40) \\
&\hspace{15em} \text{(Inverse 方向)}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\dot{u}_I(x, t) &= \frac{h^2 \dot{u}_0 e^{j\omega t}}{(h-x)^2} \\
&\times \left[\frac{\left\{1 + \frac{(1+jka)}{jka}\right\} \{1 - jk(h-x)\} e^{jk\{h-(x+a)\}}}{\left\{1 + \frac{(1+jka)}{jka}\right\} (1-jkh)e^{jk(h-a)} - \left\{1 + \frac{(1-jka)}{jkh}\right\} (1+jkh)e^{-jk(h-a)}}} \right. \\
&\quad \left. - \frac{\left\{1 + \frac{(1-jka)}{jka}\right\} \{1 + jk(h-x)\} e^{-jk\{h-(x+a)\}}}{\left\{1 + \frac{(1+jka)}{jka}\right\} (1-jkh)e^{jk(h-a)} - \left\{1 + \frac{(1-jka)}{jkh}\right\} (1+jkh)e^{-jk(h-a)}}} \right] \quad (2.41) \\
&\hspace{15em} \text{(Inverse 方向)}
\end{aligned}$$

を得る。したがって、Inverse 方向の駆動点インピーダンス Z_I は次式で得られる。

$$\begin{aligned}
Z_I &= \frac{p_I(0)}{S_m \dot{u}_I(0)} \\
&= \frac{\rho ck h}{S_m} \\
&\times \frac{k^3 a^2 h + j\{- (ka)^2 + k^2 ah \cos^2 \alpha - (1 + k^2 ah) \sin^2 \alpha + k(h-2a) \cos \alpha \sin \alpha\}}{\{ka(kh \cos \alpha - \sin \alpha)\}^2 + \{k(h-a) \cos \alpha - (1 + k^2 ah) \sin \alpha\}^2} \quad (2.42) \\
&\hspace{15em} \text{(Inverse 方向)}
\end{aligned}$$

以上の結果より、ホーンの形状因子として、 a 、 h 、 S_t 、 S_m 、材料因子として、伝搬速度 c および媒質の密度 ρ を含んでおり、これらの各因子の影響を評価することが可能である。ただし、内部損失は十分に小さいと仮定し、考慮に入れないこととした。

2.2.4 駆動点インピーダンスの周波数特性

前項の(2.31)および(2.34)式，または(2.39)および(2.42)式で得られた円錐型ホーンの駆動点インピーダンスの周波数特性について各伝搬方向で比較するとともに，反射波の考慮による伝達特性の変化についても検討する。

本項では，駆動点インピーダンスの周波数特性について，VBA（Microsoft Excel）を用いて数値計算し，インシュレータの振動伝達特性を検討する．ホーンの素材をインシュレータとして広く用いられる真鍮（密度 $\rho = 8600 \text{ kg/m}^3$ ，伝搬速度 $c = 3480 \text{ m/s}$ ）を採用してインシュレータを作製した．ホーン形状による伝達特性の違いについて検討するため，円錐の Throat の半径を $r_t = 5.0 \times 10^{-4} \text{ m}$ ，Mouth の半径を $r_m = 1.0 \times 10^{-2} \text{ m}$ と固定して，頂角が 30° ， 60° ， 90° ， 120° の 4 種類で特性の違いを比較する．計算に用いた各パラメータを表 2-1 に示す。

2.2.4.1 反射波を考慮しない場合

まず，反射波を考慮せずに導出した(2.31)および(2.34)式の駆動点インピーダンスの伝達方向による大小を比較する。

図 2-4(a)に駆動点インピーダンスの数値計算結果，図 2-4(b)に Normal 方向と Inverse 方向の比を示す．図 2-4(a)の縦軸は材質の特性インピーダンス ρc で規格化した値を示しており，インピーダンス整合の考え方に基づくと，振動源からインシュレータへ伝達される振動エネルギーの大小は，駆動点インピーダンスと振動源の内部インピーダンス ρc との比に関係するため，内部インピーダンス ρc に近い値をとることで振動エネルギー伝搬が大きく，導通状態であると評価できる。

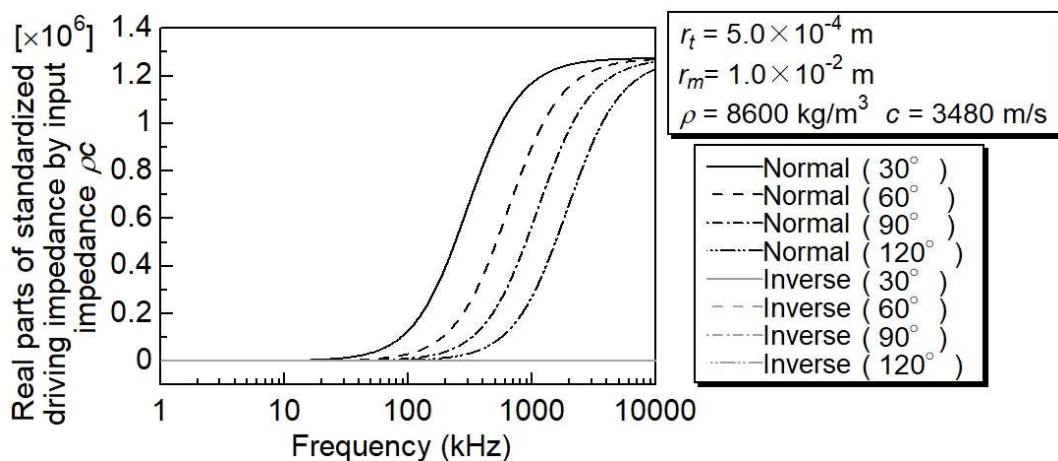
図 2-4(a)より，黒線で示す Normal 方向のインピーダンスは，数 10 kHz まで一定値を示し，高周波数領域でインピーダンスが増加し，絶縁特性を示す．一方で，Inverse 方向では，

表 2-1 数値計算で用いた各パラメータ

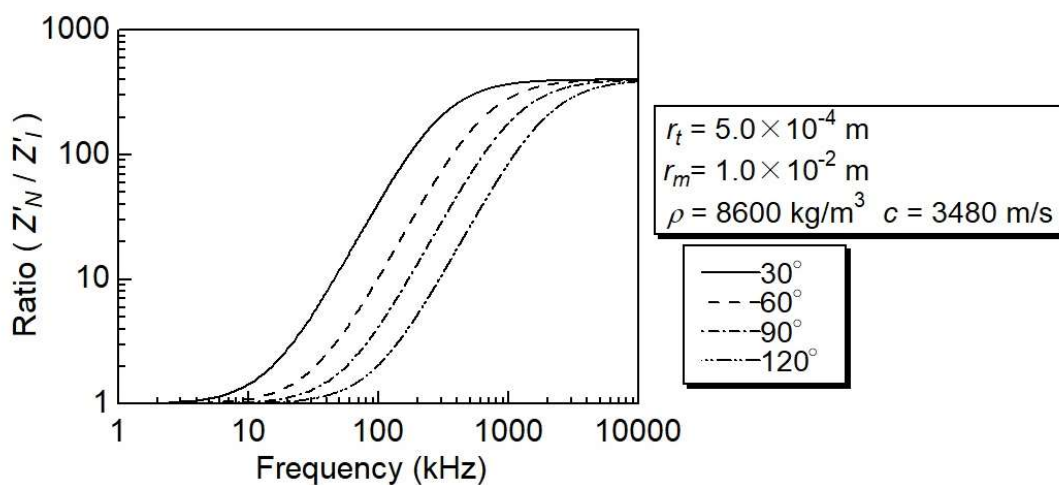
パラメータ名称		円柱	円錐型ホーン			
			頂角 30°	頂角 60°	頂角 90°	頂角 120°
密度	h (kg/m ³)	8600	8600	8600	8600	8600
伝搬速度	c (m/s)	3480	3480	3480	3480	3480
Throat 半径	r_t (m)	1.25×10^{-2}	5.00×10^{-4}	5.00×10^{-4}	5.00×10^{-4}	5.00×10^{-4}
Mouth 半径	r_m (m)	1.25×10^{-2}	1.00×10^{-2}	1.00×10^{-2}	1.00×10^{-2}	1.00×10^{-2}
ホーン高さ	h (m)	2.00×10^{-2}	3.55×10^{-2}	1.65×10^{-2}	9.50×10^{-3}	5.48×10^{-3}
微小先端長さ	a (m)	—	1.87×10^{-3}	8.66×10^{-4}	5.00×10^{-4}	2.89×10^{-4}
頂角	θ (°)	—	30	60	90	120
交差周波数	F_s (kHz)	—	2.20	4.80	8.30	14.4

Normal 方向と比べ、変化量は十分小さく振動エネルギーが導通状態となることがわかる。さらに、Normal 方向において、振動が絶縁される最低周波数は 120° で 100 kHz 程度であるのに対して、 30° では数 10 kHz まで低下しており、円錐の頂角を小さくすることにより、低周波数領域で振動絶縁効果が得られることが示される。

また、図 2-4(b) に示す駆動点インピーダンスの比をみると、可聴領域を含む低周波数領域では伝達方向によるインピーダンスにほとんど違いは見られないが、 100 kHz 以降の高周波数領域において、Normal 方向のインピーダンスは Inverse 方向と比較して、最大 400 倍近く高い値を示した。一方で可聴周波数領域を含む低周波数側では、各方向のインピーダンスはおおよそ等しく、伝搬方向による振動エネルギーの伝搬量に差が生じない結果となった。この結果から、高周波数領域ではホーン内を伝達する振動は伝搬する方向によって、振動の絶縁と導通効果が得られる周波数の選択性を持つことが示された。



(a) 駆動点インピーダンスの数値計算結果



(b) 伝達方向の違いによる駆動点インピーダンス比

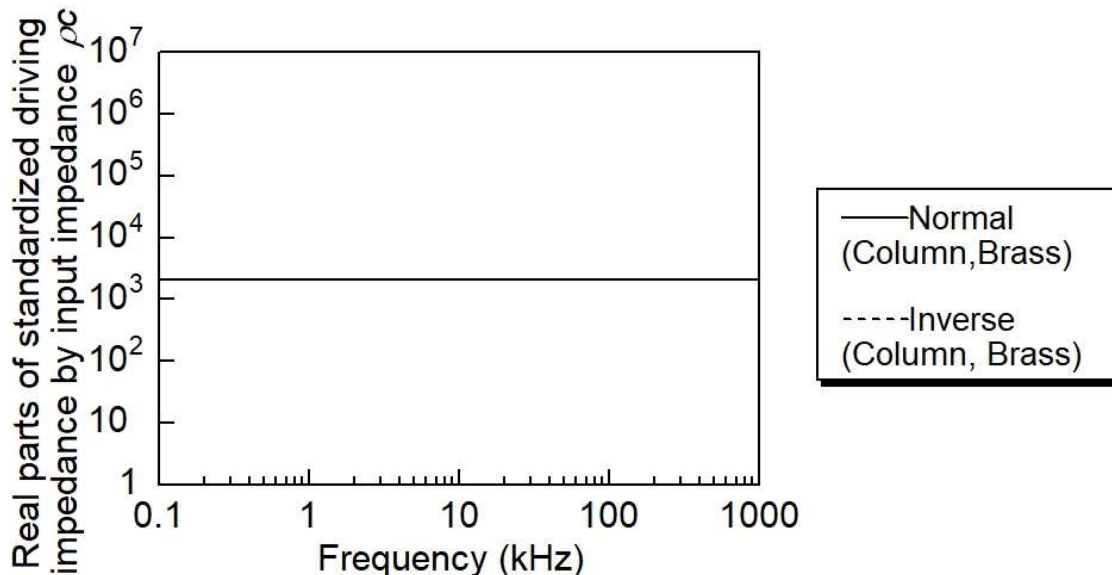
図 2-4 駆動点インピーダンスの周波数特性

2.2.4.2 反射波を考慮した場合

一方で、インシュレータを有限長ホーンとして、反射波を含めて求めた駆動点インピーダンス ((2.18), (2.39), (2.42)式) について、形状と伝搬方向による周波数特性を比較する。負荷インピーダンスは真鍮の特性インピーダンス ρc とした。図 2-5(a)に円柱, 図 2-5(b)~(e)に円錐型ホーンに対する駆動点インピーダンスの実部に対する数値計算結果を示す。ただし、縦軸は特性インピーダンス ρc で規格化している。図 2-5(a)より、円柱の駆動点インピーダンスは、周波数に無関係に断面積 S の逆数で一定値を示す。一方、図 2-5(b)~(e)の円錐型ホーンでは、Normal 方向の伝搬で約 50 kHz まで一定値を示すが、Inverse 方向では周波数の増加に伴いインピーダンスが減少し、ある周波数で Normal 方向と交差してさらに減少している（この交差する周波数を交差周波数 F_s と呼ぶ）。

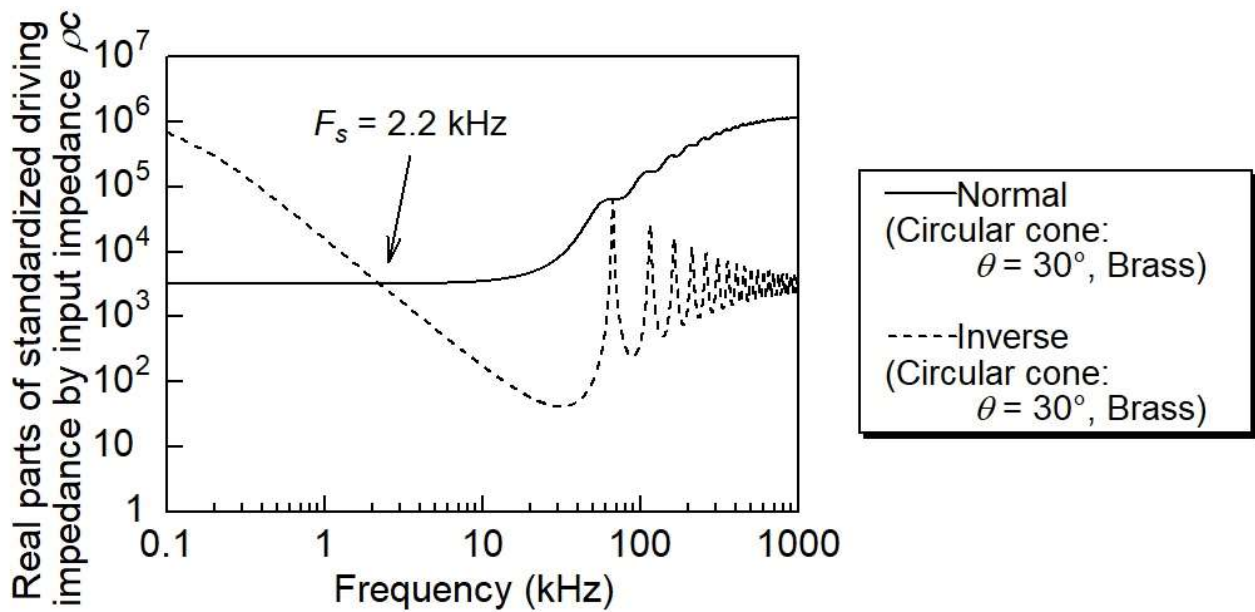
したがって、この交差周波数 F_s より高い領域で、Inverse 方向の振動エネルギーの伝達が Normal 方向より大きくなることが示される。一方、 F_s 以下の帯域では Normal 方向に比べて、Inverse 方向で振動エネルギーの伝達が急激に小さくなると推察され、Inverse 方向では、振動伝達の周波数選択性が生じていると考えられる。さらに図 2-5(b)~(e)より、この交差周波数 F_s は、 30° で 2.2 kHz, 60° で 4.8 kHz, 90° では 8.3 kHz, 120° では 14.4 kHz であった。この特性は、Mouth の断面積を固定した場合、先端角度の拡大に伴って交差周波数も上昇する結果が得られ、ホーン形状により振動伝達特性が変化することが示される。

これらの結果より、円錐の場合、振動の伝達方向により駆動点インピーダンスに違いが生じ、載置機器の振動状態に影響を与えていることがうかがえる。

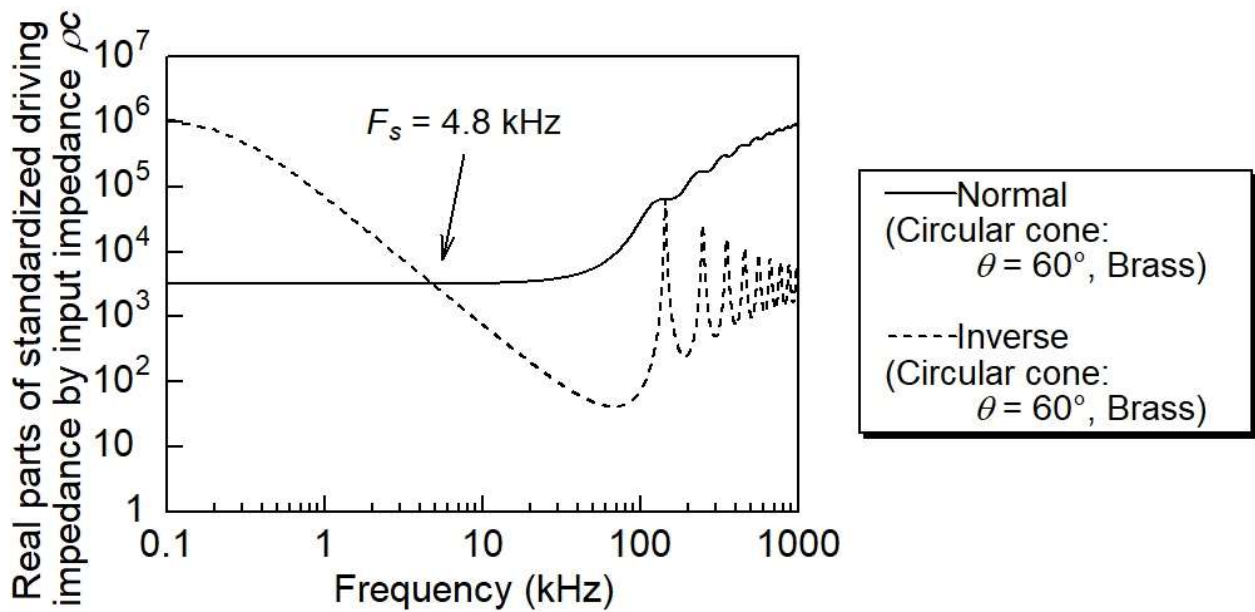


(a) 円柱の駆動点インピーダンス

図 2-5 駆動点インピーダンスの周波数特性

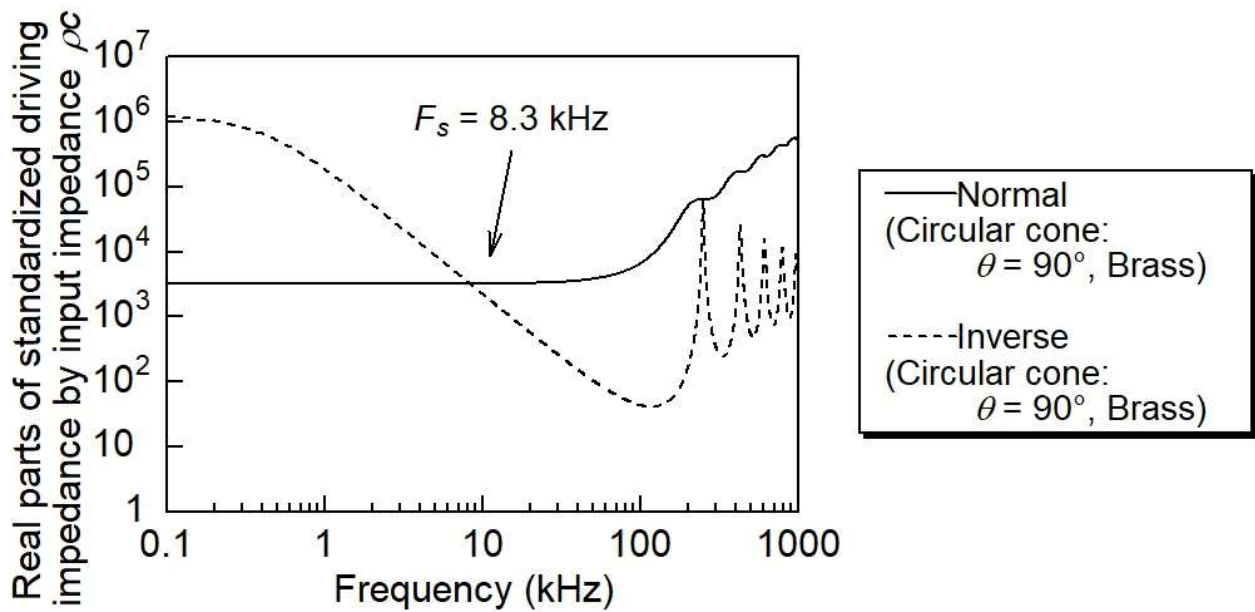


(b) 円錐型ホーン（頂角 30°）の駆動点インピーダンス

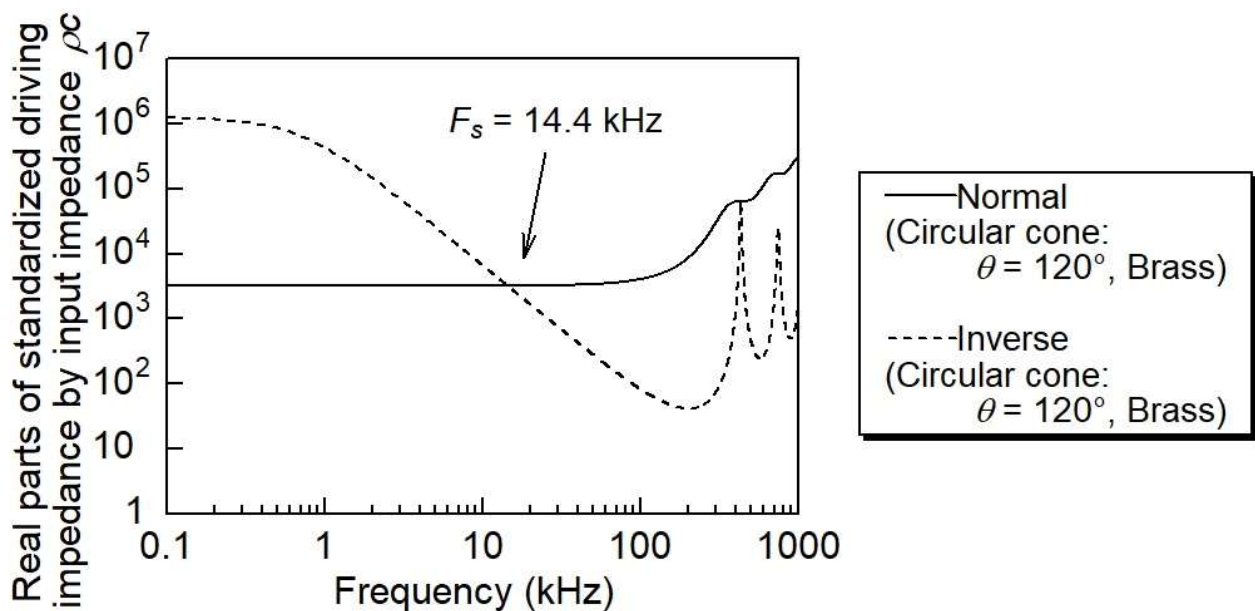


(c) 円錐型ホーン（頂角 60°）の駆動点インピーダンス

図 2-5 駆動点インピーダンスの周波数特性（つづき）



(d) 円錐型ホーン（頂角 90° ）の駆動点インピーダンス



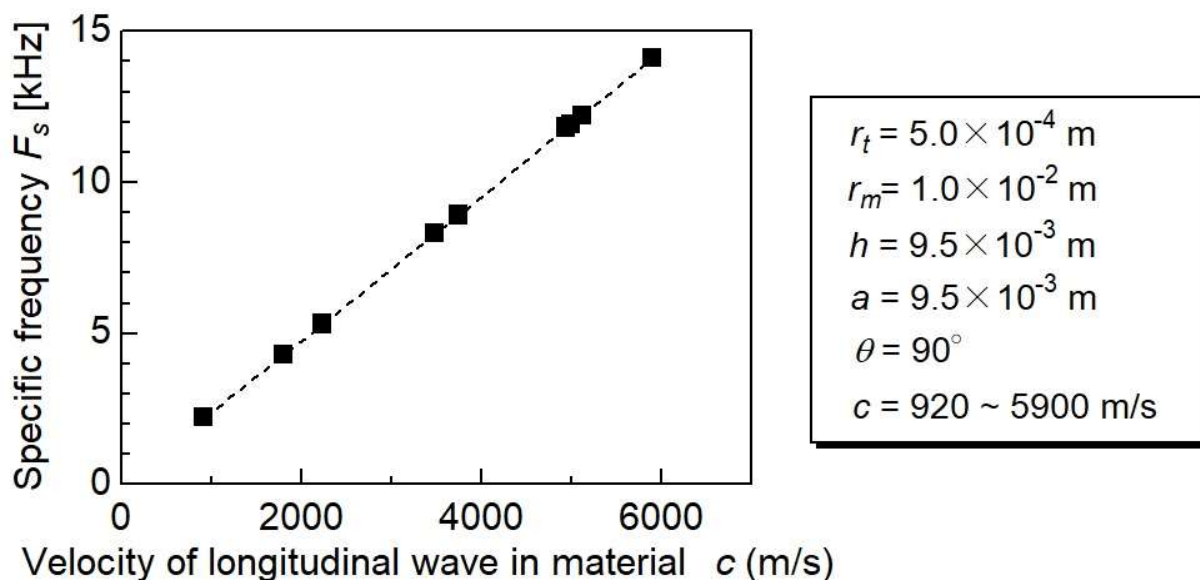
(e) 円錐型ホーン（頂角 120° ）の駆動点インピーダンス

図 2-5 駆動点インピーダンスの周波数特性（つづき）

2.2.5 円錐形状と交差周波数の関係

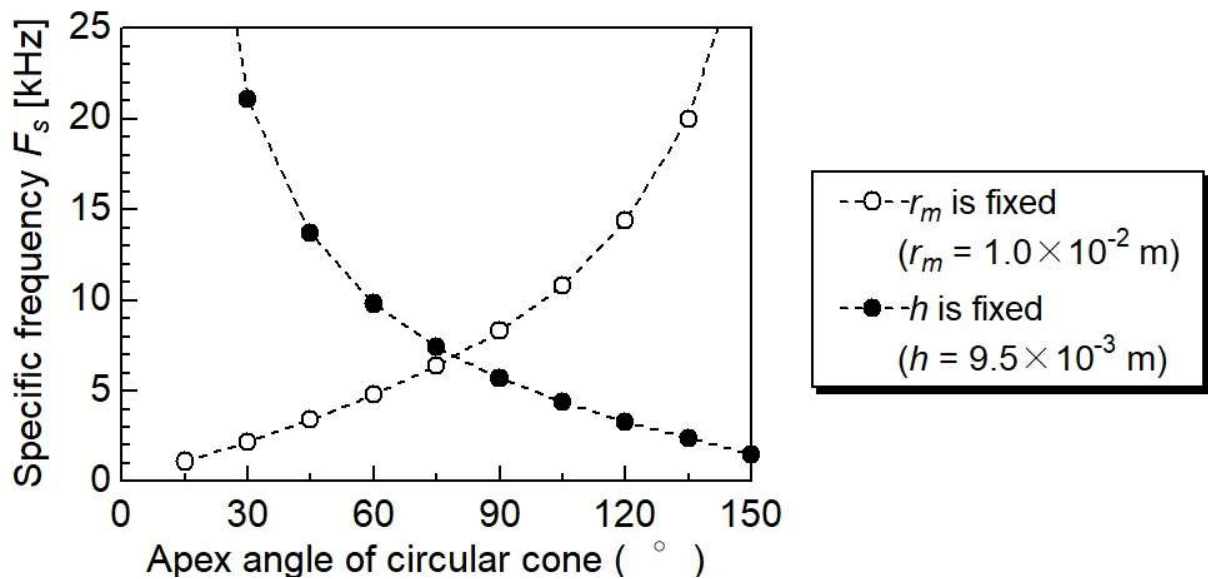
市販されているインシュレータは、円錐形状を持つものであっても、ホーンの高さや Mouth の面積、頂角の違いなど様々な製品が存在する．ここでインシュレータの材質に属するパラメータには密度と伝搬速度があげられるが、 Z_N と Z_I の実部の交点には密度は影響を与えず、材質の伝搬速度のみに依存して交差周波数が変化する．図 2-6(a)に頂角が 90° の場合での伝搬速度と交差周波数 F_s の関係を示す．図より、材質の伝搬速度に比例して交差周波数 F_s が上昇することがわかる．

また円錐型ホーンにおいて、形状に関するパラメータには θ , h , S_t , S_m があげられ、ホーン形状については、これらのうち3個が独立に決定されるため、 S_t を一定として、ホーンの頂角 θ および Mouth の断面積 S_m を固定した場合の交差周波数 F_s の関係を図 2-6(b) に示す．図において、●はホーンの高さを一定として、ホーンの頂角 θ (Mouth の断面積 S_m) を変化させた場合、○は Mouth の断面積を一定として、ホーンの頂角 θ (ホーンの高さ h) を変化させた場合の F_s の変化を示している．図より、Mouth の断面積が一定の場合、交差周波数 F_s は頂角とともに指数関数的に増加し、一方で高さを一定とした場合、頂角の増加に伴い Mouth の面積が増加するため Inverse 方向のインピーダンスが低下し、交差周波数 F_s が低下することが示される．



(a) ホーンの構成材料（伝搬速度 c ）と交差周波数 F_s の関係

図 2-6 円錐形状および構成材料と交差周波数 F_s の関係



(b) ホーン形状と交差周波数 F_s の関係

図 2-6 円錐形状および構成材料と交差周波数の関係 (つづき)

2.3 実験的考察

2.3.1 実験装置および方法

前節で得られたインシュレータの振動伝達特性を実験的に検討するため、表 2-1 に示すパラメータを用いて、円柱および円錐型ホーンのインシュレータを図 2-1 に示す形状で作製し、形状と伝搬方向による特性の比較を試みる。測定システムの概略図を図 2-7 に示す。インシュレータへの加振は、ガラス板に対して垂直方向の振動を与えるため、圧電振動板をガラス板に接着剤で固定し、荷重をかけ、インシュレータの上側または下側を圧電振動板（村田製作所，7BB-20-6L0）により正弦波加振する。インシュレータへ与える荷重は、インシュレータの使用環境を想定してブックシェルフ型スピーカ（質量：5.4 kg）を採用し、加振は 0~20 kHz まで 12.5 Hz 毎のサインスイープ信号を用いた。加振側と伝達側の表面の振動速度をレーザドップラ振動計（ONO-SOKKI, LV-1720A：感度 0.01 m/s/V）を用いて測定した。圧電振動板は非線形な周波数特性を持つが、入出力間のレベル差を評価することで影響を回避した。また、測定で使用した無反射ガラス板は、レーザ光が透過し、インシュレータの各面の振動を測定できることを確認している。

振動伝達特性の比較は、各面の振動速度レベルを 1kHz 毎の周波数ポイントで入出力間の振動速度レベルの差を求め、Throat を加振した場合を Normal 方向、Mouth を加振した場合を Inverse 方向として、各方向の振動速度レベルの減衰量を評価する。

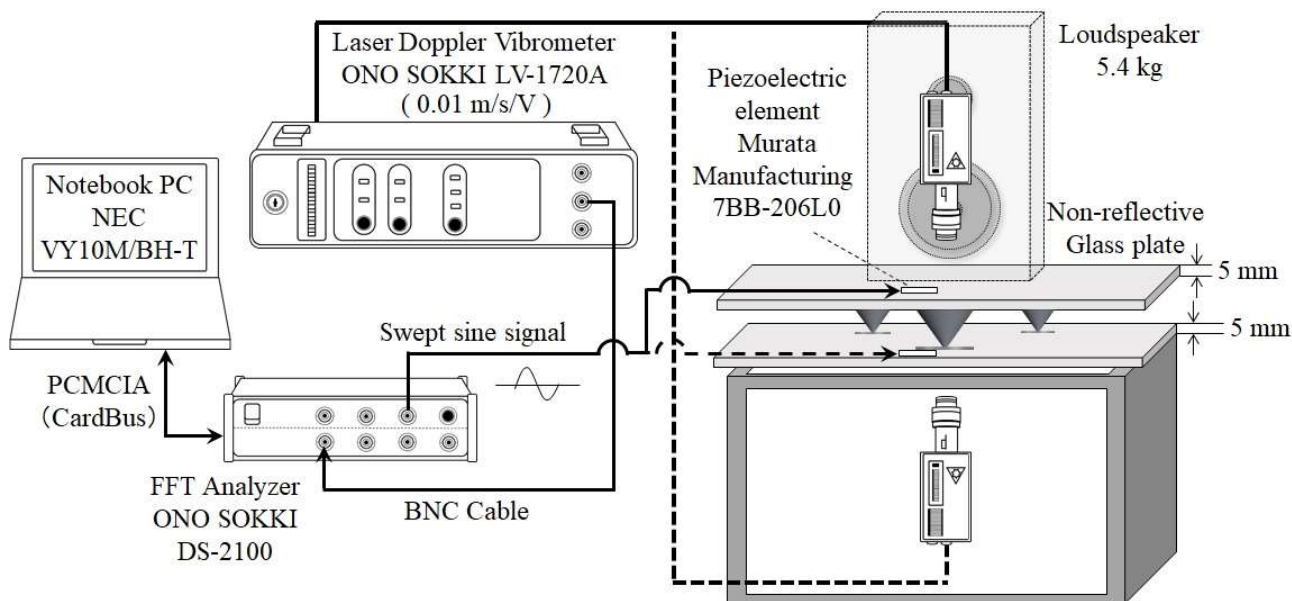


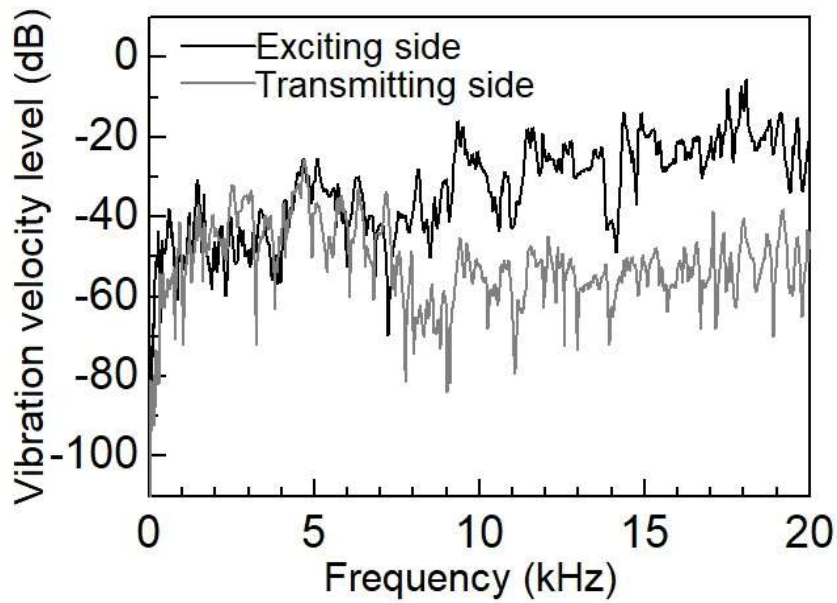
図 2-7 振動減衰特性の測定概略図

2.3.2 振動減衰特性の比較

図 2-8 および図 2-9 に頂角 60° の円錐型ホーンと円柱に対する測定結果を示す。各図で(a)は Throat を加振する Normal 方向, (b)は Mouth を加振する Inverse 方向で, 加振面と伝達面の振動速度レベルの比較を示す。また(c)は, 円錐型ホーンおよび円柱の振動速度レベルの減衰量を示す。ただし, 図中の各周波数ポイントの値は, その周波数の前後 100 Hz の平均値として求めている。図 2-8(a)では, 5 kHz 以降の帯域では加振側に比べて, 伝達側の振動速度レベルが 25 dB ほど低下しているが, (b)では, その差は 10 dB 程度に留まっている。図 2-8(c)の振動減衰特性を見れば, 7 kHz を除いて, 4 kHz 以降の領域で Inverse 方向より Normal 方向で振動減衰量が増加する傾向が見られた。したがって, 4 kHz 以下では振動伝達の方向性に大きな差はないが, それ以上の帯域においては, Normal 方向で振動絶縁, Inverse 方向で振動伝達効果を示すことが明らかとなった。

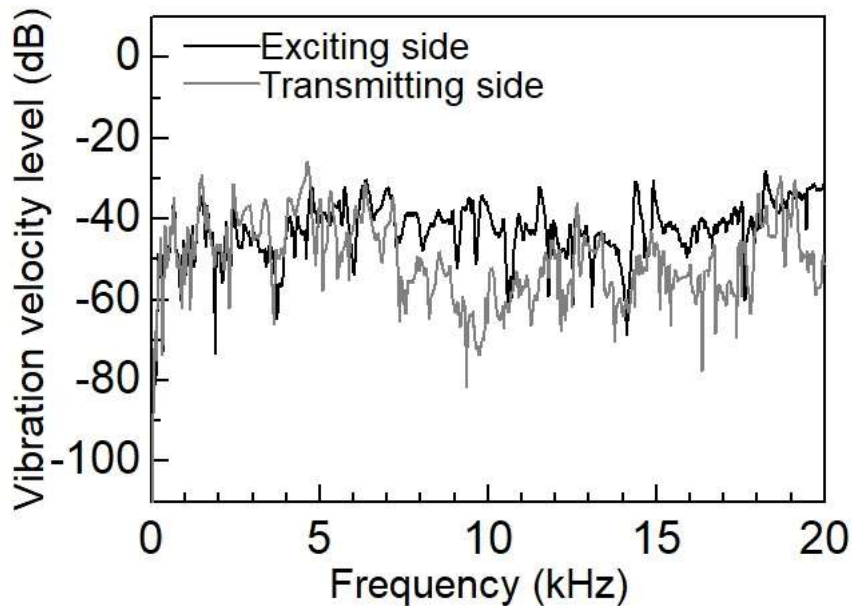
一方, 図 2-9(a), (b)に示す円柱の振動速度レベルは, Normal, Inverse 方向とも 41 dB 程度で, 周波数に無関係で一定かつ伝搬方向にも依存せず, 平坦な特性を示している。また, 図 2-9(c)に示す振動減衰特性も, ほぼ 0 dB で一定とみなせ, 加振側の振動が直接伝達側に伝達されていることが示される。

