

博士学位論文

重・超重核生成における
融合および核子移行過程の理論的研究

2024年1月9日

近畿大学大学院
総合理工学研究科 エレクトロニクス系工学専攻

天野 翔太

目次

第 1 章	序論	1
1.1	はじめに	1
1.2	超重元素合成の現状	1
1.3	重イオン融合反応の歴史	2
1.4	超重元素合成過程における課題	3
1.5	多核子移行反応	4
1.6	本論文の背景と目的	6
1.7	本論の構成	6
第 2 章	本論文に用いる理論	7
2.1	原子核構造に関する理論	7
2.1.1	原子核の構成	7
2.1.2	結合エネルギー	7
2.1.3	液滴模型と質量公式	8
2.1.4	殻模型	11
2.1.5	Strutinsky 殻補正法	12
2.1.6	BCS 理論	16
2.1.7	原子核の形状の定義	19
2.1.8	断熱ポテンシャルエネルギー	21
2.1.9	非断熱ポテンシャルエネルギー	23
2.1.10	Folding method (畳み込み法)	24
2.2	集団運動を記述する運動方程式に関する理論	25
2.2.1	ブラウン運動	25
2.2.2	アインシュタインの関係式	26
2.2.3	ブラウン運動の記述	26
2.2.4	揺動散逸定理への拡張	28
2.2.5	多次元ランジュバン方程式への拡張	29
2.2.6	Werner-Wheeler approximation	30
2.2.7	wall-and-window (one-body) dissipation	32
2.3	古典力学による Rutherford 散乱に関する理論	34
2.3.1	衝突係数	34
2.3.2	最近接距離	35

2.3.3	散乱粒子の軌道	36
2.3.4	クーロン散乱角	37
第 3 章	超重元素合成における 2 つの準核分裂モード	39
3.1	序言	39
3.2	モデルの枠組み	40
3.2.1	ポテンシャルエネルギー	40
3.2.2	動力学方程式	42
3.3	計算結果および議論	43
3.3.1	準核分裂に対応する軌道の軌道角運動量依存性	43
3.3.2	変形空間上の軌道分布	43
3.3.3	2 つの核子移行モードの解析	45
3.4	結言	50
第 4 章	ネック形成のダイナミクスから推定される核粘性	52
4.1	序言	52
4.2	モデルの枠組み	53
4.2.1	ポテンシャルエネルギーとネック半径の計算方法	53
4.2.2	動力学方程式	55
4.3	計算結果および議論	57
4.3.1	衝突初期段階のネックの成長	57
4.3.2	粘性-慣性クロスオーバー現象	57
4.3.3	巨視的な液滴のアナロジーから推定される原子核の粘性係数	60
4.4	結言	61
第 5 章	重イオン融合反応における融合阻害の動力的なメカニズム	62
5.1	序言	62
5.2	モデルの枠組み	63
5.2.1	ポテンシャルエネルギー	63
5.2.2	動力学方程式	64
5.3	計算結果および議論	65
5.3.1	ネックの形成による融合阻害	65
5.3.2	ネックの緩和開始に依存した核分裂片の質量分布	68
5.3.3	軌道角運動量による denecking 過程の解析	69
5.4	結言	72
第 6 章	ネック形成と変形標的核の配向効果の質量ドリフトへの影響	73
6.1	序言	73
6.2	モデルの枠組み	74
6.2.1	非断熱状態への遷移	74
6.2.2	変形核の衝突方向の考慮	75

6.2.3	非断熱ポテンシャル	75
6.2.4	動力学方程式	77
6.2.5	質量比と散乱角度	78
6.3	計算結果および議論	79
6.3.1	denecking 運動の開始時間の決定	79
6.3.2	質量ドリフトと変形核の衝突方向	83
6.4	結言	89
第 7 章	本論文の総括	91
7.1	本論文の総括	91
	参考文献	93
	謝辞	104
付録 A	慣性モーメントと接線方向の摩擦の質量角度分布における依存性	105
付録 B	融合断面積と核分裂片の全運動エネルギーに関する研究	108
付録 C	ディラックのデルタ関数	115
付録 D	クーロン散乱角の理論式 (コード内に反映された式の導出)	117
付録 E	Bass model による Bass barrier の計算	120
付録 F	原子核の形状コード (conf0) の説明	122
付録 G	実験系から重心系へ情報を変換するコード	127
付録 H	Swiatecki 方式による獲断面積および融合断面積	129
	業績目録	131

第 1 章

序論

1.1 はじめに

原子核物理学は、原子核の構造を調べるところから始まり、殻構造、軌道、魔法数などを発見してきた。そして、現在は、陽子や中性子の過剰領域では、魔法数が変化することまでわかってきた。原子核の構造のことがわかってくると、詳しい核反応の仕組みがわかってくる。新しい反応の仕組みが、新しい構造の発見につながるというように、原子核の構造研究と核反応研究が交互に進んでいる。

1.2 超重元素合成の現状

超重元素、それは原子番号が 104 以上の元素を指しており、すべて天然に存在しない放射性元素である。また、半減期が数マイクロ秒から数秒程度の非常に短寿命な核種が多いため、化学的性質があまり明らかにされていない元素である。昨今では、2015 年に日本の理化学研究所で合成された 113 番元素が正式にその発見が認められ、研究グループからの提案通り元素名 Nihonium (ニホニウム)、元素記号 Nh と国際純正応用化学連合 (IUPAC) によって正式に命名された。最初の超ウラン元素 (原子番号 93 から 103 の総称) である Np (ネプツニウム) の発見以来、新元素発見のペースは 10 年間あたり平均わずか 3 元素であり、合成の困難さが窺える。113 番元素発見により、日本初・アジア初の元素が周期表に誕生することとなった。その後、115、117、118 番元素も新元素として認定され、ロシアとアメリカの共同研究グループがそれぞれ Moscovium (元素記号 Mc)、Tennessine (元素記号 Ts)、Oganesson (元素記号 Og) と命名した。これで、元素周期表は第 7 周期まですべて埋まることとなった (図 1.1 参照)。次は、人類未踏の第 8 周期である。その新元素の発見は一段と困難であると予想されるが、既にその発見に向けて研究が開始されている。

さて、超重元素 (新元素) 合成の現状としては $Z=118$ 番元素の成功にとどまっているが、ここからさらに重い (新元素) を生成することができれば、周期表の第 8 周期に足を踏み入れることになる。そして、その前人未到の周期表第 9 周期への挑戦は“安定の島” (核図表の $Z = 114, N = 184$ 付近を指す超重元素領域でも比較的長寿命な核種が存在する領域) が存在するかの議論に新しい知見を与えることになる。ゆえに、さらに重い超重元素を合成できるかどうかは化学的・物理的性質を明らかにする上で非常に注目されている。

今現在も世界各国多くの研究者たちが新しい超重元素発見のために知恵を絞り、好奇心に駆られるままに研究に力を注いでいる。しかし、118 番元素の合成成功後、未だに新しい超重元素は発見されてきていない。この事実から、これまで合成された超重元素の生成手法と違って、新元素合成に有効的な生成方法が確立されていないと言える。ゆえに、理論計算によって最適な実験条件や新たな生成メカニズムを発見し、明らかにする

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1	H Hydrogen 水素																	He Helium ヘリウム
2	Li Lithium リチウム	Be Beryllium ベリリウム											B Boron ホウ素	C Carbon 炭素	N Nitrogen 窒素	O Oxygen 酸素	F Fluorine フッ素	Ne Neon ネオン
3	Na Sodium ナトリウム	Mg Magnesium マグネシウム											Al Aluminum アルミニウム	Si Silicon 矽素	P Phosphorus リン	S Sulfur 硫黄	Cl Chlorine 塩素	Ar Argon アルゴン
4	K Potassium カリウム	Ca Calcium カルシウム	Sc Scandium スカンジウム	Ti Titanium チタン	V Vanadium バナジウム	Cr Chromium クロム	Mn Manganese マンガン	Fe Iron 鉄	Co Cobalt コバルト	Ni Nickel ニッケル	Cu Copper 銅	Zn Zinc 亜鉛	Ga Gallium ガリウム	Ge Germanium ゲルマニウム	As Arsenic ヒ素	Se Selenium セレン	Br Bromine 臭素	Kr Krypton クリプトン
5	Rb Rubidium ルビジウム	Sr Strontium ストロンチウム	Y Yttrium イットリウム	Zr Zirconium ジルコニウム	Nb Niobium ニオブ	Mo Molybdenum モリブデン	Tc Technetium テクネチウム	Ru Ruthenium ルルチニウム	Rh Rhodium ロジウム	Pd Palladium パラジウム	Ag Silver 銀	Cd Cadmium カドミウム	In Indium インジウム	Sn Tin スズ	Sb Antimony アンチモン	Te Tellurium テルル	I Iodine ヨウ素	Xe Xenon キセノン
6	Cs Cesium セシウム	Ba Barium バリウム	Lanthanoid ランタノイド 57-71	Hf Hafnium ハフニウム	Ta Tantalum タンタル	W Tungsten タングステン	Re Rhenium レニウム	Os Osmium オスミウム	Ir Iridium イリジウム	Pt Platinum 白金	Au Gold 金	Hg Mercury 水銀	Tl Thallium タリウム	Pb Lead 鉛	Bi Bismuth ヒ素	Po Polonium ポロニウム	At Astatine アスタチン	Rn Radon ラドン
7	Fr Francium フランシウム	Ra Radium ラジウム	Actinoid アクチノイド 89-103	Rf Rutherfordium ルファヴィウム	Db Dubnium ドブニウム	Sg Seaborgium シーボーギウム	Bh Bohrium ボーリウム	Hs Hassium ハッシウム	Mt Meitnerium メイトネリウム	Ds Darmstadtium ダルムシュタット	Rg Roentgenium レントゲニウム	Cn Copernicium コペルニシウム	Nh Nihonium ニホニウム	Fl Flerovium フルロビウム	Mc Moscovium モスコヴィウム	Lv Livermorium リバモリウム	Ts Tennessine テネシウム	Og Oganesson オガネソン
			Lanthanoid ランタノイド	La Lanthanum ランタン	Ce Cerium セリウム	Pr Praseodymium プラセオジム	Nd Neodymium ネオジム	Pm Promethium プロメチウム	Sm Samarium サマリウム	Eu Europium ユロピウム	Gd Gadolinium ガドリニウム	Tb Terbium テルビウム	Dy Dysprosium ジスプロシウム	Ho Holmium ホルミウム	Er Erbium エルビウム	Tm Thulium ツリウム	Yb Ytterbium イットリビウム	Lu Lutetium ルチウム
			Actinoid アクチノイド	Ac Actinium アクチニウム	Th Thorium トリウム	Pa Protactinium プロトアクチニウム	U Uranium ウラン	Np Neptunium ネプツニウム	Pu Plutonium プルトニウム	Am Americium アメリシウム	Cm Curium キュリウム	Bk Berkelium バーケリウム	Cf Californium カリフォルニウム	Es Einsteinium アインシュタイン	Fm Fermium フェルミウム	Md Mendelevium メンデレヴィウム	No Nobelium ノーベリウム	Lr Lawrencium ローレンシウム

図 1.1 元素周期表

ことが新たな超重元素の合成成功に必要な不可欠である。

1.3 重イオン融合反応の歴史

自然界に存在する元素で、最も重い元素は92番元素のウランである（厳密には、プルトニウムがウラン鉱石中にごく微量存在することが知られている）。これよりも重い元素は、宇宙での元素合成過程で作られていたとしても半減期が短く、地球ができ45億年という長い年月のうちに崩壊して別の元素（半減期が比較的長い元素）となってしまっている。ゆえに、自然界ではその存在が現在観測できない。そこで、人類は人工的に重い元素を合成することを試みた。現に周期表の93番から118番元素までは人工的に合成されている。

