

数学教員志望学生の確率判断における 否定に関する研究

西 仲 則 博*

A Study on Denial in Probability Judgment Among Future Mathematics Teachers

(NISHINAKA Norihiro)

1. はじめに

「確率判断における否定」とは、ある命題についての判断を行う必要がある場面で、命題から求めた確率を基にして、命題を否定する判断を行うことを指す。

マイケル・カプラン他(2007)は確率判断について次のように述べている。「確率は不確かな科学だ。繰り返してはあがるが、常に同じでないものが扱われる。その命題は演繹的に導き出された「全か無か」ではなく、概ね、めったに、たまに、おそらくといった曖昧なものだ。」とし、不確実性を基にした命題は、0か1かの二値論理ではなく、その間で判断されるものであるとする。続けて、「それをもとに例外的なもの一般的なもの、法則性のあるものとなないものを区別し、ある行為に価値があるかどうかを見極める。」(マイケル・カプラン他, 2007, p.18)と指摘している。確率判断には、演繹的推論のような絶対性がないが、確率という数値で表すことで、人間の曖昧な感覚を用いて判断する際の基準を提供している(マイケル・カプラン他, 2007, p.19)。

ここで問題となるのが、判断を行う時の基準である確率をどのように判断するかである。特に、確率を用いて命題を判断する場合、演繹的推論のように、真、偽を明確に出来ないため、確率のどこまでが真で、どこからが偽であるかという「境界線事例」(一ノ瀬, 2011, p.169)が起こる。そのため、ある命題の起こる確率が非常に小さいということを解釈する場合、次の2つの立場が存在する。

立場1 「確率が非常に小さいので、無視できる。起こらないと考えることができる。」

立場2 「確率が非常に小さくても、0でない(確率がある)ため、無視できない。起こるこ

* 近畿大学教職教育部講師

[キーワード] 確率判断、仮説検定、否定、数学教育

とが考えられるので、起こらないとは言えない。」

この2つの立場は、一ノ瀬(2011)が示した「絶対に真とは言えない限りにおいて「本当の偽」と「絶対の偽と言えない限りにおいて「本当の真」の立場である。同じ確率であるが、その解釈の中に矛盾性を含んでいることについては指摘されている(一ノ瀬, 2011, p.205)。

しかし、この立場の違いは、「仮説検定」を理解する上での大きな認識上の問題を生むと考える。「仮説検定」では、論理的構造として、後件否定を用いるが、否定は演繹的な推論での否定ではなく、確率を用いての判断を用いるからである。

平成30年3月に、高等学校の次期学習指導要領が告示され、数学Iでは、「仮説検定の考え方」が新たに学習内容として加わることになった。「仮説検定」は、統計学だけでなく、自然現象や社会現象を科学的に研究するための方法として広く用いられている(文部科学省, 2019, p.110)。それ故に、知識基盤社会における重要なツールと言え、それを学ぶ意義は大いにある。

一方で、「仮説検定」を教える側に立つことを目指す数学教員志望学生は、高等学校時代に「仮説検定」についての学習を行っていない。そのため、「仮説検定」の原理やそれを活用した経験も乏しいのが現状である。特に、示された条件での確率を求めることについては問題がないが、それを基にして論理展開を行うことについては、高等学校を卒業する段階の数学教育では、扱われて来なかった。

教師教育としては、学生への「仮説検定」に関する教材の開発が喫緊の課題であるが、その前に、学生の確率判断についての傾向を調べることが必要であると考え、確率判断についての調査問題を作成し、調査を行った。本稿ではその結果を報告する。

2. 研究の方法

(1) 研究の目的について

先にも述べたように、確率を用いて命題を否定する場合、次の2つの立場がある。

立場1 「確率が非常に小さいので、無視できる。起こらないと考えることができる。」

立場2 「確率が非常に小さくても、0でない(確率がある)ため、無視できない。起こることが考えられるので、起こらないとは言えない。」

立場1は、ある基準よりも低い確率がある場合は、命題を否定できるという立場であり、立場2は確率がある以上、どのように小さい確率であろうと起こることが考えられるので、否定できないとする立場である。本稿においては、数学教員を目指す学生が、どちらの立場をとり、