この結果は, 2.2.4 で得られたインシュレータの振動伝達特性を表す駆動点インピーダンスの数値計算結果と同様の傾向を示すことが確認された。



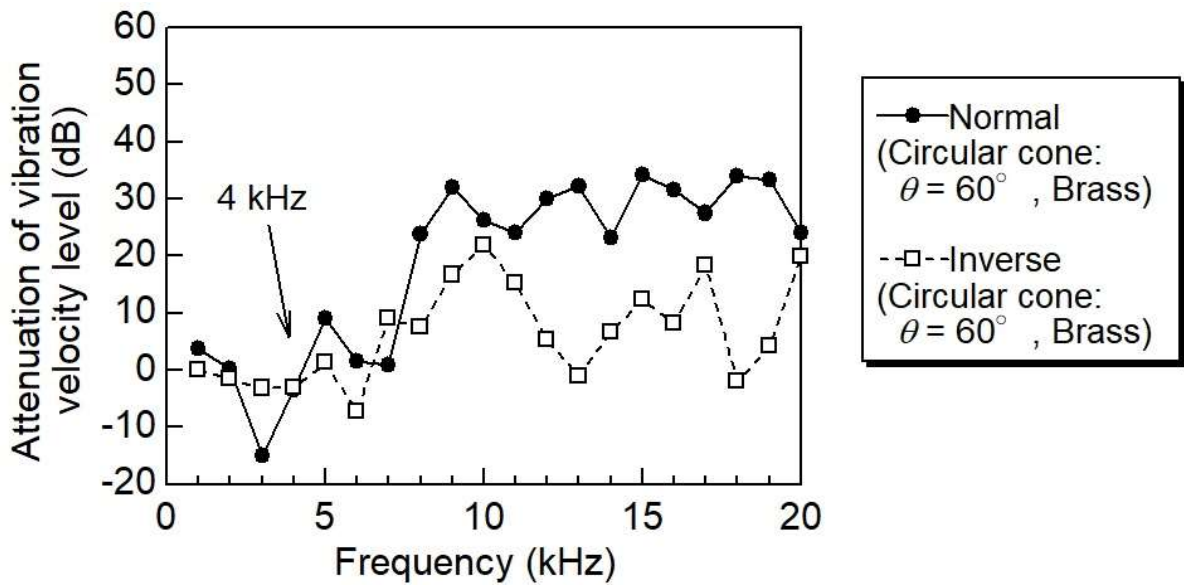
(a) Throat 加振時における振動速度レベル (Normal 方向)

図 2-8 円錐型ホーン (頂角 60°) における振動速度レベルの変化と振動減衰特性



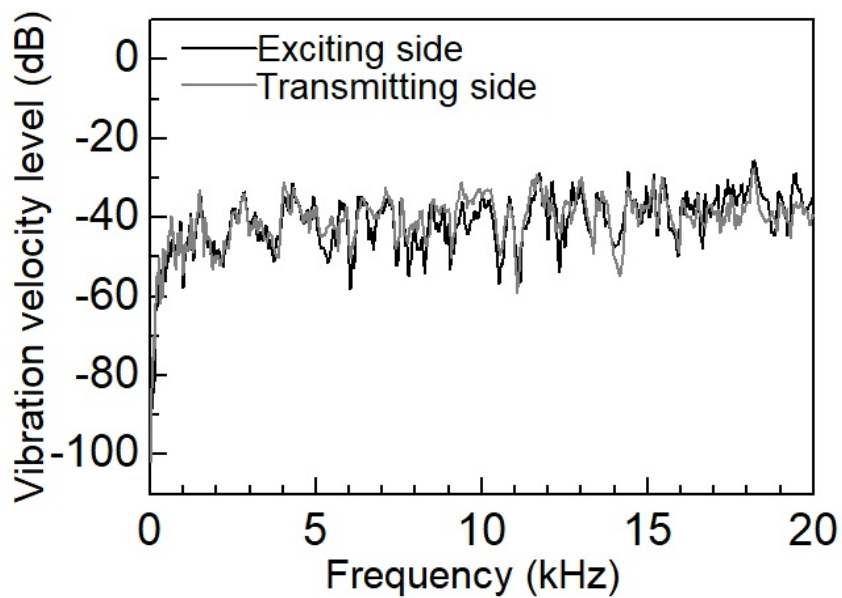
(b) Mouth 加振時における振動速度レベル (Inverse 方向)

図 2-8 円錐型ホーン (頂角 60°) における振動速度レベルの変化と振動減衰特性 (つづき)



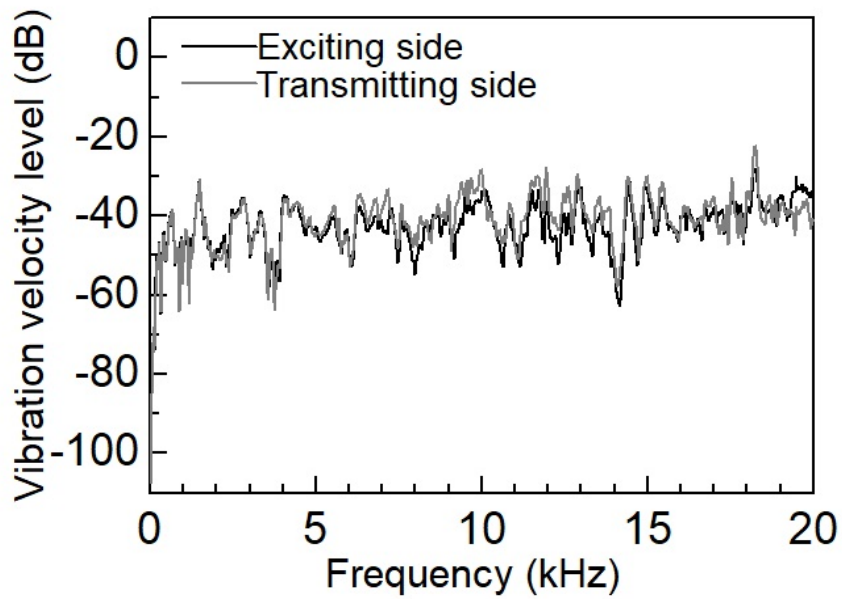
(c) 振動減衰特性

図 2-8 円錐型ホーン（頂角 60°）における振動速度レベルの変化と振動減衰特性（つづき）



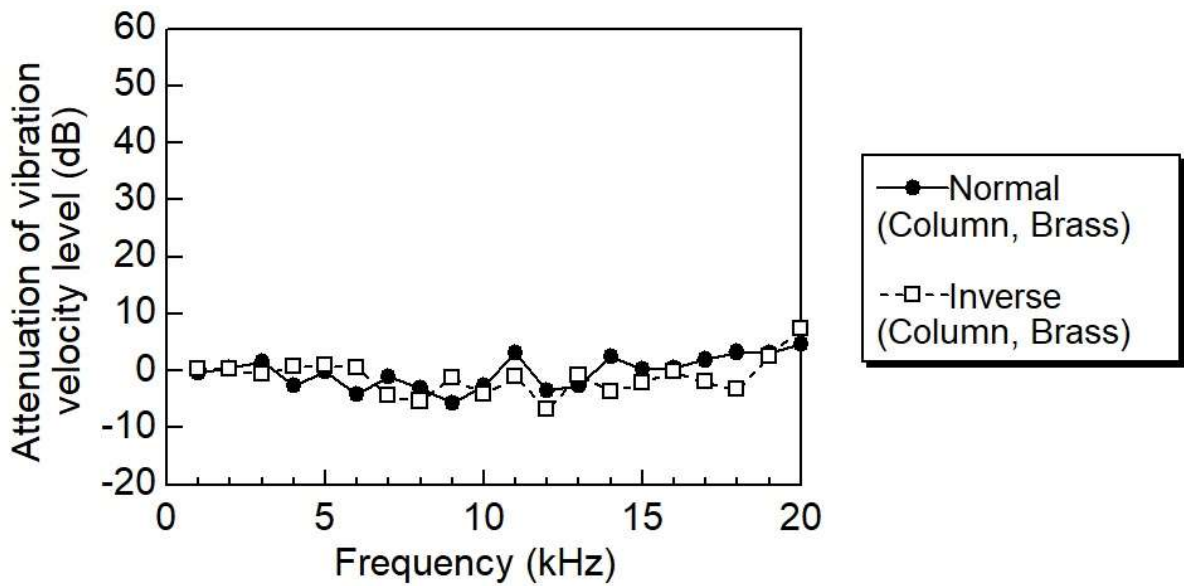
(a) Throat 加振時における振動速度レベル（Normal 方向）

図 2-9 円柱における振動速度レベルの変化と振動減衰特性



(b) Mouth 加振時における振動速度レベル (Inverse 方向)

図 2-9 円柱における振動速度レベルの変化と振動減衰特性 (つづき)



(c) 振動減衰特性

図 2-9 円柱における振動速度レベルの変化と振動減衰特性 (つづき)

図 2-10 および図 2-11 に示す頂角 30° や 90° の円錐型ホーンについても、 60° (図 2-8) と同様に、それぞれ 2 kHz, 8 kHz 以降の領域で Normal 方向の振動減衰が増加しており、交差周波数 F_s は、 60° の円錐が 4 kHz 付近であったのに対し、 30° で半分、 90° で約 2 倍の周波数で特性の入れ替わりが生じている。これらの交差周波数や減衰特性は、図 2-5(b)~(d) で得た交差周波数とほぼ一致するものである。また、図 2-12 に示す 120° の円錐については、10~11 kHz となり、角度の増加に伴い交差周波数が上昇し、数値計算と同様の傾向を示すことが確認された。

駆動点インピーダンスの数値計算結果と振動減衰特性の実測結果から得られた交差周波数 F_s についての比較を図 2-13 に示す。交差周波数に着目すれば、 30° ~ 90° において、図中の◆で示す実測結果と破線で示す数値計算結果がおよそ一致している。一方で、 120° の円錐においては、数値計算で得られた交差周波数 F_s は 14.4 kHz であったのに対し、振動減衰特性から得られた F_s では、11~12 kHz と 2~3 kHz 程度の低周波数側に寄り、数値計算結果との誤差が顕著に表れた。これは数値計算において、円錐の頂角が大きくなるにつれて断面変化が緩やかであるとした(2.9)式の仮定を満たさなくなったことが要因と推察される。

また、表 2-2 に数値計算で得られた交差周波数 F_s とその前後の領域における振動減衰量の平均変化量の比較を示す。ただし、円柱については全帯域の平均変化量である。表より円錐型ホーンを用いた場合、交差周波数以下では減衰量がほぼ 0 dB であるのに対して、それ以上の領域では Normal 方向で 11~16 dB 程度の振動絶縁効果が得られた。

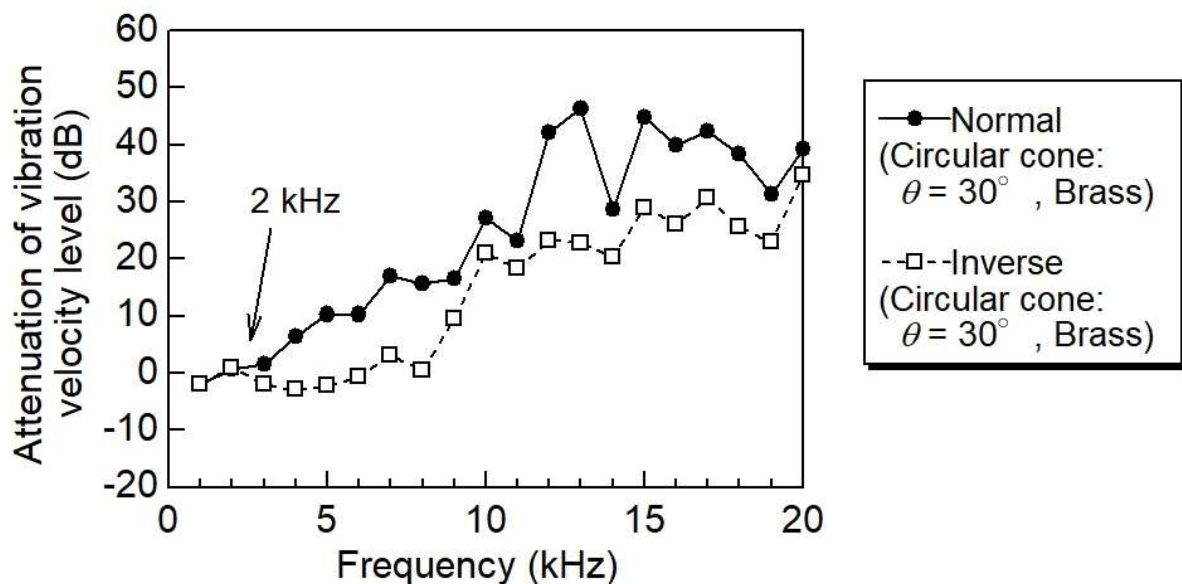


図 2-10 円錐型ホーン (頂角 30°) における振動速度レベルの変化と振動減衰特性

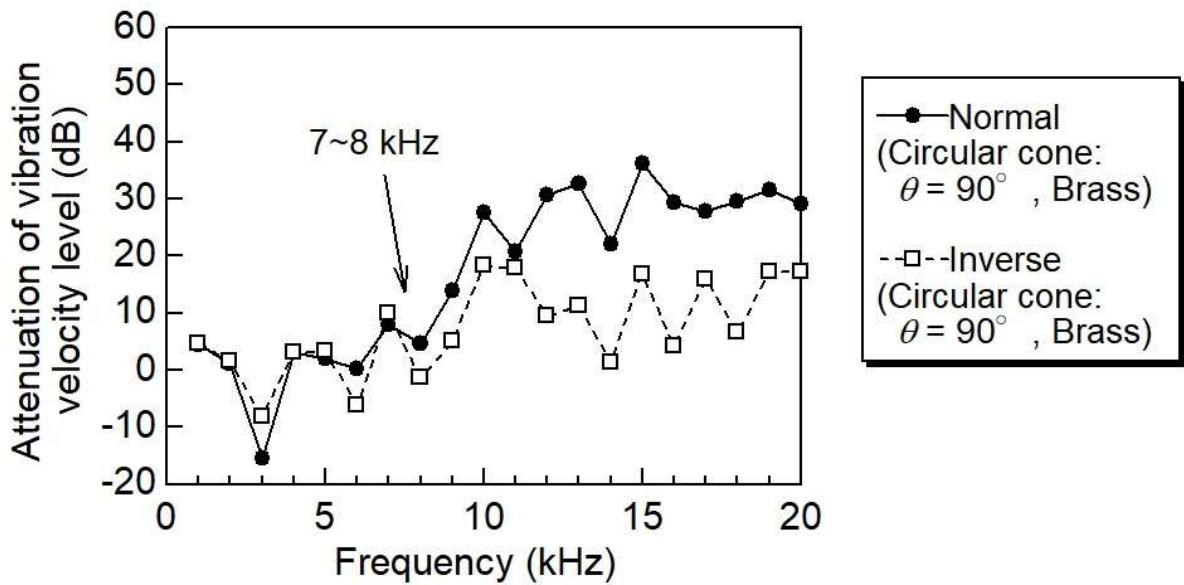


図 2-11 円錐型ホーン（頂角 90° ）における振動速度レベルの変化と振動減衰特性

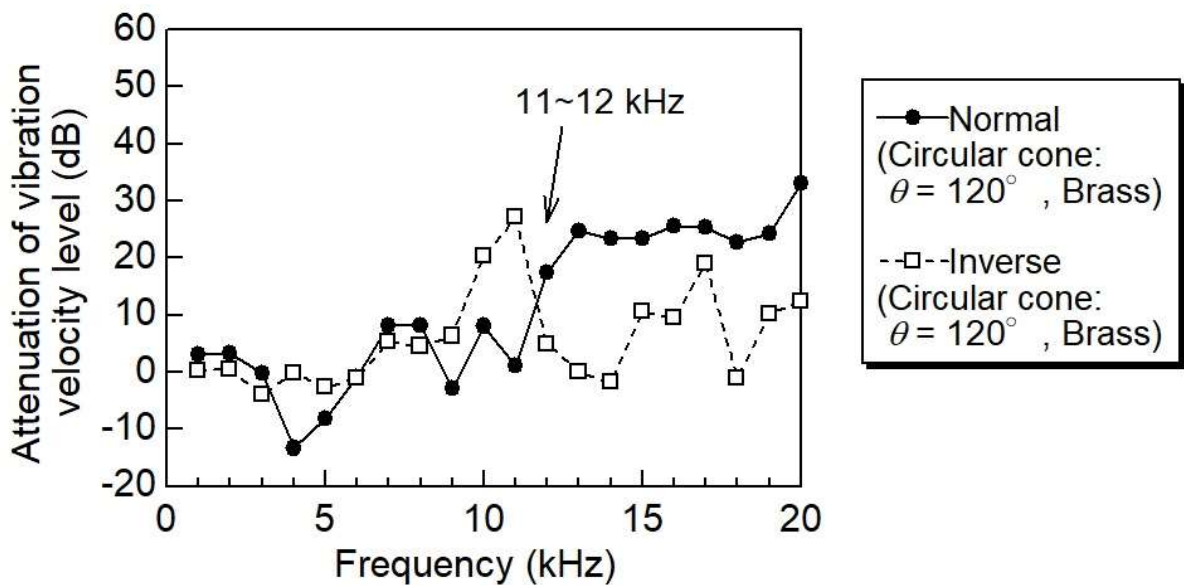


図 2-12 円錐型ホーン（頂角 120° ）における振動速度レベルの変化と振動減衰特性

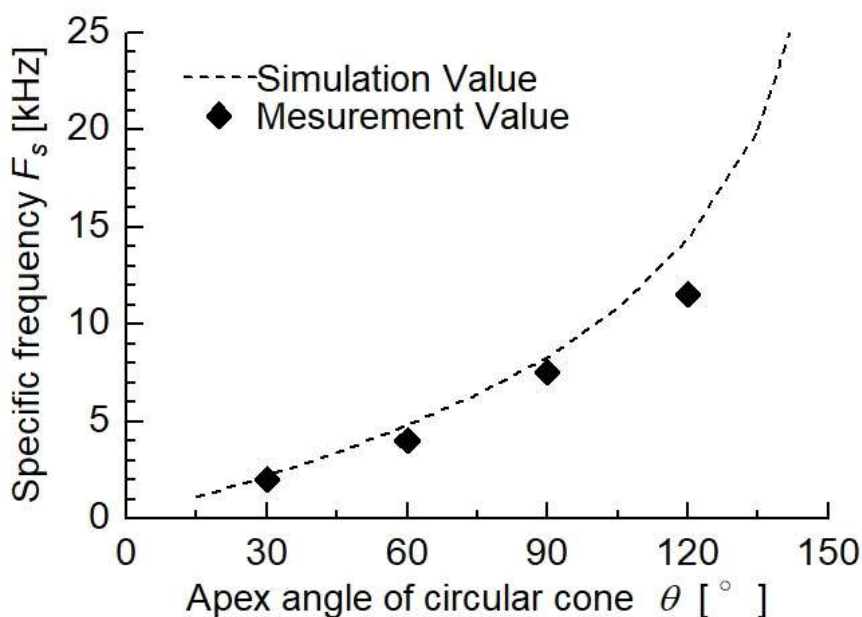


図 2-13 数値計算結果と振動減衰特性で得られた交差周波数 F_s の比較

表 2-2 交差周波数前後の領域における減衰量の比較

		円柱	円錐型ホーン			
			頂角 30°	頂角 60°	頂角 90°	頂角 120°
F_s	(kHz)	—	2.20	4.80	8.30	14.4
$f < F_s$	(dB)	(0.94)	-0.38	-1.65	0.18	0.88
$F_s < f$	(dB)		11.20	15.77	15.87	15.69

図 2-7 の測定では、一般的なブックシェルフ型スピーカを荷重として、振動速度レベルを比較した。一方で、インシュレータはトルボーイ型などの大型のスピーカやオーディオアンプ、CD プレーヤなど、より質量の大きい様々な機器に対しても同様の効果があるとされている。そこで、これまで得られた円錐型ホーンの振動伝達特性について、荷重の違いがインシュレータの振動伝達特性に与える影響を検討するため、表 2-1 に示す 90°の円錐型ホーンを用い、スピーカによる荷重を 2 倍の 10.8 kg として、振動減衰特性を測定した結果を図 2-14 に示す。図より、15 kHz で Normal 方向の振動減衰量の増加はみられるものの、これを除けば、交差周波数 F_s や減衰特性は図 2-11 で得られた減衰特性と同様の傾向が得られた。したがって、この程度の荷重変化ではインシュレータの振動減衰特性に対して大きな影響を与えず、ホーンの振動伝達特性が同様に表れることを確認した。

これらの結果より、円錐型ホーンを含むインシュレータは、材質や形状に依存する特定の交差周波数を境に、高い周波数領域では Inverse 方向に振動を伝達し易く、Normal 方向

に対して振動絶縁効果を示すが、それ以下の帯域では両方向に振動を伝達する特性を示すことが判明した。

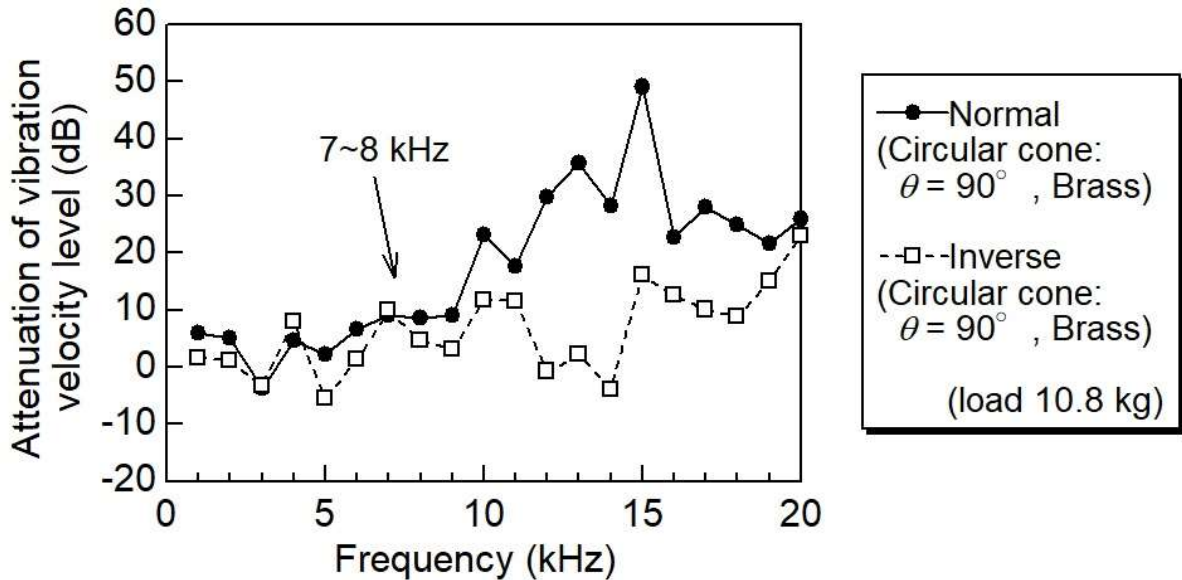


図 2-14 円錐型ホーン（頂角 90°）を用いて 2 倍の荷重を与えた場合の振動減衰特性

2.4 結言

本章では、オーディオ機器の脚として音質改善を目的として広く用いられる円柱や円錐型ホーンを含むインシュレータが、オーディオ機器の振動状態にどのような影響を与えているかの基礎研究として、振動伝達特性の理論的・実験的な解明を試みた。本章では、断面積が一定な円柱や断面積が変化する円錐型ホーンを採り上げ、音響ホーンや梁の振動に関する理論解析手法を参考に、固体内の一次元波動伝搬モデルを用いて、振動伝搬特性の理論解析を行った。特に、加振点からインシュレータへの振動エネルギーの流れ込み難さの観点から、駆動点インピーダンスを導出し、伝搬方向の違いによる周波数特性を比較した。実験的考察では、シミュレーションと同一のインシュレータを作製し、入出力間の振動速度レベル差により、振動減衰特性を実験的に求めた。これらの結果より、以下の結果が得られた。

- (1) 円柱では駆動点インピーダンスは断面積に依存するが周波数には依存せず一定で、振動減衰も周波数に関係なくほぼ 0 dB を示した。
- (2) 円錐型ホーンでは、Throat を加振した場合、周波数に関係なく駆動点インピーダンスは

一定である。一方、Mouth を加振する場合、周波数の増加とともにインピーダンスが減少し、材質や形状に依存して決まる特定の周波数（交差周波数 F_s ）を境に、Throat を加振した場合より小さくなることが示された。交差周波数 F_s より高い領域では、Mouth 側から Throat 側へ振動エネルギーの流入がより多く生じると考えられる。

- (3) 実測において、円錐型ホーンの入出力間の振動速度レベル差は、理論結果と同様、交差周波数 F_s を境に Normal 方向でレベル差が大きく絶縁状態を示し、Inverse 方向でレベル差が小さく、振動エネルギーが伝達される状況であった。すなわち、円錐型ホーンを含むインシュレータは、使用する方向の選択により、交差周波数 F_s 以上の周波数で振動絶縁もしくは振動除去の使い分けが可能であることが明らかとなった。
- (4) 円錐型ホーンにおける数値計算と振動減衰特性の一致性は、ホーンの頂角が 90° 以下の場合で高い結果が得られた。また荷重を変化させた場合においても、ホーンの伝達特性に対して大きな影響を与えず、オーディオ機器全般に対して、機器に生じる振動を床側へ除去する効果が期待できる。

Normal 方向の測定結果（図 2-8、図 2-11、図 2-12）で、3~4 kHz あたりで大きく凹みが見られ、振動が増幅される結果が得られている。Throat を床側にして使用する場合、床からの振動が増幅されて機器に及ぶ可能性も考えられるが、通常生活における振動の帯域は数 Hz 程度と推察され、オーディオ機器へ影響は少ないと考えられる。この現象は、同様な高さを持つ他の形状の試料片に対しても観測されており、原因は不明である。インシュレータの静的バネ定数に関わるサージングなどの現象の可能性もうかがわれるが、今後解明すべき課題である。

第3章 指数関数型ホーンの振動伝達特性

3.1 緒言

第2章では、梁の縦振動や音響ホーンに基づき、円錐型ホーンについて波動方程式の解に対して有限な境界条件を与えて解き、理論的解析を行い、振動減衰特性の実験結果と比較した。結果として、可聴領域を含む低周波数領域では、円柱など断面積が変化しない場合、加振点でのインピーダンス（駆動点インピーダンス）は、断面積に依存するが周波数には依存しないことが分かった。一方、距離とともに断面積が変化する円錐型ホーンでは、頂点から底面に向かう場合、駆動点インピーダンスはほぼ一定である。一方で、底面から頂点に向かう場合、低い周波数帯域では頂点から底面に向かう場合よりインピーダンスが高く、周波数の増加に伴い漸減する。さらに形状と材質で決まるある周波数で特性が交差して、インピーダンスが低くなることが判明した。この交差周波数 F_c を境に、底面から頂点に向かう場合、低い周波数領域で絶縁、高い周波数領域で導通状態となる。また、頂点から底面に向かう場合、その逆の特性を示すことが明らかになった。また、これらの結果から、これまで振動絶縁（インシュレータ）と言われていたものが、振動伝搬の方向とある周波数とを境に絶縁と導通が入れ替わる特性が明らかになった。

本章では、円錐型ホーンより高い効果を期待して、音響ホーンでもその効果が認められている指数関数型ホーン形状のインシュレータを提案する。ホーンスピーカの解析において、通常、指数関数型ホーンは、可聴領域となる遮断周波数より低い周波数領域で、出力端における音圧を0と仮定し、波動伝達が生じないと考えている[40, 42]。そこで本章でも、第2章と同様に有限な境界条件の下で、加振点におけるインピーダンスの周波数特性を求める。また、実際にいくつかの形状の指数関数型ホーンを作製し、振動減衰特性を測定して、シミュレーションから得られた交差周波数 F_c と実測結果とを比較する。さらに、ほぼ同じ交差周波数を持つように作成した指数関数型ホーンと円錐型ホーンの振動減衰特性を比較し、振動伝達や減衰における効果の優位性を検討する。

3.2 理論的考察

解析対象は、図 3-1(a)および(b)に示す指数関数型ホーンとし、(a)において端部 $x = 0$ および $x = h$ での断面積をそれぞれ S_t 、 S_m とし、Throat および Mouth と呼ぶ。また、 S_t ($x = 0$) を加振したときを Normal 方向とする。一方、図 3-1(b)に示すように左右を反転し、 S_m を加振したときを Inverse 方向とし、両者の伝搬特性の比較を試みる。ここで端部は円錐型ホーンと同様に、同一の物質で外部に接続され、その特性インピーダンスは ρc と仮定した。

3.2.1 指数関数型ホーンの一次元波動方程式

指数関数型ホーンにおいて、中心軸を x 軸としたときの、 x における内部の応力 $p(x, t)$ は、波動方程式(2.1)式を満たす。ここで、 $S(x)$ は x における断面積であり、ホーンの広がり係数を m とし、Normal および Inverse 方向に対してそれぞれ、

$$S(x) = \begin{cases} S_t e^{mx} & \text{(Normal 方向)} \\ S_m e^{-mx} & \text{(Inverse 方向)} \end{cases} \quad (3.1)$$

で与えられる。このとき(2.1)式は、各方向に対して、

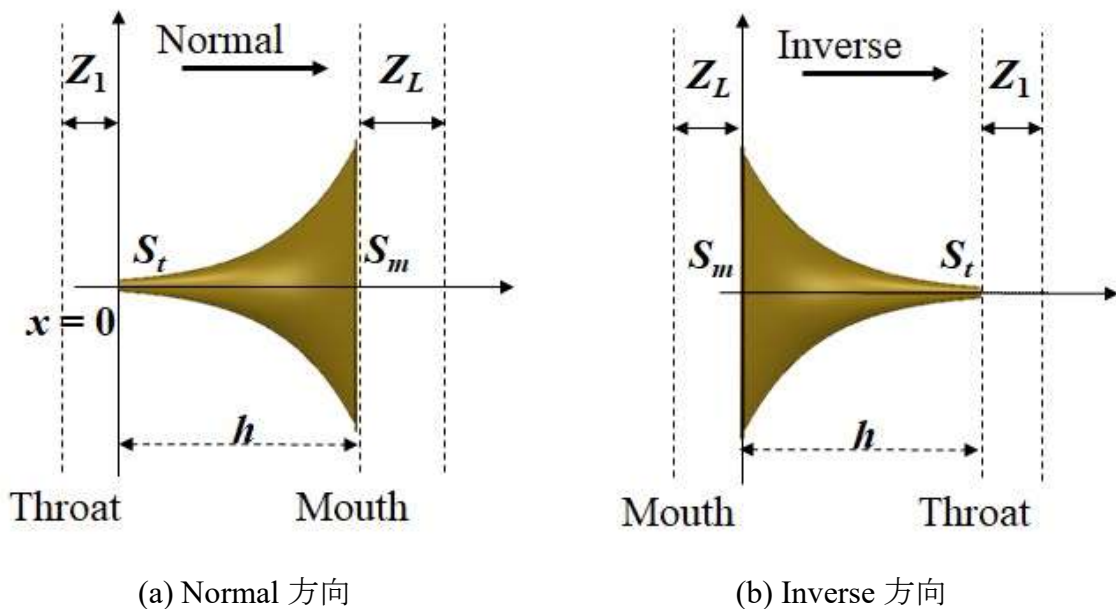


図 3-1 指数関数型ホーンの側面図

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 p(x,t)}{\partial x^2} + m \frac{\partial p(x,t)}{\partial x} &= \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p(x,t)}{\partial t^2} && \text{(Normal 方向)} \\ \frac{\partial^2 p(x,t)}{\partial x^2} - m \frac{\partial p(x,t)}{\partial x} &= \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p(x,t)}{\partial t^2} && \text{(Inverse 方向)} \end{aligned} \right\} \quad (3.2)$$

となる. ここで, 応力 $p(x,t)$ について $p(x,t) \propto e^{j\omega t}$ および $p(x,t) \propto e^{gx}$ と仮定し, (3.2)式の解を

$$p(x,t) = p_0 e^{gx} e^{j\omega t} \quad (3.3)$$

とおくと, (3.2)式の各項は, それぞれ

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 p(x,t)}{\partial t^2} &= -\omega^2 p(x,t) \\ \frac{\partial p(x,t)}{\partial x} &= gp(x,t) \\ \frac{\partial^2 p(x,t)}{\partial x^2} &= g^2 p(x,t) \end{aligned} \right\} \quad (3.4)$$

となる. これらを(3.2)式 (Normal 方向) に代入すると, $k = \omega/c$ を用いて,

$$g^2 + mg + k^2 = 0. \quad (3.5)$$

したがって, g は,

$$\begin{aligned} g &= \frac{m \pm \sqrt{m^2 - 4k^2}}{2} \\ &= \frac{m}{2} \pm \frac{m}{2} \sqrt{1 - \frac{4k^2}{m^2}}. \end{aligned} \quad (3.6)$$

ここで, 一般解 $p(x,t)$ および振動速度 $\dot{u}(x,t)$ は, 指数関数型ホーンの遮断周波数を $f_c = mc/4\pi$ とおくと, $1 - (2k/m)^2$ の符号により解が異なる. Normal および Inverse の各方向における応力 $p(x,t)$ と振動速度 $\dot{u}(x,t)$ は, それぞれ各周波数領域に対して,

$$p(x, t) = \begin{cases} e^{-\frac{m}{2}x} (\lambda_7 e^{-\frac{m}{2}\alpha x} + \lambda_8 e^{\frac{m}{2}\alpha x}) e^{j\omega t} & (f < f_c) \\ e^{-\frac{m}{2}x} (\lambda_9 e^{-j\frac{m}{2}\beta x} + \lambda_{10} e^{j\frac{m}{2}\beta x}) e^{j\omega t} & (f > f_c) \\ e^{-\frac{m}{2}x} (\lambda_{11} + \lambda_{12}x) e^{j\omega t} & (f = f_c) \end{cases} \quad (3.7)$$

(応力 : Normal 方向)

$$\dot{u}(x, t) = \begin{cases} -j \frac{m}{2k\rho c} e^{-\frac{m}{2}x} \{ \lambda_7 (\alpha + 1) e^{-\frac{m}{2}\alpha x} - \lambda_8 (\alpha - 1) e^{\frac{m}{2}\alpha x} \} e^{j\omega t} & (f < f_c) \\ -j \frac{m}{2k\rho c} e^{-\frac{m}{2}x} \{ \lambda_9 (j\beta + 1) e^{-j\frac{m}{2}\beta x} - \lambda_{10} (j\beta - 1) e^{j\frac{m}{2}\beta x} \} e^{j\omega t} & (f > f_c) \\ -j \frac{m}{2k\rho c} e^{-\frac{m}{2}x} \left\{ \lambda_{11} - \lambda_{12} \left(\frac{2}{m} - x \right) \right\} e^{j\omega t} & (f = f_c) \end{cases} \quad (3.8)$$

(振動速度 : Normal 方向)

$$p(x, t) = \begin{cases} e^{\frac{m}{2}x} (\lambda_{13} e^{-\frac{m}{2}\alpha x} + \lambda_{14} e^{\frac{m}{2}\alpha x}) e^{j\omega t} & (f < f_c) \\ e^{\frac{m}{2}x} (\lambda_{15} e^{-j\frac{m}{2}\beta x} + \lambda_{16} e^{j\frac{m}{2}\beta x}) e^{j\omega t} & (f > f_c) \\ e^{\frac{m}{2}x} (\lambda_{17} + \lambda_{18}x) e^{j\omega t} & (f = f_c) \end{cases} \quad (3.9)$$

(応力 : Inverse 方向)

$$\dot{u}(x, t) = \begin{cases} -j \frac{m}{2k\rho c} e^{\frac{m}{2}x} \{ \lambda_{13} (\alpha - 1) e^{-\frac{m}{2}\alpha x} - \lambda_{14} (\alpha + 1) e^{\frac{m}{2}\alpha x} \} e^{j\omega t} & (f < f_c) \\ -j \frac{m}{2k\rho c} e^{\frac{m}{2}x} \{ \lambda_{15} (j\beta - 1) e^{-j\frac{m}{2}\beta x} - \lambda_{16} (j\beta + 1) e^{j\frac{m}{2}\beta x} \} e^{j\omega t} & (f > f_c) \\ -j \frac{m}{2k\rho c} e^{\frac{m}{2}x} \left\{ -\lambda_{17} - \lambda_{18} \left(\frac{2}{m} + x \right) \right\} e^{j\omega t} & (f = f_c) \end{cases} \quad (3.10)$$

(振動速度 : Inverse 方向)

を得る. ここで各 λ は積分定数であり, $f < f_c$ において $\alpha = \sqrt{1 - (2k/m)^2}$, $f > f_c$ において $\beta = \sqrt{(2k/m)^2 - 1}$ とおいた.