まず、93番から100番までの元素はウランに中性子を連続で吸収させ、 β 崩壊（核内の中性子が陽子に変化し電子と反ニュートリノを放出する反応）を次々と誘発させることで、作られた。この方法は、中性子照射の特徴を生かした方法と言えよう。中性子はクーロン力の影響を受けないため、どんなに大きな標的原子核にも近づくことが可能であるからである。この方法で重い元素を作るために肝となるのは、中性子を次々と吸収させることを可能とする強い中性子線束が必要だという点である。この条件を満たす環境が原水爆実験にはあったため、99番元素アインシュタニウム、100番元素フェルミウムはそこで発見された。原子炉内も同じ環境にあり、それらの元素まで生成できるが、94番元素プルトニウム以降の元素の生成量は原子番号が大きくなるにつれて少なくなり、それらの元素の総称としてマイナーアクチノイドと呼ばれている。

101番元素以降の元素は原子核同士を衝突させる方法で作られる。原子核同士の衝突では、クーロン斥力によって入射核が標的核への接近を妨げるため、大きなエネルギーで衝突させることができるサイクロトロンが

必要であった。アメリカは最初に手にしたサイクロトロンによって、比較的長寿命な様々なアクチノイド原子核（原子番号 89 のアクチニウムから 103 のローレンシウムの総称）を標的核として、 α 粒子をそこに衝突させることで、101 番元素までの超ウラン元素（原子番号 93 から 103 までの元素）を次々と合成した。102 番元素から 106 番元素は、ホウ素、炭素などのより原子番号の大きな原子核をアクチノイド原子核に衝突させることで作られた。

これまで原子番号の足し算だけを考慮し、目的の元素を作ってきた。しかし、入射核と標的核の電荷の積が大きくなるにつれて新元素の生成断面積が指数関数的に小さくなることが明らかとなった結果、107 番元素以降の合成には新たな生成手法が必要であると考えられた。この著しい断面積の低下は、2 つの原子核を接触させるのに必要なエネルギーが大きくなった結果、2 つの核が融合し、形成された複合核の励起エネルギーが高いために核分裂確率が増え、超重元素として検出する前に違う核種になってしまうことが原因である。

107 番元素からは、上記の課題を克服するために衝突させる際の標的核の選択に着目した 2 つの特徴的な生成手法が利用された。まず 1 つ目は冷たい核融合反応（Cold fusion reactions）と呼ばれる生成手法である。この手法は Pb（鉛）や Bi（ビスマス）といった魔法核を標的核とすることで複合核の励起エネルギーを抑えることができる。この手法を用いて、ドイツにある重イオン科学研究所（GSI）が 107 番元素から 112 番元素までの元素を合成してきた。その後、Cold fusion 法を用いた新元素合成成功の報告は長らく途絶え、最後の Cold fusion 法を使った新元素合成の報告から 8 年後に日本がこの手法を用いて 113 番元素を合成することになる。Cold fusion 法を用いた新元素合成成功の報告が長らく途絶えた理由は、Cold fusion 法のデメリットにある。Cold fusion 法は、複合核を形成できれば、言い換えると入射核と標的核が融合できれば、複合核の励起エネルギーを抑えることができるため核分裂確率の低下につながるメリットを持つ一方で、入射核と標的核の電荷の積（クーロン反発力）が大きくなるため、融合断面積が小さくなるデメリットを持つ。融合断面積は、入射核の原子番号が大きくなるほど指数関数的に減少する。つまり、Cold fusion 法は融合するまでが山場である。この問題を避けるために考えられた手法が 2 つ目の手法：熱い核融合反応（Hot fusion reactions）である。この手法のメリットとしては、2 点挙げられる。1 点目は、標的核にアクチノイド原子核を用いることで電荷の積が大きくなり、融合断面積を上げることができる。2 点目は、中性子が多くかつ魔法核である ^{48}Ca を入射核に用いることで、形成された複合核は多くの中性子を含むことになり、粒子蒸発過程において複合核から多くの中性子が抜けることで、励起エネルギーが大きくなりすぎない。デメリットとしては、自発核分裂が生じやすく崩壊系列が特定できないため、合成成功の確実な証拠が得られないことである。この Hot fusion 法を用いて、アメリカとロシアが共同研究を行い、114 番元素から 118 番元素の合成を成功させてきた。

1.4 超重元素合成過程における課題

超重元素の合成が困難を極める理由をこれから述べる。超重元素を合成するには適当な入射核と標的核を衝突させて、一つの原子核（複合核）を作り、その原子核が超重原子核として生き残る必要がある。この概要を示したものが図 1.2 である。

合成過程の段階は大きく 3 つに分けられる。まず 1 つ目の段階として、入射核と標的核がクーロン反発力に打ち勝ち、接触するまでの過程である。2 つ目の段階は接触後、系の平衡が進み、複合核形成を成し遂げるまでの融合過程である。この過程で、複合核を形成する前に強いクーロン反発力によって再分離（準核分裂）を起さなければ、超重元素は合成できない。また、融合後に再分離（融合核分裂）が起きても同様である。最後 3 つ目の段階は、合成される。まとめると、接触過程-融合過程-蒸発過程それぞれに課題が存在する。本論文は、接触過程-融合過程におけるダイナミクス励起した超重複合核が粒子放出の際に再分裂との競合をいかくぐり、生

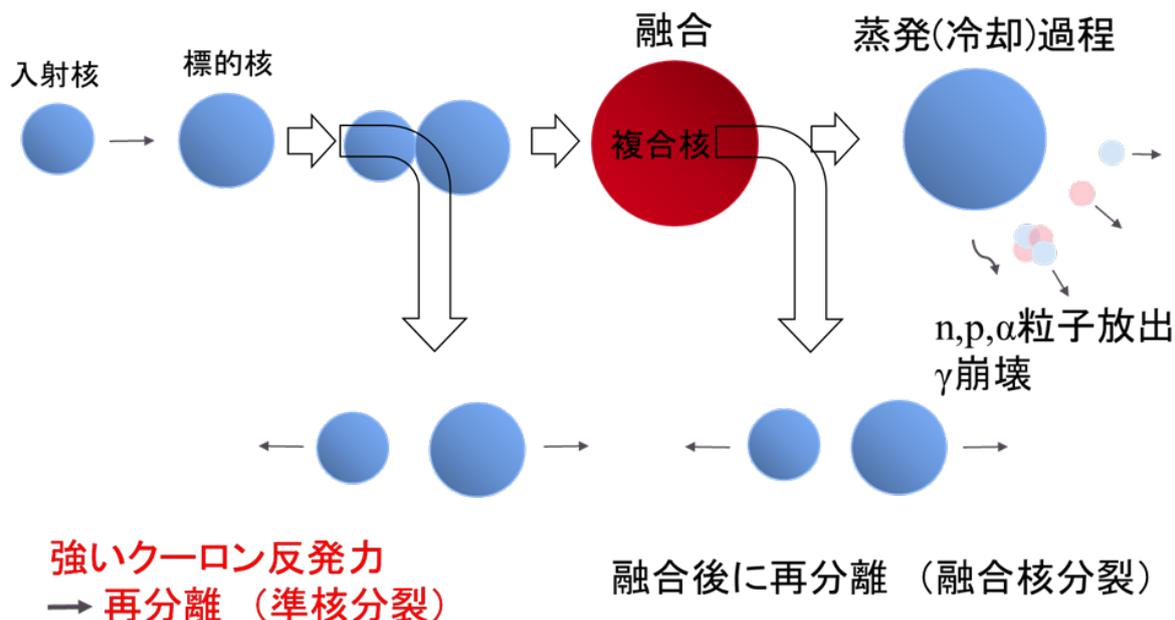


図 1.2 超重元素合成過程の概要図

き残る蒸発過程である。超重元素はこれら 3 つの段階をすべてクリアすることで生成が確認される。

1.5 多核子移行反応

近年、融合過程における課題を避けるために、重イオンを用いた多核子移行反応手法が注目されている。この手法は、入射核と標的核を一つの核として融合させることを目的としていない。図 1.3 に示すように二つの核を衝突させ、接触面で核子（陽子や中性子）を移行させることで目的の原子核を作る手法である。この手法は、核図表の安定の谷から遠く離れた中性子過剰核の生成手段として有効であると実験的にも明らかにされている [1]。未知の中性子過剰核の崩壊過程などの情報は宇宙で起こる超新星爆発、特に rapid neutron capture (r 過程) の天体起源を探るために重要であり、この課題は 21 世紀に持ち越された基礎物理重要課題の一つとされている。中性子過剰核を生成することは、宇宙に存在する元素の起源および宇宙の化学進化等を理解するために非常に重要な基礎研究となっている。ここで、原子核と超新星爆発との関わりに触れておこう。自然界には酸素や鉄、ウランなど、さまざまな元素が存在している。観測された太陽系の元素の存在比分布から、元素が比較的多く存在するものと少ししか存在しないものがある。なぜこのようなことが起きるのか。それは次のように考えられている。宇宙の中で中性子が多く存在する場所が存在すれば、そこでは安定な原子核が周りの中性子をたくさん吸収し、安定な原子核に比べて中性子の多い原子核 (中性子過剰核) が生成される。不安定な中性子過剰核は中性子が陽子に変わる β 崩壊を起こして別の元素となる。このように中性子の吸収と β 崩壊を次々と繰り返してウランまでの元素が生成されたと考えられている。この元素合成過程は速い (rapid) 中性子捕獲過程 (r 過程) と呼ばれるものである。r 過程では不安定な中性子過剰核が生成されるが、原子核を構成する中性子数が魔法数の 126 となる原子核では、比較的安定となるため、それ以上中性子を吸収

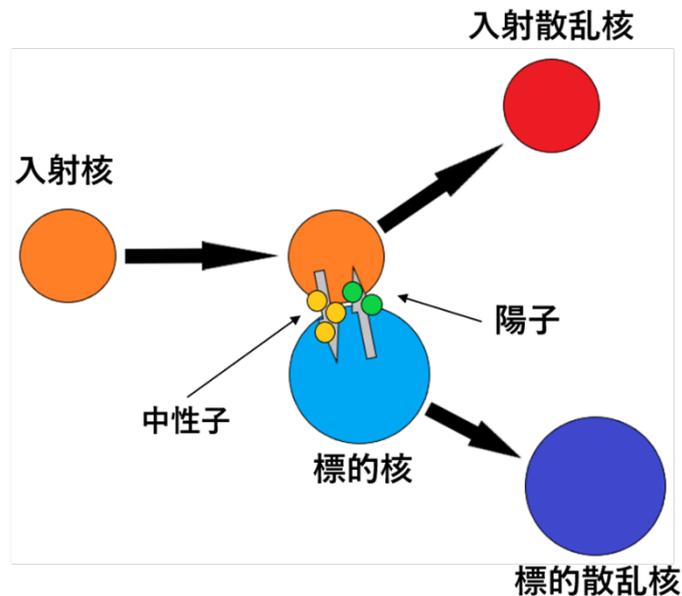


図 1.3 多核子移行反応の概要図

できずに β 崩壊が起こるのを待つ状態になると考えられている。 β 崩壊を起こして、原子番号が一つ増え、中性子数が一つ減った原子核も再び中性子を吸収して中性子数が 126 となり、次の β 崩壊が起こるのを待つことになる。このような状況が繰り返されて中性子数が 126 で構成された原子核が多く溜まるようになる。中性子が減少すると原子核が中性子を吸収できず、 r 過程は終了する。その後、中性子数が 126 の多くの中性子過剰核は次々と β 崩壊を起こして、最終的に安定な金や白金が生成されたと考えられている。

さて、ここまで多核子移行反応手法が中性子過剰核の生成に有効であることを述べてきたが、超重核領域には中性子過剰な未知核がまだ多く存在しているため、超重核の生成に対する多核子移行反応手法の有効性が議論されてきている。特に中性子過剰かつ超重核領域の中でも比較的長寿命な原子核が存在していると提唱されている領域“安定の島”への到達に期待がされている。しかし、この点に関しては未だ有効である証拠は報告されていない。これまでは、超重核を合成するための手法として Cold fusion 法や Hot fusion 法が主流であったが近い将来、超重核に対する多核子移行反応手法の有効な手立てが見つかり、多核子移行反応手法を用いた新元素合成が成功するかもしれない。はたまた、新しいメカニズムが発見されることで、新しい別の合成手法によって成功を収める可能性もある。ゆえに、今後の超重元素合成の動向は注目すべきである。