どのような傾向があるかを知ることが1つの目的である（研究目的1）。

次に、「滅多に起こらないこと」、「奇跡的」という言葉について、確率を用いて判断するときの参照する確率（基準率）を知ることにも目的である。これは、命題を確率で否定する場合、特に仮説検定の場合では、「滅多に起こらないこと」を、便宜上5%、1%（ $p < 0.05$ 、 $p < 0.01$ ）という基準率で判断を行う。5%、1%はあくまでも、慣例上であり、数学的に示されたものではないので、数学教員を目指す学生が納得する基準率を知ることが目的である（研究目的2）。

(2) 調査方法について

① 調査問題の作成

今回の研究に用いた調査問題は、「確率を用いた判断に関するアンケート」という形で行った。アンケートの構成については、「確率判断に対する態度尺度」、「ランダム性への認識」、「確率の基本的な計算技能」、「数学的確率と統計的確率の認識」、「論理と確率判断」の5つのカテゴリーに分けて構成し、39問からなるものである。表1に、5つのカテゴリー別に問題の趣旨をまとめ、それぞれの小問数を記している。

本研究では、研究目的の1、2についての傾向を知るために、「確率を用いた判断に関するアンケート」から、「数学的確率と統計的確率の認識」と「論理と確率判断」の2つのカテゴリーについての解析を行う。

カテゴリー「数学的確率と統計的確率の認識」の中の、「理論的（数学的）な確率と実験で

表1 「確率を用いた判断に関するアンケート」の問題構成について

カテゴリー	問題の趣旨	問題数	調査問題
確率判断に対する態度尺度	確率判断に対する態度を4点尺度で調査	10	
ランダム性への認識	ランダムについての基本的な認識について	4	
確率の基本的な計算技能	事象の確率が1/4となる問題	3	
	事象の確率が1/2となる問題	3	
	事象の確率が1/6となる問題	3	
数学的確率と統計的確率の認識	理論な確率と実験で得た確率の差について（表2参照）	2	1
	「奇跡」の判断（コイントス）（表3参照）	4	2
	「奇跡」の判断（サイコロ）（表4参照）	4	3
論理と確率判断	後件否定の理解に関する問い（表5, 6参照）	2	4(1)
	確率判断の問い（表5, 6参照）	4	4(2)
計		39	

得た(統計的)確率の差についての問い」を調査問題1、「奇跡の判断(コイントス)」を調査問題2、「奇跡の判断(サイコロ)」を調査問題3とする。「論理と確率判断」の後件否定の理解に関する問いを調査問題4(1)、確率判の問いを調査問題4(2)とする。

調査問題1は、理論値と実験値の違いの差が小数点以下どの程度であれば、「差がない」と判断するかを調査する問題である。「但し、 $|Q-P|$ の値は0にならないとします。」という

ことで、「全く同じ」をどの程度の一致までを学生が判断するかを問うことができると考える(表2参照)。

調査問題2、3は、問題の構造は同じであるが、調査問題2はコイントスで、調査問題3はサイコロの事象を扱う(表3、4を参照)。コイントスは、二項分布のモデルであり、サイコロは正規分布のモデルとして用いられるため、両者を用いることにした。

調査問題2は10回の試行で表が8回連続出る事象を検討して、「奇跡かどうか」を判断する問いである。その確率は、 $3 \times \left(\frac{1}{2}\right)^8 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{3}{1,024} = 0.0029296875$ となり、約0.003の確率のため、非常に稀な事象と考えられる。

調査問題3は10回の試行で「5」が9回連続で起こる事象を検討して「奇跡かどうか」を判断する問いである。この確率は、 $2 \times \left(\frac{1}{6}\right)^9 \times \left(\frac{5}{6}\right) = \frac{5}{30,233,088}$ であり、約 1.65×10^{-7} であり、ほぼ0と言って良い確率である。

このように、調査問題2、3では、学生が「奇跡」と判断する判断基準を確かめることができる。

表2 調査問題1 理論的な確率と実験で得た確率の差についての問い

理想的な状態で考えた時の確率(P)と実験を行った結果の確率(Q)が違う場合が多くあります。実験での確率と理想での確率の差($|Q-P|$)がないと認めるのは、あなたなら次のどれですか。最も自分の考えに近いものを選び、その理由を教えてください。但し、 $|Q-P|$ の値は0にならないとします。
 a 小数第一位まで同じ b 小数第二位まで同じ c 小数第三位まで同じ
 d 小数第四位まで同じ e その他(小数第 位まで同じ)