3.2.1.1 反射波を考慮しない場合

指数関数型ホーンにおいても, 音響ホーンやアクチュエータなどの分野で種々研究[30]されてきたが, 円錐型ホーン同様, 可聴領域を含む低周波数領域に関する言及はなされて

いない。この理由についても、反射波を考慮しない極端な境界条件を前提に解析を進めているためである。(3.7)~(3.10)式で得られた一般解 $p(x, t)$ および振動速度 $\dot{u}(x, t)$ について反射波を考慮しない場合は $f < f_c$ および $f > f_c$ の周波数領域に対して、Normal 方向で、

$$p(x, t) = \begin{cases} \lambda_7' e^{-\frac{m}{2}x(\alpha+1)} e^{j\omega t} & (f < f_c) \\ \lambda_9' e^{-\frac{m}{2}(j\beta+1)x} e^{j\omega t} & (f > f_c) \end{cases} \quad (3.11)$$

(応力：Normal 方向)

$$\dot{u}(x, t) = \begin{cases} -j \frac{m}{2k\rho c} \lambda_7' (\alpha + 1) e^{-\frac{m}{2}x(\alpha+1)} e^{j\omega t} & (f < f_c) \\ -j \frac{m}{2k\rho c} \lambda_9' (j\beta + 1) e^{-\frac{m}{2}x(j\beta+1)} e^{j\omega t} & (f > f_c) \end{cases}, \quad (3.12)$$

(振動速度：Normal 方向)

また Inverse 方向で、

$$p(x, t) = \begin{cases} \lambda_{13}' e^{-\frac{m}{2}x(\alpha-1)} e^{j\omega t} & (f < f_c) \\ \lambda_{15}' e^{-\frac{m}{2}(j\beta-1)x} e^{j\omega t} & (f > f_c) \end{cases} \quad (3.13)$$

(応力：Inverse 方向)

$$\dot{u}(x, t) = \begin{cases} -j \frac{m}{2k\rho c} \lambda_{13}' (\alpha - 1) e^{-\frac{m}{2}x(\alpha-1)} e^{j\omega t} & (f < f_c) \\ -j \frac{m}{2k\rho c} \lambda_{15}' (j\beta - 1) e^{-\frac{m}{2}x(j\beta-1)} e^{j\omega t} & (f > f_c) \end{cases} \quad (3.14)$$

(振動速度：Inverse 方向)

となる。ここで境界条件として、Normal 方向について、 $x = 0$ での振動速度を $\dot{u}(0, t) = \dot{u}_0 \exp(j\omega t)$ とし境界条件を与えると、

$$\lambda_{13}' = \begin{cases} \frac{j2k\rho c \dot{u}_0}{m(\alpha + 1)} & (f < f_c) \\ \frac{j2k\rho c \dot{u}_0}{m(j\beta + 1)} & (f > f_c) \end{cases} \quad (3.15)$$

を得る。結果として、(3.7)および(3.8)式はそれぞれ、

$$p(x, t) = \begin{cases} \frac{j2k\rho c\dot{u}_0}{m(\alpha + 1)} e^{-\frac{m}{2}x(\alpha+1)} e^{j\omega t} & (f < f_c) \\ \frac{j2k\rho c\dot{u}_0}{m(j\beta + 1)} e^{-\frac{m}{2}(j\beta+1)x} e^{j\omega t} & (f > f_c) \end{cases} \quad (3.16)$$

(応力 : Normal 方向)

$$\dot{u}(x, t) = \begin{cases} \dot{u}_0 e^{-\frac{m}{2}x(\alpha+1)} e^{j\omega t} & (f < f_c) \\ \dot{u}_0 e^{-\frac{m}{2}x(j\beta+1)} e^{j\omega t} & (f > f_c) \end{cases} \quad (3.17)$$

(振動速度 : Normal 方向)

ここで、 $x = 0$ を加振点とすると、加振側から見た伝達側への駆動点インピーダンス Z'_N は、Throat の断面積 S_t を考慮して、

$$Z'_N = \begin{cases} \frac{j2k\rho c}{S_t m(\alpha + 1)} & (f < f_c) \\ \frac{j2k\rho c}{S_t m(j\beta + 1)} = \frac{\rho c}{S_t} \left(\beta + j \frac{m}{2k} \right) & (f > f_c) \end{cases} \quad (\text{Normal 方向}) \quad (3.18)$$

が得られる。

同様に Inverse 方向についても解くと、積分定数 λ_{15}' は、

$$\lambda_{15}' = \begin{cases} \frac{j2k\rho c\dot{u}_0}{m(\alpha - 1)} & (f < f_c) \\ \frac{j2k\rho c\dot{u}_0}{m(j\beta - 1)} & (f > f_c) \end{cases} \quad (3.19)$$

のように得られる。結果として、応力 $p(x, t)$ および振動速度 $\dot{u}(x, t)$ は(3.13), (3.14)式よりそれぞれ、

$$p(x, t) = \begin{cases} \frac{j2k\rho c\dot{u}_0}{m(\alpha - 1)} e^{-\frac{m}{2}x(\alpha-1)} e^{j\omega t} & (f < f_c) \\ \frac{j2k\rho c\dot{u}_0}{m(j\beta - 1)} e^{-\frac{m}{2}(j\beta-1)x} e^{j\omega t} & (f > f_c) \end{cases} \quad (\text{応力 : Inverse 方向}). \quad (3.20)$$

$$\dot{u}(x, t) = \begin{cases} \dot{u}_0 e^{-\frac{m}{2}x(\alpha-1)} e^{j\omega t} & (f < f_c) \\ \dot{u}_0 e^{-\frac{m}{2}x(j\beta-1)} e^{j\omega t} & (f > f_c) \end{cases} \quad (\text{振動速度 : Inverse 方向}). \quad (3.21)$$

結局, Inverse 方向の駆動点インピーダンス Z'_I は, Mouth の面積 S_m を考慮して次式となる.

$$Z'_I = \begin{cases} \frac{j2k\rho c}{S_m m(\alpha-1)} & (f < f_c) \\ \frac{j2k\rho c}{S_m m(j\beta-1)} = \frac{\rho c}{S_m} \left(\beta - j\frac{m}{2k} \right) & (f > f_c) \end{cases} \quad (3.22)$$

3.2.1.2 反射波を考慮した場合

可聴領域を含む低周波数領域におけるインシュレータの働きを明らかにするため, (3.7)~(3.10)式に対して, 反射波を含めて考慮する. 指数関数型ホーンにおいても, Throat および Mouth の端部は同一素材の円柱やカップ (または受け皿) に接続されている. そこで, 円柱や円錐型ホーンと同様に境界条件は, 加振点 $x=0$ における振動速度を $\dot{u}(0) = \dot{u}_0 \exp(j\omega t)$ とし, ホーンその他端 $x=h$ は特性インピーダンス ρc の素材で終端されると仮定する. すなわち, $p(h) = \rho c \dot{u}(h)$ を仮定して積分定数 λ を求めると, Normal 方向において $\lambda_7 \sim \lambda_{12}$ はそれぞれ, (3.23)式で得られる. ここで式中の α および β は, それぞれ $\alpha = \sqrt{1 - (2k/m)^2}$, $\beta = \sqrt{(2k/m)^2 - 1}$ である.

$$\left. \begin{aligned} \lambda_7 &= \frac{j2k\rho c \dot{u}_0 e^{\frac{m}{2}\alpha h}}{m} \left\{ 1 - j\frac{m}{2k}(\alpha-1) \right\} \\ &\quad \left\{ 1 - j\frac{m}{2k}(\alpha-1) \right\} (\alpha+1) e^{\frac{m}{2}\alpha h} + \left\{ 1 + j\frac{m}{2k}(\alpha+1) \right\} (\alpha-1) e^{-\frac{m}{2}\alpha h} \\ \lambda_8 &= \frac{-j2k\rho c \dot{u}_0 e^{-\frac{m}{2}\alpha h}}{m} \left\{ 1 + j\frac{m}{2k}(\alpha+1) \right\} \\ &\quad \left\{ 1 - j\frac{m}{2k}(\alpha-1) \right\} (\alpha+1) e^{\frac{m}{2}\alpha h} + \left\{ 1 + j\frac{m}{2k}(\alpha+1) \right\} (\alpha-1) e^{-\frac{m}{2}\alpha h} \\ \lambda_9 &= \frac{j2k\rho c \dot{u}_0 e^{j\frac{m}{2}\beta h}}{m} \left\{ 1 - j\frac{m}{2k}(j\beta-1) \right\} \\ &\quad \left\{ 1 - j\frac{m}{2k}(j\beta-1) \right\} (j\beta+1) e^{j\frac{m}{2}\beta h} + \left\{ 1 + j\frac{m}{2k}(j\beta+1) \right\} (j\beta-1) e^{-j\frac{m}{2}\beta h} \\ \lambda_{10} &= \frac{-j2k\rho c \dot{u}_0 e^{-j\frac{m}{2}\beta h}}{m} \left\{ 1 + j\frac{m}{2k}(j\beta+1) \right\} \\ &\quad \left\{ 1 - j\frac{m}{2k}(j\beta-1) \right\} (j\beta+1) e^{j\frac{m}{2}\beta h} + \left\{ 1 + j\frac{m}{2k}(j\beta+1) \right\} (j\beta-1) e^{-j\frac{m}{2}\beta h} \end{aligned} \right\} \quad (3.23)$$

$$\left. \begin{aligned} \lambda_{11} &= \frac{j2k\rho c\dot{u}_0}{m} \frac{h\left(1 + j\frac{m}{2k}\right) - j\frac{1}{k}}{h\left(1 + j\frac{m}{2k}\right) + \frac{2}{m}} \\ \lambda_{12} &= -\frac{j2k\rho c\dot{u}_0}{m} \frac{1 + j\frac{m}{2k}}{h\left(1 + j\frac{m}{2k}\right) + \frac{2}{m}} \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} (3.23) \\ \text{つづき} \end{array}$$

(積分定数 $\lambda_7 \sim \lambda_{12}$: Normal 方向)

したがって、Normal の各方向における応力 $p_N(x, t)$ と振動速度 $\dot{u}_N(x, t)$ は、指数関数型ホーンの遮断周波数 f_c に応じて、それぞれ次式 ((3.24)および(3.25)式) で表せる。

$$p_N(x, t) = \frac{j2k\rho c\dot{u}_0 e^{-\frac{m}{2}x} e^{j\omega t}}{m} \times \left\{ \begin{array}{ll} \frac{\left\{1 - j\frac{m}{2k}(\alpha - 1)\right\} e^{\frac{m}{2}\alpha(h-x)} - \left\{1 + j\frac{m}{2k}(\alpha + 1)\right\} e^{-\frac{m}{2}\alpha(h-x)}}{\left\{1 - j\frac{m}{2k}(\alpha - 1)\right\}(\alpha + 1)e^{\frac{m}{2}\alpha h} + \left\{1 + j\frac{m}{2k}(\alpha + 1)\right\}(\alpha - 1)e^{-\frac{m}{2}\alpha h}} & (f < f_c) \\ \frac{\left\{1 - j\frac{m}{2k}(j\beta - 1)\right\} e^{j\frac{m}{2}\beta(h-x)} - \left\{1 + j\frac{m}{2k}(j\beta + 1)\right\} e^{-j\frac{m}{2}\beta(h-x)}}{\left\{1 - j\frac{m}{2k}(j\beta - 1)\right\}(j\beta + 1)e^{j\frac{m}{2}\beta h} + \left\{1 + j\frac{m}{2k}(j\beta + 1)\right\}(j\beta - 1)e^{-j\frac{m}{2}\beta h}} & (f > f_c) \\ \frac{\left\{h\left(1 + j\frac{m}{2k}\right) - j\frac{1}{k}\right\} + x\left(1 + j\frac{m}{2k}\right)}{h\left(1 + j\frac{m}{2k}\right) + \frac{2}{m}} & (f = f_c) \end{array} \right. \quad (3.24)$$

(応力 : Normal 方向)

$$\dot{u}_N(x, t) = \dot{u}_0 e^{-\frac{m}{2}x} e^{j\omega t} \times \left\{ \begin{array}{ll} \frac{\left\{1 - j\frac{m}{2k}(\alpha - 1)\right\}(\alpha + 1)e^{\frac{m}{2}\alpha(h-x)} + \left\{1 + j\frac{m}{2k}(\alpha + 1)\right\}(\alpha - 1)e^{-\frac{m}{2}\alpha(h-x)}}{\left\{1 - j\frac{m}{2k}(\alpha - 1)\right\}(\alpha + 1)e^{\frac{m}{2}\alpha h} + \left\{1 + j\frac{m}{2k}(\alpha + 1)\right\}(\alpha - 1)e^{-\frac{m}{2}\alpha h}} & (f < f_c) \\ \frac{\left\{1 - j\frac{m}{2k}(j\beta - 1)\right\}(j\beta + 1)e^{j\frac{m}{2}\beta(h-x)} + \left\{1 + j\frac{m}{2k}(j\beta + 1)\right\}(j\beta - 1)e^{-j\frac{m}{2}\beta(h-x)}}{\left\{1 - j\frac{m}{2k}(j\beta - 1)\right\}(j\beta + 1)e^{j\frac{m}{2}\beta h} + \left\{1 + j\frac{m}{2k}(j\beta + 1)\right\}(j\beta - 1)e^{-j\frac{m}{2}\beta h}} & (f > f_c) \\ \frac{h\left(1 + j\frac{m}{2k}\right) - x\left(1 + j\frac{m}{2k}\right) + \frac{2}{m}}{h\left(1 + j\frac{m}{2k}\right) + \frac{2}{m}} & (f = f_c) \end{array} \right. \quad (3.25)$$

(振動速度 : Normal 方向)

得られた各方向の応力 $p_N(x, t)$ および振動速度 $\dot{u}_N(x, t)$ から, Normal 方向における加振点でのインピーダンス (駆動点インピーダンス $Z_N = p(0, t)/\dot{u}(0, t)$) は次式で得られる.

$$Z_N = \left\{ \begin{array}{ll} \frac{\frac{4k\rho c}{mS_0} \left\{ \frac{m\alpha^2}{4k} + j \sinh^2\left(\frac{m}{2}\alpha h\right) \right\}}{\left\{ \sinh\left(\frac{m}{2}\alpha h\right) + \alpha \cosh\left(\frac{m}{2}\alpha h\right) \right\}^2 + \left\{ \frac{2k}{m} \sinh\left(\frac{m}{2}\alpha h\right) \right\}^2} & (f < f_c) \\ \frac{\frac{4k\rho c}{mS_0} \left\{ \frac{m\beta^2}{4k} + j \sin^2\left(\frac{m}{2}\beta h\right) \right\}}{\left\{ \sin\left(\frac{m}{2}\beta h\right) + \beta \cos\left(\frac{m}{2}\beta h\right) \right\}^2 + \left\{ \frac{2k}{m} \sin\left(\frac{m}{2}\beta h\right) \right\}^2} & (f > f_c) \\ \frac{\frac{\rho c}{S_0} \left[1 + jkh \left\{ \left(\frac{m}{2}h + 1\right) + \frac{m^2}{4k^2} \left(\frac{m}{2}h - 1\right) \right\} \right]}{\left(\frac{m}{2}h + 1\right)^2 + \left(\frac{m^2}{4k}h\right)^2} & (f = f_c) \end{array} \right. \quad (3.26)$$

また, Inverse 方向における積分定数 $\lambda_{13} \sim \lambda_{18}$ も同様に,

$$\left. \begin{array}{l} \lambda_{13} = \frac{\frac{j2k\rho c\dot{u}_0 e^{\frac{m}{2}\alpha h}}{m} \left\{ 1 - j\frac{m}{2k}(\alpha + 1) \right\}}{\left\{ 1 - j\frac{m}{2k}(\alpha + 1) \right\}(\alpha - 1)e^{\frac{m}{2}\alpha h} + \left\{ 1 + j\frac{m}{2k}(\alpha - 1) \right\}(\alpha + 1)e^{-\frac{m}{2}\alpha h}} \\ \lambda_{14} = \frac{-\frac{j2k\rho c\dot{u}_0 e^{-\frac{m}{2}\alpha h}}{m} \left\{ 1 + j\frac{m}{2k}(\alpha - 1) \right\}}{\left\{ 1 - j\frac{m}{2k}(\alpha + 1) \right\}(\alpha - 1)e^{\frac{m}{2}\alpha h} + \left\{ 1 + j\frac{m}{2k}(\alpha - 1) \right\}(\alpha + 1)e^{-\frac{m}{2}\alpha h}} \\ \lambda_{15} = \frac{\frac{j2k\rho c\dot{u}_0 e^{j\frac{m}{2}\beta h}}{m} \left\{ 1 - j\frac{m}{2k}(j\beta + 1) \right\}}{\left\{ 1 - j\frac{m}{2k}(j\beta + 1) \right\}(j\beta - 1)e^{j\frac{m}{2}\beta h} + \left\{ 1 + j\frac{m}{2k}(j\beta - 1) \right\}(j\beta + 1)e^{-j\frac{m}{2}\beta h}} \\ \lambda_{16} = \frac{-\frac{j2k\rho c\dot{u}_0 e^{-j\frac{m}{2}\beta h}}{m} \left\{ 1 + j\frac{m}{2k}(j\beta - 1) \right\}}{\left\{ 1 - j\frac{m}{2k}(j\beta + 1) \right\}(j\beta - 1)e^{j\frac{m}{2}\beta h} + \left\{ 1 + j\frac{m}{2k}(j\beta - 1) \right\}(j\beta + 1)e^{-j\frac{m}{2}\beta h}} \\ \lambda_{17} = -\frac{j2k\rho c\dot{u}_0}{m} \frac{h\left(1 - j\frac{m}{2k}\right) - j\frac{1}{k}}{h\left(1 - j\frac{m}{2k}\right) - \frac{2}{m}} \\ \lambda_{18} = \frac{j2k\rho c\dot{u}_0}{m} \frac{1 - j\frac{m}{2k}}{h\left(1 - j\frac{m}{2k}\right) - \frac{2}{m}} \end{array} \right\} \quad (3.27)$$

結局, Inverse 方向における応力 $p_I(x, t)$ と振動速度 $\dot{u}_I(x, t)$ は, 指数関数型ホーンの遮断周波数 f_c に応じて, それぞれ次式 ((3.28)および(3.29)式) で表せる.

$$p_I(x, t) = \frac{j2k\rho c\dot{u}_0 e^{\frac{m}{2}x} e^{j\omega t}}{m} \times \begin{cases} \frac{\left\{1 - j\frac{m}{2k}(\alpha + 1)\right\}e^{\frac{m}{2}\alpha(h-x)} - \left\{1 + j\frac{m}{2k}(\alpha - 1)\right\}e^{-\frac{m}{2}\alpha(h-x)}}{\left\{1 - j\frac{m}{2k}(\alpha + 1)\right\}(\alpha - 1)e^{\frac{m}{2}\alpha h} + \left\{1 + j\frac{m}{2k}(\alpha - 1)\right\}(\alpha + 1)e^{-\frac{m}{2}\alpha h}} & (f < f_c) \\ \frac{\left\{1 - j\frac{m}{2k}(j\beta + 1)\right\}e^{j\frac{m}{2}\beta(h-x)} - \left\{1 + j\frac{m}{2k}(j\beta - 1)\right\}e^{-j\frac{m}{2}\beta(h-x)}}{\left\{1 - j\frac{m}{2k}(j\beta + 1)\right\}(j\beta - 1)e^{j\frac{m}{2}\beta h} + \left\{1 + j\frac{m}{2k}(j\beta - 1)\right\}(j\beta + 1)e^{-j\frac{m}{2}\beta h}} & (f > f_c) \\ \frac{\left\{h\left(1 - j\frac{m}{2k}\right) - j\frac{1}{k}\right\} + x\left(1 - j\frac{m}{2k}\right)}{h\left(1 - j\frac{m}{2k}\right) - \frac{2}{m}} & (f = f_c) \end{cases}$$

(応力 : Inverse 方向) (3.28)

$$\dot{u}_I(x, t) = \dot{u}_0 e^{-\frac{m}{2}x} e^{j\omega t} \times \begin{cases} \frac{\left\{1 - j\frac{m}{2k}(\alpha - 1)\right\}(\alpha + 1)e^{\frac{m}{2}\alpha(h-x)} + \left\{1 + j\frac{m}{2k}(\alpha + 1)\right\}(\alpha - 1)e^{-\frac{m}{2}\alpha(h-x)}}{\left\{1 - j\frac{m}{2k}(\alpha - 1)\right\}(\alpha + 1)e^{\frac{m}{2}\alpha h} + \left\{1 + j\frac{m}{2k}(\alpha + 1)\right\}(\alpha - 1)e^{-\frac{m}{2}\alpha h}} & (f < f_c) \\ \frac{\left\{1 - j\frac{m}{2k}(j\beta + 1)\right\}(j\beta - 1)e^{j\frac{m}{2}\beta(h-x)} + \left\{1 + j\frac{m}{2k}(j\beta - 1)\right\}(j\beta + 1)e^{-j\frac{m}{2}\beta(h-x)}}{\left\{1 - j\frac{m}{2k}(j\beta - 1)\right\}(j\beta + 1)e^{j\frac{m}{2}\beta h} + \left\{1 + j\frac{m}{2k}(j\beta + 1)\right\}(j\beta - 1)e^{-j\frac{m}{2}\beta h}} & (f > f_c) \\ \frac{h\left(1 - j\frac{m}{2k}\right) - x\left(1 - j\frac{m}{2k}\right) - \frac{2}{m}}{h\left(1 - j\frac{m}{2k}\right) - \frac{2}{m}} & (f = f_c) \end{cases}$$

(振動速度 : Inverse 方向) (3.29)

したがって, 各方向の応力 $p_I(x, t)$ および振動速度 $\dot{u}_I(x, t)$ から, 加振点におけるインピーダンス (駆動点インピーダンス $Z_I = p(0)/\dot{u}(0)$) は次式で得られる.

$$Z_I = \begin{cases} \frac{\frac{4k\rho c}{mS_h} \left\{ \frac{m\alpha^2}{4k} - j \sinh^2\left(\frac{m}{2}\alpha h\right) \right\}}{\left\{ \sinh\left(\frac{m}{2}\alpha h\right) - \alpha \cosh\left(\frac{m}{2}\alpha h\right) \right\}^2 + \left\{ \frac{2k}{m} \sinh\left(\frac{m}{2}\alpha h\right) \right\}^2} & (f < f_c) \\ \frac{\frac{4k\rho c}{mS_h} \left\{ \frac{m\beta^2}{4k} - j \sin^2\left(\frac{m}{2}\beta h\right) \right\}}{\left\{ \sin\left(\frac{m}{2}\beta h\right) - \beta \cos\left(\frac{m}{2}\beta h\right) \right\}^2 + \left\{ \frac{2k}{m} \sin\left(\frac{m}{2}\beta h\right) \right\}^2} & (f > f_c) \\ \frac{\frac{\rho c}{S_h} \left[1 - jkh \left\{ \left(\frac{m}{2}h - 1\right) + \frac{m^2}{4k^2} \left(\frac{m}{2}h + 1\right) \right\} \right]}{\left(\frac{m}{2}h - 1\right)^2 + \left(\frac{m^2}{4k}h\right)^2} & (f = f_c) \end{cases} \quad (3.30)$$

3.2.2 駆動点インピーダンスの周波数特性

第2章でも述べたが、インシュレータの前後は円柱などを介して外界と接続されており、通常行われるような、反射波の無視や固定端・自由端などの単純な境界条件は成立しない。一方、インシュレータに接続される外部機器のインピーダンスは、使用状況により異なり一定とはいえないが、有限な負荷インピーダンスが接続されていると仮定するのが妥当である。

3.2.2.1 反射波を考慮しない場合

まず、一般解として用いられる反射波を無視した場合の駆動点インピーダンス ((3.18), (3.23)式) に対して伝達方向による大小を比較する。数値計算には VBA (Microsoft Excel) を用いた。インシュレータの材質は真鍮 (密度 $\rho = 8600 \text{ kg/m}^3$, 伝搬速度 $c = 3480 \text{ m/s}$) とし, Throat の半径 $r_t = 7.0 \times 10^{-4} \text{ m}$, Mouth の半径を $r_m = 1.9 \times 10^{-2} \text{ m}$, さらにホーンの広がり係数を $m = 200$ ($f_c = 55.4 \text{ kHz}$) として数値計算を行った。駆動点インピーダンスの周波数特性を図 3-2 に示す。図 3-2 および(3.18), (3.23)式について着目すると, 低周波数領域 ($f < f_c$) においてインピーダンスが実数項を持たないことがわかる。これは遮断周波数 f_c 以上の高周波数領域においては, 双方向の振動伝搬が生じることを意味するのに対し, 可聴領域を含む f_c 以下の低周波数領域では, 振動が伝搬しない結果を示している。

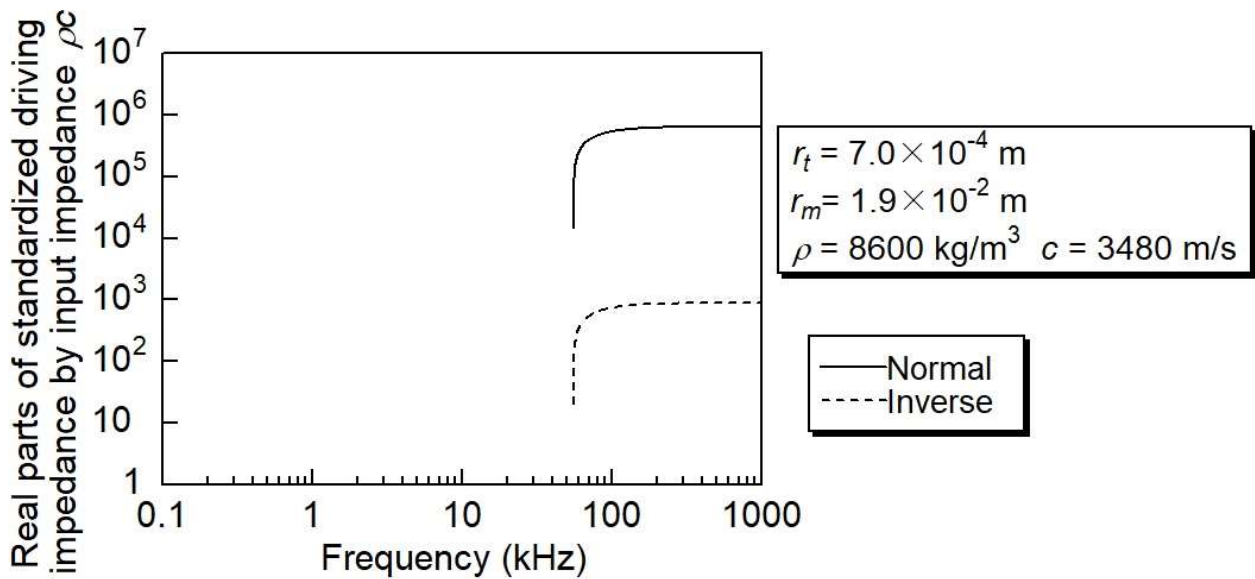


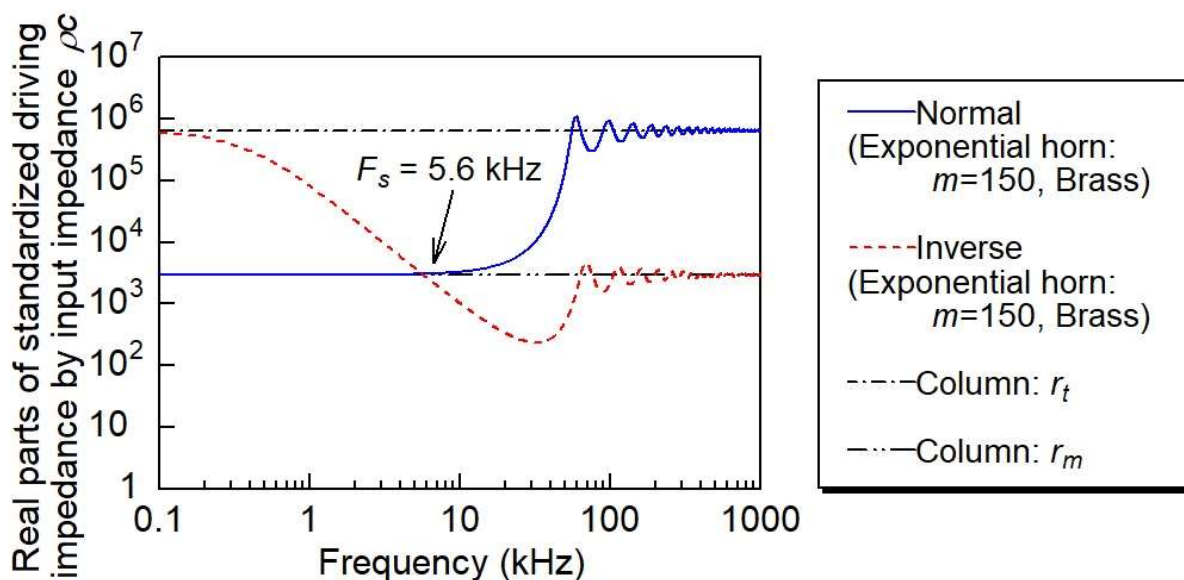
図 3-2 反射波成分を 0 と近似した場合の指数関数型ホーンにおける
駆動点インピーダンスの周波数特性

3.2.2.2 反射波を考慮した場合

次に、反射波を考慮した結果(3.26), (3.30)式を用い、形状と伝搬方向による駆動点インピーダンスの周波数特性を比較する。素材は真鍮を採用し、形状は耐荷重と大きさを考慮して m を 150 および 200 とした。また $m = 200$ に対して、高さを 2 種類、材質にナイロンを加えて数値計算を行った。計算に用いた各パラメータを表 3-1 に示す。負荷インピーダンスを、前章までと同様に、カップや円柱の特性インピーダンス ρc とし、インシュレータに伝達される振動エネルギーの大小を、加振源の内部インピーダンスと駆動点インピーダンスの実部の大小関係から評価する。

各形状と材質について、Normal および Inverse 方向に対する周波数特性の比較を図 3-3(a)~(d)に示す。ただし、縦軸は前章の円柱および円錐型と同様に振動源の内部インピーダンス ρc で規格化した値を示し、また各図には比較のため、断面が Throat および Mouth の半径 (r_t , r_m) の円柱形状のインピーダンスも示している。円柱のように断面積が変化しないインシュレータでは、駆動点インピーダンスは断面積の逆数に依存するものの、周波数および振動の伝達方向に依存せず一定であった。指数関数型ホーンでも、円錐と同様、図 3-3(a)~(d)に示されるように、指数関数型ホーンでは、Normal 方向の伝搬では約 30 kHz までほぼ一定値を取るが、その値は Mouth の断面積の逆数に比例して減少している。一方、Inverse 方向での伝搬では周波数の増加に伴いインピーダンスが減少し、ある周波数で Normal 方向と交差し、さらに減少している。交差周波数 F_s は形状 (m や Mouth の断面積

S_m など)に依存して変化し、シミュレーションで用いた定数に対して、M150で5.6 kHz、M200で4.1 kHz、M200 Miniで8.3 kHzとなっている。また、同一形状であっても、図3-3(d)に示すように、 $m = 200$ のM200 Nyでは3.1 kHzとなっており、材料因子にも依存している。



(a) M150 の駆動点インピーダンス

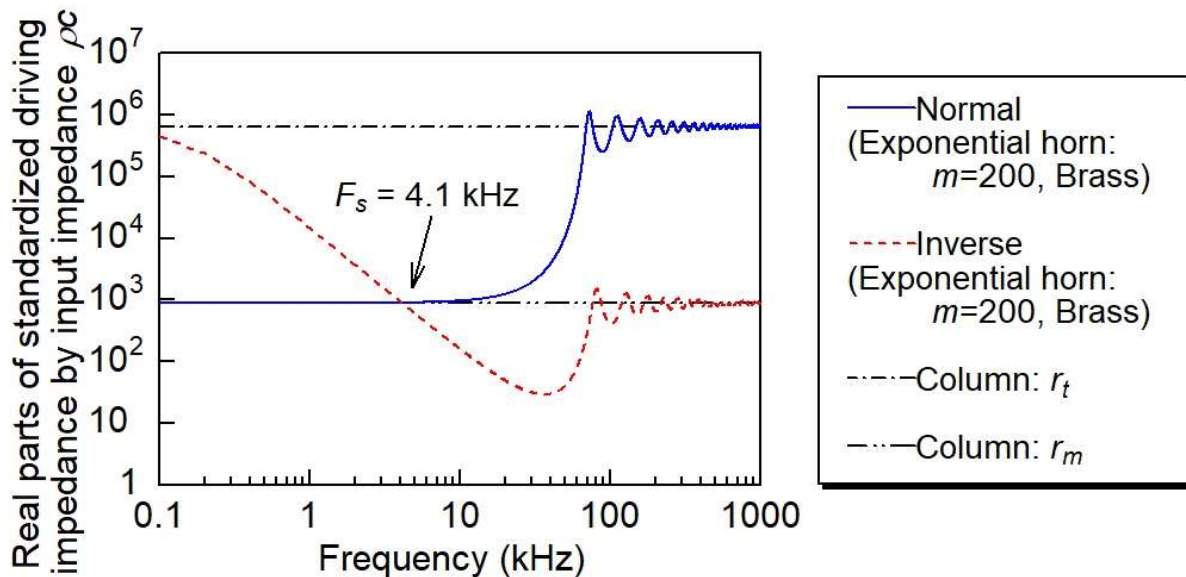
($\rho = 8600 \text{ kg/m}^3$, $c = 3480 \text{ m/s}$, $m = 150$, $r_h = 1.04 \times 10^{-2} \text{ m}$)

図 3-3 駆動点インピーダンスの周波数特性

表 3-1 数値計算で用いた各パラメータ

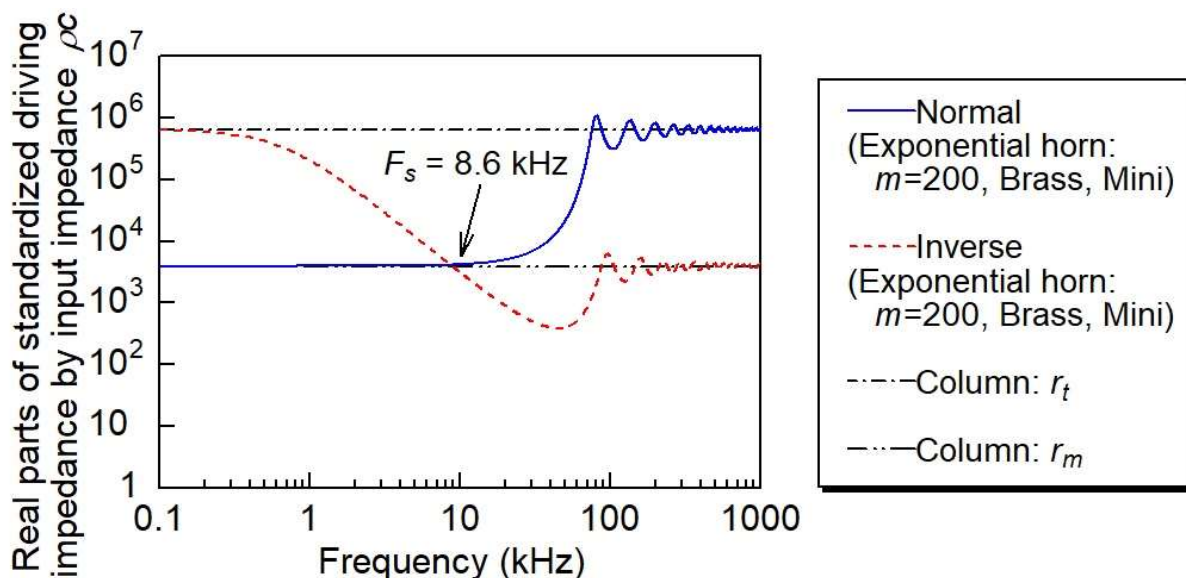
パラメータ名称		指数関数型ホーン			
		M150	M200	M200 Mini	M200 Ny
密度	ρ (kg/m^3)	8600	8600	8600	1110
伝搬速度	c (m/s)	3480	3480	3480	2680
Throat 半径	r_0 (m)	7.00×10^{-4}	7.00×10^{-4}	7.00×10^{-4}	7.00×10^{-4}
Mouth 半径	r_h (m)	1.04×10^{-2}	1.90×10^{-2}	9.00×10^{-3}	1.90×10^{-2}
ホーン高さ	h (m)	3.60×10^{-2}	3.30×10^{-2}	2.55×10^{-2}	3.30×10^{-2}
広がり係数	m (-)	150	200	200	200
交差周波数	F_s (kHz)	5.60	4.10	8.60	3.10

以上の結果より，ホーン形状を用いることで，ボルトなど断面積が一定の要素（例えば円柱などで，Mouth と同一断面積の場合）を用いて結合する場合と比較し，交差周波数 F_s より高い周波数では Inverse 方向でより多く振動を伝搬，それより低い周波数では振動絶縁性を高めることが示される．また，円柱の断面積を小さくすると，さらに交差周波数は低



(b) M200 の駆動点インピーダンス

($\rho = 8600 \text{ kg/m}^3$, $c = 3480 \text{ m/s}$, $m = 200$, $r_h = 1.90 \times 10^{-2} \text{ m}$)

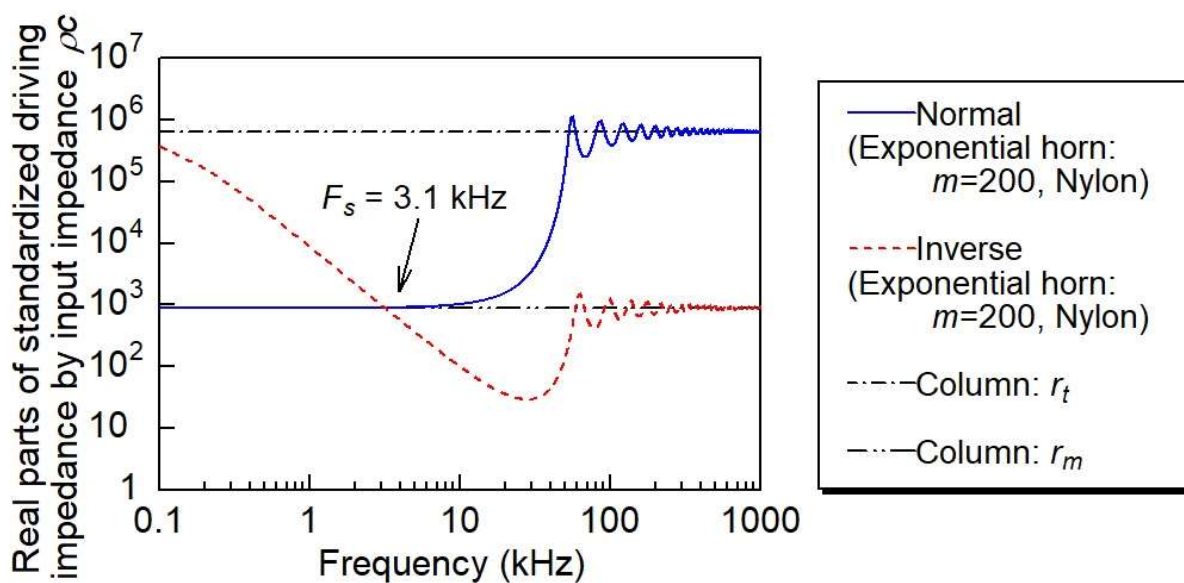


(c) M200 Mini の駆動点インピーダンス

($\rho = 8600 \text{ kg/m}^3$, $c = 3480 \text{ m/s}$, $m = 200$, $r_h = 9.00 \times 10^{-3} \text{ m}$)

図 3-3 駆動点インピーダンスの周波数特性 (つづき)

い方へと移行する. 一方, Normal 方向では Mouth の断面積で決まる一定のインピーダンスを示し, ボルトなどの断面積との比較により, 振動伝達の大小が決まってくる. この変化を利用することで強度を考慮しながら, 振動絶縁もしくは振動除去の特性を選択することが可能と考えられる. さらに, これまで波動伝搬が生じないとされていたホーンの遮断周波数以下の周波数領域において, 反射波および出力端に接続される負荷インピーダンスを考慮することで波動伝搬が生じることが判明した.