本論文では、超重元素合成過程における反応機構を幅広く解析した結果を論じており、本論文の成果は、すべて新元素合成に有益な情報を与えるものである。

1.6 本論文の背景と目的

各章に対する研究の背景と目的を、その章の冒頭に具体的に述べることにし、ここでは、本論文全体に通ずる背景と目的を述べる。まず本論文は、入射核が無遠慮から標的核に近づく過程から相互作用を起し、核分裂を終えるまでの全融合分裂過程において、これらの全反応を統一的に記述することができる理論模型を用いて、融合反応機構や準核分裂反応機構に関する詳細な解析および結果を論じている。本論文で一貫して用いた動力学模型(二中心殻模型とランジュバン方程式)の最大の特徴は、反応過程中の原子核の形状を相互作用時間ごとに追うことができる点である。原子核の形状を追うことは、核反応ダイナミクスを明らかにする上で非常に重要である。原子核衝突実験では理論計算とは対照的に、反応過程中の原子核の形状変化を直接確認することができない。したがって、反応後の物理量(分裂片の質量、運動エネルギー、放出角度等)を観測し、それらの観測量から反応過程において原子核がどのような形状変化を辿ったのかを推察することになる。つまり、実験では間接的にしか原子核の形状変化を明らかにすることができない。観測量の相関から新たな物理を見出すことも可能だが、ある程度の制約の下で明らかにするため、実験からの現象の理解には限界が存在する。理論と実験、両者の目的は原子核の形状変化を調べ、反応過程におけるダイナミクスを解明しようとする目的は同じであるが、圧倒的な違いとして前者には直接原子核の形状変化を視覚的に容易に理解できる利点がある。本論文の最終的な目的は、実験では直接視認することができない原子核の形状変化にともなう核反応ダイナミクスに対し、反応過程における多くの物理現象を多角的に議論し、実験で得られる様々な物理量や実験では解析できない融合反応機構や準核分裂反応機構に関する興味深い結果を明らかにすることである。また、本論文で扱う理論模型は原子核が十分離れている状態からの融合も扱うため、反応における不定性や複雑な問題が一体の反応(核分裂現象だけ)を扱うよりも多く存在している。ゆえに、理論模型の特徴や不定性、抱える問題を明らかにすることを副次的な目的としている。

1.7 本論の構成

本論文の構成は以下のようになっている。第2章では本論文で一貫して使用されるランジュバン型アプローチモデルの理論諸概念を記述する。第3章から第6章までは、[序言-モデルの枠組み-計算結果および議論-結言]の構成で研究内容ごとにまとめている。最後の章は本研究全体の総括とし締めくくる。

第 2 章

本論文に用いる理論

2.1 原子核構造に関する理論

2.1.1 原子核の構成

原子自身は 10^{-8} cm と非常に小さなものであるが原子核はさらにその 10^5 分の 1 くらいの大きさの粒子である。その小さな原子核は陽子及び中性子と称する 2 種の粒子 (核子) から成立している。陽子は正に帯電し、その電気量は電子のそれと同じで符号が反対である。すなわち、電気素量に等しい。質量は電子の 1840 倍であり、中性子は電氣的には中性で帯電していない。質量は陽子とほとんど同じであるが、わずかに大きい。原子核は、一般に複数個の陽子 (proton : p) と中性子 (neutron : n) からできている。陽子の数を原子番号 Z 、陽子の数 Z と中性子の数 N の和を質量数 A と呼ぶ。すなわち質量数 A は、

$$A = Z + N, \quad (2.1)$$

で与えられる。また、原子核をほぼ球形と仮定してその半径 R は、その半径 R と質量数 (核子の数) A の間には、

$$R = r_0 A^{\frac{1}{3}}, \quad (2.2)$$

$$r_0 = 1.2 \text{ (fm)}, \quad (2.3)$$

の関係がある。これは、原子核の体積が核子の数に比例し、原子核の密度は原子核の大きさによらずほぼ一定であることを意味している。

2.1.2 結合エネルギー

結合エネルギー $B(A, N)$ は核子がばらばらに存在する場合に比べ、結合して原子核を形成することによって得をするエネルギー量で

$$B(A, Z) = ZM_p c^2 + (A - Z)M_n c^2 - M(A, Z)c^2, \quad (2.4)$$

で定義される。ここで、 M_p, M_n, M はそれぞれ陽子の質量、中性子の質量、核子の質量であり、 c は光速を表す。また、結合エネルギーと並んで、分離エネルギーも重要な物理量であり、分離エネルギーは原子核から核子やアルファ粒子などを取り出すために必要なエネルギーで、中性子の分離エネルギーは、結合エネルギーを用いて、

$$S_n(N, Z) \approx B(N, Z) - B(N - 1, Z), \quad (2.5)$$

で与えられる。

図 2.1 に核子当たりの結合エネルギーを示す。図 2.1 の黒丸は、各質量数に対して最も安定な偶-偶核の核子当たりの結合エネルギー (B/A) の実験値を、白丸は、質量数が奇数の場合の最も安定な原子核の核子当たりの結合エネルギーをそれぞれ示したものである。この図 2.1 から結合エネルギーには次の特徴がみられる。

- ・質量数が小さな領域では、質量数の増加と共に結合エネルギーが急激に増大する。
- ・軽いアルファ核で B/A は鋭い極大値をとる。
- ・軽い核を除いて、核子当たりの結合エネルギー (B/A) は約 8MeV である。これは軽い核で顕著に効く表面効果が、重い核では十分に効かなくなるためである。この性質を結合エネルギーの飽和性と呼ぶ。
- ・(B/A) は原子番号 26 の Fe の領域まで質量数の増加と共に増大し、 B/A が最大値をとる原子核は ${}^{62}_{28}\text{Ni}$ であり、その後、質量数と共に徐々に減少する。
- ・質量数が大きな領域では、 $Z = 50$ など特定の陽子数あるいは中性子数のとき、(B/A) は局所的に大きくなる。

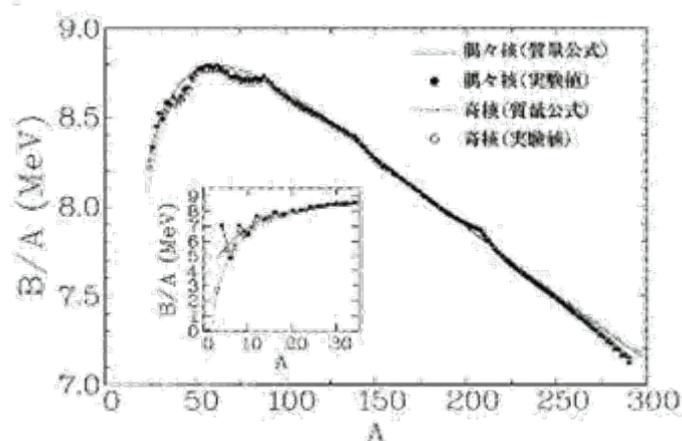


図 2.1 核子当たりの結合エネルギー [2]。

2.1.3 液滴模型と質量公式

液滴模型とは、原子核の密度が原子核の大きさ (質量) によらないことや、核子当たりの結合エネルギーが軽い核を除いてほぼ一定の値をとることなど、原子核の性質を液体のもつ飽和性と類似していることから考えられた原子核模型である。軽い核の結合エネルギーが小さいことは液滴の表面張力に対応して、表面にある核子の結合エネルギーが小さいためであると説明できる。そして、重い核では表面の影響が相対的に小さくなり、核子当たりの結合エネルギーは飽和値に近づく。この模型から Weizsäcker によって提唱された原子核の結合エネルギーの半経験的公式 [3] は

$$B(A, Z) = a_v A - a_s A^{2/3} - a_c Z^2 / A^{1/3} - a_{sym} (A - 2Z)^2 / 2A - \delta(A), \quad (2.6)$$

と与えられる。パラメータ a_v 等は既知の原子核の質量から決められるが、使われる既知核数によって少し異なる値になる。また、第 1 項は体積エネルギー、第 2 項は表面エネルギー、第 3 項はクーロンエネルギー、第 4 項は対称エネルギー、第 5 項は偶奇補正エネルギーであり以下にそれぞれの説明を示す。

・第1項 (体積エネルギー)

原子核を水滴と見立てた場合、その液体 (核子) の凝集エネルギーは液体 (核子) の量に比例する。原子核における、凝集エネルギーに相当するエネルギーは核子の間に働く核力である。結合エネルギーの飽和性から核子間に働く強い相互作用が短距離力であることが示唆される。そのうえで、1つの核子に着目すると、短距離力によってすぐ近くにいる少数の核子としか相互作用を起こさない。したがって、隣接同士の核子のみと強く引き合っているとすると、その引き合う力は核子数 (=質量数) A に比例する。体積エネルギーは結合エネルギーの増加を意味するため、式 2.6 右辺の他の項と符号が異なっている。

・第2項 (表面エネルギー)

液滴の表面では表面張力がはたらいっているので表面エネルギーが生じると考えられる。単位面積あたりの表面張力を σ とすると、半径 R の球状液滴の表面エネルギーは表面張力 σ と表面積 $4\pi R^2$ の積で与えられる ($4\pi R^2\sigma$)。ここで、原子核の半径 R が式 2.3 で表されることから、表面エネルギー項は

$$4\pi R^2 = 4\pi r_0^2 \sigma A^{\frac{2}{3}} = a_s A^{\frac{2}{3}} \quad (2.7)$$

と表せる。表面にある核子はその外側に核子がないため、内部にある核子より引き合う力が小さくなり、そのエネルギーは表面積 $A^{\frac{2}{3}}$ に比例する。質量数とともに、体積は R^3 に従って増加し、表面積は R^2 に従って増加する。図 2.1 のように、軽い原子核から重い原子核にいくに従ってゆるやかに増していくのは、体積エネルギーの表面エネルギーに対する比が増すためである。

・第3項 (クーロンエネルギー)

一般に陽子数と中性子数が同数の時に結合エネルギーが高くなるが、重い核では陽子の電氣的反発力に打ち勝つために中性子数が多くなり不安定となる。正電荷を持つ陽子間にはクーロン斥力が働くため、 Ze の電荷を持った原子核のクーロン斥力 (静電エネルギー) は半径 R の球に電荷 Ze が一様に分布しているとする、

$$\frac{Z(Z-1)}{2} \iint \frac{\rho_0 d\mathbf{r} \rho_0 d\mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}, \quad \rho_0 \frac{4\pi R^3}{3} = e \quad (2.8)$$

を解くことで計算できる。積分の前の因子 $Z(Z-1)/2$ は Z 個の陽子から 2 個の陽子を取り出す組合せの数である。 \mathbf{r} と \mathbf{r}' について、それぞれ半径 R の球の内部にわたって積分を実行すると

$$\frac{Z(Z-1)e^2}{2} \frac{6}{5} \frac{1}{R} = \frac{3}{5} \frac{e^2}{r_0} \frac{Z(Z-1)}{A^{\frac{1}{3}}} \approx a_c Z^2 / A^{\frac{1}{3}} \quad (2.9)$$

を得る。ここで、 $Z(Z-1)/2$ は Z^2 で近似している。図 2.1 において、 $B(A, Z)$ が A の十分に大きいところでゆるやかに下降することは、このクーロンエネルギーのために重い核の安定性が減ること (結合エネルギーの減少) を意味している。

・第4項 (対称エネルギー)

クーロン相互作用を除くと、原子核は同数の陽子と中性子を持つ傾向がある。この傾向は質量数が小さい領域で顕著に見られる。質量数が大きい領域では、クーロンエネルギーの寄与が顕著になるが、この傾向は無視される訳ではない。この傾向に対応した対称エネルギーは

$$a_{sym} \left(\frac{N-Z}{N+Z} \right)^2 A = a_{sym} \left(\frac{A-2Z}{A} \right)^2 A = a_{sym} \frac{(A-2Z)^2}{2A}, \quad (2.10)$$