表3 調査問題2 「奇跡」の判断(コイントス)

10回コイントスをして、「表」が8回連続で出ました。これは、奇跡でしょうか?それとも良く起こることでしょうか?どちらかを選んでください。また、その理由を教えてください。

表4 調査問題3 「奇跡」の判断(コイントス)

10回サイコロを投げて、「5」が9回連続で出ました。これは、奇跡でしょうか?それとも良く起こることでしょうか?どちらかを選んでください。また、その理由を教えてください。

調査問題 4 (1)、(2)は調査時には、後件否定の理解と確率を用いて判断する後件否定の問いとして、大問 1 問として出題した。今回の分析では、前半部分の後件否定に関する問いの部分(表 5 参照)と確率を用いて判断する部分(表 6 参照)に分けて分析する。調査問題 4 (1)は、調査問題 4 (2)の問いを分析する上で、後件否定が理解できるかどうかを知るために作成した問いである。後件否定の論理についての説明を読み、□に文章を入れて、後件否定を完成させるものである(表 5 参照)

調査問題 4 (2)の問いは構造として、前提 1 が条件のもとで導き出せる確率を示しており、前提 2 が実験を行った結果を示している、前提 1 の結論部分が否定された形になっている。そして、結論部分は、前提 1 の条件が否定されている形で示されている。この構造が、(ア)、(イ)のそれぞれにあり、それぞれの結論に対する正誤を判断し、その理由を求める問いである。調査問題 4 (2)ア、イは調査問題 2、3 と連動する問いでもある(表 6 参照)。

調査問題 1 ～ 3 は 2.(1)で示した研究目的 2 の判断基準に関する問いであり、調査問題 4 は、確率で否定を行い、後件否定の論理を受け入れるかがわかるため、研究目的 1 に関する問いである。

表 5 調査問題 5 (1) 後件否定の理解に関する問い

<p>次の問いに答えてください。</p> <p>筋道をとおして考え方の一例として「後件否定」に従った考え方があります。「後件否定」では、2 つの正しい仮定(前提)から 1 つの正しい結論が導かれます。例えば次のようなものです。</p> <p>大雨警報が発令されたら学校が休みである (前提 1)</p> <p>学校は休みでない。 (前提 2 前提 1 の後ろを否定)</p> <p>ゆえに 大雨警報は出ていない。 (結論)</p> <p>(1) 次のア、イの空欄をそれぞれ埋めて、「後件否定」による考えを完成させてください。答えは、□の中に書きなさい。</p> <p>ア この物質が金属ならば電気を通す この物質は <input type="text"/>。</p> <p>ゆえにこの物質は金属でない</p> <p>イ このスポーツ施設を利用できるのは <input type="text"/> である。 山田さんはこのスポーツ施設に登録していない。 ゆえに、山田さんはこのスポーツ施設を利用できない。</p>

表6 調査問題4(2) 確率判断の問い

(2) 次のような推論をしました。正しいか正しくないかを判断し、その理由を下の□の中に入れてください。	
ア	コインが正しく作られているならばコイントスをすると表の出る確率が $\frac{1}{2}$ です。 (前提1) 実験をすると表が出る確率が $\frac{1}{2}$ でなかった。 (前提2) このコインは正しく作られていない。 (結論)
イ	正しく作られたサイコロをふると、各目が出る確率は $\frac{1}{6}$ です。 (前提1) サイコロを10回ふると、1が9回出た。 (前提2) このサイコロは正しく作られているとは言えない。 (結論)

(3) 調査対象・時期等について

本研究の目的として、数学教員を目指す学生の確率を用いた判断に関する実態を明らかにすることである。そのため、調査対象として、2018年度の前期に行われた数学科教育法 I の全受講生76名とした。76名中、有効回答者は72名であった。