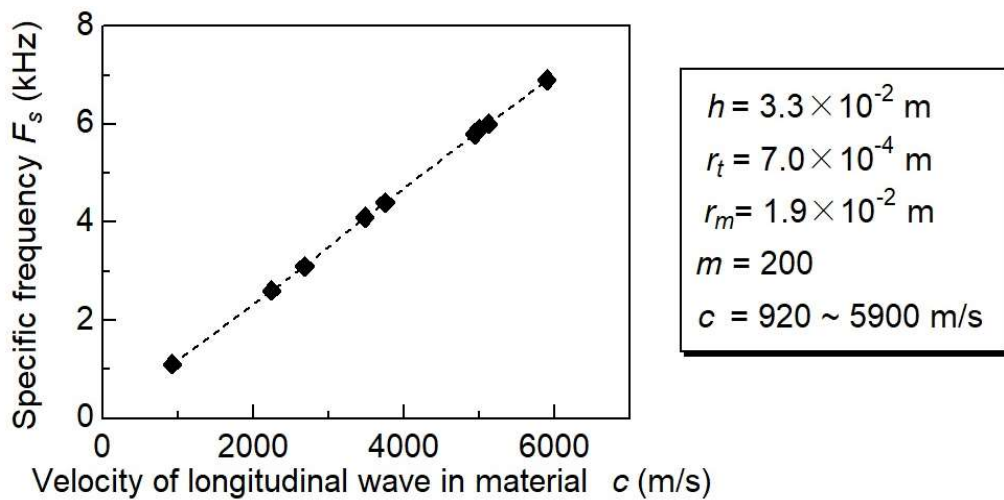
(d) M200 Ny の駆動点インピーダンス

($\rho = 1110 \text{ kg/m}^3$, $c = 2680 \text{ m/s}$, $m = 200$, $r_h = 1.90 \times 10^{-2} \text{ m}$)

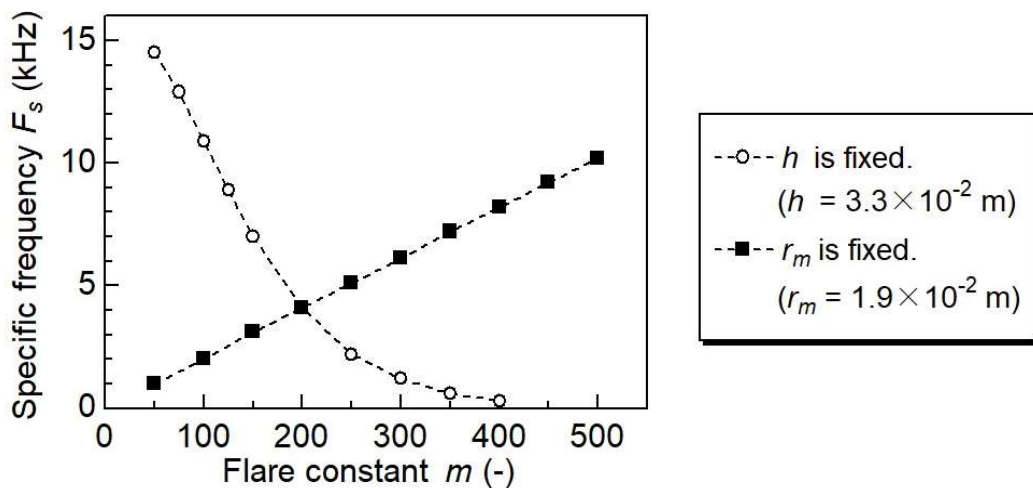
図 3-3 駆動点インピーダンスの周波数特性 (つづき)

3.2.3 指数関数型ホーンの形状や材質と交差周波数の関係

指数関数型ホーンでは、材質に属するパラメータには密度と伝搬速度、形状に関するパラメータには m , h , S_t , S_m があげられるが、円錐型ホーンと同様に、 Z_N と Z_I の実部の交点には密度は影響を与えない。図 3-4(a)に伝搬速度と交差周波数 F_s の関係を示す。さらに形状については、4 個のパラメータの内 3 個が独立に決定される。 S_t を一定とし、広がり係数 m および S_m を固定して、 F_s の変化を求めた結果を図 3-4(b)に示す。 m の増加により F_s が上昇するのに対し、Mouth の半径が大きくなると指数関数的に低下することが示される。



(a) 指数関数型ホーンを構成する材質の伝搬速度と交差周波数 F_s の関係



(b) ホーン形状と交差周波数 F_s の関係

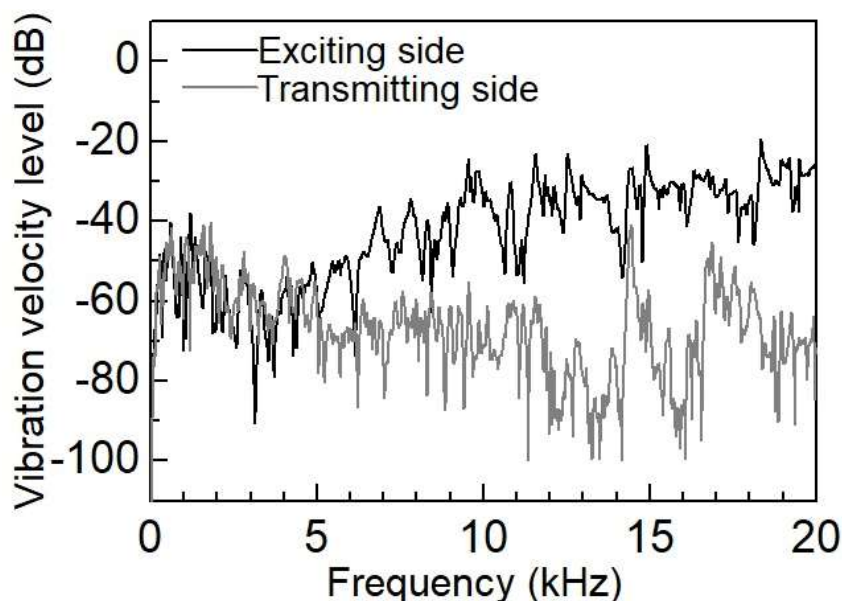
図 3-4 指数関数型ホーンの形状および構成材料と交差周波数 F_s の関係

3.3 実験的考察

3.3.1 指数関数型ホーンの振動減衰特性

前章で得た交差周波数および交差周波数より高い周波数域での振動伝達特性を実験的に確認する。図 3-1 に示す形状のインシュレータを作製し、入出力間の振動速度の減衰特性を求めた。測定は 2 章の円錐と同様に、試料をガラス板で挟み、圧電振動板によりサインスイープ加振状態の下で非接触型のレーザドップラ振動計を用いて、加振面と伝達面の振動速度レベルを測定した（測定システムの概略図：2 章 図 2-7）。

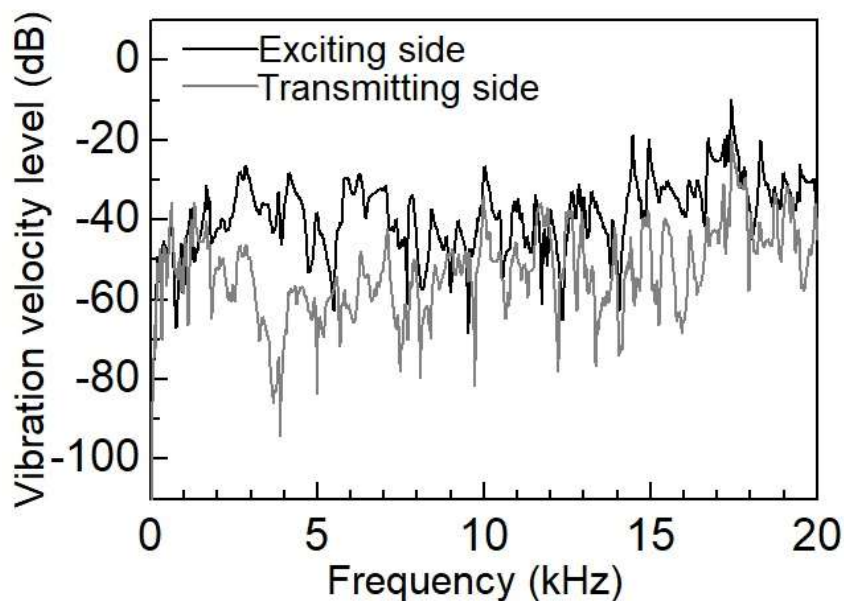
図 3-5(a)~(c)に M150 の測定結果を示す。(a)の Normal 方向は Throat, (b)の Inverse 方向は Mouth を加振した場合で、加振面と伝達面の振動速度レベルのパワースペクトルをそれぞれ示している。図 3-5(a)より、Normal 方向では 5 kHz 以上の帯域において、振動速度レベルが 33 dB 程度減衰した。一方で、(b)に示す Inverse 方向では 14 dB 程度に留まっており、Normal 方向と Inverse 方向で振動の伝達に違いが生じ、Normal 方向で振動が伝達しにくいことが示される。次に得られたパワースペクトルを用いて、振動速度レベルの減衰量を評価する。振動速度レベルの減衰量は、円錐型ホーンと同様、図 3-5(a), (b)の加振側と伝達側の振動速度レベルの差として求め、減衰量が大きければ振動絶縁、小さければ振動伝達効果が高いことを示す。図 3-5(c)に M150 に対する振動減衰特性を示す。図 3-5(c)より、円錐型ホーンと同様に、Normal 方向における振動減衰量が特定の周波数（6~7 kHz）を境に Inverse 方向より大となり、振動絶縁効果をもち、Inverse 方向では導通を示す逆特性となる結果が得られた。



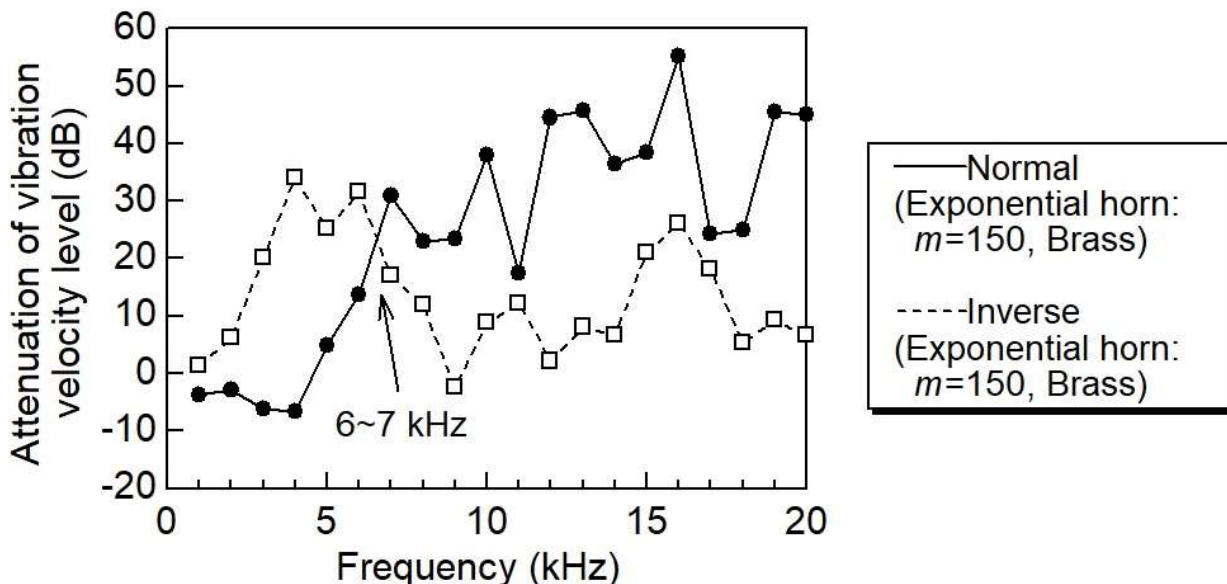
(a) 振動速度レベル (Normal 方向)

図 3-5 M150 における振動速度レベルの変化と振動減衰特性

また、図 3-6 に示す M200 についても、Normal 方向では 3 kHz 以上の帯域においては、40 dB 程度減衰する一方、(b) に示す Inverse 方向では 15 dB 程度に留まる傾向が確認された。さらに図 3-6(c) に示す振動減衰特性からも、指数関数型ホーンにおける振動伝達の方向性



(b) Inverse 方向（振動速度レベル）

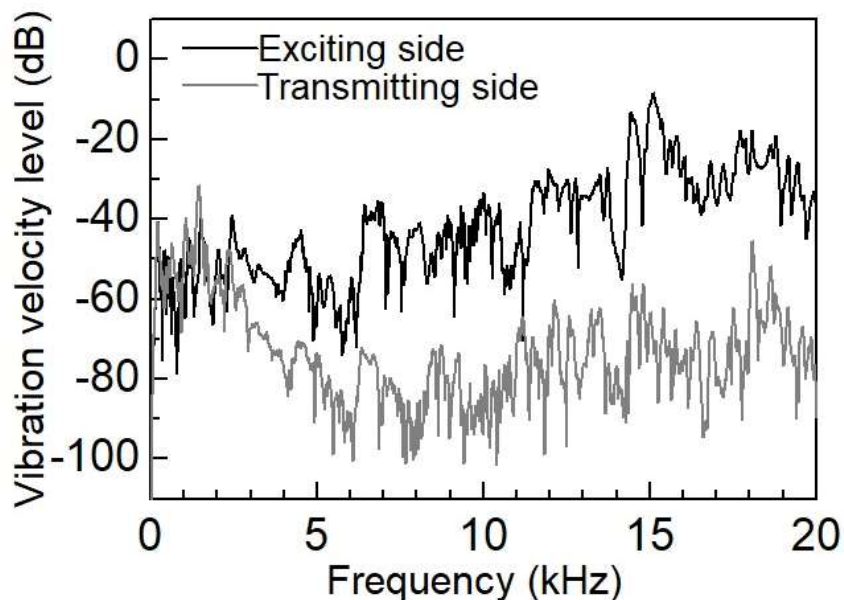


(c) 振動減衰特性

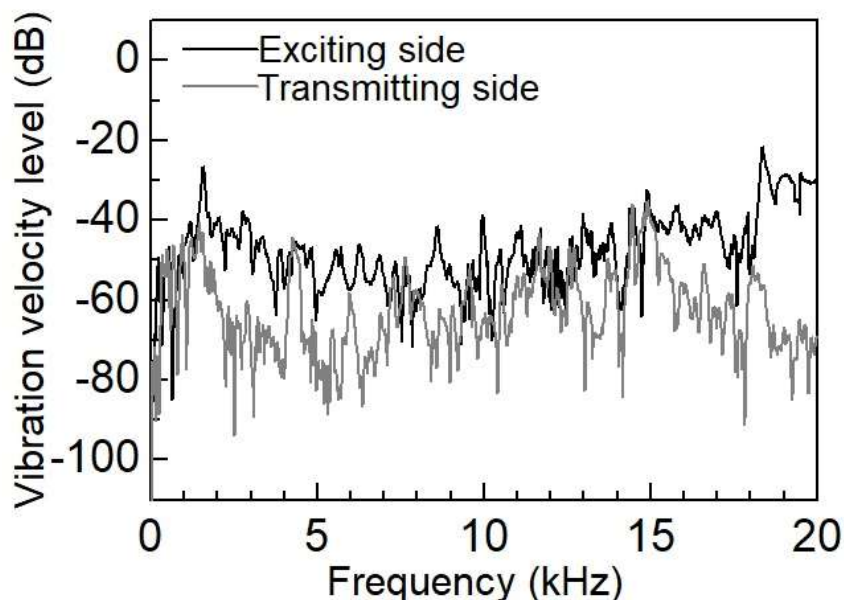
図 3-5 M150 における振動速度レベルの変化と振動減衰特性（つづき）

は、形状の異なる指数関数型のインシュレータでも同様に表れることが確認された。

また、Mouth の面積および高さの異なる M200Mini, 材質の異なる試料として M200Ny, についても同様に振動減衰特性を測定した。各インシュレータの振動減衰特性を図 3-7 と



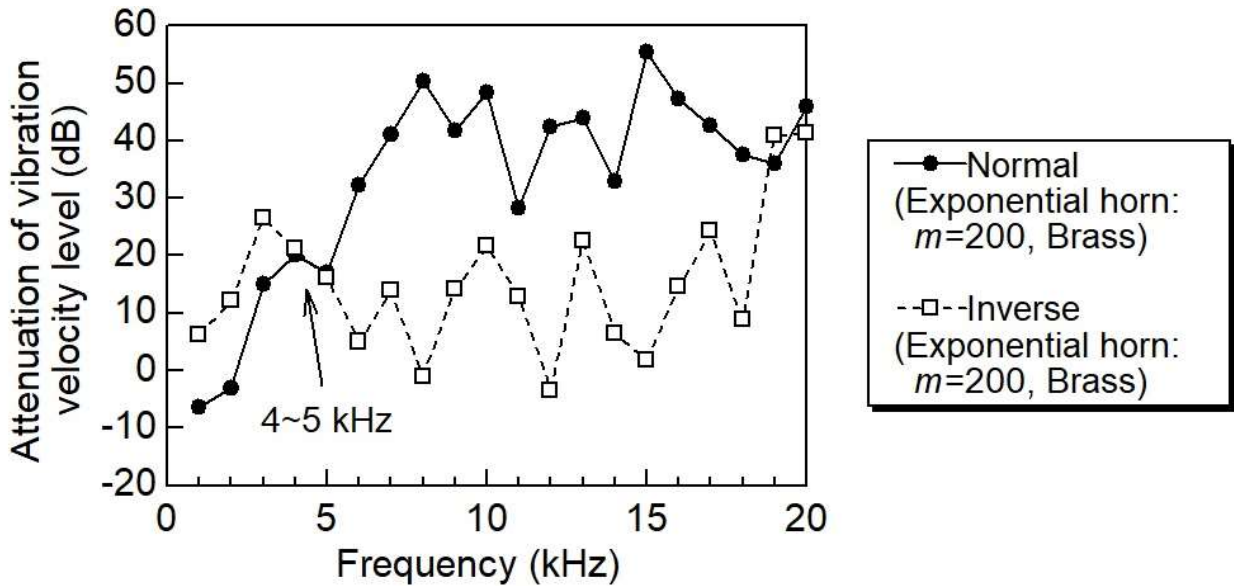
(a) 振動速度レベル (Normal 方向)



(b) Inverse 方向 (振動速度レベル)

図 3-6 M200 における振動速度レベルの変化と振動減衰特性

図 3-8 にそれぞれ示す. 図より, すべてのインシュレータで, Normal 方向と Inverse 方向の減衰量が入れ替わる特定の周波数が見られた. 実験から得られた交差周波数はおおよそ M150 で 6~7 kHz, M200 で 4~5 kHz, M200 Mini で 8 kHz, M200 Nylon で 4 kHz であった.



(c) 振動減衰特性

図 3-6 M200 における振動速度レベルの変化と振動減衰特性 (つづき)

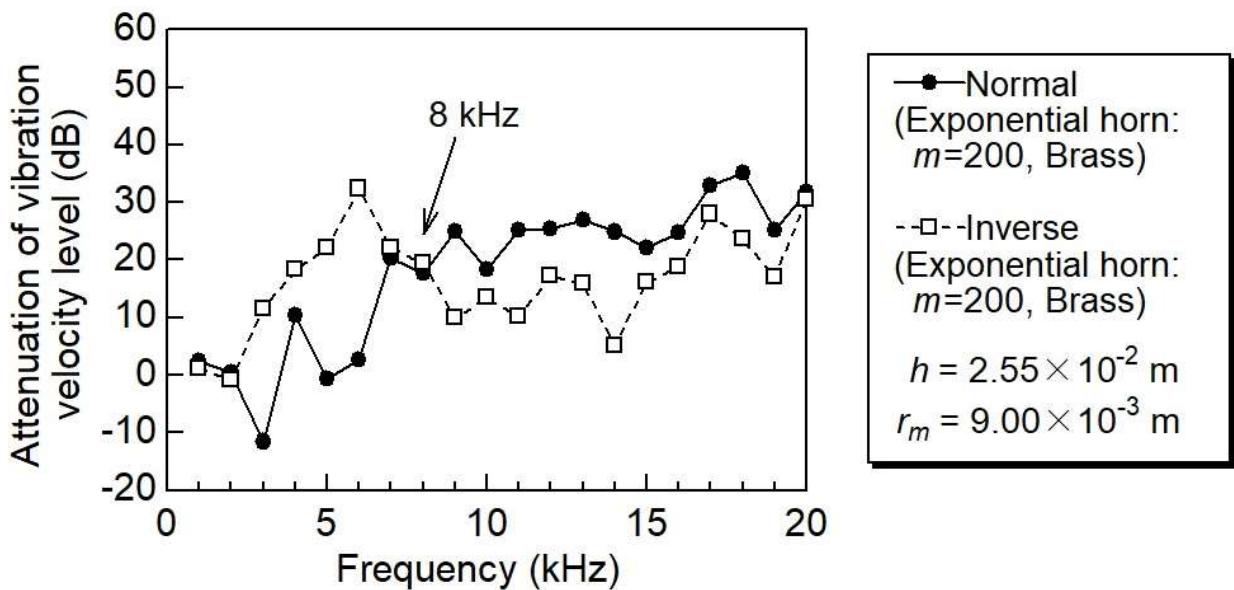


図 3-7 M200 Mini における振動減衰特性

これらの周波数は、2章の数値計算結果で得られた交差周波数 F_s やインピーダンス特性と同様の傾向を示している。これらの結果より、指数関数型ホーンでも円錐型ホーンと同様に振動伝達に方向性が生じることが明らかとなった。したがって、Inverse 方向の振動伝達では、材質や形状によって決まる交差周波数 F_s を境に、高い周波数領域では振動伝搬、低い周波数領域では振動絶縁の効果を示すことが実験的にも明らかとなった。

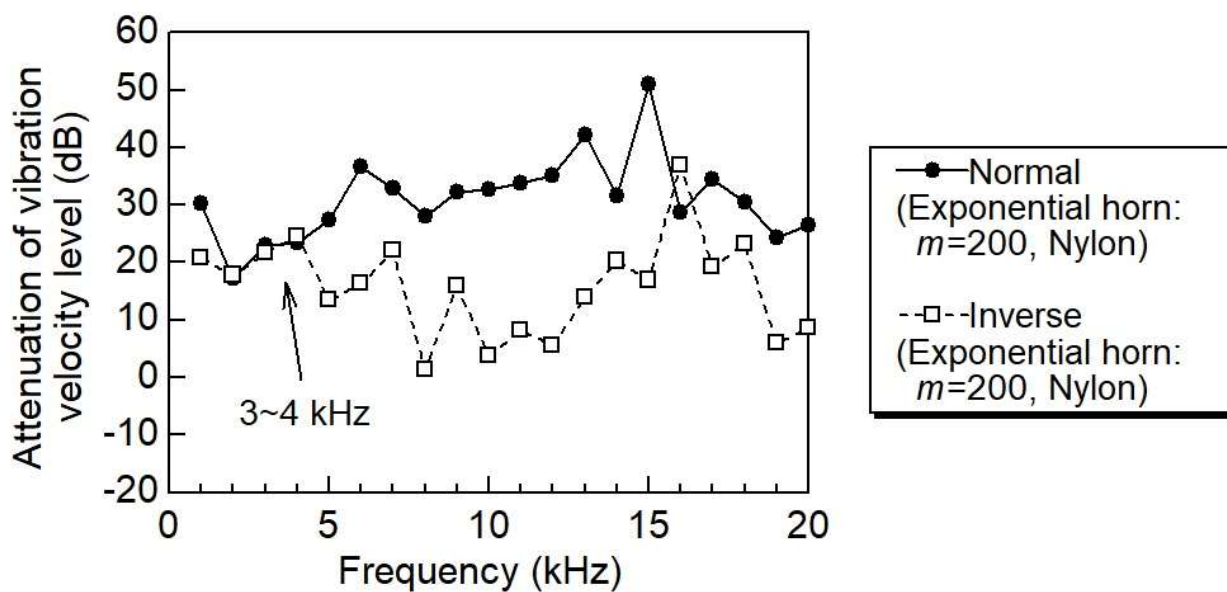


図 3-8 M200 Ny における振動減衰特性

3.3.2 円錐型ホーンとの比較

前述のように、指数関数型ホーンでは交差周波数 F_s を境に、高周波数領域では振動伝搬、低周波数領域では振動絶縁の効果を示すことが示された。ここで、第2章で扱った円錐型ホーンと振動減衰特性の違いを比較する。形状により効果に差が生じるため、厳密な比較は難しいが、ここでは同じ素材で、ほぼ同じ F_s を持つ円錐型ホーン（頂角 60° ）を採り上げて比較する。そこで表 3-1 および図 3-6 に示す M200 の指数関数型ホーンと、2章で得られた頂角が 60° の円錐型ホーン（表 2-1 および図 2-8）の実験結果と比較した。

表 3-2 に指数関数型と円錐型による振動低減量の比較を、4 kHz 以下とそれ以上の周波数領域に分け、Normal 方向を基準とした Inverse 方向の平均変化量として示す。したがって、表内の負値は Inverse 方向で振動の絶縁性が高く、正値は振動伝達性が高いことを表す。表 3-2 より、指数関数型について各方向での変化量（平均振動減衰量）が、 F_s 以下の低周波数領域では円錐型の約 6 倍、高周波数領域でも 2 倍程度と大きな差が見られ、指数関数型は円錐型と比較して振動伝達方向による振動絶縁および振動伝達の落差が大きく、効果が增大していることが示される。

表 3-2 円錐型ホーン(頂角 60°)および指数関数型ホーン(M200)の各パラメータと平均振動減衰量

パラメータ名称		円錐型ホーン (頂角 60°)	指数関数型ホーン (M200)
密度	ρ (kg/m ³)	8600	8600
伝搬速度	c (m/s)	3480	3480
Throat 半径	r_0 (m)	5.00×10^{-4}	7.00×10^{-4}
Mouth 半径	r_h (m)	1.00×10^{-2}	1.90×10^{-2}
ホーン高さ	h (m)	1.65×10^{-2}	3.30×10^{-2}
微小先端長さ	a (m)	8.66×10^{-4}	—
広がり係数	m (-)	—	200
頂角	θ (°)	60	—
交差周波数	F_s (kHz)	4.80	4.10
平均振動減衰量			
$f \leq F_s$	(dB)	-1.65	-10.07
$F_s \leq f$	(dB)	15.77	25.24

3.3.3 インシュレータの静的バネ特性の検討

実験で用いたインシュレータ (M200) を静的バネとして捉えた場合、バネ定数は約 $k=3.21 \times 10^7$ N/m となる。さらに使用したスピーカの質量 (5.4 kg) によるインシュレータの共振周波数は $f_0=388$ Hz となる。つまり、静的バネとしての効果は、約 500 Hz 以上では Normal 方向および Inverse 方向ともに振動絶縁効果を示す領域となる。しかし、測定結果から共振周波数より非常に高い 4 kHz 以上の周波数においては、Inverse 方向で振動が伝搬する。一方で、Normal 方向では絶縁される状況が観測されており、ホーン内での波動伝搬による効果と考えられる。これらの結果は、通常、遮断周波数以下では波動伝搬が生じないとされる理想環境下での理論結果に対し、より現実的なモデルにより、円柱との比較において振動伝搬がより多く生じる可能性を示唆する理論解析の有効性を証明するものと判断できる。

3.4 結言

本研究では、指数関数型ホーンの遮断周波数より低い帯域における振動伝搬の可能性に着目し、理論的解析を行うとともに実験的確認を試みた。理論的解析では、振動伝搬特性を駆動点インピーダンスで表し、数値計算結果から振動伝搬方向によりその特性が異なることを見出した。指数関数型ホーンに対しても、Throat から Mouth への振動伝達（Normal 方向）は周波数に関係なく一定のインピーダンス特性を示す。一方、Mouth から Throat への振動伝達（Inverse 方向）では、周波数に大きく依存して変化し、Normal 方向との入れ替わりが生じる。これらの結果を基に実験的検証を行った。遮断周波数以下の帯域（音声周波数帯域）に対し、指数関数型ホーンに関して、得られた結果を以下にまとめる。

- (1) Normal 方向の振動伝達は、円錐形状と同様に Mouth の断面積に影響されるが、周波数には依存しない。
- (2) Inverse 方向の振動伝達では、ある特定の周波数（交差周波数 F_g ）以上で、Normal 方向や Mouth と同じ断面積を持つ円柱と比較して振動を伝達しやすくなり、この効果は円錐形状より高く振動除去の効果が期待できる。
- (3) 一方、Inverse 方向の振動伝達では、ある特定の周波数（交差周波数 F_g ）以下の帯域では、振動絶縁効果を示す。ただし、静的バネ定数と載置機器の質量とで決まる共振周波数の 1.4 倍以下では振動絶縁効果はなくなる。

以上のように、指数関数型ホーンは、通常ボルトなどで結合する部分に用いることで、円錐型と同様に、周波数選択性の振動除去もしくは振動絶縁効果を付加できることが明らかになった。また、オーディオにおいてもこれまで用いられてきた円錐より大きな効果が期待できる。

第4章 四端子等価回路を用いた振動伝達特性の数値解析手法

4.1 緒言

インシュレータの設計段階において、市販されているインシュレータのほとんどは、明確な目的や指針を基に設計されることは少なく、あくまでもメーカー側の経験や感覚を基に開発され、その動作原理や効果についての科学的説明はなされていない。第2および3章では、円柱や単純構造のホーン形状に対して理論的・実験的に検討してきたが、市販されているインシュレータの中には、要素単体の単純構造のみでなく、それらを組み合わせた複雑な構造の製品も種々存在する。これまでは、円柱、円錐、指数関数型ホーンの各形状について、固体内の振動伝搬に関する波動方程式に対し、入出力部における有限な境界条件を与えて解くことで得られるインシュレータの振動伝搬特性について述べた。一方で、この解析手法は、振動源の内部インピーダンス、負荷インピーダンスに対して解析し直す必要があり、特に複雑な構造の系に対して扱いにくい面が残っていた。

そこで本章では、インシュレータの動作の解明と最適な効果を得るための設計・解析法を見出すことを目指し、改めて円錐や指数関数型ホーンおよび断面積が変化しない円柱を採り上げ、単純な形状の要素に対して伝送行列 F を求めた。さらに複雑な形状は、単純な要素の組み合わせた構造に反映することで、全体の伝送行列が単純要素の並列や縦続接続で得られる。具体的には、まず音響管や音響ホーンの解析[37-42]を参考に、入出力関係を伝達マトリクスにより表す。伝達マトリクスは、機械力学における振動伝搬に関する波動方程式を、有限な負荷インピーダンスの仮定の下で解くことで与えられ、加振点から見たインピーダンス特性を伝達マトリクスで評価することが可能となる[29, 30, 32, 33, 38]。線形モデルであれば、四端子素子を直列接続し、伝達マトリクスの積として全体の伝達マトリクスを求めることができ、単一構造のみでなく複合形状に対しても数値計算が可能となる。また、得られた評価式に形状因子や材質因子を導入して、駆動点でのインピーダンスの周波数特性のシミュレーションを行い、第2および3章で得られた結果と比較した。さらに複雑な系を持つインシュレータの一例として、円錐型ホーンと円柱を組み合わせた複合形状のインシュレータに対してシミュレーションを行った。実験的考察では、真鍮製の複合形状のインシュレータを用いて振動伝搬特性を測定し、シミュレーション結果と比較した。

4.2 等価四端子回路を用いた入出力の表現

第2章, 3章で得た各形状における固体内の一次元波動方程式(2.2), (2.9), (2.10)および(3.2)式に対して, 加振点から見たインピーダンス Z_0 は $Z_0 = p(0,t)/\dot{u}(0,t)$ により与えられるので, 波動方程式の解から $p(0,t)$ および $\dot{u}(0,t)$ を求めればよい. ここで境界条件として, 加振点で振動速度を $\dot{u}_0 \exp(j\omega t)$, 出力端 ($x = h$) では, (i) 固定端 (電氣的に開放端) $\dot{u}(h,t) = 0$, および, (ii) 自由端 (電氣的に短絡端) $p(h,t) = 0$ を仮定した波動方程式の解は, 応力と振動速度を電圧と電流に置き換えることにより, 集中定数系四端子電気回路網における出力端の (i) 開放と (ii) 短絡における入出力関係に相当する. すなわち, インシュレータの入出力関係を図 4-1 に示す四端子電気回路に等価できる. そこで, 出力端において $Z_L = p(h,t)/\dot{u}(h,t)$ を考慮するなら, 振動伝達における以下の入出力関係を得る.

$$\left. \begin{aligned} p(0,t) &= Ap(h,t) + B\dot{u}(h,t) \\ \dot{u}(0,t) &= Cp(h,t) + D\dot{u}(h,t) \end{aligned} \right\} \quad (4.1)$$

ここで $A \sim D$ は, 図 4-1 の四端子回路網の伝搬定数であり, A と C は固定端, B と D は自由端の仮定の下で得られた定数で, 次式で定義される.

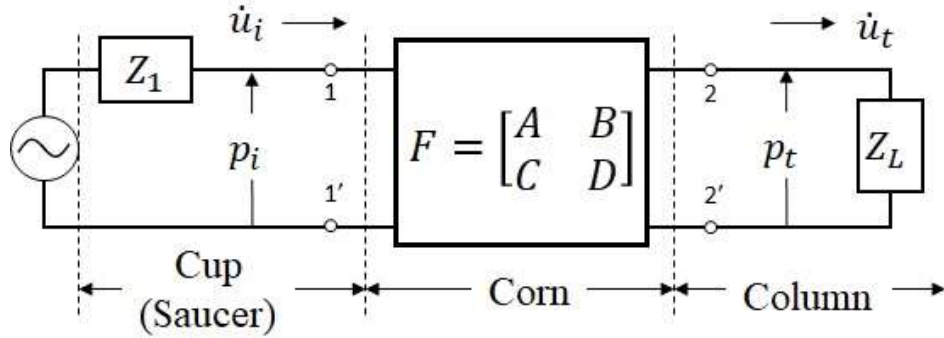
$$\left. \begin{aligned} A &= \left. \frac{p(0,t)}{p(h,t)} \right|_{\dot{u}(h,t)=0}, & B &= \left. \frac{p(0,t)}{\dot{u}(h,t)} \right|_{p(h,t)=0} \\ C &= \left. \frac{\dot{u}(0,t)}{p(h,t)} \right|_{\dot{u}(h,t)=0}, & D &= \left. \frac{\dot{u}(0,t)}{\dot{u}(h,t)} \right|_{p(h,t)=0} \end{aligned} \right\} \quad (4.2)$$

結局, 加振点でのインピーダンス Z_0 は, 加振点の断面積 S_t を考慮し, (4.2)式および $Z_L = p(h,t)/\dot{u}(h,t)$ の関係を用いて, 次式で求められる.