と表される。 N/Z の比の値が同じで 2 倍の核子があれば、対称エネルギーも 2 倍になるはずである。したがって、対称エネルギーは質量数 A に比例すると考えられる。

・第5項 (偶奇補正エネルギー)

$\delta(A)$ は、陽子や中性子が偶数か奇数かによる核の安定性の差を表す項である。核子の角運動量 (スピン) の影響によって量子力学的に核子に安定性が異なり、陽子及び中性子が偶数である場合が最も安定であり、ともに奇数である場合が最も不安定で、その他の組み合わせの場合は中間にある。この効果は、以下の式で表されている：

$$\delta(A) = \frac{12}{\sqrt{A}} \quad (\text{陽子および中性子ともに偶数}), \quad (2.11)$$

$$= -\frac{12}{\sqrt{A}} \quad (\text{陽子および中性子ともに奇数}), \quad (2.12)$$

$$= 0 \quad (\text{その他の組み合わせ}), \quad (2.13)$$

この式の質量数依存性と大きさは図 2.2 に示すように、偶奇補正エネルギーの実験値 [4] から経験的に決められたものである。

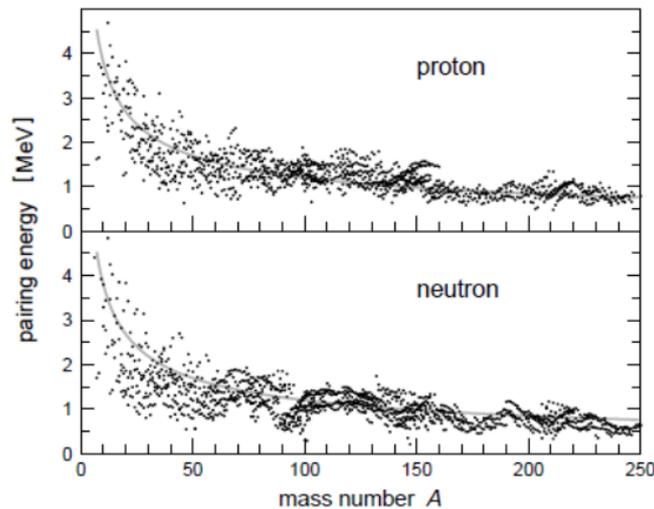


図 2.2 質量数に対する陽子および中性子数それぞれの偶奇補正エネルギー、曲線は $12/\sqrt{A}$ 。

以上の結合エネルギーを表す項で用いられているパラメータの値は Green [5] によって求められた。その後、多くの原子核の質量が測定され、実験値を再現するパラメータとして、以下の組が用いられている：

$$a_v = 15.56, \quad a_s = 17.23, \quad a_c = 0.697, \quad a_{sym} = 23.29. \quad (2.14)$$

ここで、単位は MeV としている。

この液滴モデルによって、原子核の安定性の一般的な傾向を説明できることが分かった。液滴モデルは、核内では核子は互いに衝突し合い、エネルギーを交換しあっており、核子が原子核に捕獲されるとすぐに、そのエネルギーは原子核全体に分配され、熱平衡に達するという考えに基づく。原子核を水滴と見なすことで原子核構造を理解する液滴モデルは、核分裂反応の現象論的説明に大いに力を発揮している。

2.1.4 殻模型

原子核において、陽子あるいは中性子の分離エネルギーに原子の場合ほどではないが魔法数が存在することが知られている。原子核の魔法数は 2、8、20、28、50、82、126 である。魔法数と一致すると、原子核の結合エネルギーが特に大きくなり、原子核は特別に安定な性質を示すことが実験的にわかっている。これは原子核の内部にも原子の電子軌道と同様の軌道（殻）があり、核子の集団が重心を中心にして、その周りに核力による一定のポテンシャルを形成しており、魔法数は 1 つの核が完全に閉じた場合の核子数に相当し、次の軌道とのエネルギー差が大きいと考えることができる。これは、1950 年にアメリカのメイヤーやドイツのイエゼンらによって示された。以下に原子核の魔法数の導出について簡単に示す。

原子核中での核子間の力は、その到達距離が原子核の大きさより短い短距離力であるので、平均ポテンシャルの形状はおよそ核子の密度分布、すなわち原子核の形に近いものになる。これは軽い核ではガウス型であり、重い核ではウッド - サクソン型になる。ここでは数学的に厳密な解を得ることができる 3 次元の調和振動子型ポテンシャルで近似する。解くべきシュレディンガー方程式は式 2.15 のようになる：

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta + U(r) \right] \Psi(r) = E\Psi(r) \quad (2.15)$$

ここで、ポテンシャルは半径の大きさのみに依存する中心力とすると、極座標表示のもとに波動関数を $\Psi(r) = R(r)Y_l^m(\theta, \varphi)$ というように動径成分と角度成分に分離することができ、

$$\begin{cases} \left[\frac{1}{\sin\theta} \frac{\partial}{\partial\theta} \left(\sin\theta \frac{\partial}{\partial\theta} \right) - \frac{1}{\sin^2\theta} \frac{\partial^2}{\partial\phi^2} \right] Y_l^m(\theta, \phi) = l(l+1) Y_l^m(\theta, \phi), \\ \left[\frac{d^2}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d}{dr} + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U(r)) \right] R(r) = \frac{l(l+1)}{r^2} R(r), \end{cases} \quad (2.16)$$

となる。 l は軌道角運動量の量子数であり、磁気量子数 m は $-l$ から l までの $2l+1$ 個の状態をとる。 $U(r) = M\omega^2 r^2/2$ という調和振動子ポテンシャルをとると、エネルギー固有値は l と主量子数 n によって

$$E_{nl} = \left(2n + l - \frac{1}{2} \right) \hbar\omega. \quad (2.17)$$

と現れる。このエネルギー準位を図 2.3 に示す。図 2.3 では等間隔に準位が並び、 $2n+1$ となる準位同士がエネルギー的に縮退している。よって魔法数を調べると、2、8、20、40、70、112、168 となりほしい魔法数が得られない。ここで、次式 2.18 のようにスピン軌道相互作用を導入するとする。

$$U(r) \rightarrow U(r) + W(r) l \cdot s \quad (2.18)$$

l および s は核子の軌道角運動量とスピンの演算子である。原子核の場合には、核子間の力にスピン軌道相互作用が含まれており大きな影響を与える。核子の全スピンは $j = l + s$ というベクトル和で表せるので

$$l \cdot s = \frac{1}{2} [j(j+1) - l(l+1) - s(s+1)] \hbar^2, \quad (2.19)$$

と表せる。核子のスピンは $1/2$ なので、上向きと下向きの場合のそれぞれで全スピンは $j = l + 1/2$ または $j = l - 1/2$ となる。よって、スピン軌道相互作用の効果により同じ l を持つ軌道がスピンの向きによって二つに分離し、そのときのエネルギーは

$$\begin{cases} \frac{1}{2} l \hbar^2 W, & j = l + \frac{1}{2}, \\ -\frac{1}{2} (l+1) \hbar^2 W, & j = l - \frac{1}{2}, \end{cases} \quad (2.20)$$

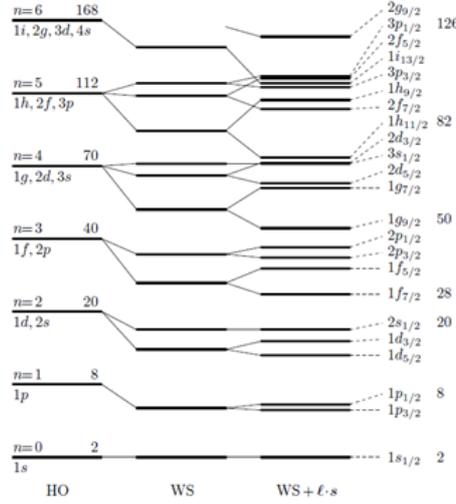


図 2.3 エネルギー準位 (左から調和振動子、ウッドサクソン型、ウッドサクソン型+スピン軌道相互作用) [6].

で表される。エネルギー準位の間隔は $(2l + 1) \hbar^2 W/2$ となる。実際には、 $j = l + 1/2$ のエネルギー準位の方が $l - 1/2$ のエネルギー準位より低くなっているので、 $W < 0$ でなければならない。 W の大きさを調節することにより、調和振動子ポテンシャルの準位は図 2.3 の右端のようになり、エネルギー準位の縮退が解け、魔法数が 2、8、20、28、50、82、126 となる。

2.1.5 Strutinsky 殻補正法

本節では、1 粒子運動の準位分布の性質から、殻構造の概念を一般的に定義するだけでなく、Strutinsky 殻補正法の詳細も記述する。まずは、軸対称変形した調和振動子ポテンシャルの場合 1 粒子準位エネルギーを考える (図 2.4)。(x', y', z') 軸方向の振動数を $(\omega'_1, \omega'_2, \omega'_3)$ とし、 $(\omega_1 = \omega_2, \equiv \omega_\perp)$ とすると、固有エネルギーは

$$e(n_1, n_2, n_3) = \hbar\omega_\perp(n_1 + n_2 + 1) + \hbar\omega_3(n_3 + 1/2) \quad (2.21)$$

で表される。球対称 ($\delta = 0$) の時は、同じ $N_{\text{osc}} = n_1 + n_2 + n_3$ を与える異なる (n_1, n_2, n_3) の組が縮退し、閉殻を作る粒子数 40, 70, 112 などが魔法数となる。変形によりこの縮退は解けるが、 ω_\perp と ω_3 の比が 2:1 となる変形度 ($\delta = 0.6$) で再び顕著な縮退が起こる。これは、同じ $2(n_1 + n_2) + n_3$ の値を持つ異なる (n_1, n_2, n_3) の組み合わせが可能となるためである。この閉殻に対応する粒子数 69, 80, 110, ... を $\omega_\perp/\omega_3 = 2$ での変形魔法数と呼ぶ。以上から魔法数が準位の縮退と関係していることがわかる。

次に、上述した準位の縮退の概念が、一般の平均ポテンシャルに対してどのように拡張されるかを記述する。エネルギー間隔 $(e, e + de)$ に含まれる固有状態数を $g(e)de$ と書き、 $g(e)$ は 1 粒子準位密度と呼ばれる。固有値を e_i とすれば、

$$g(e) = \sum_{i=1}^{\infty} \delta(e - e_i), \quad (2.22)$$

である。A 個の核子が Fermi エネルギー λ までこれらの順位を満たしていると

$$A = \int_{-\infty}^{\lambda} g(e)de, \quad (2.23)$$

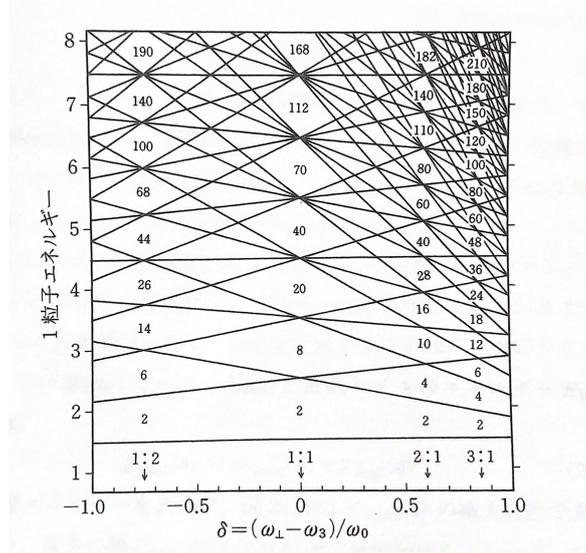


図 2.4 軸対称調和振動子ポテンシャルの 1 粒子エネルギー準位。エネルギーは $\hbar\omega_0(\delta)$ を単位として、変形度 $\delta = (\omega_{\perp} - \omega_3)/\omega_0$ の関数として描かれている。図中の矢印は、 $\omega_{\perp} : \omega_3$ が整数比となる変形度を示す。また変形魔法数が図中に示されている (文献 [7] から借用)。