調査時期は、4/28、5/1、5/7に行い、6人、34人、36人の学生が参加した。

調査方法としては、ICTを活用した調査を行った。調査に用いたのはリアルタイム評価支援システム REAS (Realtime Evaluation Assistance System ; リアス) である。REAS は、Webベースで動く、調査・集計システムであり、調査票の作成や集計が容易なシステムである(芝崎他, 2008)。REAS 上に「確率を用いた判断に関するアンケート」を作成して、回答する形式を用いた。

調査においては、統計的処理を行うため、個人の名前等が出ないこと、成績で不利益を被らないことを説明して実施した。

3. 結果

(1) 調査問題1の結果

調査問題1は、理論値と実験値との差をどの程度許容できるかを問う問題で、小数点以下どの桁までの一致で、差が無いかを判断するかを選択し、その理由を述べるものである。

表7は調査問題1の結果である。解答率が最も高い選択肢は30.6%のbである。次に多いのが20.8%のdである。選択肢a、bのそれぞれの選択肢を選んだ学生は、全体の50%になる。これは、半数の学生が理論値と実験値の差を認めるのに、寛容であることと考えられる。

選択肢 b を選んだ理由については、「小数第 2 位まで同じになることは少ないと思ったから。」「普段計算する時に、小数第 2 位までにする事が多いから。」「小数 2 桁違えば、無視しても支障はあまりないから。」のように、普段の経験の中から選択していることがわかる。

これに対して、小数第 4 位以下の違いで差を認めると答えている学生が 48.5% いる。これらの学生は、0.0009 以下の違いでしか「差がない」ことを認めないことがわかる。選択肢 c を選んだ学生は、「有効数字 3 桁をよく目にするから。」「小数第 3 位以下での計算をほとんどした記憶がないから。」のように、自身の経験から選択の理由を述べている。選択肢 d を選んだ学生は、「十分細かく求められていると考えるから。」「正確なほうが安心。」「差は小さい方が良いと思うが、小数点 4 位以下はあまり影響して来なさそうだから。」のように、論理的な理由よりは、感覚的な選択理由が示されている。選択肢 e を選択した理由については、「どんな値であろうと 0 でない限り理想確率ではないから。」「確率の差がないと考えるのではなく極わずかだけど存在するとしてうたえて実験する必要がある。」というように、「差が存在する」ことを重視して、「差がない」とは認識しないことを挙げている。

表 7 調査問題 1 の解答類型と解答者数とその割合について

解答類型	解答数 (人)	解答率 (%)
a 小数第一位まで同じ	14	19.4
b 小数第二位まで同じ	22	30.6
c 小数第三位まで同じ	14	19.4
d 小数第四位まで同じ	15	20.8
e その他 (小数第 1 位まで同じ)	6	8.3
f 無解答	1	1.4
	72	

(2) 調査問題 2 の結果

調査問題 2 は、コイントスを行う事象で、約 0.003 の確率を用いて、奇跡と判断することができるかどうかを観る問いである。「奇跡」か「よく起こること」の判断においては、表 8 の結果になった (表 8 参照)。

「奇跡だと思う」と判断した学生が全体の 65.3% であり、「よく起こること」と判断した学生が 34.7% であった。

「奇跡だと思う」を選択した学生の選択理由としては、「表が 8 回連続ででることは $\frac{1}{256}$ であ

り、1%より低いから。」というものが多く、47名中8名が $\frac{1}{256}$ と確率を計算して、判断を行っていた。

「よく起こること」を選択した理由としては「奇跡とは言えないがよく起こるとも言い難い。」や「10回すべてならずごいけど10回中8回連続ってそれほど高い確率ではないと思う。」というように、積極的によく起こるというのではなく、奇跡という言葉で表すのには、確率が大きいことを理由としているのが25名中9名であった。