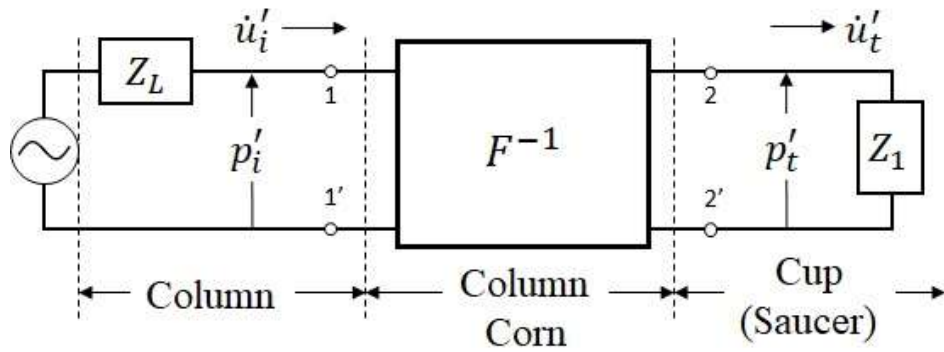
$$\begin{aligned} Z_0 &= \frac{p(0,t)}{S_t \dot{u}(0,t)} \\ &= \frac{AZ_L + B}{S_t(CZ_L + D)} \\ &= \frac{Apc + B}{S_t(Cpc + D)} \end{aligned} \quad (4.3)$$

さらに, 逆方向 (Inverse 方向) についても, 加振点からみたインピーダンスは, Inverse 方向における伝搬定数 $A' \sim D'$ および Mouth の断面積 S_m を用いて, 次式で表せる.

$$\begin{aligned}
 Z_h &= \frac{p(0,t)}{S_t \dot{u}(0,t)} \\
 &= \frac{A' \rho c - B'}{S_m (-C' \rho c + D')}
 \end{aligned}
 \tag{4.4}$$



(a) Normal 方向



(b) Inverse 方向

図 4-1 インシュレータの入出力関係における四端子等価回路表現

4.2.1 円柱

図 2-1(a) (2 章) に示す円柱における波動方程式 ((2.10)式) の一般解 $p(x,t)$ および振動速度 $\dot{u}(x,t)$,

$$p(x,t) = (\lambda_1 e^{-jkx} + \lambda_2 e^{jkx}) e^{j\omega t} \tag{2.14}$$

(2 章)

$$\dot{u}(x,t) = \frac{\lambda_1 e^{-jkx} - \lambda_2 e^{jkx}}{\rho c} e^{j\omega t} \tag{2.15}$$

(2 章)

に対して、(i) 固定端（電氣的に開放端） $\dot{u}(h, t) = 0$ を境界条件として与えると、 λ_1 および λ_2 はそれぞれ、

$$\left. \begin{aligned} \lambda_1 &= \frac{\rho c \dot{u}_0 e^{jkh}}{j2 \sin kh} \\ \lambda_2 &= \frac{\rho c \dot{u}_0 e^{-jkh}}{j2 \sin kh} \end{aligned} \right\}. \quad (4.5)$$

したがって、(4.14)および(4.15)式は、それぞれ次式で表せる。

$$\left. \begin{aligned} p(x, t) &= \rho c \dot{u}_0 \frac{\cos k(h-x)}{j \sin kh} e^{j\omega t} \\ \dot{u}(x, t) &= \dot{u}_0 \frac{\sin k(h-x)}{\sin kh} e^{j\omega t} \end{aligned} \right\} \quad (4.6)$$

ここで加振点 $x = 0$ および伝達点 $x = h$ において、 $p(0, t)$ 、 $p(h, t)$ 、 $\dot{u}(0, t)$ はそれぞれ、

$$\left. \begin{aligned} p(0, t) &= \rho c \dot{u}_0 \frac{\cos kh}{j \sin kh} e^{j\omega t} \\ p(h, t) &= \rho c \dot{u}_0 \frac{1}{j \sin kh} e^{j\omega t} \\ \dot{u}(h, t) &= \dot{u}_0 e^{j\omega t} \end{aligned} \right\} \quad (4.7)$$

となる。したがって、(4.2)式より以下の伝搬定数 A_b および C_b を得る。

$$\left. \begin{aligned} A_b &= \cos kh \\ C_b &= j \frac{1}{\rho c} \sin kh \end{aligned} \right\} \quad (4.8)$$

次に、(2.14)および(2.15)式に対して、(ii)自由端（電氣的に短絡端） $p(h, t) = 0$ を境界条件として与えると、 λ_1 および λ_2 はそれぞれ、

$$\left. \begin{aligned} \lambda_1 &= \frac{\rho c \dot{u}_0 e^{jkh}}{2 \cos kh} \\ \lambda_2 &= \frac{\rho c \dot{u}_0 e^{-jkh}}{2 \cos kh} \end{aligned} \right\}. \quad (4.9)$$

結局, (4.14)および(4.15)式は, それぞれ次式で表せる.

$$\left. \begin{aligned} p(x, t) &= \rho c \dot{u}_0 \frac{j \sin k(h-x)}{\cos kh} e^{j\omega t} \\ \dot{u}(x, t) &= \dot{u}_0 \frac{\cos k(h-x)}{\cos kh} e^{j\omega t} \end{aligned} \right\} \quad (4.10)$$

ここで, 加振点および伝達点の応力と振動速度 $p(0, t)$, $\dot{u}(0, t)$, $\dot{u}(h, t)$ はそれぞれ,

$$\left. \begin{aligned} p(0, t) &= \rho c \dot{u}_0 \frac{j \sin kh}{\cos kh} e^{j\omega t} \\ \dot{u}(0, t) &= \dot{u}_0 e^{j\omega t} \\ \dot{u}(h, t) &= \dot{u}_0 \frac{1}{\cos kh} e^{j\omega t} \end{aligned} \right\} \quad (4.11)$$

と得られる. したがって, (4.2)式より以下の伝搬定数 B_b および D_b を得る.

$$\left. \begin{aligned} B_b &= j\rho c \sin kh \\ D_b &= \cos kh \end{aligned} \right\} \quad (4.12)$$

結果として, 次式の関係が得られる.

$$\left. \begin{aligned} p(0, t) &= \cos kh \times p(h, t) + j\rho c \sin kh \times \dot{u}(h, t) \\ \dot{u}(0, t) &= j \frac{1}{\rho c} \sin kh \times p(h, t) + \cos kh \times \dot{u}(h, t) \end{aligned} \right\} \quad (4.13)$$

円柱については, 断面積の変化が無く両方向において, 伝搬定数は変化しないため, 結果として, 円柱の伝搬定数は Normal および Inverse 方向で, それぞれ以下のようなになる.

$$\left. \begin{aligned} A_b &= \cos kh \\ B_b &= j\rho c \sin kh \\ C_b &= j\frac{1}{\rho c} \sin kh \\ D_b &= \cos kh \end{aligned} \right\} \quad (\text{伝搬定数：円柱}) \quad (4.14)$$

4.2.2 円錐型ホーン

図 2-1(b) (2 章) に示す円錐型ホーンについても、円柱と同様に伝搬定数を求めるため、円錐型ホーンの Normal 方向における波動方程式の一般解 $p(x, t)$ および振動速度 $\dot{u}(x, t)$ (2 章 (2.25)式),

$$\left. \begin{aligned} p(x, t) &= \frac{\lambda_3 e^{-jkx} + \lambda_4 e^{jkx}}{x} e^{j\omega t} \\ \dot{u}(x, t) &= \frac{\lambda_3 (1 + jkx) e^{-jkx} + \lambda_4 (1 - jkx) e^{jkx}}{jk\rho c x^2} e^{j\omega t} \end{aligned} \right\} \quad (\text{Normal 方向}). \quad (2.25) \quad (2 \text{ 章})$$

上式に対し、(i) 固定端 (電氣的に開放端) $\dot{u}(h, t) = 0$ を境界条件として与えると、 λ_3 および λ_4 はそれぞれ、

$$\left. \begin{aligned} \lambda_3 &= \frac{jk\rho c a^2 e^{jkh} (1 - jkh)}{(1 - jkh)(1 + jka) e^{jk(h-a)} - (1 + jkh)(1 - jka) e^{-jk(h-a)}} \\ \lambda_4 &= -\frac{jk\rho c a^2 e^{-jkh} (1 + jkh)}{(1 - jkh)(1 + jka) e^{jk(h-a)} - (1 + jkh)(1 - jka) e^{-jk(h-a)}} \end{aligned} \right\}. \quad (4.15)$$

結局、(2.25)式はそれぞれ次式で表せる。

$$\left. \begin{aligned} p(x, t) &= \frac{jk\rho c a^2 \dot{u}_0 e^{j\omega t}}{x} \frac{(1 - jkh) e^{jk(h-x)} - (1 + jkh) e^{-jk(h-x)}}{(1 - jkh)(1 + jka) e^{jk(h-a)} - (1 + jkh)(1 - jka) e^{-jk(h-a)}} \\ \dot{u}(x, t) &= \frac{a^2 \dot{u}_0 e^{j\omega t}}{x^2} \frac{(1 - jkh)(1 + jkx) e^{jk(h-x)} - (1 + jkh)(1 - jkx) e^{-jk(h-x)}}{(1 - jkh)(1 + jka) e^{jk(h-a)} - (1 + jkh)(1 - jka) e^{-jk(h-a)}} \end{aligned} \right\} \quad (4.16)$$

(Normal 方向：固定端)

ここで、加振点および伝達点の応力と振動速度 $p(a, t)$, $p(h, t)$, $\dot{u}(a, t)$ はそれぞれ、

$$\left. \begin{aligned} p(a, t) &= jk\rho ca\dot{u}_0 \frac{(1 - jkh)e^{jk(h-a)} - (1 + jkh)e^{-jk(h-a)}}{(1 - jkh)(1 + jka)e^{jk(h-a)} - (1 + jkh)(1 - jka)e^{-jk(h-a)}} e^{j\omega t} \\ p(h, t) &= jk\rho ca^2\dot{u}_0 \frac{-j2k}{(1 - jkh)(1 + jka)e^{jk(h-a)} - (1 + jkh)(1 - jka)e^{-jk(h-a)}} e^{j\omega t} \\ \dot{u}(h, t) &= \dot{u}_0 e^{j\omega t} \end{aligned} \right\} \quad (4.17)$$

したがって、(4.2)式より以下の伝搬定数 A_c^N および C_c^N を得る。

$$\begin{aligned} A_c^N &= \frac{(1 - jkh)e^{jk(h-a)} + (1 + jkh)e^{-jk(h-a)}}{j2ka} \\ &= -\frac{1}{ka} \{ \sin k(h-a) - kh \cos k(h-a) \} \end{aligned} \quad (4.18)$$

$$\begin{aligned} C_c^N &= \frac{(1 - jkh)(1 + jka)e^{jk(h-a)} + (1 + jkh)(1 - jka)e^{-jk(h-a)}}{2\rho ck^2 a^2} \\ &= j \frac{\{(1 + k^2 ah) \sin k(h-a) - k(h-a) \cos k(h-a)\}}{\rho ck^2 a^2} \end{aligned} \quad (4.19)$$

次に、(2.14)および(2.15)式に対して、(ii)自由端（電氣的に短絡端） $p(h, t) = 0$ を境界条件として与えると、

$$\left. \begin{aligned} \lambda_3 &= \frac{jk\rho ca^2 e^{jkh}}{(1 + jka)e^{jk(h-a)} - (1 - jka)e^{-jk(h-a)}} \\ \lambda_4 &= -\frac{jk\rho ca^2 e^{-jkh}}{(1 + jka)e^{jk(h-a)} - (1 - jka)e^{-jk(h-a)}} \end{aligned} \right\} \quad (4.20)$$

結局、(2.25)式はそれぞれ次式で表せる。

$$\left. \begin{aligned} p(x, t) &= \frac{jk\rho ca^2 \dot{u}_0 e^{j\omega t}}{x} \frac{e^{jk(h-x)} - e^{-jk(h-x)}}{(1 + jka)e^{jk(h-a)} - (1 - jka)e^{-jk(h-a)}} \\ \dot{u}(x, t) &= \frac{a^2 \dot{u}_0 e^{j\omega t}}{x^2} \frac{(1 + jkx)e^{jk(h-x)} - (1 - jkx)e^{-jk(h-x)}}{(1 + jka)e^{jk(h-a)} - (1 - jka)e^{-jk(h-a)}} \end{aligned} \right\} \quad (4.21)$$

(Normal 方向：自由端)

加振点および伝達点の応力と振動速度 $p(a, t)$, $\dot{u}(a, t)$, $\dot{u}(h, t)$ はそれぞれ、

$$\left. \begin{aligned} p(a, t) &= jk\rho ca\dot{u}_0 \frac{e^{jk(h-a)} - e^{-jk(h-a)}}{(1 + jka)e^{jk(h-a)} - (1 - jka)e^{-jk(h-a)}} e^{j\omega t} \\ \dot{u}(a, t) &= \dot{u}_0 e^{j\omega t} \\ \dot{u}(h, t) &= \frac{a^2 \dot{u}_0}{h^2} \frac{j2kh}{(1 + jka)e^{jk(h-a)} - (1 - jka)e^{-jk(h-a)}} e^{j\omega t} \end{aligned} \right\}. \quad (4.22)$$

したがって、(4.2)式より以下の伝搬定数 B_c^N および D_c^N を得る。

$$\begin{aligned} B_c^N &= \frac{\rho ch \{e^{jk(h-a)} - e^{-jk(h-a)}\}}{2a} \\ &= j\rho c \frac{h}{a} \sin k(h-a) \end{aligned} \quad (4.23)$$

$$\begin{aligned} D_c^N &= -\frac{h \{(1 + jka)e^{jk(h-a)} - (1 - jka)e^{-jk(h-a)}\}}{j2ka^2} \\ &= \frac{h}{ka^2} \{\sin k(h-a) + kh \cos k(h-a)\} \end{aligned} \quad (4.24)$$

結果として、Normal 方向の伝搬における円錐型ホーンの伝搬定数 $A_c^N \sim D_c^N$ は、それぞれ次式となる。

$$\left. \begin{aligned} A_c^N &= \frac{1}{ka} \{kh \cos k(h-a) - \sin k(h-a)\} \\ B_c^N &= j\rho c \frac{h}{a} \sin k(h-a) \\ C_c^N &= -j \frac{1}{\rho c (ka)^2} \{k(h-a) \cos k(h-a) - (1 + k^2 ah) \sin k(h-a)\} \\ D_c^N &= \frac{h}{ka^2} \{k a \cos k(h-a) + \sin k(h-a)\} \end{aligned} \right\} \quad (4.25)$$

(伝搬定数：円錐型ホーン(Normal 方向))

ここで、伝送行列 F を

$$F = \begin{bmatrix} A_c^N & B_c^N \\ C_c^N & D_c^N \end{bmatrix} \quad (4.26)$$

とすれば、Inverse 方向では図 4-1(b)に示すように、(a)の Normal 方向に対して入出力関係が入れ替わった形で表現できる。ここで回路網理論[47]に基づいて Inverse 方向の伝送行列は、Normal 方向で得られた伝送行列 F の逆行列 F^{-1} として求められ、結局、Inverse 方向の伝搬定数 $A_c^I \sim D_c^I$ は次式で得られる。

$$\left. \begin{aligned} A_c^I &= \frac{1}{kh} \{kac \cos k(h-a) + \sin k(h-a)\} \\ B_c^I &= j\rho c \frac{a}{h} \sin k(h-a) \\ C_c^I &= j \frac{1}{\rho c (kh)^2} \{k(h-a) \cos k(h-a) - (1+k^2ah) \sin k(h-a)\} \\ D_c^I &= \frac{a}{kh^2} \{kh \cos k(h-a) + \sin k(h-a)\} \end{aligned} \right\} \quad (4.27)$$

(伝搬定数：円錐型ホーン(Inverse 方向))

4.2.3 指数関数型ホーン

図 3-1(a) (3 章) に示す指数関数型ホーンについても同様に、Normal 方向に対して、伝搬定数を求める。指数関数型ホーンにおける波動方程式の一般解 $p(x,t)$ および振動速度 $\dot{u}(x,t)$ (3 章 (3.7)および(3.8)式) より、各周波数領域における伝搬定数を求める必要がある。まず、 $f < f_c$ の範囲において波動方程式の一般解 $p(x,t)$ および振動速度 $\dot{u}(x,t)$ は、

$$\left. \begin{aligned} p(x,t) &= e^{-\frac{m}{2}x} (\lambda_7 e^{-\frac{m}{2}\alpha x} + \lambda_8 e^{\frac{m}{2}\alpha x}) e^{j\omega t} \\ \dot{u}(x,t) &= -j \frac{m}{2k\rho c} e^{-\frac{m}{2}x} \{ \lambda_7 (\alpha + 1) e^{-\frac{m}{2}\alpha x} - \lambda_8 (\alpha - 1) e^{\frac{m}{2}\alpha x} \} e^{j\omega t} \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{(Normal 方向)} \\ f < f_c \\ \text{(3 章)} \end{array} \quad (3.7) \quad (3.8)$$

である。上式に対し、(i) 固定端 (電氣的に開放端) $\dot{u}(h,t) = 0$ を境界条件として与えると、

$$\left. \begin{aligned} \lambda_7 &= \frac{j2k\rho c \dot{u}_0 e^{\frac{m}{2}\alpha h}}{m} \frac{1}{(\alpha + 1) (e^{\frac{m}{2}\alpha h} - e^{-\frac{m}{2}\alpha h})} \\ \lambda_8 &= \frac{j2k\rho c \dot{u}_0 e^{-\frac{m}{2}\alpha h}}{m} \frac{1}{(\alpha - 1) (e^{\frac{m}{2}\alpha h} - e^{-\frac{m}{2}\alpha h})} \end{aligned} \right\} \quad (4.28)$$

結局、応力 $p(x,t)$ および振動速度 $\dot{u}(x,t)$ はそれぞれ、

$$\left. \begin{aligned} p(x, t) &= \frac{j2k\rho c\dot{u}_0 e^{-\frac{m}{2}x} e^{j\omega t} (\alpha - 1)e^{\frac{m}{2}\alpha(h-x)} + (\alpha + 1)e^{-\frac{m}{2}\alpha(h-x)}}{m (\alpha^2 - 1)(e^{\frac{m}{2}\alpha h} - e^{-\frac{m}{2}\alpha h})} \\ \dot{u}(x, t) &= \dot{u}_0 e^{j\omega t} \frac{e^{\frac{m}{2}\alpha(h-x)} - e^{-\frac{m}{2}\alpha(h-x)}}{e^{\frac{m}{2}\alpha h} - e^{-\frac{m}{2}\alpha h}} \end{aligned} \right\} \quad (4.29)$$

(Normal 方向 : 固定端 ($f < f_c$))

で表せる. 加振点および伝達点の応力と振動速度 $p(0, t)$, $p(h, t)$, $\dot{u}(0, t)$ はそれぞれ,

$$\left. \begin{aligned} p(0, t) &= \frac{j2k\rho c\dot{u}_0 e^{j\omega t} (\alpha - 1)e^{\frac{m}{2}\alpha h} + (\alpha + 1)e^{-\frac{m}{2}\alpha h}}{m (\alpha^2 - 1)(e^{\frac{m}{2}\alpha h} - e^{-\frac{m}{2}\alpha h})} \\ p(h, t) &= \frac{j2k\rho c\dot{u}_0 e^{-\frac{m}{2}h} e^{j\omega t}}{m (\alpha^2 - 1)(e^{\frac{m}{2}\alpha h} - e^{-\frac{m}{2}\alpha h})} \frac{2\alpha}{2\alpha} \\ \dot{u}(0, t) &= \dot{u}_0 e^{j\omega t} \end{aligned} \right\} \quad (4.30)$$

したがって, (4.2)式より以下の伝搬定数 A_{e1}^N および C_{e1}^N を得る.

$$\begin{aligned} A_{e1}^N &= \frac{(\alpha - 1)e^{\frac{m}{2}\alpha h} + (\alpha + 1)e^{-\frac{m}{2}\alpha h}}{2\alpha} e^{\frac{m}{2}h} \\ &= \left\{ \cosh\left(\frac{m\alpha h}{2}\right) - \frac{1}{\alpha} \sinh\left(\frac{m\alpha h}{2}\right) \right\} e^{\frac{m}{2}h} \end{aligned} \quad (4.31)$$

$$\begin{aligned} C_{e1}^N &= \frac{m (\alpha^2 - 1)(e^{\frac{m}{2}\alpha h} - e^{-\frac{m}{2}\alpha h})}{j2k\rho c} e^{\frac{m}{2}h} \\ &= j \frac{2k}{m\rho c\alpha} e^{\frac{m}{2}h} \sinh\left(\frac{m\alpha h}{2}\right) \end{aligned} \quad (4.32)$$

次に, (3.7)および(3.8)式に対して, (ii)自由端 (電氣的に短絡端) $p(h, t) = 0$ を境界条件として与えると,

$$\left. \begin{aligned} \lambda_7 &= \frac{j2k\rho c\dot{u}_0 e^{\frac{m}{2}\alpha h}}{m} \frac{1}{(\alpha + 1)e^{\frac{m}{2}\alpha h} + (\alpha - 1)e^{-\frac{m}{2}\alpha h}} \\ \lambda_8 &= -\frac{j2k\rho c\dot{u}_0 e^{-\frac{m}{2}\alpha h}}{m} \frac{1}{(\alpha + 1)e^{\frac{m}{2}\alpha h} + (\alpha - 1)e^{-\frac{m}{2}\alpha h}} \end{aligned} \right\} \quad (4.33)$$

結局, 応力 $p(x, t)$ および振動速度 $\dot{u}(x, t)$ は,

$$\left. \begin{aligned} p(x,t) &= \frac{j2k\rho c\dot{u}_0 e^{-\frac{m}{2}x} e^{j\omega t}}{m} \frac{e^{\frac{m}{2}\alpha(h-x)} - e^{-\frac{m}{2}\alpha(h-x)}}{(\alpha+1)e^{\frac{m}{2}\alpha h} + (\alpha-1)e^{-\frac{m}{2}\alpha h}} \\ \dot{u}(x,t) &= \dot{u}_0 e^{j\omega t} e^{-\frac{m}{2}x} \frac{(\alpha+1)e^{\frac{m}{2}\alpha(h-x)} + (\alpha-1)e^{-\frac{m}{2}\alpha(h-x)}}{(\alpha+1)e^{\frac{m}{2}\alpha h} + (\alpha-1)e^{-\frac{m}{2}\alpha h}} \end{aligned} \right\}. \quad (4.34)$$

(Normal 方向 : 自由端 ($f < f_c$))

加振点および伝達点の応力と振動速度 $p(0,t)$, $\dot{u}(0,t)$, $\dot{u}(h,t)$ はそれぞれ,

$$\left. \begin{aligned} p(0,t) &= \frac{j2k\rho c\dot{u}_0 e^{j\omega t}}{m} \frac{e^{\frac{m}{2}\alpha h} - e^{-\frac{m}{2}\alpha h}}{(\alpha+1)e^{\frac{m}{2}\alpha h} + (\alpha-1)e^{-\frac{m}{2}\alpha h}} \\ \dot{u}(0,t) &= \dot{u}_0 e^{j\omega t} \\ \dot{u}(h,t) &= \dot{u}_0 e^{-\frac{m}{2}h} e^{j\omega t} \frac{2\alpha}{(\alpha+1)e^{\frac{m}{2}\alpha h} + (\alpha-1)e^{-\frac{m}{2}\alpha h}} \end{aligned} \right\} \quad (4.35)$$

となる。したがって、(4.2)式より以下の伝搬定数 B_{e1}^N および D_{e1}^N を得る。

$$\begin{aligned} B_{e1}^N &= \frac{jk\rho c\dot{u}_0 e^{\frac{m}{2}h} (e^{\frac{m}{2}\alpha h} - e^{-\frac{m}{2}\alpha h})}{m\alpha} \\ &= \frac{j2k\rho c}{m\alpha} e^{\frac{m}{2}h} \sin\left(\frac{m}{2}\alpha h\right) \end{aligned} \quad (4.36)$$

$$\begin{aligned} D_{e1}^N &= e^{\frac{m}{2}h} \frac{(\alpha+1)e^{\frac{m}{2}\alpha h} + (\alpha-1)e^{-\frac{m}{2}\alpha h}}{2\alpha} \\ &= \left\{ \cosh\left(\frac{m\alpha h}{2}\right) + \frac{1}{\alpha} \sinh\left(\frac{m\alpha h}{2}\right) \right\} e^{\frac{m}{2}h} \end{aligned} \quad (4.37)$$

ここで指数関数型ホーンの遮断周波数に応じた各周波数領域に対して、(3.3)式の一般解 $p(x,t)$ および(3.4)式の振動速度 $\dot{u}(x,t)$ は、(i), (ii)の境界条件を代入すると、 $f < f_c$ の周波数領域においてそれぞれ

$$\begin{aligned} p(a,t) &= \frac{(\alpha-1)e^{\frac{m}{2}\alpha h} + (\alpha+1)e^{-\frac{m}{2}\alpha h}}{2\alpha} e^{\frac{m}{2}h} \times p(h,t) \\ &\quad + \frac{j2k\rho c}{m} \frac{e^{\frac{m}{2}\alpha h} - e^{-\frac{m}{2}\alpha h}}{2\alpha} e^{\frac{m}{2}h} \times \dot{u}(h,t), \end{aligned} \quad (4.38)$$

$$\begin{aligned} \dot{u}(a, t) = & \frac{m}{j2k\rho c} \frac{(\alpha^2 - 1)(e^{\frac{m}{2}\alpha h} - e^{-\frac{m}{2}\alpha h})}{2\alpha} e^{\frac{m}{2}h} \times p(h, t) \\ & + e^{\frac{m}{2}h} \left\{ \cosh\left(\frac{m}{2}\alpha h\right) + \frac{1}{\alpha} \sinh\left(\frac{m}{2}\alpha h\right) \right\} \times \dot{u}(h, t). \end{aligned} \quad (4.39)$$

次に、 $f > f_c$ の範囲における伝搬定数 $A_{e2}^N \sim D_{e2}^N$ を求める。

$$\begin{aligned} p(x, t) = e^{-\frac{m}{2}x} (\lambda_9 e^{-j\frac{m}{2}\beta x} + \lambda_{10} e^{j\frac{m}{2}\beta x}) e^{j\omega t} & \quad (3.7) \\ \dot{u}(x, t) = -j \frac{m}{2k\rho c} e^{-\frac{m}{2}x} \{ \lambda_9 (j\beta + 1) e^{-j\frac{m}{2}\beta x} - \lambda_{10} (j\beta - 1) e^{j\frac{m}{2}\beta x} \} e^{j\omega t} & \quad (3.8) \end{aligned} \left. \begin{array}{l} \text{(Normal 方向)} \\ f > f_c \end{array} \right\} \quad (3 \text{ 章})$$

上式に対して、(i) 固定端（電氣的に開放端） $\dot{u}(h, t) = 0$ を境界条件として与えると、

$$\left. \begin{aligned} \lambda_9 &= \frac{j2k\rho c \dot{u}_0 e^{j\frac{m}{2}\beta h}}{m} \frac{1}{(j\beta + 1)(e^{j\frac{m}{2}\beta h} - e^{-j\frac{m}{2}\beta h})} \\ \lambda_{10} &= \frac{j2k\rho c \dot{u}_0 e^{-j\frac{m}{2}\beta h}}{m} \frac{1}{(j\beta + 1)(e^{j\frac{m}{2}\beta h} - e^{-j\frac{m}{2}\beta h})} \end{aligned} \right\}. \quad (4.40)$$

結局、応力 $p(x, t)$ および振動速度 $\dot{u}(x, t)$ は、

$$\left. \begin{aligned} p(x, t) &= - \frac{j2k\rho c \dot{u}_0 e^{-\frac{m}{2}x} e^{j\omega t}}{m} \frac{(j\beta - 1)e^{j\frac{m}{2}\beta(h-x)} + (j\beta + 1)e^{-j\frac{m}{2}\beta(h-x)}}{(\beta^2 + 1)(e^{j\frac{m}{2}\beta h} - e^{-j\frac{m}{2}\beta h})} \\ \dot{u}(x, t) &= \dot{u}_0 e^{-\frac{m}{2}x} e^{j\omega t} \frac{e^{j\frac{m}{2}\beta(h-x)} - e^{-j\frac{m}{2}\beta(h-x)}}{e^{j\frac{m}{2}\beta h} - e^{-j\frac{m}{2}\beta h}} \end{aligned} \right\}. \quad (4.41)$$

(Normal 方向：固定端 ($f > f_c$))

加振点および伝達点の応力と振動速度 $p(0, t)$, $p(h, t)$, $\dot{u}(0, t)$ はそれぞれ、

$$\left. \begin{aligned} p(0, t) &= - \frac{j2k\rho c \dot{u}_0 e^{j\omega t}}{m} \frac{(j\beta - 1)e^{j\frac{m}{2}\beta h} + (j\beta + 1)e^{-j\frac{m}{2}\beta h}}{(\beta^2 + 1)(e^{j\frac{m}{2}\beta h} - e^{-j\frac{m}{2}\beta h})} \\ p(h, t) &= - \frac{j2k\rho c \dot{u}_0 e^{-\frac{m}{2}h} e^{j\omega t}}{m} \frac{j2\beta}{(\beta^2 + 1)(e^{j\frac{m}{2}\beta h} - e^{-j\frac{m}{2}\beta h})} \\ \dot{u}(0, t) &= \dot{u}_0 e^{j\omega t} \end{aligned} \right\} \quad (4.42)$$

となる。したがって、(4.2)式より以下の伝搬定数 A_{e2}^N および C_{e2}^N を得る。

$$\begin{aligned} A_{e2}^N &= \frac{(j\beta - 1)e^{j\frac{m}{2}\beta h} + (j\beta + 1)e^{-j\frac{m}{2}\beta h}}{j2\beta} e^{\frac{m}{2}h} \\ &= \left\{ \cos\left(\frac{m\alpha h}{2}\right) - \frac{1}{\beta} \sin\left(\frac{m\alpha h}{2}\right) \right\} e^{\frac{m}{2}h} \end{aligned} \quad (4.43)$$

$$\begin{aligned} C_{e2}^N &= \frac{m}{j2k\rho c} \frac{(\beta^2 + 1)(e^{j\frac{m}{2}\beta h} - e^{-j\frac{m}{2}\beta h})}{j2\beta} e^{\frac{m}{2}h} \\ &= j \frac{2k}{m\rho c\beta} e^{\frac{m}{2}h} \sin\left(\frac{m\alpha h}{2}\right) \end{aligned} \quad (4.44)$$

次に、(3.7)および(3.8)式に対して、(ii)自由端（電氣的に短絡端） $p(h, t) = 0$ を境界条件として与えると、

$$\left. \begin{aligned} \lambda_9 &= \frac{j2k\rho c\dot{u}_0 e^{j\frac{m}{2}\beta h}}{m} \frac{1}{(j\beta + 1)e^{j\frac{m}{2}\beta h} - (j\beta - 1)e^{-j\frac{m}{2}\beta h}} \\ \lambda_{10} &= -\frac{j2k\rho c\dot{u}_0 e^{-j\frac{m}{2}\beta h}}{m} \frac{1}{(j\beta + 1)e^{j\frac{m}{2}\beta h} - (j\beta - 1)e^{-j\frac{m}{2}\beta h}} \end{aligned} \right\}. \quad (4.45)$$

結局、応力 $p(x, t)$ および振動速度 $\dot{u}(x, t)$ は、

$$\left. \begin{aligned} p(x, t) &= -\frac{j2k\rho c\dot{u}_0 e^{-\frac{m}{2}x} e^{j\omega t}}{m} \frac{e^{j\frac{m}{2}\beta(h-x)} - e^{-j\frac{m}{2}\beta(h-x)}}{(j\beta + 1)e^{j\frac{m}{2}\beta h} - (j\beta - 1)e^{-j\frac{m}{2}\beta h}} \\ \dot{u}(x, t) &= \dot{u}_0 e^{j\omega t} e^{-\frac{m}{2}x} \frac{(j\beta + 1)e^{j\frac{m}{2}\beta(h-x)} - (j\beta - 1)e^{-j\frac{m}{2}\beta(h-x)}}{(j\beta + 1)e^{j\frac{m}{2}\beta h} - (j\beta - 1)e^{-j\frac{m}{2}\beta h}} \end{aligned} \right\}. \quad (4.46)$$

(Normal 方向：自由端 ($f > f_c$))

加振点および伝達点の応力と振動速度 $p(0, t)$, $\dot{u}(0, t)$, $\dot{u}(h, t)$ はそれぞれ、

$$\left. \begin{aligned} p(0, t) &= \frac{j2k\rho c\dot{u}_0 e^{j\omega t}}{m} \frac{e^{j\frac{m}{2}\beta h} - e^{-j\frac{m}{2}\beta h}}{(j\beta + 1)e^{j\frac{m}{2}\beta h} - (j\beta - 1)e^{-j\frac{m}{2}\beta h}} \\ \dot{u}(0, t) &= \dot{u}_0 e^{j\omega t} \\ \dot{u}(h, t) &= \dot{u}_0 e^{-\frac{m}{2}h} e^{j\omega t} \frac{j2\beta}{(j\beta + 1)e^{j\frac{m}{2}\beta h} - (j\beta - 1)e^{-j\frac{m}{2}\beta h}} \end{aligned} \right\} \quad (4.47)$$

となる。したがって、(4.2)式より以下の伝搬定数 B_{e2}^N および D_{e2}^N を得る。

$$\begin{aligned} B_{e2}^N &= \frac{k\rho c \dot{u}_0 e^{\frac{m}{2}h} (e^{j\frac{m}{2}\beta h} - e^{-j\frac{m}{2}\beta h})}{m\beta} \\ &= \frac{j2k\rho c}{m\beta} e^{\frac{m}{2}h} \sin\left(\frac{m}{2}\beta h\right) \end{aligned} \quad (4.48)$$

$$\begin{aligned} D_{e2}^N &= e^{\frac{m}{2}h} \frac{(\alpha + 1)e^{\frac{m}{2}\alpha h} + (\alpha - 1)e^{-\frac{m}{2}\alpha h}}{2\alpha} \\ &= \left\{ \cosh\left(\frac{m\alpha h}{2}\right) + \frac{1}{\alpha} \sinh\left(\frac{m\alpha h}{2}\right) \right\} e^{\frac{m}{2}h} \end{aligned} \quad (4.49)$$

最後に、 $f = f_c$ での伝搬定数 $A_{e3}^N \sim D_{e3}^N$ を求める。

$$\begin{aligned} p(x, t) &= e^{-\frac{m}{2}x} (\lambda_{11} + \lambda_{12}x) e^{j\omega t} \\ \dot{u}(x, t) &= -j \frac{m}{2k\rho c} e^{-\frac{m}{2}x} \left\{ \lambda_{11} - \lambda_{12} \left(\frac{2}{m} - x \right) \right\} e^{j\omega t} \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \text{(Normal 方向)} \\ f = f_c \end{array} \right\} \begin{array}{l} (3.7) \\ (3.8) \\ (3 \text{ 章}) \end{array}$$

に対して、(i) 固定端（電氣的に開放端） $\dot{u}(h, t) = 0$ を境界条件として与えると、

$$\left. \begin{aligned} \lambda_{11} &= -\frac{j4k\rho c \dot{u}_0}{m^2 h} \left(1 - \frac{mh}{2}\right) \\ \lambda_{12} &= -\frac{j2k\rho c \dot{u}_0}{mh} \end{aligned} \right\}. \quad (4.50)$$

結局、応力 $p(x, t)$ および振動速度 $\dot{u}(x, t)$ は、

$$\left. \begin{aligned} p(x, t) &= -\frac{j2k\rho c \dot{u}_0 e^{-\frac{m}{2}x} e^{j\omega t}}{mh} \left(\frac{2}{m} - h + x \right) \\ \dot{u}(x, t) &= \dot{u}_0 e^{-\frac{m}{2}x} e^{j\omega t} \left(1 - \frac{x}{h} \right) \end{aligned} \right\}. \quad (4.51)$$

(Normal 方向：固定端 ($f = f_c$))

加振点および伝達点の応力と振動速度 $p(0, t)$, $p(h, t)$, $\dot{u}(0, t)$ はそれぞれ、

$$\left. \begin{aligned} p(0, t) &= -\frac{j2k\rho c\dot{u}_0 e^{j\omega t}}{mh} \left(\frac{2}{m} - h \right) \\ p(h, t) &= -\frac{j4k\rho c\dot{u}_0 e^{-\frac{m}{2}h} e^{j\omega t}}{m^2 h} \\ \dot{u}(0, t) &= \dot{u}_0 e^{j\omega t} \end{aligned} \right\} \quad (4.52)$$

となる。したがって、(4.2)式より以下の伝搬定数 A_{e3}^N および C_{e3}^N を得る。

$$A_{e3}^N = \frac{e^{\frac{m}{2}h}}{2} \left(1 - \frac{mh}{2} \right) \quad (4.53)$$

$$C_{e3}^N = j \frac{m^2 h e^{\frac{m}{2}h}}{4k\rho c} \quad (4.54)$$

次に、(3.7)および(3.8)式に対して、(ii)自由端（電氣的に短絡端） $p(h, t) = 0$ を境界条件として与えると、

$$\left. \begin{aligned} \lambda_{11} &= j2k\rho c\dot{u}_0 \frac{h}{mh + 2} \\ \lambda_{12} &= -j2k\rho c\dot{u}_0 \frac{1}{mh + 2} \end{aligned} \right\} \quad (4.55)$$

結局、応力 $p(x, t)$ および振動速度 $\dot{u}(x, t)$ は、

$$\left. \begin{aligned} p(x, t) &= j2k\rho c\dot{u}_0 e^{-\frac{m}{2}x} e^{j\omega t} \frac{h - x}{mh + 2} \\ \dot{u}(x, t) &= \dot{u}_0 e^{j\omega t} e^{-\frac{m}{2}x} \frac{m(h - x) + 2}{mh + 2} \end{aligned} \right\} \quad (4.56)$$

(Normal 方向：自由端 ($f = f_c$))

加振点および伝達点の応力と振動速度 $p(0, t)$, $\dot{u}(0, t)$, $\dot{u}(h, t)$ はそれぞれ、

$$\left. \begin{aligned} p(0, t) &= j2k\rho c \dot{u}_0 e^{j\omega t} \frac{h}{mh+2} \\ \dot{u}(0, t) &= \dot{u}_0 e^{j\omega t} \\ \dot{u}(h, t) &= \dot{u}_0 e^{j\omega t} e^{-\frac{m}{2}h} \frac{2}{mh+2} \end{aligned} \right\} \quad (4.57)$$