であり、1 粒子エネルギーの総和は、

$$E = \int_{-\infty}^{\lambda} eg(e)de, \quad (2.24)$$

と書ける。一般の平均ポテンシャルでは準位数 $g(e)de$ の多い領域と少ない領域があり、固有値分布に粗密ができる。この粗密が規則的なパターンを示す時、1 粒子準位に殻構造があるということである。図 2.5 に示すように、準位数 $g(e)de$ がエネルギー e とともに振動する時、準位が密に集まった領域は準位が「近似的な縮退」を起こしていると思わせる。

そこで、殻構造が A 核子系のエネルギーに与える効果は、適当なエネルギー平均を行い、 $g(e)$ の振動部分を消し、滑らかな準位密度 $\bar{g}(e)$ を導入することで説明できる。この $\bar{g}(e)$ を用いて、 A 個の核子が平均 Fermi エネルギー $\bar{\lambda}$ まで $\bar{g}(e)$ の準位を満たしているとすれば

$$A = \int_{-\infty}^{\bar{\lambda}} \bar{g}(e)de, \quad (2.25)$$

であり、滑らかなエネルギーは

$$\bar{E} = \int_{-\infty}^{\bar{\lambda}} e\bar{g}(e)de, \quad (2.26)$$

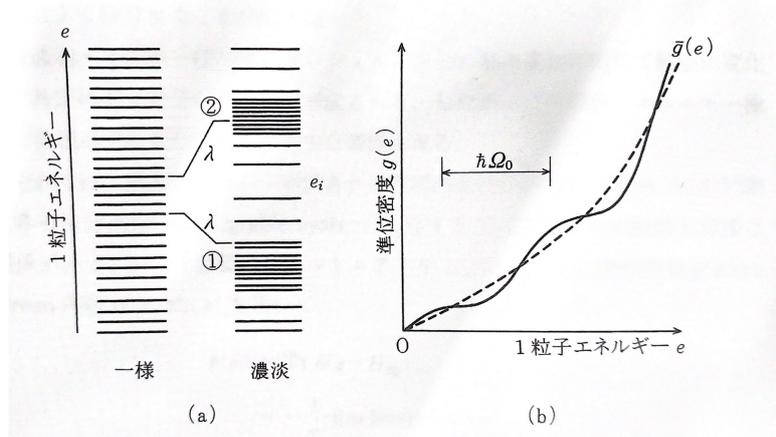


図 2.5 殻構造の概念図 [7]。

と定義される。そして、この 2.26 式で表される \bar{E} と式 2.24 で表される E との差

$$E_{\text{shell}} = E - \bar{E}, \quad (2.27)$$

が殻構造によるエネルギー、つまり、殻構造エネルギーと呼ばれるものである。 E_{shell} は核子数 A の振動関数で、 λ が図 2.5(a) の位置①を示す準位の密な領域の上端にあるとき極小、中心付近（位置②）で極大となる。ここで、 $\bar{g}(e)$ を定義するには、Strutinsky 法が用いられる。

Strutinsky 殻補正法による滑らかな準位密度（平均準位密度） $\bar{g}(e)$ がどのようにして定義されるかを、これから述べる。まず無限の 3 次元井戸（ポテンシャル）内の殻模型によって準位密度が与えられたときに適切な数学的方法で平均準位密度を定義する必要がある。ここで、無限のポテンシャルを使うことを仮定しているが、有限ポテンシャルに対して一般化できることに注意されたい。この Strutinsky 殻補正法の難しさは、3 次元ポテンシャルの場合、準位密度が 1 粒子エネルギーとともに非線形に増加する事実から生じる。そして、増加はスムーズに進むわけではなく、準位はおおよその間隔でグループ化されている。ここで、その様子は（準位密度が幅 $\ll \hbar\omega_0$ のガウス分布で塗りつぶされていると仮定すると）簡易的な図 2.6 で表している。このような準位密度分布の平均部分 $\bar{g}(e)$ と振動部分 $g(e)$ はいかにして分離できるかをこれから示す。

まずは、畳み込み法によって与えられる平均準位密度 $\bar{g}(e)$ を考える：

$$\bar{g}(e) = \frac{1}{\gamma} \int_{-\infty}^{+\infty} g(e') f\left(\frac{e' - e}{\gamma}\right) de'. \quad (2.28)$$

ここで、 f は $\gamma \simeq \hbar\omega_0$ のガウス分布であると考えることができる。しかし、これでは不十分であり。なぜなら、適切な平均化手順であれば、同じ手順で再度平均化しても平均準位密度 $\bar{g}(e)$ は変化しないからである。つまり、

$$\bar{g}(e) = \frac{1}{\gamma} \int_{-\infty}^{+\infty} \bar{g}(e') f\left(\frac{e' - e}{\gamma}\right) de', \quad (2.29)$$

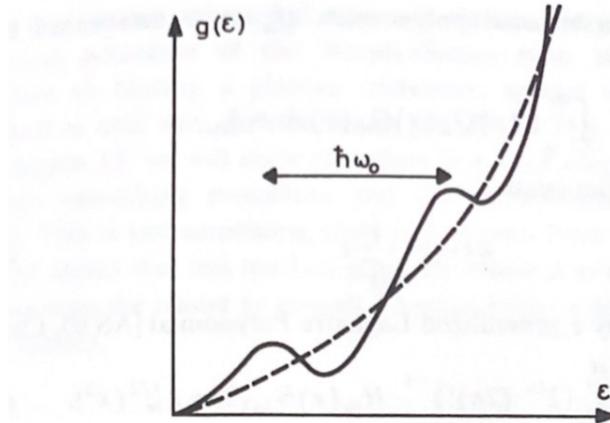


図 2.6 図式化された無限の 3 次元ポテンシャルにおける単位密度 [8]。

ガウス分布を表す f と g が定数でない場合は、式 2.29 は明らかに満たされない。一般的に、与えられた任意の \bar{g} に対して正確にこの条件を満たすことは困難である。たとえ満たせたとしても、 f はデルタ関数でなければならぬため、この条件を満たすことは意図していない。ここで、デルタ関数は関数 $f(x)$ と掛け算して積分したときに $x = 0$ での値 $f(0)$ を取り出すような仮想的な関数を指している。ただ、式 2.29 は滑らかな関数 \bar{g} を満たす必要がある。式 2.29 の本質的な寄与は点 $e' = e$ 付近から得られるため、 $\bar{g}(e)$ は $2M$ ($2M = 2, 4, \text{ or } 6$) 次の多項式によって局所的に表現できると仮定する。そして、次の方法で f を構築すると、式 2.29 の条件を満たすことができる：

$$f(x) = P(x)w(x), \quad (2.30)$$

ここで、 $P(x)$ は $2M$ 次の偶数多項式そして、 $w(x)$ はガウス関数またはローレンツ関数のような重み付け関数である。

式 2.29 は以下の近似 [9]

$$P(x) = \sum_{n=0}^M Q_{2n}(x)Q_{2n}(0), \quad (2.31)$$

によって満たされ、ここで、直交多項式の組み合わせ $Q_m(x)$ は以下の条件：

$$\int_{-\infty}^{+\infty} w(x)Q_m(x)Q_{m'}(x)dx = \delta_{mm'}, \quad (2.32)$$

によって決まる。もし $w(x)$ に対してガウス関数をとるのであれば、

$$w(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi}}e^{-x^2}, \quad (2.33)$$

この場合、 $P(x)$ は一般化されたラゲール多項式 [9] によって以下のように与えられる：

$$P(x) = \sum_{n=0}^M (2^{2n} \cdot (2n)!)^{-1} \cdot H_{2n}(x)H_{2n}(0) = L_M^{1/2}(x^2). \quad (2.34)$$

ここで、 $H_{2n}(x)$ はエルミート多項式である。したがって、 $2M$ 次の多項式によって局所的に近似される \bar{g} の条件式 2.29 を満たす平均関数 f を明示的に構築が可能である。実際の応用のために、 $M = 0, 2, 4, 6$ (表 2.1) の多項式 $L_M^{1/2}(x^2)$ の係数を与えると、

$$L_M^{1/2}(x^2) = \sum_{n=0}^M a_{2n} x^{2n}. \quad (2.35)$$

表 2.1 最小の 4 つのラゲール多項式の係数。

M	a_0	a_2	a_4	a_6
0	1	-	-	-
0	3/2	-1	-	-
0	15/8	-5/2	1/2	-
0	35/16	-35/8	7/4	-1/6

残りは γ と M の正確な値をどのようにして決定させるかの問題である。一般的に、結果はこれらのパラメータに依存する。近似周波数 $\hbar\omega_0$ から振動 $g(e)$ を取り出すために用いるこの方法は特定な間隔での妥当な γ の値 ($\gamma \simeq 1.0 - 1.5 \hbar\omega_0$) とその範囲内に対応する M 値 (この依存性は実際には無視できる。) を得ることができる場合のみ意味がある。したがって、結果は平均化手順から独立している。より正確には、平均化された 1 粒子エネルギーは固定した M で γ の関数として “プラトー条件” [10]

$$\frac{\partial \bar{E}_{\text{sh}}}{\partial \gamma} = 0, \quad (2.36)$$

を満たさなければならない。単一粒子レベルの任意の分布では、そのようなプラトーは存在しないが、ある条件の場合、およそ $\hbar\omega_0$ の頻度で一定のレベルの束が常に存在するため、プラトーがあることが予想できる。

以上の Strutinsky 法から殻構造エネルギー E_{shell} は定義される。ここで、 A をある値に固定したときの E_{shell} の振る舞いを、プロレート変形を仮定したポテンシャルの変形度 δ の関数として示した概念図を図 2.7 に示す。ここで、 E_{shell} は A だけでなく δ に対しても振動関数となる (影響する)。図 2.7(b) の極小点は図 2.4 の $\delta = 0.6$ に対応している。 E_{shell} と液滴模型のエネルギー $E_{\text{liquid}} (= -B_{\text{liquid}})$ の和

$$E_{\text{total}}(\delta) = E_{\text{liquid}}(\delta) + E_{\text{shell}}(\delta), \quad (2.37)$$

が原子核の全エネルギーを表す。図 2.7 から $E_{\text{liquid}}(\delta)$ の極大付近で $E_{\text{shell}}(\delta)$ が極小となり、両者の和 $E_{\text{total}}(\delta)$ もこの付近で極小となる。

殻構造エネルギーは平均ポテンシャルの表面の形の変化に応じて敏感に変化し、特定の形で顕著な殻構造が形成される。したがって、殻構造エネルギー極小の実現が平衡変形を決定する主要因となる。

2.1.6 BCS 理論

まず BCS 理論とは、ジョン・バーディーン (John Bardeen)、ロバート・クーパー (Robert Cooper)、および J. Robert Schrieffer (ロバート・シュリーファー) によって 1957 年に提案された超伝導現象を説明するための理論である。BCS 理論は、超伝導の現象を説明するように、核子 (陽子や中性子) が (クーパー) 対を形成することで原子核内に超流動が生じると考えられている。そして、この超流動性が原子核の特性や振る

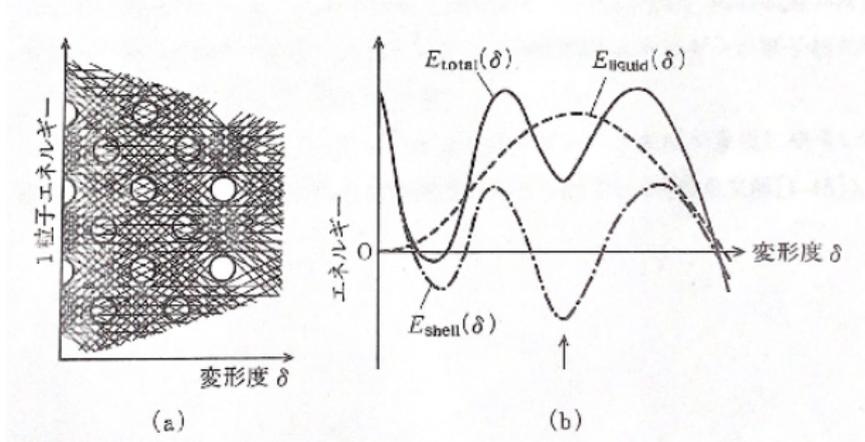


図 2.7 (a) 変形ポテンシャル内の 1 粒子エネルギー準位の分布。円で囲まれた領域に Fermi 面があると殻構造エネルギー E_{shell} が大きくなる。(b) E_{shell} , E_{liquid} および全エネルギー E_{total} の変形度 δ 依存性の概念図。文献 [11] から借用。