選択肢 a、b の選択理由の中に正しい確率を示して判断を行った者は 0 名だった。

表 8 調査問題 2 の解答類型と解答者数とその割合について

解答類型	解答数 (人)	解答率 (%)
a 奇跡だと思う	47	65.3
b よく起こること	25	34.7
f 無解答	0	0
	72	

(3) 調査問題 3 の結果

調査問題 3 は、サイコロを10回投げて、「5」の面が連続で9回出る時の確率を求めて、そのような事象が「奇跡だと思う」かどうかを問う問題である。

その結果は、表 9 に示す (表 9 参照)。

「奇跡だと思う」と判断した学生が全体の76.4%であり、「よく起こること」と判断した学生が22.2%であった。

「奇跡だと思う」を選択した学生の選択理由としては、「 $\frac{1}{10,077,696}$ だから。」 $\left(\frac{1}{6}\right)^9$ の確率で起こるため。」というように間違った確率を基にした判断理由が55名中16名であり、正しい確率を基にして判断したのは1名のみであった。その他の理由としては、「確率が低いから。」というように、確率が記されてなく、論理的な理由がないのが10名であった。

「よく起こる」を選択した学生の理由としては、「その確率も少なからずあるから。」や「奇跡という表現は曖昧過ぎる、仮に通常では起こりうるはずのない事象が起こった時のことを指すと仮定すると今回は低い確率ではあるが奇跡と呼べるほどではないと考えられる。」のように、確率として非常に小さいものでも、事象が起こることは、奇跡とはいえないという考えである。

表9 調査問題3の解答類型と解答者数とその割合について

解答類型	解答数(人)	解答率(%)
a 奇跡だと思う	55	76.4
b よく起こること	16	22.2
f 無解答	1	1.4
	72	

(4) 調査問題4(1)の結果

調査問題4(1)は、後件否定の例を示し、後継否定の文章を完成させる問題である。この問題は、小問2問からなる(表5参照)。調査問題4(1)の正答は(ア)が「電気を通さない」であり、(イ)が「施設の登録者である。」であり、それぞれ、同意の文章であれば正解とした。

表10は、解答の正誤をクロス集計したものである。ア、イともに正答しているのは、全体の87.5%であり、アのみ正解しているのが91.7%、イのみ正解しているのが90.3%であった。後件否定の文章の構造を理解し、その文章を作ることは、被験者の大部分が通過できていると考える。

表10 調査問題4(1)ア、イの解答類型と解答者数

		調査問題4(1)イ			
		正答	誤答	無解答	計
調査問題4(1) ア	正答	63	2	1	66
	誤答	2	1	0	3
	無解答	0	0	3	3
計		65	3	4	72

(5) 調査問題4(2)アの結果

調査問題4(2)アは、前提1での確率が $\frac{1}{2}$ であり、前提2の確率が「 $\frac{1}{2}$ でない。」という条件から、「コインは正確に作られていない。」という結論を得ている推論の評価である。「 $\frac{1}{2}$ でない。」という条件は、「 $\frac{1}{2}$ と完全に一致していない。」という意味を持つ。

しかし、どの程度の差異があるかまでの情報を含んでいない。そのため、この問題は、基準の確率(今の場合は前提1の $\frac{1}{2}$)と完全に一致していないという情報だけで、「コインは正確に作られていない。」という結論が正しいか間違っているかを判断する問いである。

「正しい結論」だと答えたのが、20人で全体の27.8%であった。「間違っただ結論」であると答えたのが、50人で全体の69.4%であった (表11参照)。

「正しい結論」だと答えた理由については、「実験結果が $\frac{1}{2}$ でないから。」「問題はない論理だ。」「結論を問われているので、前提1、2に従うと正しい。」のように、「確率が $\frac{1}{2}$ でないこと。」だけで、否定を認めて、論理的な帰結を受け入れている。

「間違っただ推論」だと答えた理由については、前提1への指摘と前提2への指摘がある。

前提1への指摘としては、「たまたまそのような結果が出ただけかもしれないので、断定することはできないと思ったから。」「表が出る確率が正確には $\frac{1}{2}$ ではないから (差は小数第三位まで同じとか)。」というもので、コイントスの表がでる数学的確率と頻度論的 (統計的) 確率の違いについての指摘である。確率に対する懐疑的な見方を持っていることがわかる。

前提2への指摘としては、「何回実験を行ったかによるから。」「その確率を出したのがなんかいの事象を試した後かはわからないから (学生の記述の通り記述)。」というように、前提2の実験についての疑問があることで、後件否定が成り立たない可能性を指摘するものである。その他には、「たまたまかもしれないから。」「たまたまそのような結果が出ただけかもしれないので、断定することはできないと思ったから。」というように、前提2の結論がたまたまの結果であるという理由で、結論が間違っているという指摘である。