となる。したがって、(4.2)式より以下の伝搬定数 B_{e3}^N および D_{e3}^N を得る。

$$B_{e3}^N = j2k\rho c e^{\frac{m}{2}h} \frac{h}{2} \quad (4.58)$$

$$D_{e3}^N = e^{\frac{m}{2}h} \frac{mh+2}{2} \quad (4.59)$$

得られた指数関数型ホーンにおける伝搬定数について各周波数領域でまとめると、

$$\left. \begin{aligned} A_{e1}^N &= \frac{(\alpha-1)e^{\frac{m}{2}\alpha h} + (\alpha+1)e^{-\frac{m}{2}\alpha h}}{2\alpha} e^{\frac{m}{2}h} \\ &= e^{\frac{m}{2}h} \left\{ \cosh\left(\frac{m}{2}\alpha h\right) - \frac{1}{\alpha} \sinh\left(\frac{m}{2}\alpha h\right) \right\} \\ B_{e1}^N &= \frac{j2k\rho c}{m} \frac{e^{\frac{m}{2}\alpha h} - e^{-\frac{m}{2}\alpha h}}{2\alpha} e^{\frac{m}{2}h} \\ &= \frac{j2k\rho c}{m\alpha} e^{\frac{m}{2}h} \sinh\left(\frac{m}{2}\alpha h\right) \\ C_{e1}^N &= \frac{m}{j2k\rho c} \frac{(\alpha^2-1)(e^{\frac{m}{2}\alpha h} - e^{-\frac{m}{2}\alpha h})}{2\alpha} e^{\frac{m}{2}h} \\ &= \frac{j2k}{\rho c m \alpha} e^{\frac{m}{2}h} \sinh\left(\frac{m}{2}\alpha h\right) \\ D_{e1}^N &= \frac{(\alpha+1)e^{\frac{m}{2}\alpha h} + (\alpha-1)e^{-\frac{m}{2}\alpha h}}{2\alpha} e^{\frac{m}{2}h} \\ &= e^{\frac{m}{2}h} \left\{ \cosh\left(\frac{m}{2}\alpha h\right) + \frac{1}{\alpha} \sinh\left(\frac{m}{2}\alpha h\right) \right\} \end{aligned} \right\}, \quad (4.60)$$

(伝搬定数：指数関数型ホーン(Normal 方向： $f < f_c$))

$$\begin{aligned}
A_{e2}^N &= \frac{(j\beta - 1)e^{j\frac{m}{2}\beta h} + (v + 1)e^{-\frac{m}{2}\beta h}}{j2\beta} e^{\frac{m}{2}h} \\
&= e^{\frac{m}{2}h} \left\{ \cos\left(\frac{m}{2}\beta h\right) - \frac{1}{\alpha} \sin\left(\frac{m}{2}\beta h\right) \right\} \\
B_{e2}^N &= \frac{j2k\rho c}{m} \frac{e^{j\frac{m}{2}\beta h} - e^{-\frac{m}{2}\beta h}}{j2\beta} e^{\frac{m}{2}h} \\
&= \frac{j2k\rho c}{m\beta} e^{\frac{m}{2}h} \sin\left(\frac{m}{2}\beta h\right) \\
C_{e2}^N &= -\frac{m}{j2k\rho c} \frac{(\beta^2 - 1)(e^{j\frac{m}{2}\beta h} - e^{-\frac{m}{2}\beta h})}{j2\beta} e^{\frac{m}{2}h} \\
&= \frac{j2k}{\rho c m \alpha} e^{\frac{m}{2}h} \sin\left(\frac{m}{2}\beta h\right) \\
D_{e2}^N &= \frac{(j\beta + 1)e^{j\frac{m}{2}\beta h} + (j\beta - 1)e^{-\frac{m}{2}\beta h}}{j2\beta} e^{\frac{m}{2}h} \\
&= e^{\frac{m}{2}h} \left\{ \cos\left(\frac{m}{2}\beta h\right) + \frac{1}{\beta} \sin\left(\frac{m}{2}\beta h\right) \right\}
\end{aligned}
\tag{4.61}$$

(伝搬定数：指数関数型ホーン(Normal 方向： $f > f_c$))

$$\begin{aligned}
A_{e3}^N &= \left(1 - \frac{m}{2}h\right) e^{\frac{m}{2}h} \\
B_{e3}^N &= jk\rho c h e^{\frac{m}{2}h} \\
C_{e3}^N &= \frac{jm^2 h}{4k\rho c} e^{\frac{m}{2}h} \\
D_{e3}^N &= \left(1 + \frac{m}{2}h\right) e^{\frac{m}{2}h}
\end{aligned}
\tag{4.62}$$

(伝搬定数：指数関数型ホーン(Normal 方向： $f = f_c$))

となる．また，図 3-1(b)に示す Inverse 方向についても，円錐型と同様に，逆行列 F^{-1} より伝搬定数 $A_e^I \sim C_e^I$ は，各周波数領域でそれぞれ，

$$\begin{aligned}
A_{e1}^I &= \frac{(\alpha + 1)e^{\frac{m}{2}\alpha h} + (\alpha - 1)e^{-\frac{m}{2}\alpha h}}{2\alpha} e^{-\frac{m}{2}h} \\
&= e^{-\frac{m}{2}h} \left\{ \cosh\left(\frac{m}{2}\alpha h\right) + \frac{1}{\alpha} \sinh\left(\frac{m}{2}\alpha h\right) \right\} \\
B_{e1}^I &= \frac{j2k\rho c}{m} \frac{e^{\frac{m}{2}\alpha h} - e^{-\frac{m}{2}\alpha h}}{2\alpha} e^{-\frac{m}{2}h} \\
&= \frac{j2k\rho c}{m\alpha} e^{-\frac{m}{2}h} \sinh\left(\frac{m}{2}\alpha h\right) \\
C_{e1}^I &= \frac{m}{j2k\rho c} \frac{(\alpha^2 - 1)(e^{\frac{m}{2}\alpha h} - e^{-\frac{m}{2}\alpha h})}{2\alpha} e^{-\frac{m}{2}h} \\
&= \frac{j2k}{\rho c m \alpha} e^{-\frac{m}{2}h} \sinh\left(\frac{m}{2}\alpha h\right) \\
D_{e1}^I &= \frac{(\alpha - 1)e^{\frac{m}{2}\alpha h} + (\alpha + 1)e^{-\frac{m}{2}\alpha h}}{2\alpha} e^{-\frac{m}{2}h} \\
&= e^{-\frac{m}{2}h} \left\{ \cosh\left(\frac{m}{2}\alpha h\right) - \frac{1}{\alpha} \sinh\left(\frac{m}{2}\alpha h\right) \right\}
\end{aligned}
\tag{4.63}$$

(伝搬定数：指数関数型ホーン(Inverse 方向： $f < f_c$))

$$\begin{aligned}
A_{e2}^I &= \frac{(j\beta + 1)e^{j\frac{m}{2}\beta h} + (j\beta - 1)e^{-j\frac{m}{2}\beta h}}{j2\beta} e^{-\frac{m}{2}h} \\
&= e^{-\frac{m}{2}h} \left\{ \cos\left(\frac{m}{2}\beta h\right) + \frac{1}{\alpha} \sin\left(\frac{m}{2}\beta h\right) \right\} \\
B_{e2}^I &= \frac{j2k\rho c}{m} \frac{e^{j\frac{m}{2}\beta h} - e^{-j\frac{m}{2}\beta h}}{j2\beta} e^{-\frac{m}{2}h} \\
&= \frac{j2k\rho c}{m\beta} e^{-\frac{m}{2}h} \sin\left(\frac{m}{2}\beta h\right) \\
C_{e2}^I &= \frac{m}{j2k\rho c} \frac{-(\beta^2 - 1)(e^{j\frac{m}{2}\beta h} - e^{-j\frac{m}{2}\beta h})}{j2\beta} e^{-\frac{m}{2}h} \\
&= \frac{j2k}{\rho c m \beta} e^{-\frac{m}{2}h} \sin\left(\frac{m}{2}\beta h\right) \\
D_{e2}^I &= \frac{(j\beta - 1)e^{j\frac{m}{2}\beta h} + (j\beta + 1)e^{-j\frac{m}{2}\beta h}}{j2\beta} e^{-\frac{m}{2}h} \\
&= e^{-\frac{m}{2}h} \left\{ \cos\left(\frac{m}{2}\beta h\right) - \frac{1}{\alpha} \sin\left(\frac{m}{2}\beta h\right) \right\}
\end{aligned}
\tag{4.64}$$

(伝搬定数：指数関数型ホーン(Inverse 方向： $f > f_c$))

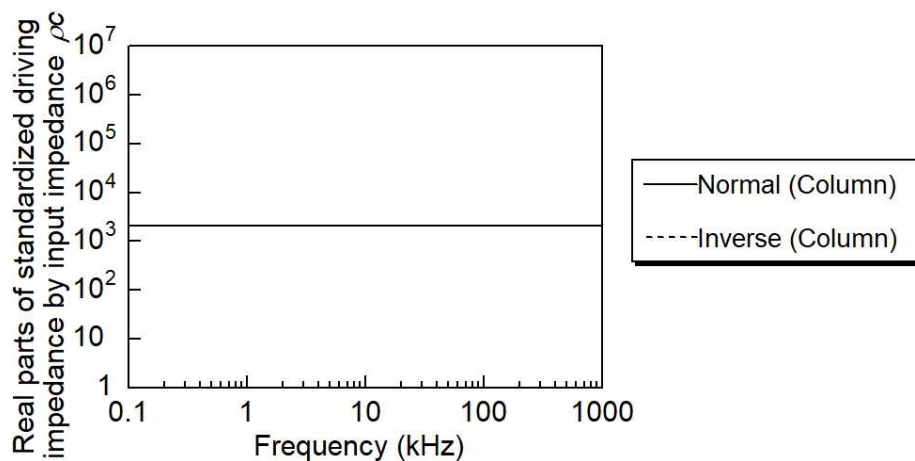
$$\left. \begin{aligned}
 A_{e3}^I &= \left(1 + \frac{m}{2}h\right) e^{-\frac{m}{2}h} \\
 B_{e3}^I &= jk\rho c h e^{-\frac{m}{2}h} \\
 C_{e3}^I &= \frac{jm^2 h}{4k\rho c} e^{-\frac{m}{2}h} \\
 D_{e3}^I &= \left(1 - \frac{m}{2}h\right) e^{-\frac{m}{2}h}
 \end{aligned} \right\} \quad (4.65)$$

(伝搬定数：指数関数型ホーン(Inverse 方向： $f = f_c$))

で得られる。

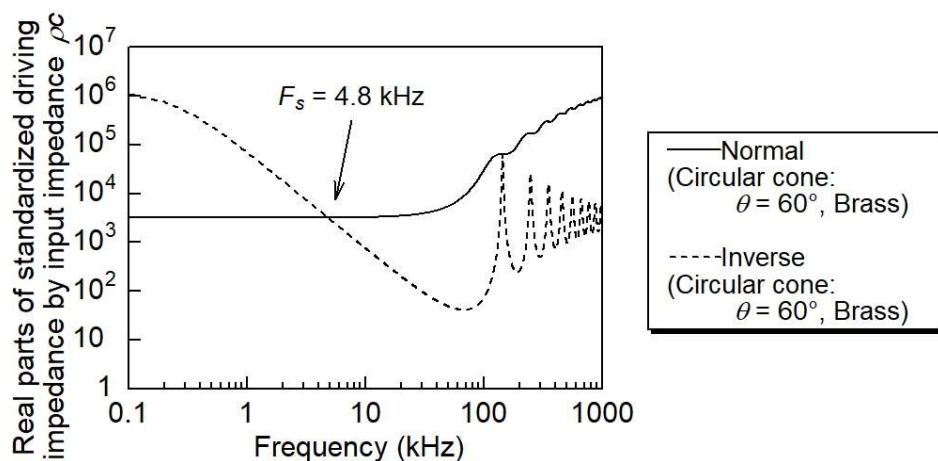
4.3 波動方程式の解による結果と伝搬定数による結果の比較

前節で得られた伝搬定数を用いて、円柱、円錐、指数関数型ホーンを持つインシュレータの駆動点インピーダンスの周波数特性について、行列の扱いが容易な Matlab を用いて数値計算を行う。得られた各形状の伝搬定数（円柱：(4.14)式，円錐型：(4.25)および(4.27)式，指数関数型：(4.60)~(4.65)式）をそれぞれ，(4.3)，(4.4)式へ代入する。ホーンは第2および3章で使用した円柱（表 2-1：円柱），円錐（表 2-1：頂角 60° ），指数関数型ホーン（表 3-1：M200）を例として採用した。また負荷インピーダンス Z_1 および Z_L についても，これまでと同様にホーンの構成材料と同一材料の特性インピーダンス ρc とした。結果を図 4-2 (a)~(c)に示す。

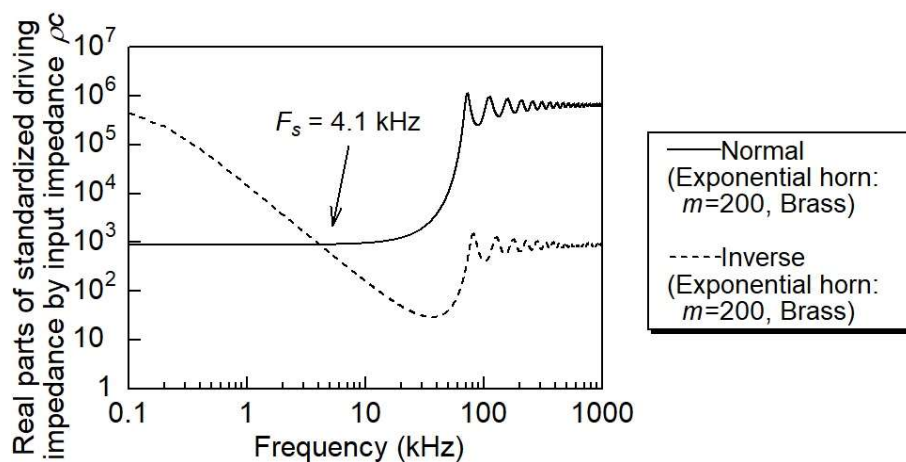


(a) 円柱

図 4-2 伝搬定数を用いた駆動点インピーダンスの周波数特性



(b) 円錐型ホーン（頂角 60°）



(c) 指数関数型ホーン（広がり係数 $m = 200$ ）

図 4-2 伝搬定数を用いた駆動点インピーダンスの周波数特性（つづき）

各図より，円柱では周波数に依存せずに一定の駆動点インピーダンスの特性を示す．また，(b)および(c)に示す円錐と指数関数型ホーンについても Normal 方向で 20~50 kHz まで一定値を示す．さらに Inverse 方向に関しては，周波数の増加に伴いインピーダンスが減少して，特定の交差周波数 F_s で大小関係が入れ替わった後，さらにインピーダンスが減少するこれまでのホーン形状で得られた振動伝達特性と同様の結果が得られることを確認した．また交差周波数 F_s についても，第 2，3 章の結果と一致することを確認した．

4.4 複合インシュレータのインピーダンス特性の推定と振動減衰特性との比較

インシュレータは直方体や円柱の場合、単体で使用されるが、円錐の場合、頂点側には薄い円柱が床などの保護用に挟まれ、底面側には円柱を接続させる構造が採られることが多い。さらに二段に重ねた構造なども採用されている。伝送行列を用いるなら、こうした複雑な構造を回路網の縦続および並列接続により表現でき、全体の伝送行列を求めることができる。一例として、図 4-3 に示す構造に本手法の応用を試みる。ここでホーンの両端には、受け皿（カップ）または円柱が接続され、これらを振動源の内部インピーダンスおよび負荷インピーダンスとして、インシュレータと同一素材の特性インピーダンス ρc で仮定する。このとき、図 4-3 に示す複合形状全体の伝送行列 F_d は、単純構造の円錐および円柱の伝搬定数(4.14)式および(4.25)式 (Inverse 方向においては(4.27)式) を用いれば、次式で得られる。

$$F_d = \begin{bmatrix} A_d & B_d \\ C_d & D_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_c^N & B_c^N \\ C_c^N & D_c^N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_b & B_b \\ C_b & D_b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_c^N & B_c^N \\ C_c^N & D_c^N \end{bmatrix} \quad (4.66)$$

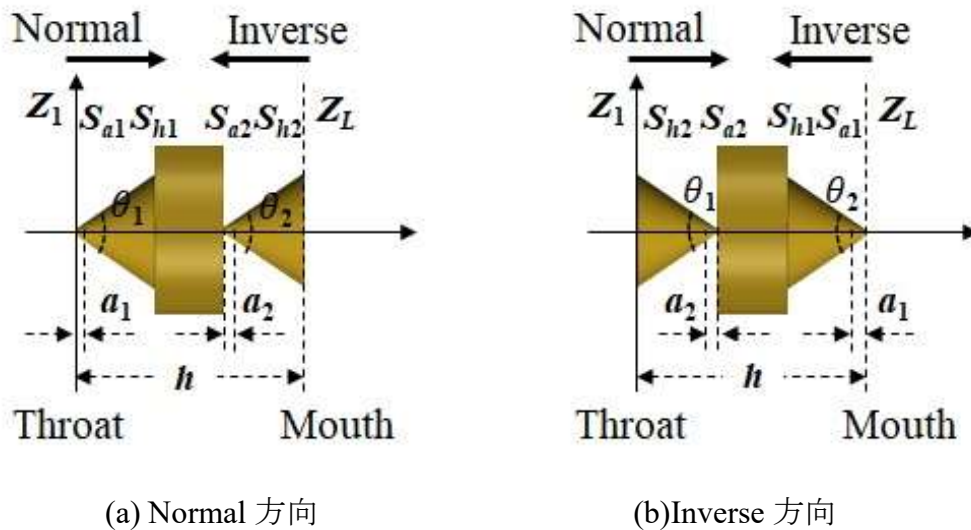


図 4-3 複合形状を持つインシュレータの一例とその側面図

図 4-3 に示す構造に対し、(4.66)式で得られた伝送行列 F_d を用いて Inverse 方向の伝送行列 F_d' を求め、表 4-1 の各値を用いてインピーダンスを計算する。ここで用いた円錐の高さは、表 2-1 (2 章) に示した 90 度の場合の 50%程度で、図 4-4 より円錐単体の交差周波数 F_s は 13.3 kHz であるのに対し、2 段に重ねた複合型の数値計算結果 (図 4-5) では、 F_s は

表 4-1 数値計算で用いた各パラメータ

パラメータ名称		円柱部	円錐ホーン部
密度	ρ (kg/m ³)	8600	8600
伝搬速度	c (m/s)	3480	3480
Throat 半径	r_0 (m/s)	1.25×10^{-2}	2.00×10^{-4}
Mouth 半径	r_h (m/s)	1.25×10^{-2}	5.00×10^{-3}
ホーン高さ	h (m)	1.10×10^{-2}	4.80×10^{-3}
微小先端長さ	a (m)	—	2.00×10^{-4}
頂角	θ (°)	—	90
交差周波数	F_s (Hz)	—	13300

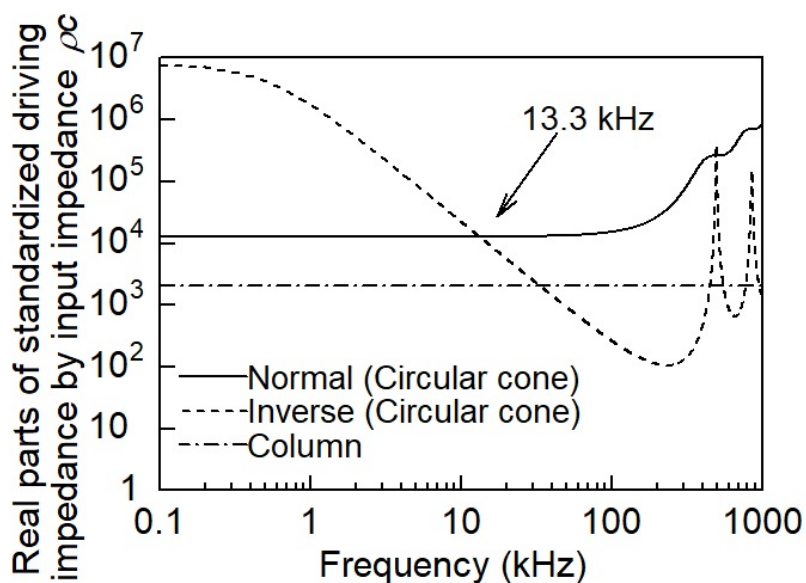


図 4-4 円柱部および円錐型ホーン単体の駆動点インピーダンスの周波数特性

5.6 kHz に低下した．また前節同様に試験片を作製し，振動速度のレベル差を求めた図 4-6 の振動減衰特性の結果でも，5~6 kHz を交差周波数として，それ以降の周波数領域では Normal 方向で振動減衰量が増加する，図 4-5 の数値計算結果と同様の傾向が得られた．したがって伝搬定数を用いた本手法は，単純な要素を組み合わせた複雑な構造に対しても，振動伝達におけるエネルギー伝搬の周波数特性を推定できることが示された．

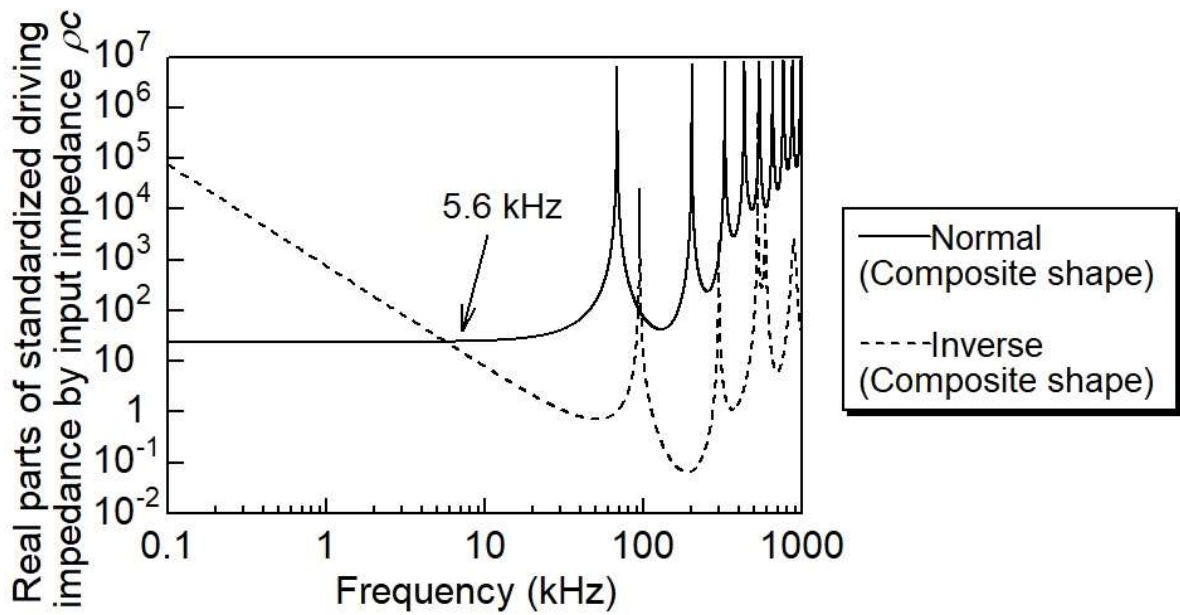


図 4-5 複合型インシュレータの駆動点インピーダンスの周波数特性

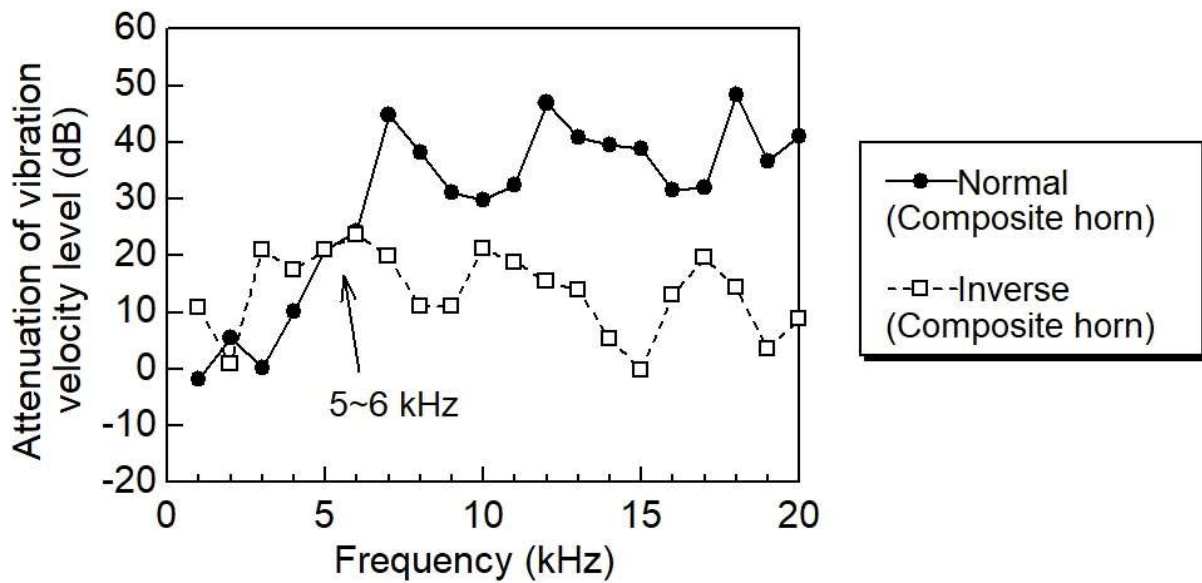


図 4-6 複合型インシュレータの振動減衰特性

4.5 結言

第2および3章では、波動方程式の解に対して、有限な境界条件を代入する解析手法から円柱およびホーン形状の振動伝達特性について検討した。一方で、これらの解析では、振動源の内部インピーダンスや負荷インピーダンスの変更に対して、改めて解析し直す必要があり、複雑なインシュレータ形状に対しては解析が困難である面が残っていた。

本章では、こうした課題を解決するため伝搬定数を用いた解析・設計手法を提案した。具体的には、理論的解析において、円柱や円錐の Throat または Mouth を加振したときの振動伝達特性を極端な境界条件（固定端および自由端）で解き、等価四端子回路でモデル化して伝搬定数を求め、加振点におけるインピーダンスの評価を試みた。単一構造のインシュレータに対するシミュレーションでは、数値計算により得られたインピーダンスの周波数特性から、円柱において駆動点インピーダンスが周波数や伝達方向に依存せず、平坦な特性であることを確認した。さらに円錐や指数関数型ホーンに対しては、加振点が底面または頂点かの違いにより、インピーダンスが交差する周波数が存在することを確認した。また、その前後の周波数帯域で振動伝達のし易さが変化するこれまでと同様の傾向を得た。これらの結果を基に、複合形状のインシュレータを用いた実験的検証を行った。伝搬定数を用いた解析手法に関して、得られた結果を以下にまとめる。

- (1) インシュレータの形状や材質に関するパラメータは、伝搬定数の各パラメータに反映され、有限の負荷インピーダンスを与えて得た波動方程式の解と同一の結果が得られる。
- (2) 数値計算で得られた駆動点インピーダンスの周波数特性は、円柱や円錐型ホーンだけでなく、複合形状においてもそれぞれの振動減衰特性と同様の傾向を示す。
- (3) 複雑な構造でも各部の四端子定数および入出力部に接続される負荷インピーダンスを用いることで、系全体の振動伝達特性が容易に推定できる。

以上より、インシュレータを設計するにあたって、載置機器側への振動を絶縁することを目的とした場合、交差周波数 F_s を高く設定し、さらに Normal 方向で使用することで高い絶縁効果が得られる。一方、振動を伝達させたい場合は、 F_s を低く設定したインシュレータを Inverse 方向で使用することで目的を達成できる。

また、これらのインシュレータが持つ振動伝達の方法特性は、交差周波数を境に周波数を考慮して方向を選定することで、載置機器の振動低減や絶縁など目的に応じて設計でき、利用方法を選定できることが明らかとなった。

第5章 オーディオ機器の振動低減と雑音低減効果

5.1 緒言

第2~4章では、形状や材質の異なるオーディオ用インシュレータについて振動伝達特性の理論解析を行い、駆動点インピーダンスの周波数特性を求めるとともに、インシュレータの振動伝達特性について実験的に確認してきた。数値計算結果や振動減衰特性で得られたインシュレータの振動伝達特性は、円柱では平坦な特性を示す一方で、円錐や指数関数型といった固体ホーン形状を持つインシュレータの場合、振動の伝達方向によって、特定の周波数を境にインピーダンス特性の大小が変化し、特定の周波数領域の前後で振動の導通と絶縁効果を併せ持つ特性を示すことが判明した。したがって、ホーン形状を持つインシュレータは、機器の振動除去に効果的な形状であることが判明した。

しかし、インシュレータが持つ振動伝達特性こそ明らかとなったものの、インシュレータを使用することによる載置機器や音質への影響については未だ明確ではなく、より直接的にオーディオ機器への影響を明らかにする必要がある。

オーディオ機器における振動の影響として、地磁気中での電子回路の微細振動が、回路内に微細な雑音電圧を発生させる可能性を考慮するならば、電子回路であっても信号に対して機械的振動が、電気的雑音として重畳する可能性も否定できない。これらの振動の要因としては、電源トランスやCD/DVDドライバなど機器内に存在する振動源とスピーカからの放射音や床の振動など機器外に存在する振動源が挙げられる[23]。しかし、こうした振動起因の雑音の低減は、いずれも電気的手法による対策では困難と考えられる。筐体振動と音質との関係性については、オーディオ雑誌のみならず、先行研究においても音像定位や高度音響情報の再現性に対して影響を与えることが報告[23, 48-52]されており、実際、音響機器の製造段階においても、シャーシのハニカム構造化や強化シャーシの使用、振動源からの絶縁や分離または固定など振動対策を積極的に採用した製品も多く見受けられる。

特に、スピーカでは機械音響変換の基準となるマグネットの振動は、音響変換において雑音として重畳し、CDプレーヤなどのドライバでは振動の故にトラッキングに制御電力を消費して直流電源電圧に変動を生じ、この変動が音響信号に影響する。さらにアンプなどの電気回路では導線の振動により、地磁気などとの相互作用で誘導起電力が生じて雑音となる。

そこで本章では、まずオーディオ機器の筐体を加振した場合の出力信号レベルを比較し、振動対策の必要性について実験的に検討する。さらにインシュレータのホーン形状が載置機器に与える効果について確認するため、ホーン形状を持つインシュレータをオーディオ用アンプやスピーカの筐体支持として採用し、筐体加振時における振動状態の変化につい

て実験的確認を試みる。また、振動状態の変化とインシュレータの振動減衰特性との関係についても検討する。

5.2 載置機器に生じる振動に起因した雑音信号

オーディオ用アンプにおける振動低減が、再生音に与える影響について検討する。アンプやプレーヤに生じる機器への影響は、機器内の電気回路に生じる振動状態の変化と地磁気の相互作用による誘導起電力が雑音となり、音色や音質に変化が生じると考えられる。したがって、載置機器の振動低減は音質改善に寄与すると推察される。まず、機器の振動が電気信号に与える影響を確認するために、真空管アンプを採り上げ、アンプが振動したときの出力信号の変化を比較する。アンプへの加振は、シャーシに質量 5.00×10^{-4} kg の鉄球を 0.13 m の位置からシャーシ中央部分（真空管同士の間）に落下させ、インパルス加振を与えた。ただし、アンプの入力は開放とし、スピーカ出力端子に純抵抗 8Ω のダミーロードを接続し、スピーカ出力端子に現れる雑音のパワースペクトルを測定した。

図 5-1 にスピーカ出力信号のパワースペクトルの比較を示す。図中の青線は加振しない場合（待機状態）、赤線はインパルス加振を行った場合を示す。図では、2 kHz あたりから 15 kHz にかけて最大 20 dB 程度、待機状態では見られなかった信号レベルの上昇がみられる。つまり、この信号レベルの上昇は振動に起因した電圧が発生したことを示している。

これらの結果から、オーディオ機器の振動低減が、振動に起因した電氣的雑音の低減効果に繋がること示される。さらにこの周波数帯域は、音像定位のキーが含まれる周波数 [52, 53] を含んでおり、音像定位の改善にも効果的であると推測される。

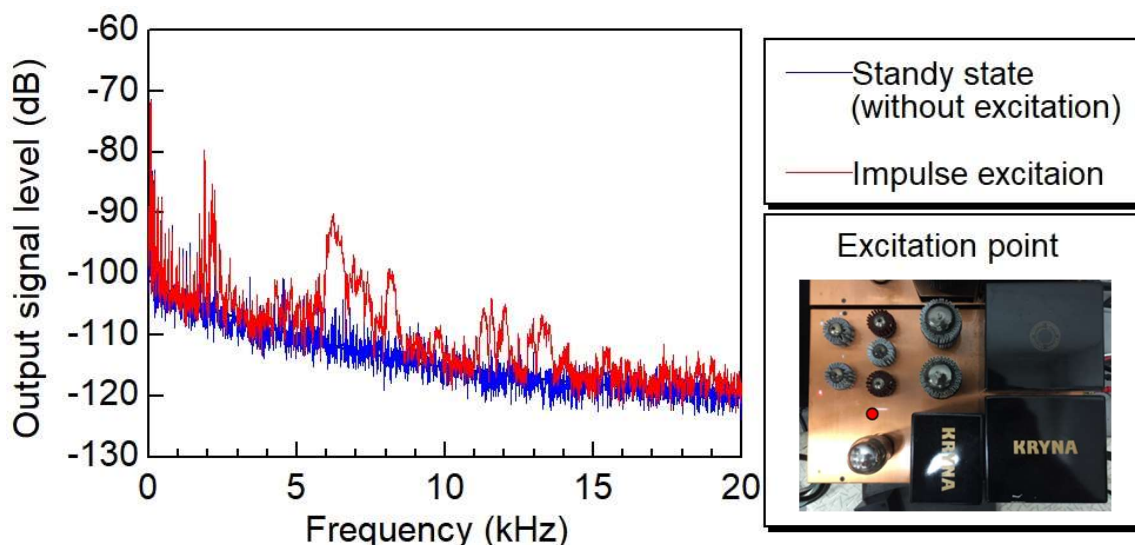


図 5-1 真空管アンプをインパルス加振したときのスピーカ出力端子における出力信号のパワースペクトル比較

5.3 載置機器の振動低減効果

インシュレータの振動伝達特性が載置機器の振動状態に与える影響を実験的に検討する。前章までの結果から、指数関数型ホーンは Inverse 方向で交差周波数より高い周波数の振動を伝達し易いことが明らかとなった。つまり Mouth 側に機器を載置した場合、交差周波数を境に高い周波数の振動を床に伝達し、低い周波数を絶縁する働きがあることとなる。この効果を実験的に確認するため、各形状のインシュレータを用いて、載置した機器の振動速度レベルをスキャニング振動計で測定した。測定対象はオーディオ用アンプとスピーカとし、円錐、指数関数型ともに Mouth を機器側、Throat が床側となるように機器を載せた。

5.3. オーディオ用アンプへの効果

5.3.1.1 実験装置および手法

オーディオ機器に振動を発生させる要因は、電源トランスや CD/DVD ドライバなど機器内に存在する振動源とスピーカからの放射音など機器外に存在する振動源が考えられる。アンプ上（スピーカから 1 m の地点）で音圧レベル 80 dB となるように 1 kHz の正弦波をスピーカから再生したときの放射音の影響は、図 5-2 に示すようにシャーシ全体が加振され、加振周波数（1 kHz）の振動速度レベルが上昇する。こうした音響放射によって筐体に生じる振動に対し、オーディオ用アンプを測定対象として採り上げ、インシュレータの効果を検討する。

放射音による加振の下で、形状の異なるインシュレータによる振動状態の変化を測定する。測定対象のアンプは 5.2 の実験と同様に入力端子を開放、出力端子を短絡として、別系統の音響システムから正弦波信号を放射してアンプ全体を音響的に加振した。スピーカからの放射音は、上記（図 5-2）の実験と同じ条件とした。スキャニング振動計の測定点はシャーシ上の 126 点とし、各点はそれぞれ 10 回平均化された振動速度レベルを測定した。測定システムの概略図および測定状況を図 5-3(a), (b)に示す。

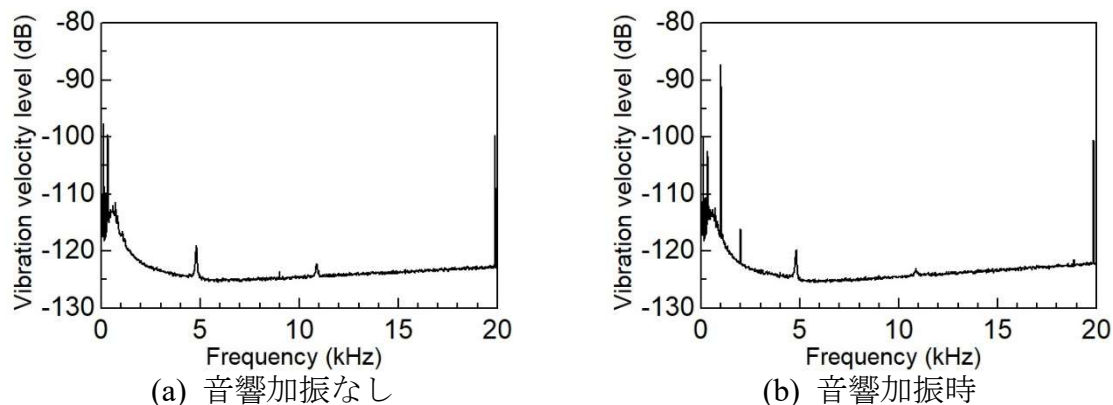
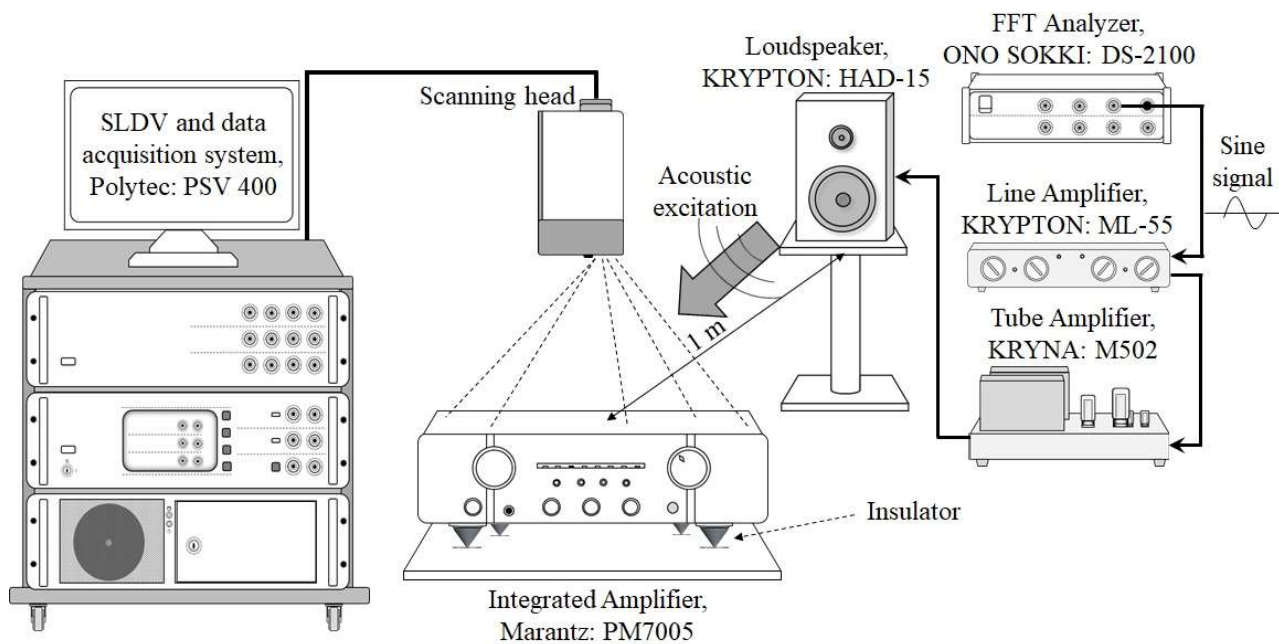