舞いに影響を与え、核子のペア形成によって引き起こされる超流動現象が核構造に影響を及ぼすというものである。まずは、電子間の相互作用の際のエネルギー項を表現した相互作用ハミルトニアンを電子がアップスピン (\uparrow) およびダウンスピン (\downarrow) の二つのスピン状態を持つことを考慮し

$$H_{\text{int}} = \sum_{k, k', q} V(k - k') c_{k+q\uparrow}^\dagger c_{-k-q\downarrow}^\dagger c_{-k'-q\downarrow} c_{k'+q\uparrow}, \quad (2.38)$$

と書き表し、クーロン相互作用による電子間の反発を取り入れる。ここで、 $c_{k\sigma}^\dagger$ および $c_{k\sigma}$ は、それぞれ電子の生成および消滅演算子である。また、 k は電子の運動量、 σ はスピンを表している。 $V(k - k')$ は相互作用ポテンシャルを表しており、ここではクーロンポテンシャルを表している。 q は相互作用の伝播するベクトルである。この相互作用ハミルトニアンは、電子が相反するスピンを持つ他の電子と相互作用する項を表現している。ここで、相互作用項において、各電子が他の電子と平均して相互作用すると見なし、平均場近似を適用し、新たな変数である超電導ギャップ Δ_k :

$$\Delta_k = - \sum_{k'} V(k - k') \langle c_{-k'-q\downarrow} c_{k'+q\uparrow} \rangle, \quad (2.39)$$

を導入して、相互作用項を平均場で置き換えることで (平均場変換による) 新たなハミルトニアン :

$$H_{\text{MF}} = \sum_{k, \sigma} (\xi_k - \mu) c_{k\sigma}^\dagger c_{k\sigma} + \sum_k \left(\Delta_k c_{-k\downarrow}^\dagger c_{k\uparrow} + \text{h.c.} \right) - \sum_k \frac{|\Delta_k|^2}{V(k)}, \quad (2.40)$$

が得られる。ここで、 ξ_k および μ は電子の運動エネルギーとフェルミエネルギーを表している。この式に対して以下の Bogoliubov 変換

$$\begin{pmatrix} a_{k\uparrow} \\ a_{-k\downarrow}^\dagger \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_k & -v_k \\ v_k & u_k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{k\uparrow} \\ c_{-k\downarrow}^\dagger \end{pmatrix} \quad (2.41)$$

を用いることで、平均場ハミルトニアンから Bogoliubov 変換された新しいハミルトニアンが得られる。ここで、 u_k と v_k は以下のように求められる Bogoliubov 変換係数 :

$$u_k^2 = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\xi_k}{E_k} \right), \quad v_k^2 = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\xi_k}{E_k} \right), \quad (2.42)$$

であり、次の条件：

$$u_k^2 + v_k^2 = 1. \quad (2.43)$$

を満たす。また Bogoliubov 変換の際に導入した $a_{k\uparrow}$, $a_{-k\downarrow}^\dagger$ であるが、これらは一種のフェルミオンの生成・消滅演算子と考えることができるため、Bogoliubov 準粒子（ボゴロン）とも呼ばれている。

さて、平均場ハミルトニアンから Bogoliubov 変換された新しいハミルトニアンは式 2.41 と式 2.40 から

$$H_{\text{Bog}} = \sum_k E_k \left(a_{k\uparrow}^\dagger a_{k\uparrow} + a_{-k\downarrow} a_{-k\downarrow}^\dagger \right) - \sum_k \frac{|\Delta_k|^2}{V(k)}, \quad (2.44)$$

と書き表すことができる。 E_k は Bogoliubov 準粒子のエネルギーであり、 $E_k = \sqrt{\xi_k - \mu^2 + |\Delta_k|^2}$ で表される。Bogoliubov ハミルトニアンは、各 k に対するエネルギー固有値が E_k として対角化されている。この対角形式により、Bogoliubov 準粒子が非相互作用的な形で振る舞う。次に、Bogoliubov 変換によって得られ

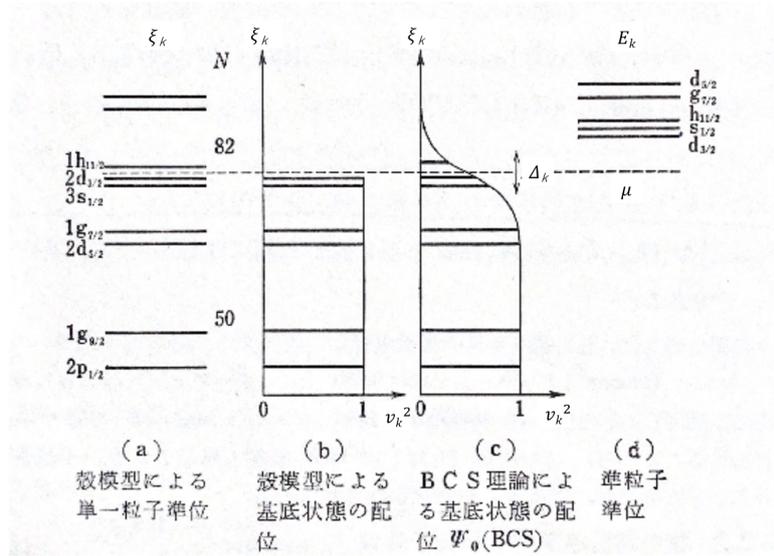


図 2.8 殻模型による準位に対して BCS 理論を考慮した場合の基底状態の準位の変化を表す概要図 (^{120}Sn) [12].

た対角形式のハミルトニアン (式 2.44) を用いて、エネルギー最小化条件を考える。まず、Bogoliubov-de Gennes (BdG) 方程式は通常、以下の形をしている：

$$E_n \begin{pmatrix} u_n \\ v_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{H}_0 & \hat{\Delta} \\ -\hat{\Delta}^* & -\hat{H}_0^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_n \\ v_n \end{pmatrix} \quad (2.45)$$

ここで、 \hat{H}_0 は正常な (超伝導でない) 状態のハミルトニアン、 $\hat{\Delta}$ は超伝導のペアポテンシャル行列、 u_n と v_n はそれぞれ第 n のエネルギー準位に対する波動関数の成分、 E_n はエネルギー固有値である。式 2.45 の特徴から Bogoliubov 変換によって得られた対角形式のハミルトニアンに対する Bogoliubov-de Gennes (BdG) 方程式が

$$E_k \begin{pmatrix} u_k \\ v_k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \xi_k & \Delta_k \\ -\Delta_k^* & -\xi_k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_k \\ v_k \end{pmatrix} \quad (2.46)$$

と得ることができる。

超伝導ギャップ Δ_k は上記の式 2.46 の解から得られ、Bogoliubov 変換係数 u_k と v_k を用いて

$$\Delta_k = - \sum_{k'} V(k - k') \frac{\Delta_{k'}}{2E_{k'}} \tanh\left(\frac{E_{k'}}{2k_B T}\right) \quad (2.47)$$

と得られる。ここで、 k_B はボルツマン定数である。この式が BCS 理論から導かれる BdG 方程式を用いた超伝導ギャップを表す基本的な数式となる。図 2.8 は、殻模型による準位 (配位) の理解そしてそこから BCS 理論を導入した際の配位変化の理解の概要を表している。式 2.47 による対相互作用を反映することで、図 2.8(c) で示されるように配位が変化する。

BCS 理論は、その後の超伝導研究や応用において大きな成功を収め、様々な超伝導現象や新しい超伝導材料の理論的な枠組みとなっているだけでなく、原子核物理学においても重要な役割を果たしている。特に原子核内の核子相互作用やエネルギー構造などの理解において、BCS 理論は重要な道具となっている。

2.1.7 原子核の形状の定義

二中心殻模型は原子核の形状を 2 つの核分裂片の中心の周りに用意した調和振動子型ポテンシャルを用いて表現する模型である。ただし 2 つの核分裂片の間では調和振動子が滑らかに接続するように調整されており、この点について後述する。まずは、基本的な原子核の形状をどのように定義するかを説明する。

原子核反応における融合および核分裂過程における原子核の形状を精度良く記述するには、一般には多くの数のパラメータが必要である。本研究では、原子核の形状の時間発展、すなわち各々のパラメータの時間発展を記述する動力学模型で必要になる原子核の形状を表すパラメータとして、二中心間模型による 3 つの変形パラメータ $\{z, \delta, \alpha\}$ を採用しており、図 2.9 はそれぞれの変形パラメータを記述するために二中心媒介変数表示させた原子核の形状を示している。3 つの変形パラメータ (二つの原子核の重心間距離に相当する z 、フラ

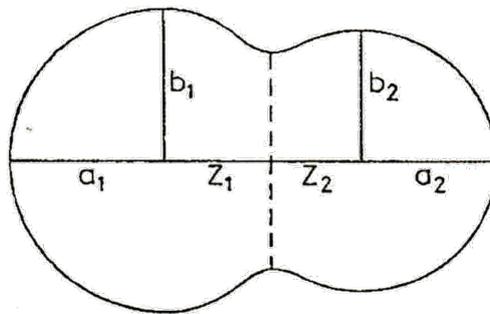


図 2.9 二中心媒介変数化させた原子核の形状のイラスト。

グメントの変形度 δ 、質量非対称度 α) はそれぞれ図 2.9 に示す媒介変数を用いて、

$$z_0 = |z_1| + |z_2|, \quad (2.48)$$

$$\delta = \frac{3(a - b)}{2a + b}, \quad (2.49)$$

$$\alpha = \frac{A_1 - A_2}{A_1 + A_2}, \quad (2.50)$$

と定義できる。ここで A_1 および A_2 はそれぞれのフラグメントの質量数を表している。また、フラグメントの変形度は、独立に各々のフラグメントの変形度 δ_1, δ_2 として取り扱うことは可能であるが、ここでは、計算を簡略化するために各々のフラグメントの変形度は同じ ($\delta_1 = \delta_2$) として扱い、 δ として記述している。ここで計算時間を短縮するために z_0 に対して以下のスケーリングを行い、 z_0 は重心間距離 z として再定義している：

$$z = \frac{z_0}{BR}, \quad (2.51)$$

ここで、スケーリングパラメータ B は

$$B = \frac{3 + \delta}{3 - 2\delta}, \quad (2.52)$$

として表される。 R は球形時の複合核の半径であり、複合核の質量数 A を用いて、以下のように表される：

$$R = 1.2A^{\frac{1}{3}}, \quad (2.53)$$

上記の原子核の形状を表す 3 つのパラメータ以外にも、本研究ではもう 1 つ原子核の形状を表す変形パラメータを導入している。それは、ネックパラメータ ϵ と呼ばれるものである。その役割は、本節冒頭に述べた調和振動子を滑らかに接続するように調整する役割を担っている。現象論的には、核分裂片をつなぐ架橋の役割であり、その架橋を介して核子の移行（系の平衡）が進むとされる。