表11 調査問題4(2)アの解答類型と解答者数とその割合について

解答類型	解答数 (人)	解答率 (%)
正しい結論	20	27.8
間違っただ結論	50	69.4
無解答	2	2.8

(6) 調査問題4(2)イの結果

調査問題4(2)イは、前提1での確率が $\frac{1}{6}$ であり、前提2の確率が「10回中1が9回出た」という条件から、その確率 ${}_{10}C_9 \times \left(\frac{1}{6}\right)^9 \times \left(\frac{5}{6}\right) = 10 \times \frac{5}{60,466,176} = 8.3 \times 10^{-7}$ となり、確率的には非常に稀な事象となる。調査問題3の5倍の確率であるが、ほぼ0に近い値である。そのため、前提2の否定は成立すると考えるのが妥当である。そのため、前提1の「正しく作られたサイコロをふると」が否定されることになり、結論として「このサイコロは正しく作られて

いるとは言えない。」を導くことができる。

「正しい結論」だと答えた理由については、「実験結果が $\frac{1}{2}$ でないから。」「前提が正しいならおかしいから。」「結論を問われているので、前提 1、2 に従うと正しい。」のように、否定を認めて、論理的な帰結を受け入れていることがわかる。

この推論に対して、「正しい結論」だと答えたのが、21人で全体の29.2%であった。「間違っ
た結論である」と答えたのが、48人で全体の66.7%であった。無解答は3人で、4.2%であった
(表12参照)。

表12 調査問題 4(2)イの解答類型と解答者数とその割合について

解答類型	解答数 (人)	解答率 (%)
正しい結論	21	29.2
間違っ た結論	48	66.7
無解答	3	4.2
	72	

これに対して、「間違っ
た推論」だと答えた理由については、次の7つのカテゴリーにまとめることができた。調査問題 4 は確率を用いた後件否定の推論を評価する事であるので、被験者の評価したその理由としては、確率そのものに対する懐疑、後件否定そのものに対する懐疑、それから推論の3つの段階、前提 1、2、結論のそれぞれの部分に対する懐疑、その他、無解答があると考えた。それぞれのカテゴリーについては、次のようにまとめた。

- ・「確率に対する疑念」・・・確率を用いた推論そのものに対する懐疑で、「確率はあくまで理想上のことだから。」「確率は確率であり、理論は理論でしか無いから現実はずしも理論通りになるとは限らない。」のような理由を示しているものである。
- ・「前提 1 に対する疑念」・・・「確率に対する懐疑」以外で、前提 1 に対する疑念を示しているものである。例えば「前提には何の目が出るかは書いていないから、何が出てもいい。」等である。
- ・「前提 2 に対する疑念」・・・「確率に対する懐疑」以外で、前提 2 に対する疑念を示しているものである。例えば「前試行回数が少ないほど、確率の結果は不十分となる。」「1 が 9 回出る可能性もあるから。」である。
- ・「結論に対する疑念」・・・「確率に対する懐疑」以外で、結論に対する疑念を示してい

るものである。例えば「正しく作られていない可能性はあるが、正しく作られていないと断定はできない。」「100%同じだったら正しく作られていないと思われるが、10回中1回は違うのでまだわからないと思ったから。」である。

- ・その他・・・上記以外の理由である。
- ・無解答・・・選択理由が記されていない。

これらの理由を記した被験者の数については、表13にまとめる (表13参照)。

表13 正しくない理由について

正しくない理由	人数 (人)	割合 (%)
確率に対する疑念	10	20.8
前提 1 の確率に対する疑念	1	2.1
前提 2 の確率に対する疑念	29	60.4
結論に対する疑念	2	4.2
後件否定の推論に対する疑念	2	4.2
その他	3	6.3
無解答	1	2.1
計	48	

調査問題 4 (2)イの推論を否定した理由については、回答が多い、「前提 2 に対する疑念」と「確率に対する疑念」について観ていく。

「前提 2 の確率に対する疑念」が最も多く、29名で、否定したうちの20.8%がこの理由を述べている。

調査問題 4 (2)イは後件否定の推論であり、前提 2 の否定は、確率を用いて否定が成り立つか、成り立たないかを判断することが求められている。この前提 2 の確率に対する被験者がどのような判断傾向を示すかが、研究目的 1 であった。「前提 2 の確率に対する疑念」について、更に詳しく観ていく。