図 5-2 音響加振時におけるアンプシャーシの振動速度レベルの変化（正弦波 1 kHz）



(a) オーディオ用ンプにおける筐体振動の測定概略図



(b) 測定状況

図 5-3 オーディオ用アンプにおける筐体振動の測定概略図と測定状況

5.3.1.2 円錐型ホーンの効果

円錐型ホーンの効果を確認するため、表 2-1 (2 章) に示す頂角が 60° と 90° の円錐型ホーンおよび円柱を採用し、音響加振時における振動速度レベルの違いを比較した。使用したインシュレータはそれぞれアンプの下面にある脚 4 カ所の下に測定対象を設置した。図 5-4(a)~(g)に加振周波数毎の振動速度レベルの分布を比較した結果を示す。図の(i)は円柱、(ii)は頂角が 60° 、(iii)は 90° の円錐型ホーンを用いた場合である。1, 2 kHz で加振した図 5-4(a), (b)において、円錐型ホーンを用いた(ii), (iii)では高い振動速度レベルを示す青や紫色の領域が、(i)円柱の場合と比べ増加または同等程度であり、インシュレータの使用による筐体の振動低減効果はほとんど見られない。一方、5 kHz 加振時 (図 5-4(c)) では、(ii) 60° の円錐型ホーンにおいて低い振動速度レベルを示す赤色の領域が増加している。さらに、8 kHz (図 5-4(d)) 以降では、それまでの傾向が入れ替わり、(ii) 60° 、(iii) 90° の円錐型ホーンともに(i)円柱より振動速度レベルが低下する結果が得られた。

次に、各形状に対する振動速度レベルの比較を図 5-5 に示す。低周波数領域ではほとんど変化は見られないが、5 kHz 以降の領域を見ると各円錐型ホーンの振動速度レベルが、円柱より 1~3 dB 程度低下する結果が得られた。さらに円錐型ホーンに限るなら、 90° より 60° の方が、振動速度レベルの減少が低周波数側に寄り、さらに減少量も多い結果が得られた。これは 2 章で得られた交差周波数 F_s の違いと同様の効果として、周波数に依存しない円柱に比べ、円錐が載置機器の振動状態に対して影響を及ぼすことが示された。

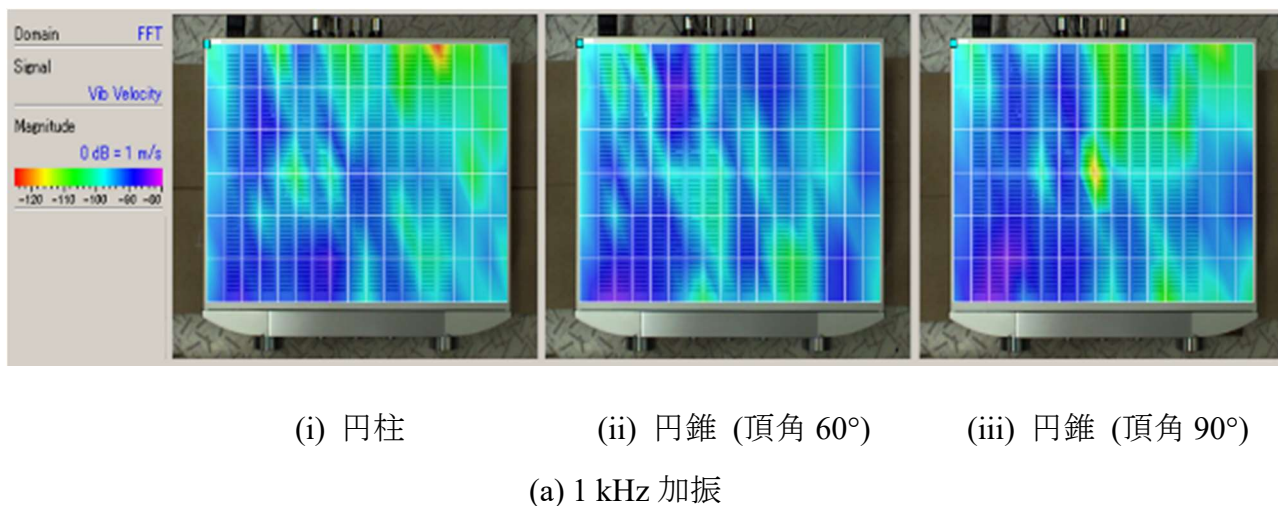
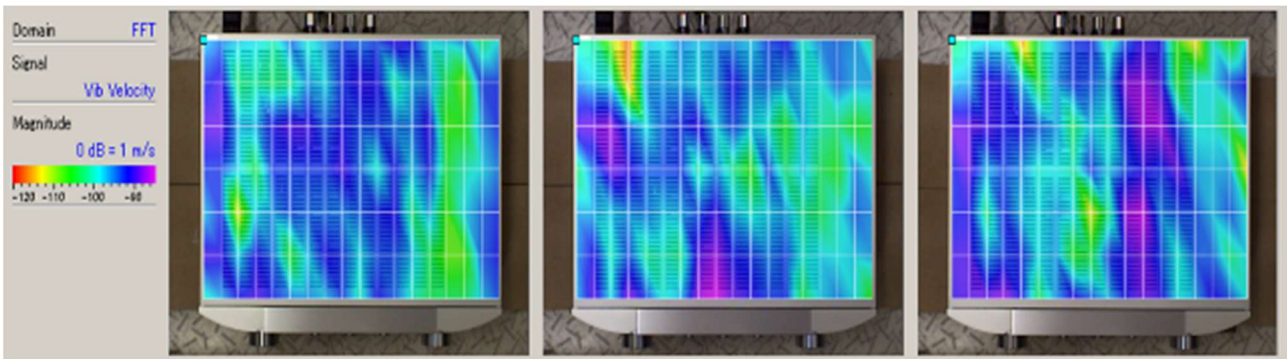
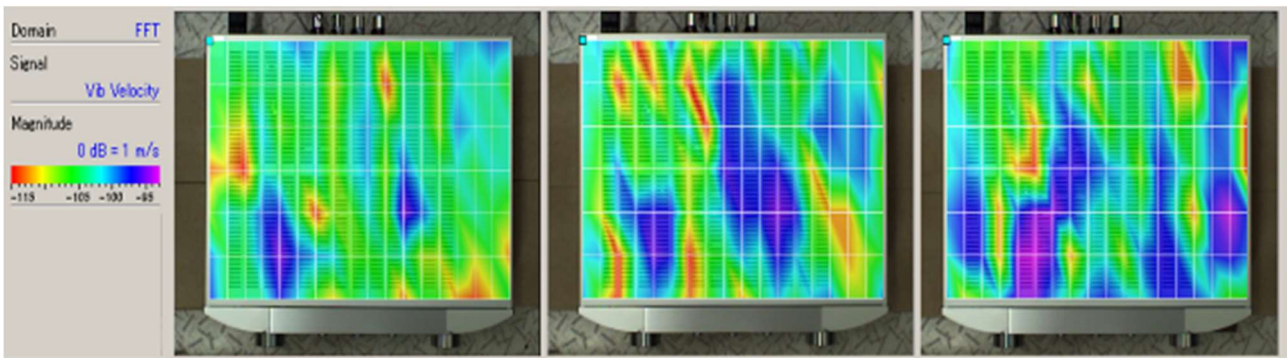


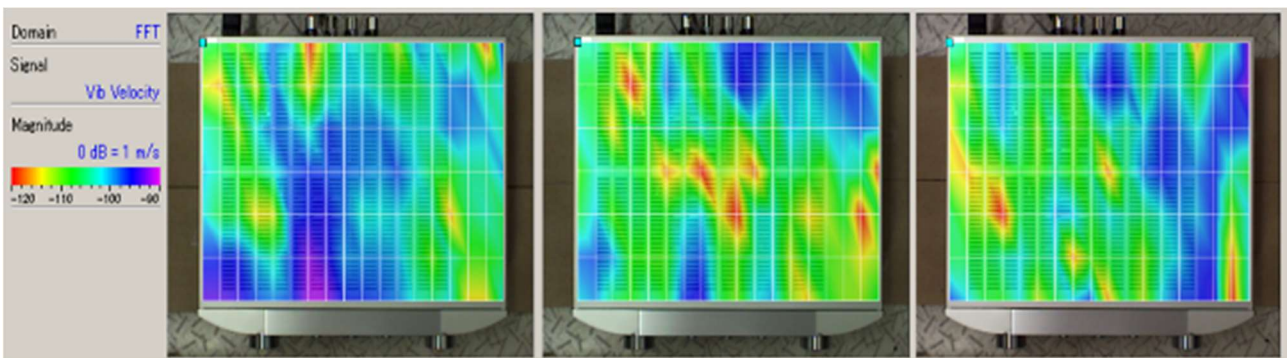
図 5-4 アンプシャーシにおける振動速度レベル分布の比較：円錐型ホーン



(i) 円柱 (ii) 円錐 (頂角 60°) (iii) 円錐 (頂角 90°)
(b) 2 kHz 加振

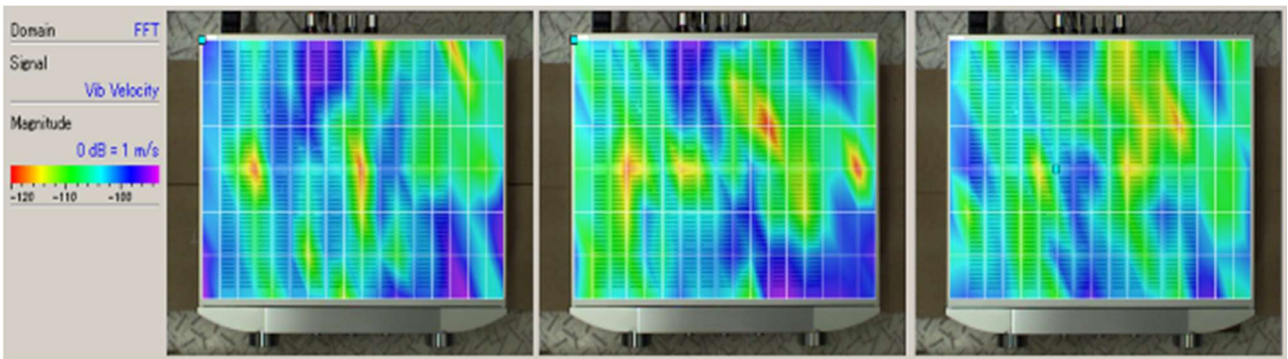


(i) 円柱 (ii) 円錐 (頂角 60°) (iii) 円錐 (頂角 90°)
(c) 5 kHz 加振



(i) 円柱 (ii) 円錐 (頂角 60°) (iii) 円錐 (頂角 90°)
(d) 8 kHz 加振

図 5-4 アンブシャーンにおける振動速度レベル分布の比較：円錐型ホーン（つづき）

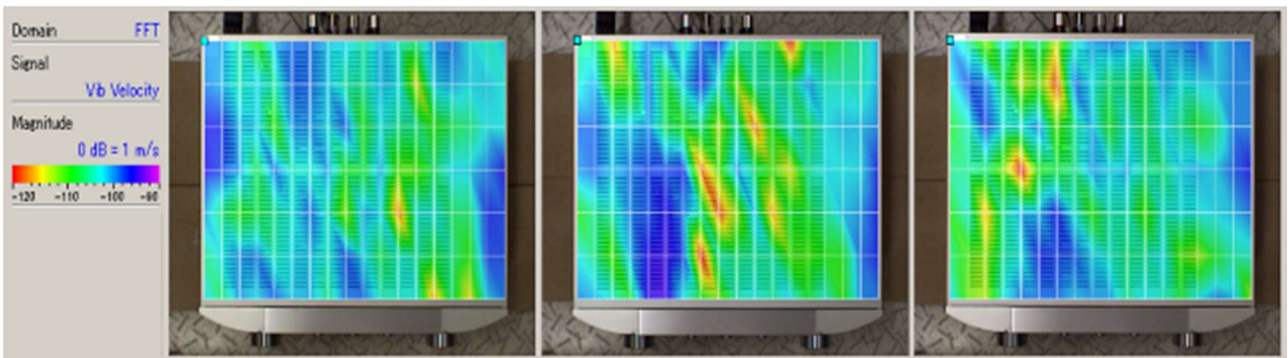


(i) 円柱

(ii) 円錐 (頂角 60°)

(iii) 円錐 (頂角 90°)

(e) 10 kHz 加振

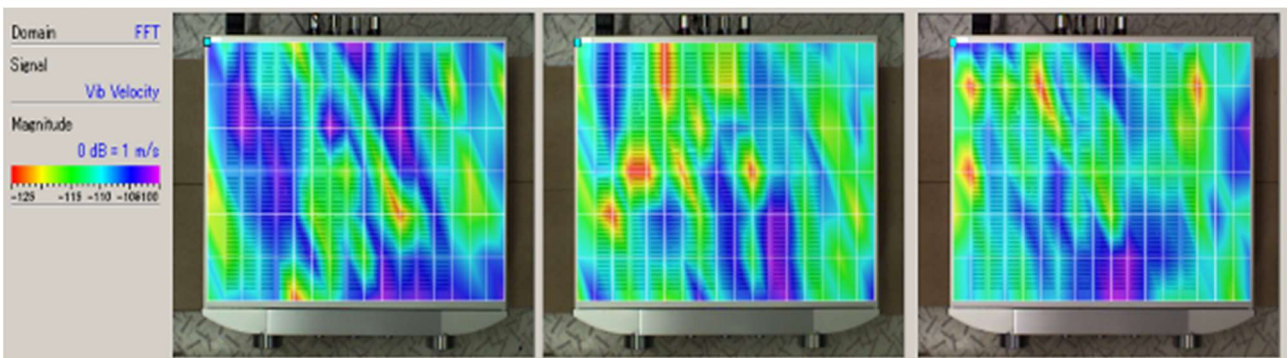


(i) 円柱

(ii) 円錐 (頂角 60°)

(iii) 円錐 (頂角 90°)

(f) 12 kHz 加振



(i) 円柱

(ii) 円錐 (頂角 60°)

(iii) 円錐 (頂角 90°)

(g) 15 kHz 加振

図 5-4 アンプシャーンにおける振動速度レベル分布の比較：円錐型ホーン（つづき）

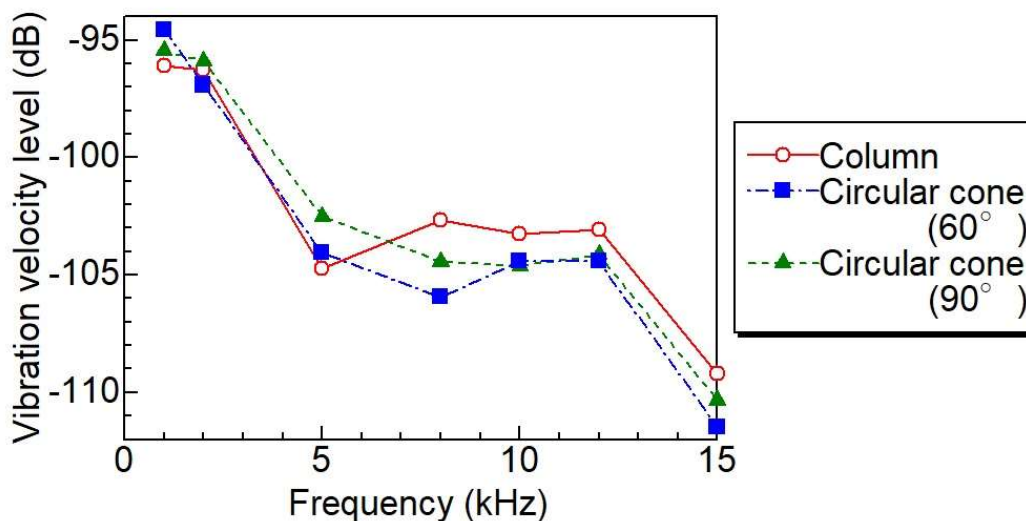


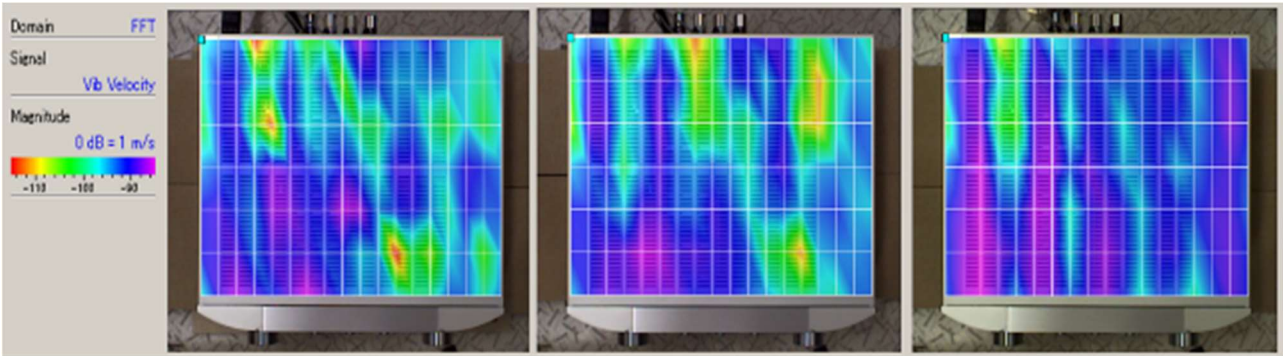
図 5-5 周波数別に見たアンプシャーシの振動速度レベルの比較：円錐型ホーン

5.3.1.3 指数関数型ホーンの効果

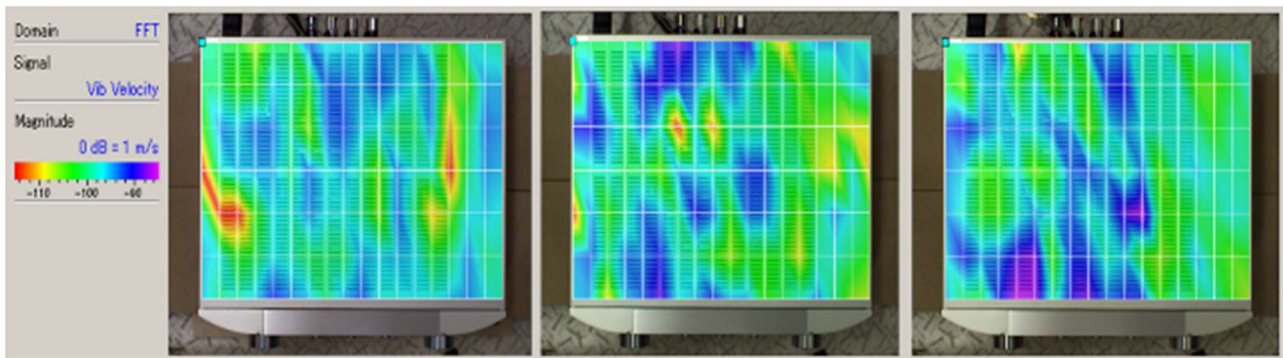
次に、指数関数型ホーンの載置機器の振動低減効果について検討する。測定は円錐型ホーンと同様、正弦波信号による音響加振下でのシャーシの振動速度レベルを比較した。指数関数型インシュレータは、3章（表 3-1）で使用した M200 を用い、アンプシャーシ上の振動速度レベルを測定した。シャーシ上の振動レベルの分布を図 5-6(a)~(h)に示す。

図の(i)はインシュレータを使用せず、アンプに付属しているプラスチック製の脚をそのまま木板に載せた場合、(ii)は円柱を用いた場合、(iii)は指数関数型ホーンのインシュレータ (M200) を用いた場合である。1 および 2 kHz 加振の(a), (b)では、インシュレータの使用により、振動速度レベルが低い領域が減少し、振動速度レベルが高い領域の増加が見られ、各点で平均 1~2 dB 程度振動が増加した。4 kHz 加振の(c)では、振動の増加は、インシュレータを使用しない場合と比較して 0.7 dB 程度にとどまっている。M200 の交差周波数 ($F_s = 4.1$ kHz) 以上の(d)~(h)では、逆に振動速度レベルが低い領域が増加、または振動速度レベルが高い領域が減少し、それぞれ床接地および円柱と比較して、2 dB 程度の振動低減効果が得られた。

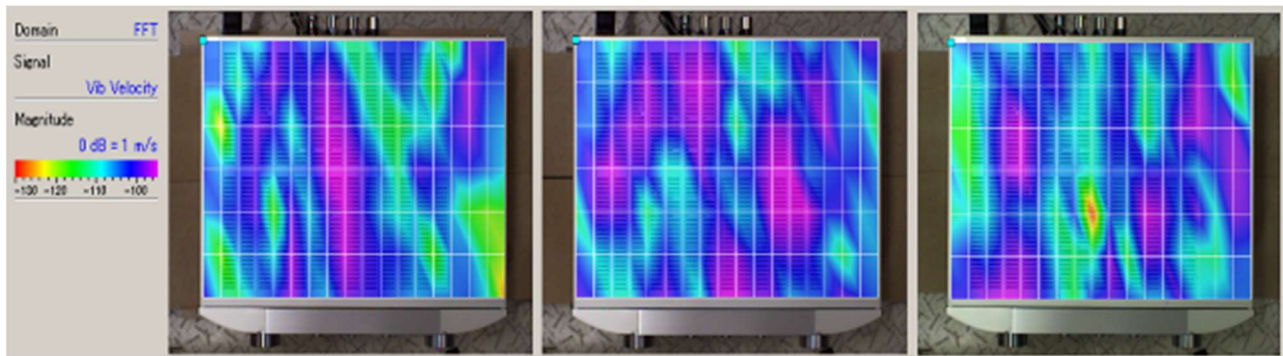
図 5-7 に、インシュレータの有無および円柱を使用した場合のシャーシ上の平均振動速度レベルの比較を 1~15 kHz の範囲で示す。(i)インシュレータを使用しない場合と(ii)円柱を使用した場合では、大きな違いは見られない。一方、図より 4~5 kHz 以上で、インシュレータを用いた場合の平均振動速度レベルが低くなっており、高周波数領域で載置機器の振動が低減されていることが示された。



(i) インシュレータなし (ii) 円柱 (iii) 指数関数型(M200)
 (a) 1 kHz 加振

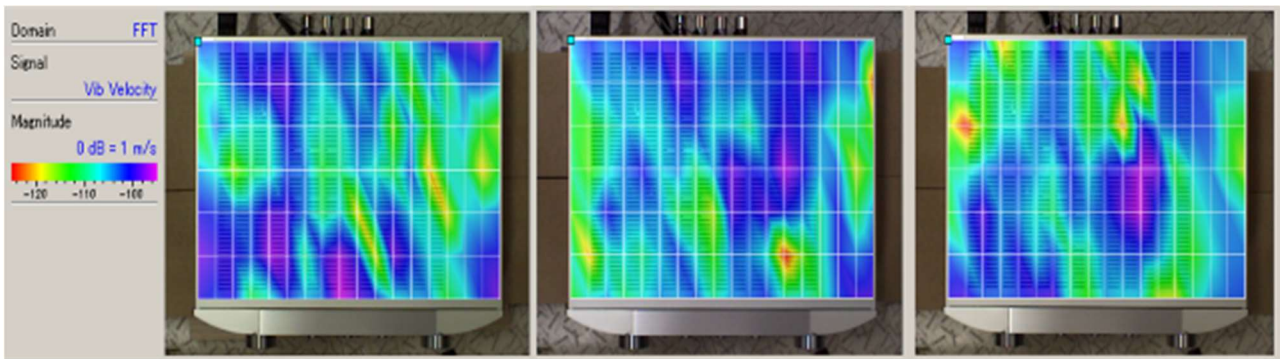


(i) インシュレータなし (ii) 円柱 (iii) 指数関数型(M200)
 (b) 2 kHz 加振



(i) インシュレータなし (ii) 円柱 (iii) 指数関数型(M200)
 (c) 4 kHz 加振

図 5-6 アンプシャーンにおける振動速度レベル分布の比較：指数関数型ホーン

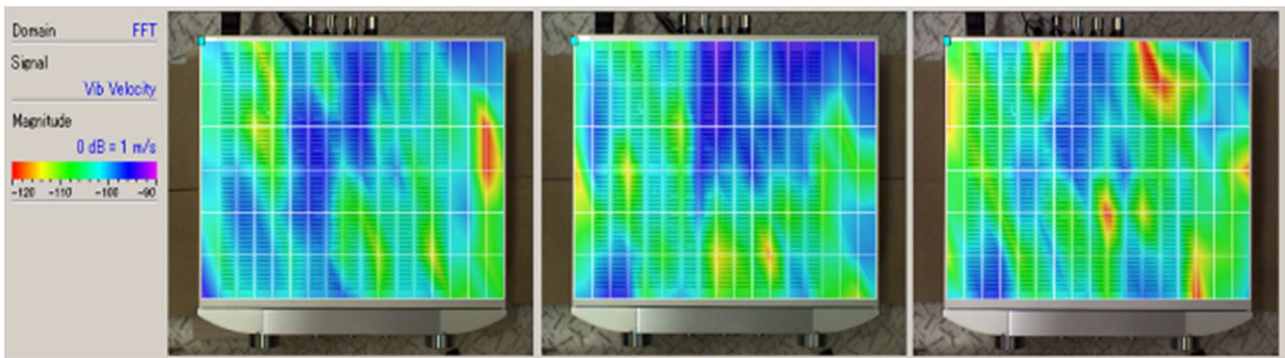


(i) インシュレータなし

(ii) 円柱

(iii) 指数関数型(M200)

(d) 5 kHz 加振

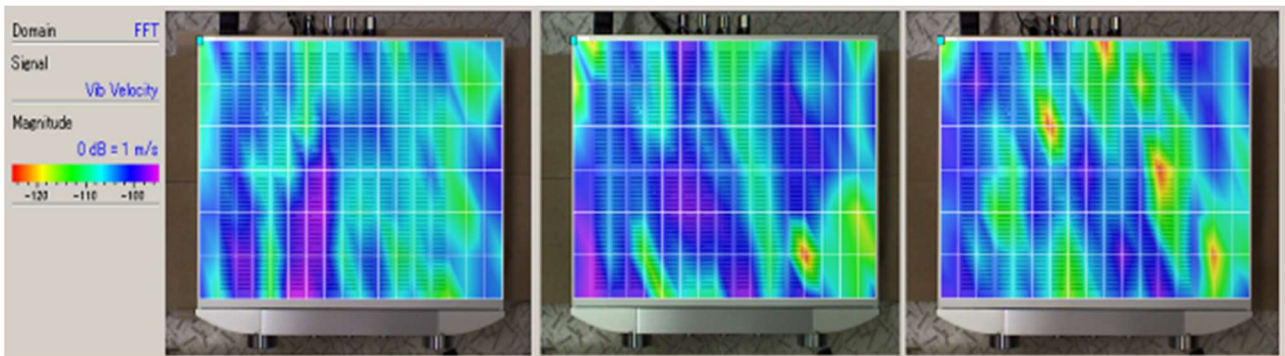


(i) インシュレータなし

(ii) 円柱

(iii) 指数関数型(M200)

(e) 8 kHz 加振



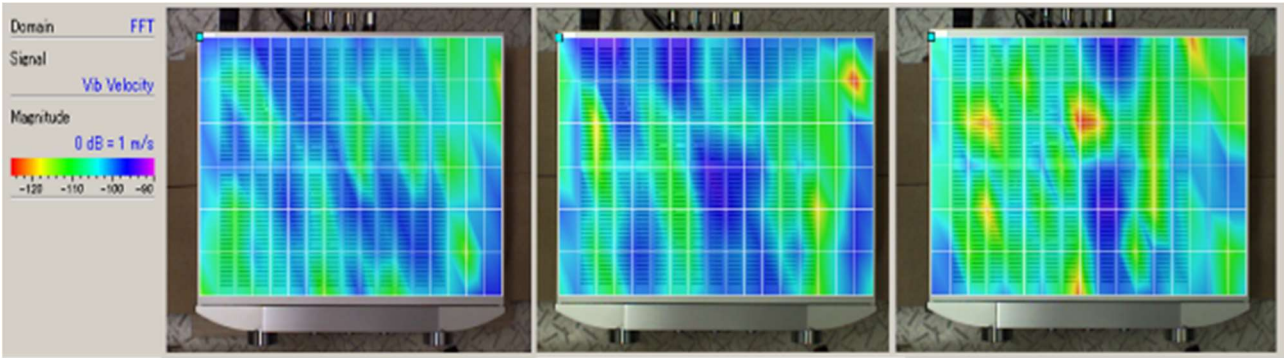
(i) インシュレータなし

(ii) 円柱

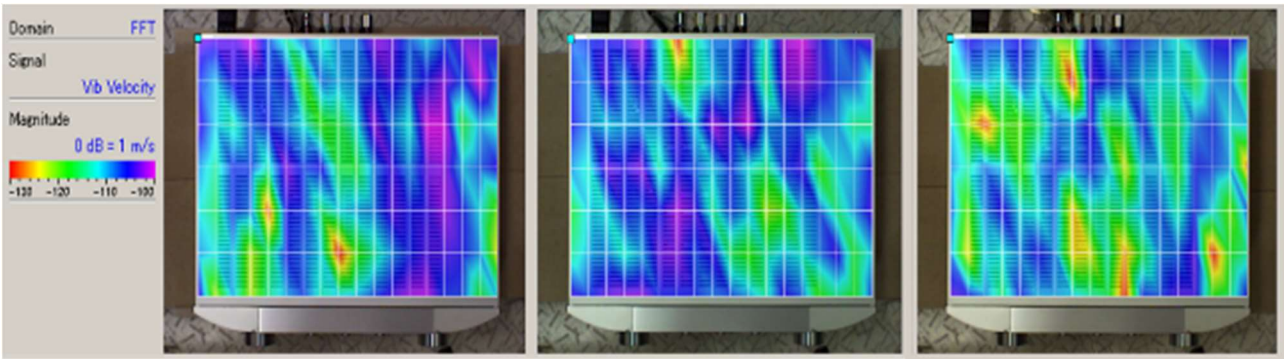
(iii) 指数関数型(M200)

(f) 10 kHz 加振

図 5-6 アンプシャーシにおける振動速度レベル分布の比較：指数関数型ホーン（つづき）



(i) インシュレータなし (ii) 円柱 (iii) 指数関数型(M200)
(g) 12 kHz 加振



(i) インシュレータなし (ii) 円柱 (iii) 指数関数型(M200)
(h) 15 kHz 加振

図 5-6 アンプシャージにおける振動速度レベル分布の比較：指数関数型ホーン（つづき）

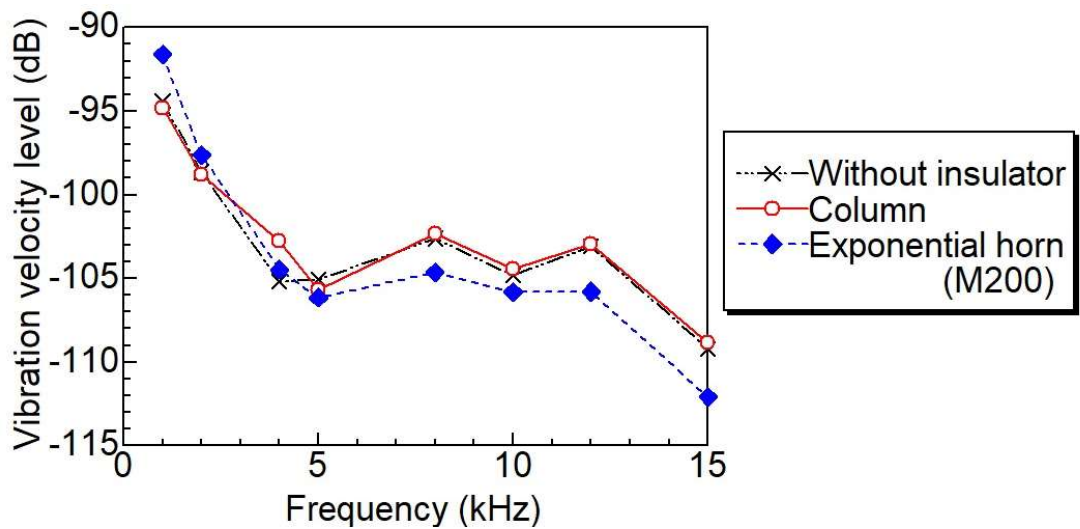


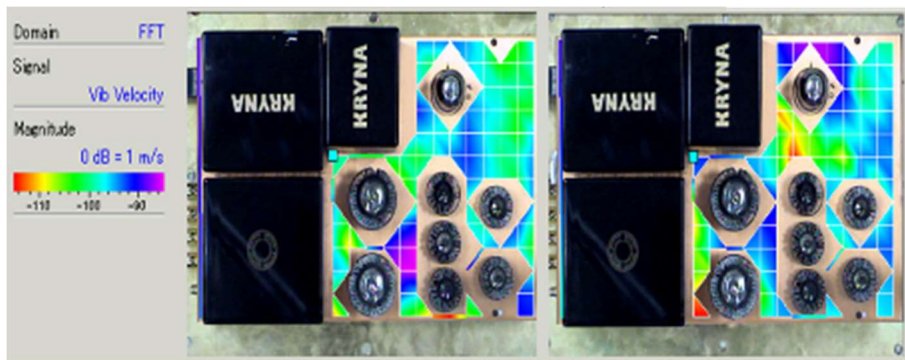
図 5-7 アンプシャージにおける振動速度レベルの比較：指数関数型ホーン

一般的に用いられるオーディオ用アンプには、前項まで測定対象として用いたソリッドステートアンプのほかに真空管アンプがある。そこで、真空管アンプについても同様のインシュレータの振動低減効果が得られるかを検討する。

図 5-3 の測定システムに対し、測定対象として真空管アンプ (KRYNA : M502) を用い、正弦波信号 1, 2, 4, 6, 8 および 12 kHz の正弦波信号で音響的に加振した状態で、シャーシ表面の振動速度レベルをこれまでと同様の手法で測定した。図 5-8 (a)~(f) にシャーシの振動速度レベルの分布の比較を示す。図より、4 kHz 加振の(c)で 3 dB 程度の振動増加は見られるものの、インシュレータ (M200) の交差周波数 ($F_s = 4.1$ kHz) 以上の加振周波数での測定結果(d)~(f)では、それぞれ 2 dB 程度の振動低減効果が得られた。

以上の結果より、2, 3 章で得られた円錐および指数関数型ホーン形状のインシュレータの振動伝達特性や振動減衰特性と同様の傾向であり、ホーン形状とを持つインシュレータの振動伝達の方向性がオーディオ用アンプの振動低減効果に寄与していることが明らかとなった。これらの載置機器に対する振動低減は、5.2 で述べた筐体振動と振動に起因する雑音信号との関連性を踏まえれば、再生音の音質や音像定位に対して効果的であることが示される。

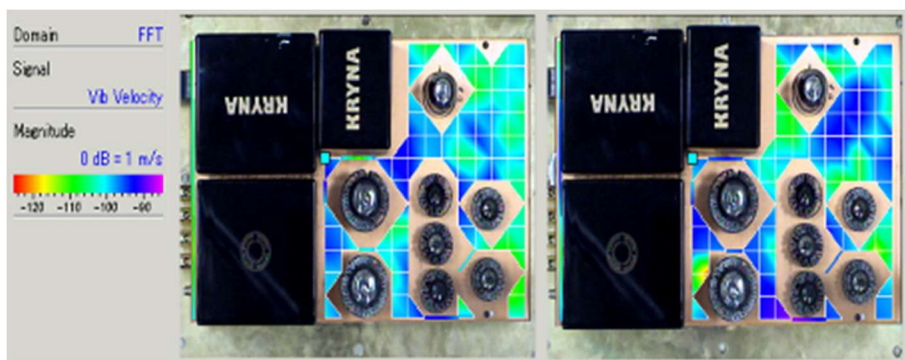
これらの実験結果から、インシュレータを用いた振動低減効果は、ソリッドステートアンプだけでなく真空管アンプでも同様であることを確認した。スピーカからの放射音による筐体振動に対して、インシュレータの振動低減効果が確認されたことから、オーディオ用アンプだけでなく CD/DVD プレーヤなどにも同様の効果が期待できる。