二中心殻模型において、ネックパラメータ ϵ は各々のフラグメントの接続断面の大きさ、すなわちネックの大きさを表しており、 ϵ は図 2.10 に示されている E' および E_0 を用いて

$$\epsilon = \frac{E_0}{E'}, \quad (2.54)$$

と定義される。ここで E' は二つの調和振動子の接続点において、接続点をそのままつないだ場合のポテンシャルの高さである。また E_0 は接続点を滑らかにつないだ場合のポテンシャルの高さである。滑らかに接続する場合は、二つの調和振動子が接続する点と z_1 あるいは z_2 を通過する 4 次関数を用いて接続している。このネックパラメータ ϵ は、現実的な原子核の形状を記述するため、融合過程と分裂過程でそれぞれ異なった値を用いるのが適切である。現実的な原子核の形状を記述するために、融合過程では $\epsilon = 1.00$ 、分裂過程においては $\epsilon = 0.35$ を用いる形がよく使われている [13, 14]。

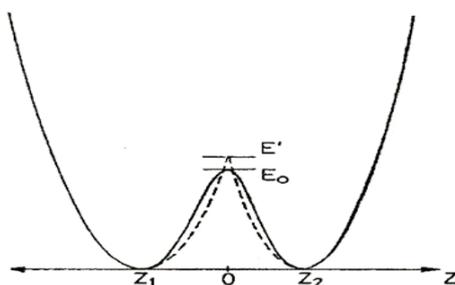


図 2.10 調和振動子を滑らかに接続するように調整するネックパラメータ ϵ の定義。

2.1.8 断熱ポテンシャルエネルギー

この項では、二体反応で用いられる核子-核子間ポテンシャルについて述べる。入射核と標的核が衝突した初期段階では、個々の原子核同士との熱のやり取りが行われぬ。言い換えると、反応の超初期では反応の進行が速すぎるため、独立した個々の原子核間での平衡化が追いつかない。この状態の相互作用を記述したものが断熱ポテンシャルエネルギーである。断熱ポテンシャルエネルギー V_{diab} は以下のように定義される。

$$V_{\text{diab}} = V_{12} + M(A_1, Z_1, \delta_1) + M(A_2, Z_2, \delta_2) - M(A_T, Z_T, \delta_T^{\text{g.s.}}) - M(A_P, Z_P, \delta_P^{\text{g.s.}}) \quad (2.55)$$

まず、 V_{12} は原子核同士の相互作用エネルギーを表している。 $M(A_{1,2}, Z_{1,2})$ は、反応後の各フラグメント質量に対応した結合エネルギーであり、 $M(A_T, Z_T, \delta_T^{\text{g.s.}}) + M(A_P, Z_P, \delta_P^{\text{g.s.}})$ は、入射核と標的核それぞれの基底状態での結合エネルギーの合計値であり、原子核間の距離が無限である場合の入口チャンネルにおけるポテンシャルエネルギーの基準値（ゼロ値）を決定するものである。有効核子-核子間相互作用の総和で構成される相互作用エネルギー V_{12} を計算するためには、二重畳み込み法 [15] を用いる。畳み込み法に従って、2つの原子核の相互作用エネルギーは

$$V_{12} = \int_{V_1} \rho_1(r_1) \int_{V_2} \rho_2(r_2) v_{NN}(r_{12}) d^3r_1 d^3r_2 \quad (2.56)$$

によって与えられる。ここで、 $v_{NN}(r_{12} = r + r_2 - r_1)$ は有効核子-核子間相互作用であり、 $\rho_i(r_i)$ は、それぞれの原子核 ($i = 1, 2$) における核密度分布である。原子核の密度は、通常 Fermi タイプ関数によって

$$\rho(r) = \rho_0 \left[1 + \exp\left(\frac{r - R(\Omega_r)}{a}\right) \right]^{-1} \quad (2.57)$$

と与えられる。ここで、 $R(\Omega_r)$ は原子核の中心から原子核の表面までの距離であり（※ Ω_r は r の球面座標である）。そして、 ρ_0 の値は

$$\int \rho_i d^3r = A_i \quad (2.58)$$

の標準条件から決定される。パラメータ a は原子核密度の広がりに関わっている。

有効核子-核子ポテンシャルは、クーロン部分と核力部分の構成: $v_{NN} = v_{NN}^{(N)} + v_{NN}^{(C)}$ で表される。核反応理論で最も頻繁に使われる核子-核子ポテンシャルの一つは、M3Y ポテンシャル [16, 17, 18] である。これは3つの湯川関数の和であり、直接部分と交換部分から構成されている。M3Y ポテンシャルのパラメータは原子核散乱における実験データをうまく合うようにように決められた。このポテンシャルを用いて、適切な原子核半径と原子核密度の広がりを決めると融合障壁の再現は可能である。

同時に、M3Y ポテンシャルを用いると、パウリの排他原理により斥力（クーロン反発力）が現れる原子核同士が重なる領域でかなり強い引力（核力）が働く。この問題を解決する方法は文献 [19] で提案されている。このアイデアは、オリジナルの M3Y ポテンシャルに、斥力を考慮するゼロ距離項を加えることだった。詳しくは文献 [19] を参照されたい。ここで、この拡張 M3Y ポテンシャルのデメリットを述べておく。拡張 M3Y ポテンシャルを用いた折りたたみ表現には、5つの自由パラメータがあるため、融合障壁のデータだけでは、この5つのパラメータの体系性を明らかにすることは非常に困難であり、不可能でさえあるといえる。

それゆえに、A. B. Migdal が提案した他の核子-核子間ポテンシャル [20, 21] を使うことが好ましいとされる。Migdal 核子-核子ポテンシャルはゼロ距離密度依存ポテンシャルであり、

$$V_{NN}^{(N)}(r_1, r_2) = C \left[F_{\text{ex}} + (F_{\text{in}} - F_{\text{ex}}) \frac{\rho_1(r_1) + \rho_2(r_2)}{\rho_{00}} \right] \delta(r_{12}) = v_{\text{eff}}(r_1, r_2) \delta(r_{12}), \quad (2.59)$$

$$F_{\text{ex(in)}} = f_{\text{ex(in)}} \pm f'_{\text{ex(in)}}, \quad (2.60)$$

$$(2.61)$$

ここで、“+” は陽子-陽子または中性子-中性子のような同一粒子の相互作用に対応し、“-” は陽子-中性子の相互作用に対応している。標準的な定数値 $C = 300 \text{ MeV fm}^3$ に対しては、以下の振幅の値： $f_{\text{in}} = 0.09$; $f_{\text{ex}} = -2.59$; $f'_{\text{in}} = 0.42$; $f'_{\text{ex}} = 0.54$ が推奨されている [20, 21]。 ρ_{00} は原子核の中心における平均核密度であり、入射核と標的核それぞれの核密度 ρ_{01} , ρ_{02} を用いて

$$\rho_{00} = (\rho_{01} + \rho_{02}) / 2 \quad (2.62)$$

で表される。式 2.59 のポテンシャルは、振幅の値によって決定づけられる。この式に導入されている振幅は以下の役割を持つ。

1. 振幅 F_{ex} (“ex” は外部の意味) は自由な核子 (すなわち、 $\rho_{01}(r_1) + \rho_{02}(r_2) \simeq 0$) である核密度分布の裾からの核子の相互作用を考慮している。
2. 振幅 F_{in} (“in” は内部の意味) は自由な核子と原子核内部 ($\rho_{01}(r_1) + \rho_{02}(r_2) \simeq \rho_{00}$) の核子との相互作用を考慮している。
3. $(2F_{\text{in}} - F_{\text{ex}})$ の値は、両方の核子が原子核内部 (二重核密度領域) に存在する場合を考慮したものである。

Migdalpot ポテンシャルは、以上の場合を考慮して決定づけられている。核物質の密度 $\rho_{i=1,2}$ は陽子と中性子の密度の総和 $\rho_i^{(p)} + \rho_i^{(n)}$ である。そして、最終的に得られる V_{12} は

$$V_{12} = \int_{V_1} \rho_1^{(p)}(r_1) d^3r_1 \int_{V_2} \rho_2^{(p)}(r_2) \frac{e^2}{r_{12}} d^3r_2 \quad (2.63)$$

$$+ \int_{V_1} \left\{ \left[\rho_1^{(p)}(r_1) \rho_2^{(p)}(r_1 - r) + \rho_1^{(n)}(r_1) \rho_2^{(n)}(r_1 - r) \right] v_{\text{eff}}^{(+)}(r_1, r_1 - r) \right. \\ \left. + \left[\rho_1^{(p)}(r_1) \rho_2^{(n)}(r_1 - r) + \rho_1^{(n)}(r_1) \rho_2^{(p)}(r_1 - r) \right] v_{\text{eff}}^{(-)}(r_1, r_1 - r) \right\} d^3r_1 \quad (2.64)$$

と表される。 $v_{\text{eff}}^{(+)}$ および $v_{\text{eff}}^{(-)}$ は式 2.60 の “+” と “-” にそれぞれ対応している。陽子と中性子の密度が原子核の中心で等しい ($\rho_{i0}^{(p)} = \rho_{i0}^{(n)} = \rho_{i0}$) と仮定して、式 2.57 によって、様々な原子核の半径を使うことで陽子および中性子の密度が得られる。したがって、この畳み込みモデルではたった 2 つの自由なパラメータ (原子核内の陽子の半径 $R^{(p)} = r_0^{(p)} A^{1/3}$ と密度の広がり a) の考慮だけですむ。中性子半径に対応する $r_0^{(n)}$ は中性子密度の正規化から導かれるが、 $r_0^{(p)}$ に対しては、すでに対応する実験データ [22, 23] をフィッティングする方法で以下の関係式が導かれている：

$$r_0^{(p)}(Z) = 0.94 + \frac{32}{Z^2 + 200} \quad (2.65)$$

文献 [13] の中の図 5 を見れば、炭素よりも重いすべての原子核を用いた際の式 2.65 と電荷数 Z の関係が確認できる。パラメータ a の値については、原子核の融合障壁の実験値 (または、Bass による経験的な値 [24]) を再現するために調整された値が使用される。球形核 (^{16}O , ^{40}Ca , ^{48}Ca , ^{60}Ni , ^{90}Zr , ^{124}Sn , ^{144}Sm , ^{208}Pb) の

異なる組み合わせの研究結果から、 a の適切な値を得る関係式は

$$a(Z) = 0.734 - \frac{150}{Z^2 + 500} \quad (2.66)$$

で与えられる。この関係式は衝突核の組み合わせ $A_{1,2} \geq 16$ の原子核-原子核畳み込みポテンシャルの計算に推奨されている。

断熱ポテンシャルエネルギーの最大の特徴は、2つの核が重なる（原子核間の距離が小さい）部分では核子密度が大きい高密度領域を示すことから、系は斥力の影響を受ける。この影響は壁のように立ち上がる断熱ポテンシャル V_{diab} の様子を反映されている（図 2.11 の破線参照）。次項では、図 2.11 でも示されている非断熱状態のポテンシャルエネルギーについて述べていく。

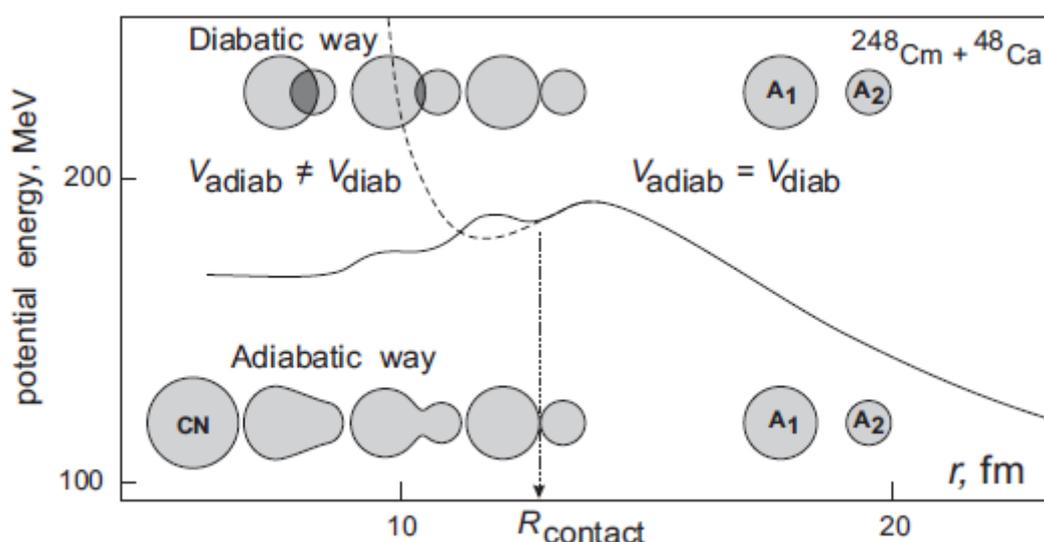


図 2.11 $^{48}\text{Ca} + ^{248}\text{Cm}$ 系の断熱状態（破線）および非断熱状態（実線）のポテンシャルエネルギーの概要図 [13]。