前提 2 における確率に対する否定に対して、次の 3 つのタイプがある。1 つは、「実験回数が少ない。」という指摘や「さいころの投げ方によって変わるから。」と言った「実験そのものに対する疑念」である。10回という試行や実験での投げ方についての記述がないことで、判断できないということである。

2 つ目は「たまたまそうなっただけ」「少ない確率の事象が起こっただけ。」「1 が 9 回出る確率があるから。」のように、2. (1)で示した立場 2 をとって、前提 2 の確率を非常に小さいの

で、0と見なすことができず、「確率で否定ができない」という理由を述べるものである。

3つ目は、上記2つの理由には入らず、論理的な説明でないものである（表14参照）。

次に多いのが、「確率に対する疑念」であり、10名で、否定したうちで20.8%の割合である。この解答は「確率と現実の違い」や「理論と実際の違い」のように、確率を用いた判断そのものを放棄、または受け入れないことを示しているのであり、確率判断の指導においては、大きな障壁になる考え方である。

表14 前提2の確率に関する疑念の理由

理由	人数（人）	割合（％）
実験に対する 確率はある	12	41.4
その他	3	10.3
29		

4. 考察

本研究は、2.(1)で示した、確率を用いて命題を否定する場合、次の2つの立場について、学生がどちらの立場をとり、どのような傾向であるかを知ることが、研究目的の1つであった。

立場1 「確率が非常に小さいので、無視できる。起こらないと考えることができる。」

立場2 「確率が非常に小さくても、0でないため（確率がある）、無視できない。起こることが考えられるので、起こらないとは言えない。」

調査問題1の結果より、全体の50%の学生が、理論値と実験値の差を認めるのに、寛容であることがわかり、立場1であると考えられる。しかし、選択肢eを選択した学生（全体の8.3%）は、その理由については、「どんな値であろうと0でない限り理想確率ではないから。」「確率の差がないと考えるのではなく極わずかだけ存在するとしただけで実験する必要がある。」というように、「差が存在する」ことを重視して、「差がない」とは認識しないことを挙げている。すなわち、立場2の考え方であることがわかる。

調査問題4(1)の結果、87.5%が後件否定の推論を理解していることが示されており、調査問題4(2)の問題の推論形式を理解できていないとは言えないと考える。その上で、調査問題4(2)の結果（表13参照）より、後件否定の否定の部分を確率で判断することに対して、心理的な抵抗を感じている学生がいることがわかった。これは、「たまたまそうなっただけ。」「少ない

確率の事象が起こっただけ。」「1が9回出る確率があるから。」のように、実験で得た確率で否定するのではなく、起こりうる確率であるので、否定できないという考えである。これは、先ほどの立場2をとっていることで、その人数が14人であり、全体の19.4%をも占めていることがわかる。

研究目的2として、確率判断を行う時の学生の参照する確率を知ることがあげた。これに対しては、調査問題2、3の結果(表8、9参照)より考えたい。

調査問題(2)は約0.003の確率に対して「奇跡だと思う」であるのか「よく起こること」の二択選択である。約0.003は非常に小さい確率なので、稀な事象であると判断でき、奇跡であると考えても妥当である。

結果としては、「奇跡だと思う」と判断した学生が全体の65.3%であり、「よく起こること」と判断した学生が34.7%であった。問題は、「よく起こること」と判断した学生が34.7%もいることである。これらの学生は、「10回すべてならずごいけど10回中8回連続ってそれほど高い確率ではないと思う」というように、確率を正確に求めて判断するのではなく、事象の描写だけで判断していることにある。

調査問題3は調査問題4よりも更に小さい確率で、その値は、約 1.65×10^{-7} である。「奇跡だと思う」と判断した学生が全体の76.4%であり、「よく起こること」と判断した学生が22.2%であった。