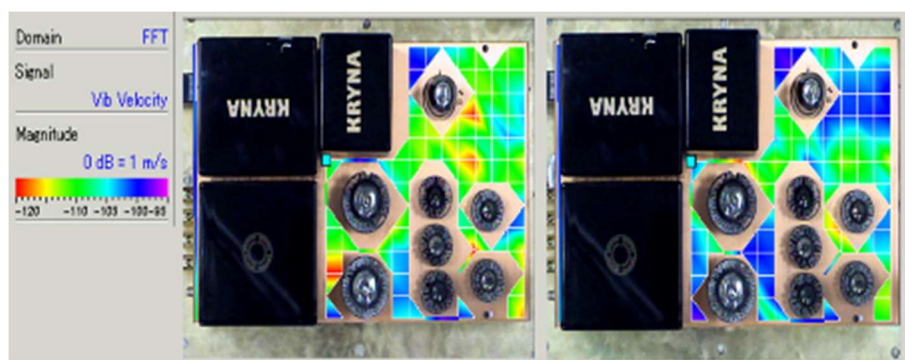
(i) インシュレータなし (ii) 指数関数型 (M200)

(a) 1 kHz 加振

図 5-8 真空管アンプのシャーシにおける振動速度レベル分布の比較



(i) インシュレータなし (ii) 指数関数型 (M200)
(b) 2 kHz 加振

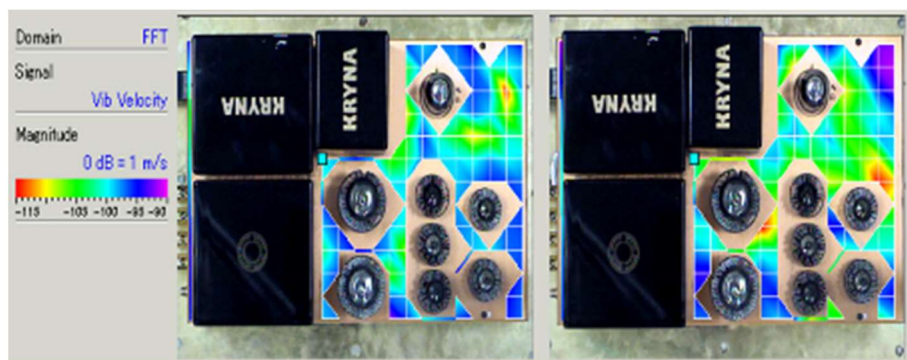


(i) インシュレータなし (ii) 指数関数型 (M200)
(c) 4 kHz 加振



(i) インシュレータなし (ii) 指数関数型 (M200)
(d) 6 kHz 加振

図 5-8 真空管アンプのシャーシにおける振動速度レベル分布の比較 (つづき)



(i) インシュレータなし (ii) 指数関数型 (M200)

(e) 8 kHz 加振



(i) インシュレータなし (ii) 指数関数型 (M200)

(f) 12 kHz 加振

図 5-8 真空管アンプのシャーシにおける振動速度レベル分布の比較 (つづき)

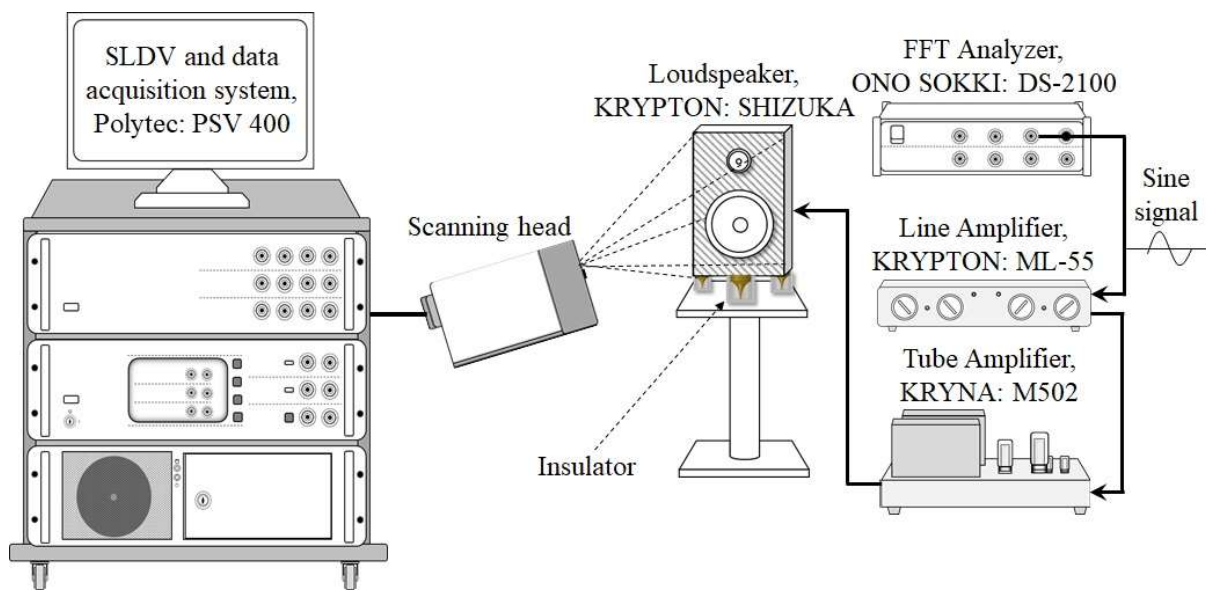
5.3.2 スピーカへの効果

5.3.2.1 スピーカバッフルの振動低減効果

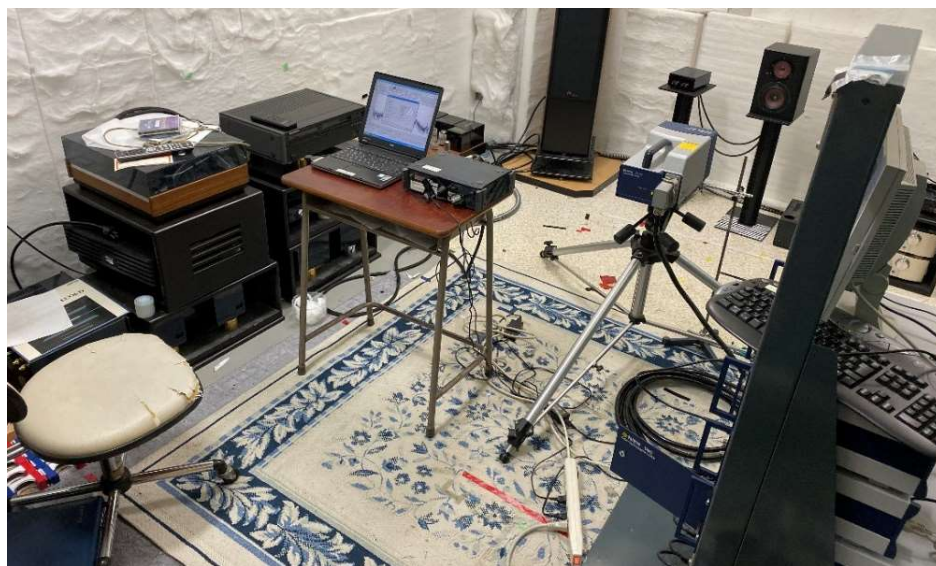
スピーカに対してもインシュレータが広く使用されており、その効果について検討する。スピーカは自身が振動源であるが、音響放射を行うスピーカ振動板は、広く用いられている動電型ではスピーカマグネットを不動点として、これを基準に加振されるよう設計されている。しかし実際は、音響放射時の反作用やエンクロージャ内の音響エネルギーなどにより、エンクロージャ自体が振動し、この振動がマグネットを振動させる。この振動は、スピーカ振動板に雑音として重畳し、再生音に混入するため、こうした影響を防ぐ目的でスピーカにおいても不要振動が抑制されることが望ましい[1]。そこで本節では、スピーカにおけるインシュレータの振動抑制効果を測定する。

測定のシステム構成はアンプと同様 (図 5-9) であり、加振用に用いたスピーカ自体を測

定対象，測定点は96点とし，スピーカの出力はバッフルから1 mの位置で音圧レベル80 dBとなるように設定した．図5-10(a)~(d)に，2，4，8，12 kHzの4種類の正弦波信号をそれぞれ再生した時のスピーカバッフル面の振動速度レベル分布を示す．2 kHz再生の(a)では，インシュレータの使用により紫色の領域が増加し，1.8 dB程度の振動増加となっている．交差周波数に近い4 kHzの(b)では大きな差は見られない．一方，高周波数領域の(c)，(d)では，紫色の領域が減少して赤色の領域が増加し，1~2 dB程度バッフル面の振動が低減しており，アンプと同様，交差周波数 F_s 以上の周波数領域で振動低減効果を示している．



(a) スピーカバッフルにおける振動速度レベルの測定概略図



(b) 測定状況

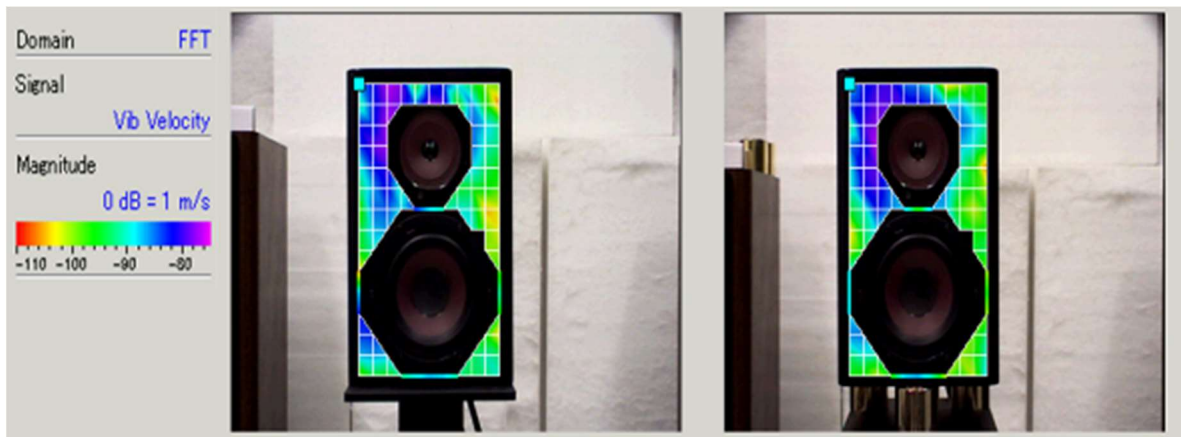
図5-9 スピーカバッフルにおける振動速度レベルの測定概略図と測定状況



(i) インシュレータなし

(ii) 指数関数型 (M200)

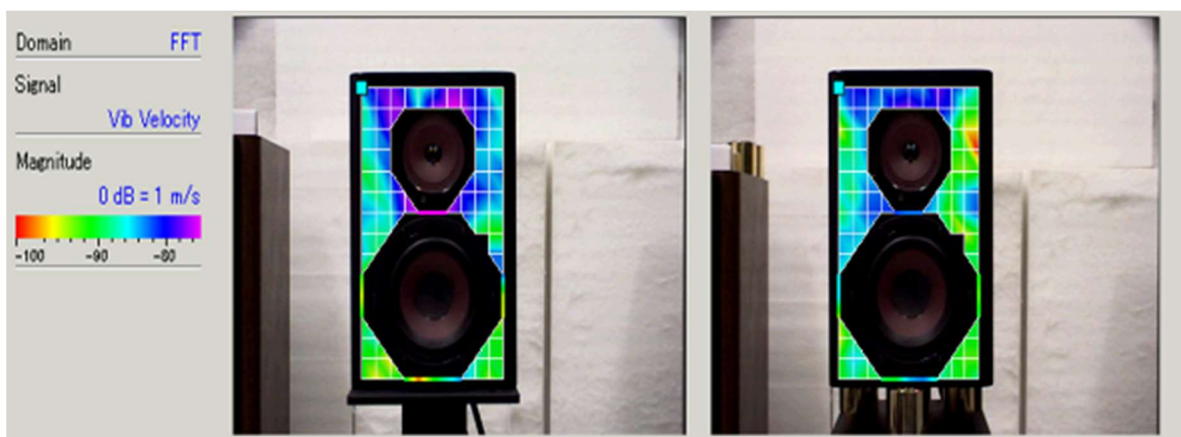
(a) 2 kHz 加振



(i) インシュレータなし

(ii) 指数関数型 (M200)

(b) 4 kHz 加振



(i) インシュレータなし

(ii) 指数関数型 (M200)

(c) 8 kHz 加振

図 5-10 スピーカバツフルにおけるにおける振動速度レベル分布の比較

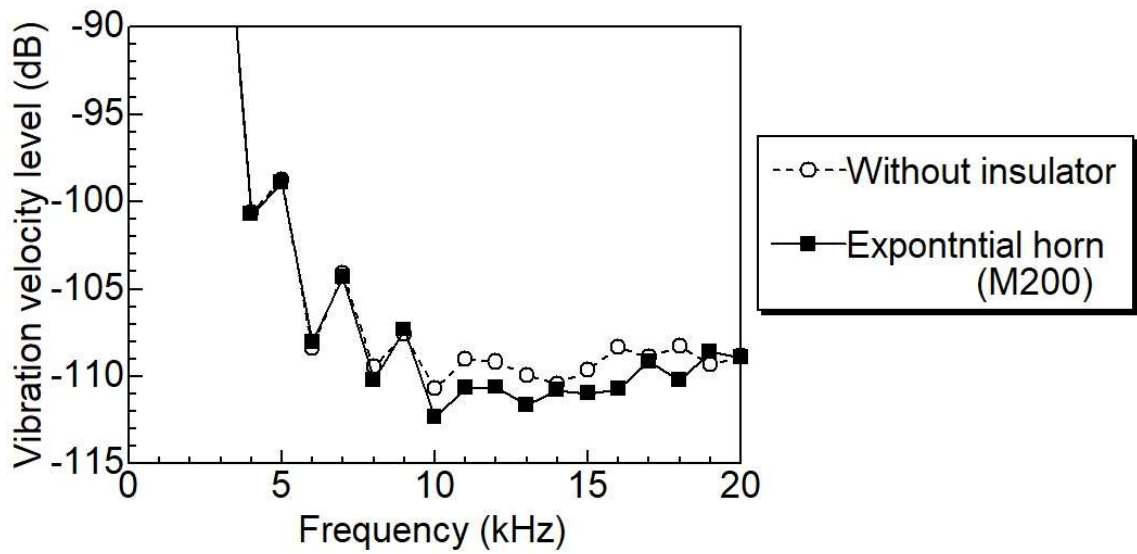


図 5-10 スピーカバツフルにおけるにおける振動速度レベル分布の比較 (つづき)

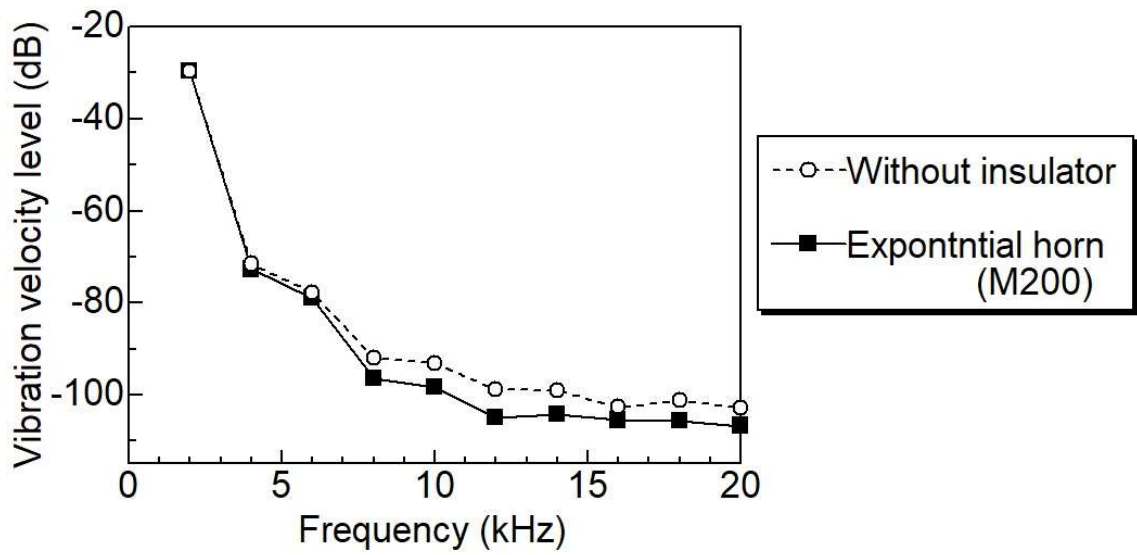
5.3.2.2 スピーカユニットにおける高調波歪の低減効果

オーディオ機器は、入力信号を忠実に増幅して出力する平坦な周波数特性が望まれる。しかし、スピーカによる音楽再生においては様々な歪成分が音響信号に生じる。主な歪の中で主要な歪である高調波歪は、入力信号の周波数に対して整数倍の周波数に生じる歪を指し、再生音の音質劣化を招いてしまう[54]。そこでインシュレータの振動低減効果が、ユニットに生じる高調波歪に対して影響を与えるかについて実験的に検討する。

高調波歪成分の測定は、図 5-9 で示す測定概略図において測定対象をスピーカバツフル面からスピーカユニットへ変更し、測定点は 50 点とした。正弦波信号 1 kHz および 2 kHz を再生した際にスピーカユニットに生じる高調波歪成分の振動速度レベルの比較を図 5-11(a), (b)に示す。1 kHz の正弦波を再生した(a)の場合では、9 kHz まで高調波歪に変化は見られないが、それより高次の高調波歪成分においてインシュレータの使用により 1~2 dB 程度減少した。さらに 2 kHz を再生した(b)では、2 次高調波 (4 kHz) 以降、すべての成分において 1~6 dB の高調波歪低減効果を得た。これらの結果から、スピーカユニットの振動状態が変化することで、インシュレータによる聴感的な音質改善効果の有効性を証明するものと判断できる。



(a) 正弦波 1 kHz 入力時における高調波歪の振動速度レベル



(b) 正弦波 2 kHz 入力時における高調波歪の振動速度レベル

図 5-11 スピーカユニットにおける高調波歪の比較

5.4 結言

本章では、オーディオ機器の振動が電気信号に与える影響の一例を示すとともに、円錐および指数関数型ホーンのインシュレータが載置機器に与える影響について実験的に検討した。オーディオ用アンプへの効果については、ソリッドステートアンプおよび真空管アンプに対して、音楽再生時のスピーカからの放射音により生じる振動を想定し、音響的に加振したときのシャーシにおける振動状態の変化を比較した。さらにスピーカに対しても信号再生時のバッフル面およびユニットにおける高調波歪成分を実験的に検証し、載置機器へのインシュレータの効果として以下の結果を得た。

- (1) オーディオ用アンプでは、筐体振動に起因した電圧（雑音成分）が生じるため、再生音の音質改善の手法として、筐体振動の抑制が挙げられる。
- (2) 交差周波数以上の周波数領域では、インシュレータを使用しない場合や **Normal** 方向や **Mouth** と同じ断面積を持つ円柱を使用する場合と比較して、**Inverse** 方向でインシュレータを使用することにより、載置機器に生じる振動の除去効果が得られる。
- (3) 載置機器の振動低減効果の周波数特性は、第 2~4 章で得られた各ホーン形状の駆動点インピーダンスの周波数特性および振動減衰特性と同様の傾向を示す。
- (4) スピーカへの効果として、インシュレータの使用によりバッフル面の振動速度レベルおよびユニットに生じる高調波歪成分が低減される。

第6章 結論

6.1 本研究の成果

本研究では、オーディオ機器を載置するのみで手軽に音色や音質に変化を生じさせることができるオーディオ用インシュレータを採り上げた。固体ホーン形状を持つインシュレータに対して、これまで明らかでなかった動作メカニズムや、具体的な効果の解明および解析手法の提案を目的として、特に音声周波数領域を中心とした振動伝搬特性について理論的・実験的に検討した。各章において得られた成果を要約すると以下のようになる。

第2章では、円柱や円錐型ホーンを含むインシュレータが、オーディオ機器の振動状態にどのような影響を与えているかの基礎研究として、梁の縦振動や音響ホーンに関する理論を参考に、固体内の一次元波動伝搬モデルを用いて、機械的側面から実験的・理論的に解明を試みた。具体的には、波動方程式の解に対して有限なインピーダンスが接続された境界条件を与えて、加振点から見たインピーダンスを導出して数値計算を行った。結果として、円柱では駆動点インピーダンスは断面積の逆数に依存するが、周波数には依存せず一定値を示した。一方、円錐型ホーンでは、Mouth を加振する場合、周波数の増加とともにインピーダンスが減少し、材質や形状によって決定される交差周波数 F_s を境に、Throat を加振した場合のインピーダンスより小さくなることが示された。つまり、インピーダンス整合を考慮すれば、 F_s 以上の周波数領域で、Mouth から Throat 側へ多くの振動エネルギーの伝搬が生じると考えられる。この結果は、インシュレータの振動減衰特性の実験においても同様の傾向を示しており、理論解析によりインシュレータの特性を推定できることが明らかとなった。

第3章では、円錐型より高い効果を目指して、指数関数型ホーンを含むインシュレータを提案した。指数関数型ホーンに対して、ホーンの遮断周波数より低い帯域における振動伝搬の可能性に着目し、理論的・実験的に検討した。理論解析では、円錐型ホーンと同様に波動方程式の解に対し、有限な境界条件を与え、駆動点インピーダンスの周波数特性を求めた。結果として、数値計算で得られた指数関数型ホーンを含むインシュレータのインピーダンス特性は、円錐型ホーンと同様、振動伝達方向によってインピーダンス特性の大小が変化することが示され、実験においても同様の傾向を示すことを確認した。また、指数関数型ホーンはほぼ同じ交差周波数 F_s を持つ円錐型と比較して、高い振動伝達および絶縁効果を持つことが示された。これらの結果から、ホーン形状を持つインシュレータが F_s の前後で振動伝達方向特性および周波数選択性を持つことが明らかとなった。

2, 3 章での解析手法に関して、振動源の内部インピーダンスや負荷インピーダンスに対して解析し直す必要があり、複雑な構造への対応が難しい面があった。本章では、こうした問題点の解消を目指し、振動伝達特性を推定する手段として、伝搬定数を用いた振動伝達特性の解析手法を提案した。まず、インシュレータの **Throat** または **Mouth** を加振したときの振動伝達特性の導出において、伝達側を固定端および自由端の境界条件の下で解いた。さらに、インシュレータを等価四端子回路でモデル化して、加振点におけるインピーダンスの評価を試みた。第 2 および 3 章で扱った円柱および円錐、指数関数型ホーンの伝搬定数を導出し、2 および 3 章の数値計算結果と同様の結果が得られるかを確認した。また複合形状の一例として、円柱と円錐を組み合わせた複合型ホーンを採り上げた。結果として、複合形状においてもインピーダンスを推定でき、振動減衰特性と同様の結果を得た。伝達マトリクスを用いる本手法は、複雑な形でも単純構造を縦続・並列接続することで系全体のインピーダンス特性を容易に推定でき、インシュレータの設計に有用であることを確認した。

第 5 章では、オーディオ機器の振動が電気信号に与える影響の一例を示すとともに、各形状のインシュレータがオーディオ機器に与える影響について実験的に検討した。測定対象としてオーディオ用アンプを採用し、スピーカからの放射音で加振した場合において、振動状態の変化を比較した。さらにスピーカに対しても信号再生時におけるバッフル面の振動およびスピーカユニットにおける高調波歪成分の変化を測定した。結果として、アンプの筐体振動に起因した雑音信号が生じることを確認した。また、ホーン形状を持つインシュレータを使用することで、交差周波数 F_g 以上の領域でオーディオ機器筐体の振動低減効果が得られた。振動低減効果を示す周波数領域は、2~4 章で得られたインシュレータの振動伝達・減衰特性と同様の傾向を示し、前章までの理論的解析手法によりインシュレータの特性解析および設計に有効であることを実験的に検証している。

以上のように、本論文はこれまで科学的に明らかにされていなかったオーディオ用インシュレータの動作メカニズムや載置機器への効果を明らかにしたことで、載置機器の振動低減や絶縁など、目的に応じた設計や利用方法の選定が可能となった。

6.2 今後の課題

本研究では、オーディオ用インシュレータにおける固体ホーンの振動伝達特性および載置機器への影響についての成果を述べたが、本研究はインシュレータが与える効果についての基礎研究に留まっており、未だ解明されていない課題が多く残されている。

理論解析では、数値計算で得た駆動点インピーダンスの大きさと、振動減衰特性および載置機器の振動低減の周波数特性こそ明らかになったものの、量的関係については未だ明

らかになっていない。これらの量的な評価を行うためには、ホーンと負荷インピーダンスとの結合状態を把握するなど、より実際の使用状況を想定した仮定の下で理論的考察を行う必要がある。また境界条件では、ホーンの先にホーンと同一素材の円柱やカップが接続された状況を想定した。しかし実際はその先にオーディオ機器や床が接続されており、これらのインピーダンスを考慮したインシュレータの伝達特性について検討する必要がある。

また本研究では、特に音像定位に影響を与える数~20 kHz の周波数領域を中心にインシュレータの効果について検討した。しかし、オーディオ分野以外での応用を考えた場合、固体ホーンが弾性体として作用する共振周波数付近の低周波数領域での挙動についても解析する必要がある。

また実験的考察においても、アンプや CD プレーヤなどの電子機器における振動状態の変化と電気信号への影響に加え、再生音への影響などの関係解明が残されている。特に電気信号への影響については、変化量が非常に小さく外的要因を受けやすいため、微細な電気信号の変化を測定する手法の確立が求められる。

これらの課題は、オーディオ機器における振動対策と音質改善効果を解明するうえで極めて重要な問題であり、今後の課題と考える。

参考文献

- [1] 矢島幹夫, “スピーカ設計における響き創出, 計測と制御, Vol. 36, No. 12, pp. 864–867, (1997).
- [2] 谷嶋敬夫, “機器筐体の支脚装置,” 特開 2003-263874, (2003).
- [3] 宮田上, “防振装置,” 特開 2000-023272, (2000).
- [4] 濱本盛行, “制振装置,” 特開 2017-102991, (2017).
- [5] 渡部重幸, “オーディオ機器用インシュレータ,” 特開平 05-263872, (1993).
- [6] 中村武, “インシュレータ,” 特開 2006-229268 (2006).
- [7] 丸山照雄, 田嶋章雄, 岡本興三, 山口敏喜, “オーディオ用インシュレータ及びその評価方法,” 特開 2012-230729 (2012).
- [8] 丸山照雄, 岡本興三, 山口敏喜, “除振器,” 特開 2017-003121 (2017).
- [9] 岡本興三, 八木博昭, “吸振体,” 特開 2006-200734 (2006).
- [10] 小泉宣夫, “基礎 音響・オーディオ学,” (コロナ社, 東京, 2011), p. 77.
- [11] 出羽保孝, “レコード盤用ターンテーブルマット,” 特開 2013-093079 (2013).
- [12] 寺垣武, “レコードプレーヤにおけるスタビライザー,” 特開昭 61-048403 (1986).
- [13] 金谷昭, “ディスクスタビライザ,” 特開昭 61-199702 (1986).
- [14] 池戸勇二, “オーディオインシュレーター,” 特開昭 54-108601 (1979).
- [15] 泉穰, 川上寛, 中根博, 森下達雄, “レコードプレーヤの防振機構,” 特開昭 56-156903 (1981).
- [16] 大西潤一, “レコードプレーヤのインシュレータ,” 特開昭 61-008783 (1986).
- [17] 奥村純一, “石川隆夫, “防振装置,” 特開昭 60-116940 (1985).
- [18] 若林学, “レコードプレーヤの防振脚,” 特開昭 51-138402 (1976).
- [19] 牛島誠一, “防振装置,” 特開昭 61-048188 (1986).
- [20] 門野貞夫, 曾山康夫, 原勝高, “インシュレータ,” 特開昭 61-186848 (1986).
- [21] 公害防止の技術と法規編集委員会 (編者), “新・公害防止の技術と法規 2020 騒音・振動編,” (丸善出版, 東京, 2020), pp. 542-575.
- [22] 佐藤秀紀, 岡部佐規一, 岩田佳雄, “機械振動学 ー動的問題解決の基本知識 ー,” (工業調査会, 東京, 1993), pp. 85-103.

- [23] 辻敦司, 石川智治, 宮原誠, “オーディオシステムに生じる振動が高度感性情報再現に及ぼす影響に関する研究,” 情報処理学会研究報告, 2000-AVM-030, 89 (2000), pp. 37-42.
- [24] 冬木真吾, 石川智治, 宮原誠, “高度感性情報に注目して発見された物理要因,” 映像情報メディア学会技術報告, Vol. 21, No.20 (1997), pp. 1-6.
- [25] 清水弘幸, “超音波用コニカル形固体ホーンと支持用フランジの振動解析,” 音響学会誌, 36, pp. 71-78 (1980).
- [26] 清水弘幸, “超音波用ステップ形固体ホーンにおける支持用フランジについて,” 音響学会誌, 40, pp. 311-320 (1984).
- [27] 長嶋秀樹, 上羽貞行, “縦・ねじり組み合わせ振動系の検討,” 音響学会誌, 45, pp. 94-100 (1989).
- [28] 田巻文孝, 江尻智礼, 寺尾憲, 久納孝彦, “異種金属を組合せた平滑丸棒ホーンの振幅拡大効果,” 機械学会論文集, C 編, 62 (593), pp. 122-128 (1996).
- [29] 杉長介, 福沢健男, “超音波加工用固体ホーンの理論と設計に就て 第2報 錐型ホーン,” 山梨大学工学部研究報告, 7, pp. 15-24 (1956).
- [30] 杉長介, “超音波加工用 solid horn の理論と設計に就て 第1報 単一 exponential 型 horn,” 山梨大学工学部研究報告 6, pp. 99-107 (1955).
- [31] 杉長介, “超音波彫刻用磁歪振動子,” 山梨大学工学部研究報告 5, pp. 123-127 (1954).
- [32] 杉長介, “固体ホーンの等価四端子回路とその伝送特性,” 山梨大学工学部研究報告 11, pp. 95-103 (1960).
- [33] 杉長介, “縦振動複合棒の共振周波数と等価質量係数,” 山梨大学工学部研究報告 14, pp. 101-109 (1964).
- [34] 西村公伸, 伊奈龍慶, “高分子材料を用いたオーディオ用インシュレータの開発,” 信学技報, EA2009-83, pp. 43-48, (2009).
- [35] 西村公伸, 牧野浩佑, 峰辰則, “音響機器の振動対策による音質・音像表現の改善に関する研究,” 信学技報, EA2005-74, pp. 1-6, (2005).
- [36] 西村公伸, 伊奈龍慶, “特殊形状を持つオーディオ用インシュレータの開発と性能評価,” 信学技報, EA2010-90, pp. 37-42, (2010).
- [37] A. G. Webster, “Acoustical Impedance and the Theory of Horns and of the Phonograph,” Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A., 5 (7), pp. 275-282 (1919).
- [38] Dimitri M. Donskoy and Benjamin A. Cray, “Acoustic particle velocity horns,” J. Acoust. Soc. Am, 131 (5), pp. 3883-3890, (2012).
- [39] H. F. Orson, (西巻正郎訳), “音響工学 上巻,” (近代科学社, 東京, 1966), pp. 118-137.

- [40] Fletcher, N. H. and Rossing, T. D., "The physics of musical instruments," (Springer-Verlag, New York, 1991), pp. 172-194.
- [41] 西山静男, 池谷和夫, 山口善司, 奥島基良, "音響振動工学," コロナ社, 3・8章, (1979).
- [42] 大野進一, 山崎徹, "機械音響学," 森北出版, 2・4章, (2010).
- [43] 鈴木浩平, 西田公至, 丸山晃市, 渡辺武, "機械工学のための振動・音響学," (サイエンス社, 東京, 2002), pp. 107-110.
- [44] 一宮亮一, "機械系の音響工学," (コロナ社, 東京, 1992), pp. 53-56.
- [45] Kin N. Tong, "Theory of Mechanical Vibration," JOHN WILEY & SONS, Inc., New York, (1960).
- [46] Philip M. Morse, Herman Feshbach, "METHODS OF THEORETICAL PHYSICS Part2," McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, (1953).
- [47] Van Valkenburg, M. E., "NETWORK ANALYSIS, second edition," 丸善株式会社, (1965), pp. 298-320.
- [48] 宮原誠, 三井実, 加藤俊一, "CDの音質を損なう信号歪の発見と実験ーキー評価後: 「漂うような空気感」「胸にしみこむ」を手がかりとして," 日本感性工学会論文集, Vol.12, No.2, pp.327-333, (2013)".
- [49] Ina, R. and Nishimura, K. "Development of new type of insulator for stereophonic equipment made by polymeric material," Proceedings of the 16th International Congress on Sound and Vibration, Krakow, Poland, 5-9 July, (2009).
- [50] Nishimura, K. and Ina, R. "Development of an exponentially shaped insulator for audio equipment and its effect," Proceedings of the 17th International Congress on Sound and Vibration, Cairo, Egypt, 18-22 July, (2010).
- [51] Nishimura, K. and Kita, M. A study on the effect of audio insulators in vibration reduction induced on a stereophonic equipment and improvement of sound quality, Proceedings of the 22nd International Congress on Sound and Vibration, Florence, Italy, 12-16 July, (2015).
- [52] Jack Hebrank and D. Wright, "Spectral cues used in the localization of sound sources on the median plane", J Acoust. Soc. Am., 56, pp. 1829-1834 (1974).
- [53] ブラウエルト, J., 森本政之, 後藤敏幸, "空間音響," 鹿島出版会, (1986), 3章, pp. 54-126.
- [54] 篠田亮, 田村宜之, 石川智治, 宮原誠, "基音への高調波の混合比による音変化," 情報処理学会研究報告, 2002-AVM-037, 74 (2001), pp. 15-21.
- [55] 加藤孝康, 小林幸夫, 石川智治, 宮原誠, "高度感性情報再現のための電源供給方法の検討: L,R 独立電源供給方法の問題の検討," 情報処理学会研究報告, 2000-AVM-030,

Vol.2000, No.89 (2000), pp.31–36.

- [56] 冬木真吾, 小林幸夫, 石川智治, 宮原誠, “デジタル音楽信号の jitter に起因する高度感性情報の欠落 : "雰囲気", "空気感"(深々さ)の激減衰化,” 電子情報通信学会技術研究報告, EA97-104, Vol.97, No.602 (1998), pp.9–16.
- [57] Kita, M., Nishimura, K., “A study on noise reduction of audio equipment induced by vibration – effect on magnetism on polymeric solution filled in an audio-base -,” Proceedings of the 23rd International Congress on Sound and Vibration, Athens, Greece, No.808,10-14 July, (2016).
- [58] Kita, M., Nishimura, K. and Kenji Manpuku., “Theoretical analysis of vibration transmission characteristics of audio-base and experimental result - Shaped in exponential horn -,” Proceedings of the 24nd International Congress on Sound and Vibration, London, UK, 23-27 July, (2017).
- [59] Kita, M. and Nishimura, K., “Theoretical and experimental study on vibration transmission of an audio-base formed into solid conical horn, Proceedings of the 25th International Congress on Sound and Vibration,” Hiroshima, Japan, 8-12 July, (2018).
- [60] 喜多雅英, 西村公伸, “オーディオ用インシュレータのホーン形状が振動伝達特性に与える効果,” 信学技報, 119, 334 (2019), pp. 105-110.

謝辞

本研究は、近畿大学工学部機械工学科音響システム研究室において西村公伸教授のご指導のもと遂行したものである。本研究を遂行するにあたり終始懇切丁寧な御指導、御鞭撻を賜った西村公伸教授に対し、ここに謹んで深厚なる感謝の意を表します。

本研究を遂行するにあたって、研究に向かう姿勢や考え方や取り組み方、多くの知識など細部にわたって御指導頂き、私自身の至らなさ痛感する一方で、現在、また今後の人生においても貴重な糧となっております。

はじめに、審査委員として本論文を御精読頂いた、電子情報工学科中島弘之教授、機械工学科樹野淳也教授、ロボティクス学科黄健教授、また公聴会にご参加頂いた電子情報工学科栗田耕一教授を始めとする皆様に深く感謝の意を申し上げます。

中島教授に対しては、ご多用の中、本論に対して御指摘や懇切丁寧なアドバイスを頂いたこと、また学部時代に音響システム研究室（現研究室）を紹介して頂いたことを心より深く感謝申し上げます。樹野教授に対しては、長く授業補助（TA）を担当させて頂き、様々なことを学ばせて頂きました。また、その際も常に気にかけて頂いたことを心より深く感謝の意を申し上げます。さらに、拙稿の細かなところまでご指摘頂いた黄教授に心より厚く御礼申し上げます。

旗手稔教授や樹野淳也教授をはじめ、近畿大学工学部機械工学科の先生の皆様（生田明彦教授、田端道彦教授、関口泰久教授、道上達広教授、伊藤寛明准教授、亀田孝嗣准教授、信木関准教授、藤本正和講師、JAY Prakash Goit 助教）には、大学院入学にあたり、著者が機械工学科へ転科したときから現在まで、日頃より温かいご配慮、また多方面でご助力頂き、感謝の念に絶えません。深く感謝の意を申し上げます。

また、博士前期課程より、化学分野に疎い私に終始熱心な御指導、有益な御助言を頂いた化学生命工学科白石浩平教授に深く感謝の意を申し上げます。

実験装置の製作に関して、突然のお願いにもかかわらず、快くご協力頂いた、機械工学科非常勤講師梅西浩二先生に深く感謝の意を申し上げます。

学部時代から研究活動など様々な御助言を頂き、大学院進学後も気にかけて頂いた電子情報工学科岡田和之准教授、様々な相談に乗って頂き、精神的にも助けて頂いた山内雅弘准教授に対しては大変お世話になり、心より厚く御礼申し上げます。

また本研究の遂行に当たり、理論解析及び振動減衰特性の測定に多大な助力をいただいた本学大学院博士前期課程の満福謙次氏（現在 神鋼建材工業株式会社）に感謝の意を表します。ならびに、これまで著者の研究の遂行に際し、ご協力頂いた近畿大学工学部機械工学科音響システム研究室の大学院生、学部生諸氏に対して、厚く御礼申し上げます。

最後に、研究に没頭できるように長年にわたり、経済面、精神面で支えてくれた両親に感謝する。