「奇跡だと思う」を選択した学生の選択理由としては、「 $\frac{1}{10,077,696}$ だから。」「 $\left(\frac{1}{6}\right)^9$ の確率で起こるため。」というように間違った確率を基にした判断理由が55名中16名であり、正しい確率を基にして判断をしたのは1名のみで、確率の学習に課題があると考えられる。「よく起こる」を選択した学生の理由としては、「その確率も少なからずあるから。」や「奇跡という表現は曖昧過ぎる、仮に通常では起こりうるはずのない事象が起こった時のことを指すと仮定すると今回は低い確率ではあるが奇跡と呼べるほどではないと考えられる。」のように、確率として非常に小さいものでも、事象が起こることは、奇跡とはいえないという考えであり、研究目的1の立場2に該当すると考える。

調査問題2、3において、確率を用いて判断を行うのに、その確率を正確に計算して、判断することが行われていないことがわかる。判断を行う基準よりも、その前の事象の確率についての学習が必要であることが指摘できる。

その他の成果として、調査問題4(2)イの結果より、確率に対する疑念を持っている学生が10

人全体の13.8%もいることがわかった。これらの学生は、理論的な確率と現実との間にある乖離を理由に確率そのものに疑念を持っているのである。そのため、確率での判断そのものについて、否定的であるということである。この考えは、2.(1)で示した2つの立場ではなく、新たな立場であり、今回の調査でその存在が明らかになった。

また、調査問題4(2)イの推論を間違った推論であるとした学生が66.7%と半数以上であったことは、仮説検定の学習を進めていく上で、後件否定の推論は理わかできて、後件の否定を確率で行うことには、抵抗があることがわかった。従来、仮説検定の学習においては「仮説検定の論理と手続き」に問題があることが指摘されてきた（大久保他，2012、綾，2014）。今回の調査結果では、論理や手続きだけでなく、確率を用いて否定することに対する大きな心理的な不安があることがわかった。

5. おわりに

本研究では、数学教員を志望する学生に「確率判断に対するアンケート調査」を行い、特に、確率を用いて、否定することについての結果について示すことができた。特に、確率を用いて否定することについては、学生に抵抗があることがわかった。

2022年から高等学校では、平成30年度に公示された学習指導要領が年次毎に実施される。その中では、数学Iでは「仮説検定の考え方」や数学Bにおける「仮説検定」が導入されていく。高等学校の数学の教師を目指すものにとっては、必ず身に付けておかなければいけない考え方である。今回の調査結果を踏まえて、確率に対する疑念を振り払い、確率判断についての有効性等についても指導していくことが必要であることが明確になった。

今後は、そのための指導法の開発と、カリキュラムの設計が必要になってくる。

付 記

本研究は、JSPS 科研費（No.19K03157）の助成を受けて行われた。

参考・引用文献

綾 皓二郎（2014）：統計的仮説検定において学習者の理解を難しくする幾つかの要因の検討、2014 PC カンファレンス論文集、CIEC、pp.287-289

一ノ瀬正樹（2011）：「確率と曖昧性の哲学」岩波書店

- マイケル・カプラン, エレン・カプラン著 対馬妙訳 (2007): 確率の科学史—「パスカルの賭け」から気象予報まで—、朝日新聞社
- 文部科学省 (2019) 高等学校学習指導要領 (平成30年告示) 解説編 数学編 理数編、(学校図書)
- 西仲則博・吉川厚 (2011): 中学校教育における統計的思考力を育む授業実践、科学教育研究、日本科学教育学会、Vol. 35 No.2、pp.153-165
- 西仲則博・吉川厚 (2012): 資料の活用領域における判断を行う授業に関する研究—結論の再検討に焦点化した授業作り—、日本科学教育学会第36回年会論文集、pp.69-72
- 西仲則博・吉川厚 (2017): 統計的問題解決過程における「知識の活用」の評価に関する研究—統計的確率を用いて判断を行う授業におけるカード型知識の活用評価ツールの可能性、日本科学教育学会第41回年会論文集、pp.171-174
- 大久保街亜, 岡田謙介 (2012): 伝えるための心理統計: 効果量・信頼区間・検定力、勁草書房
- 芝崎順司・近藤智嗣 (2018): Web を利用したリアルタイム評価支援システム REAS の機能と運用、放送大学、メディア教育研究 第4巻第2号、pp.29-35