2.1.9 非断熱ポテンシャルエネルギー

ここでは、二中心殻模型によって計算される系のポテンシャルエネルギーを簡素化された形で記述する。詳細は 3 章以降のモデルの枠組みで参照されたい。まずは、液滴模型による巨視的なポテンシャルエネルギー $V_{\text{LDM}}(q)$ に温度依存を考慮した微視的效果が入った殻補正エネルギー $V_{\text{SHE}}(q, T)$ と原子核を剛体とみなした場合の角運動量 L に対する遠心力ポテンシャルを付与した複合ポテンシャル（これが非断熱ポテンシャルエネルギー V_{adiab} である）：

$$V_{\text{adiab}}(q, L, T) = V_{\text{LDM}}(q) + V_{\text{SHE}}(q, T) + \frac{\hbar^2 L(L+1)}{2I(q)}, \quad (2.67)$$

を定義する。ここで $I(q)$ は原子核を剛体とみなした場合の形状 q に対する剛体の慣性モーメントである。液滴模型を考慮したポテンシャルエネルギー $V_{\text{LDM}}(q)$ 、温度依存を考慮した殻補正エネルギー $V_{\text{SHE}}(q, T)$ は以

下の式で表される。

$$V_{\text{LDM}}(q) = E_s(q) + E_c(q), \quad (2.68)$$

$$V_{\text{SHE}}(q, T) = E_{\text{shell}}^0(q)\phi(T), \quad (2.69)$$

$$\phi(T) = \exp\left(-\frac{E^*}{E_d}\right). \quad (2.70)$$

ここで、 $E_s(q)$ は表面エネルギーで $E_c(q)$ はクーロンエネルギーである。また、 $E_{\text{shell}}^0(q)$ は原子核の温度 $T = 0$ における殻補正エネルギーを表しており、 $\phi(T)$ は Ignatyuk によって導入された殻補正エネルギーの温度依存因子である [25]。 E_d は殻補正エネルギーが消滅するエネルギー (shell damping energy) であり、一般に $E_d \cong 20$ [MeV] が用いられている。また、励起エネルギー E^* は原子核の温度 T と次式の関係がある。

$$E^* = aT^2, \quad (2.71)$$

ここで a は準位密度パラメータと呼ばれ、複合核の質量数 A を用いて近似的に

$$a = A/10, \quad (2.72)$$

で表される。式 2.69-式 2.72 により、原子核の温度が高い場合、関数 $\phi(T)$ の値はゼロに近づくため、殻補正エネルギーは消滅し、逆に温度が低い場合、関数 $\phi(T)$ の値は 1 に近づき、殻補正エネルギーは復活する。

2.1.10 Folding method (畳み込み法)

本研究では、畳み込み法を用いてポテンシャルが定義されるが、本項では最も基本的な構造だけを記しておく。具体的な計算手法は、その都度参考文献を参照されたい。畳み込みポテンシャル法では、核子間の相互作用ポテンシャル $U(r - r')$ を密度分布関数 $\rho(r')$ と畳み込むことで、有効的な相互作用を得る。まず、ある位置 r と r' に対して畳み込まれたポテンシャル $V(r)$ は

$$V(r) = \int \rho(r')U(r - r')dr' \quad (2.73)$$

と定義される。ここで、 $V(r)$ は有効相互作用ポテンシャル、 $\rho(r')$ は核子密度分布関数、 $U(r - r')$ は核子間の実際の相互作用ポテンシャルである。次に、核子密度分布関数の一般形は

$$\rho(r') = \sum_i \rho_i(r' - \mathbf{R}_i) \quad (2.74)$$

と書ける。ここで、 $\rho_i(r' - \mathbf{R}_i)$ はそれぞれの核子 i の密度分布関数であり、 \mathbf{R}_i は核子 i の位置ベクトルを表している。通常、密度分布はガウス型やウッド・サクソン型などの関数形を仮定している (本研究では調和振動子型を仮定している)。式 2.74 を式 2.73 に代入すると、有効相互作用ポテンシャルは

$$V(r) = \sum_i \int \rho_i(r' - \mathbf{R}_i)U(r - r')dr' \quad (2.75)$$

と表され、この積分を各核子の位置に対して行うことで、具体的な値が得られる。畳み込み法 (積分) とは、核子密度分布と相互作用ポテンシャルの積が全体のポテンシャルに寄与することを意味している。ここで、具体的な相互作用ポテンシャル $U(r - r')$ を例えば、クーロン相互作用とすれば $U(r - r')$ は

$$U(r - r') = \frac{1}{|r - r'|} \quad (2.76)$$

で表される。

入射原子核と標的原子核との相互作用 $V_{\text{doub}}(r)$ をモデル化するために使用される二重畳み込み法では、以下のように入射原子核と標的原子核間のポテンシャル $U_{12}(r')$ をそれぞれの密度分布 $\rho_1(r')$ と $\rho_2(r-r')$ で畳み込むことによって得られる：

$$V_{\text{doub}}(r) = \int \rho_1(r')\rho_2(r-r')U_{12}(r')dr' \quad (2.77)$$

二重畳み込み法は、相互作用が畳み込みポテンシャルとして表現できると仮定するため、核子間の効果的な相互作用を包括的かつ効率的にモデル化する手法の一つといえる。ここで、畳み込みポテンシャルを使用する主なメリットをいくつか挙げておく。

1. 物理的な透明性

畳み込みポテンシャルは、物理的な意味を持つ要素として理解がしやすく、畳み込みによって一つの系における異なる原子核間の相互作用を表現できるため、物理的な透明性向上につながる。

2. 物効率的な計算

畳み込みの数学的操作は、計算機上で効率的に行えるため、数値計算において都合が良い。畳み込み積分を計算することは、一般的には他の複雑な相互作用形式に比べて数値的に安定している。

3. 物理的な直感

畳み込みポテンシャルは、密度分布と相互作用ポテンシャルとの畳み込みとして表現されるため、物理的な直感を提供できる。入射粒子（原子核）や散乱過程における物理学的な理解を深めるのに役立つ。

4. 多体相互作用の組み込み

畳み込みポテンシャルは、多体相互作用を自然に組み込むことができる。複数の核子（原子核）が異なる密度分布を持っている場合でも、畳み込みポテンシャルはこれらの相互作用を効果的に取り込むことができる。

5. 実験的なデータへの適合

畳み込みポテンシャルは、実験的なデータや観測結果に適合させやすい特性を持ち、畳み込みの形式を取ることで物理的なパラメータを調整することによって実験との一致を向上させることが可能である。

2.2 集団運動を記述する運動方程式に関する理論

2.2.1 ブラウン運動

原子、分子、高分子、コロイド粒子などのランダムな熱運動は止めることのできない普遍的な運動様式であり、ソフトマターの分子運動論にとって本質的に重要である。気体や液体の分子は常に熱運動をしており、気体中や液体中にある微粒子もこれらの分子に衝突され続けている。その結果、微粒子は不規則に動かされることになる。この現象は1827年にイギリスの植物学者ロバート・ブラウンによって発見され、ブラウン運動と名付けられた。きっかけは、植物学者ならではの発見である。植物の花粉を水に浮かべて顕微鏡で観察していたところ、花粉から出た微粒子が不規則に動いていたことが事の始まりである。ここで、花粉の大きさは数10ミクロン（杉花粉の大きさは30-40ミクロン）なので、当時の光学顕微鏡でも十分観察可能であった。この現象を確認したブラウンは、外から何も力が働いていなくても微粒子がランダムに勝手に動き回っていた点に興味を持った。生き物である植物由来の花粉が自ら動くことは、なんら不思議ではない。生命の力はミクロ

な世界でも確認できるのだと、当初はそのような理解がなされた。しかし、岩石や金属といった無生物の微粒子を観察してみると同様の運動を示した。さらに水以外の液体でも微粒子のランダムな運動が起こることを確認したブラウンは、この運動が普遍的であると確信した。そして、この運動の普遍性を確立したブラウンの名をとって「ブラウン運動」と名付けられた。今日ブラウン運動は微粒子の運動のみならず、あらゆる物体の熱揺らぎの議論の基本となるものであり、空気中のけむりの運動や電気回路における熱雑音、株価変動にまで、分野を問わずランダムな過程が全体の動向を支配している全ての事象に関わっていることが今では良く知られている [26]。

2.2.2 アインシュタインの関係式

さて、ブラウン運動はブラウンによって発見されたが、理論的にこの現象を説明するまでには至らなかった。ここで、この現象を理論的に説明しようとした科学者がいる。その科学者はかの有名なアルバート・アインシュタインである。ブラウン運動の発見から約 80 年後の 1905 年にアルバート・アインシュタインは、「静止液体中に懸濁した微粒子の熱の分子運動論から要求される運動について」という論文 [27] を発表した。彼の理論の示すところは、分子論熱の分子運動論によれば液体中の浮遊物の運動は観測可能だということであった。この同じ年、アインシュタインはブラウン運動の理論の他に特殊相対性理論と光電効果の理論も合わせて発表した年であり、アインシュタインの奇跡の年といわれている。その理論によれば微粒子の変位に注目して、その 2 乗平均 $\langle x^2 \rangle$ は時間 t に比例することを導いたものであった。そこで、 $\langle x^2 \rangle = 2Dt$ と表すとすると、比例定数 D は熱運動のエネルギー RT と

$$D = \frac{RT}{N_A} \frac{1}{\gamma} = \frac{k_B T}{\gamma}, \quad (2.78)$$

の関係にあると導かれた。ここで、定数 D は拡散定数と呼ばれる。 N_A はアボガドロ数、 γ は摩擦係数、 k_B は気体定数 R と N_A の比 R/N_A がボルツマン定数であることを用いた。もし、半径 r の剛体球粒子が溶媒中を運動する場合は、並進運動の摩擦係数は

$$\gamma = 6\pi r \eta, \quad (2.79)$$

となることが流体力学の計算で知られている。 η は溶媒の粘性率を表している。そして、この法則はストークスの抵抗則として知られている。

その後、このブラウン運動に関する理論を 1908 年に実証したジャン・ペランという科学者がいるが、ここでは、紹介だけに踏みとどめておく。同年、1908 年にフランスの物理学者ポール・ランジュバンはブラウン運動の数学的記述を試み、ランジュバン方程式とよばれる確率微分方程式を定式化した [28]。その後 1914 と 1917 年にフォッカーとプランクはランジュバン方程式を確率過程の視点から数学的に整備し、粒子の位置や速度の分布関数に対する方程式（フォッカー・プランク方程式）を導出した [29, 30]。1940 年にはクラマースが、外力の作用しているブラウン粒子の位置と速度（運動量）の結合分布関数に対する方程式（クラマース方程式）を導き、ポテンシャルの谷からの遷移確率を計算した [31]。この結果は化学反応に関する遷移状態理論の分子論的な基礎付けとなっているだけでなく、原子核の反応を理解するためにも応用されてきた。

2.2.3 ブラウン運動の記述

第 2.2.1 項では、ブラウン運動について簡易的な説明に留まったが、ここではブラウン運動を数式を用いて説明することにする。まずは、液体中に浮遊する微粒子の質量 m が、液体分子の質量 m_0 と比べると十分に

大きいような場合を考える。微粒子はまわりの液体分子の衝突によって不規則な力を受け、無秩序なブラウン運動をする。この不規則なブラウン運動を記述する運動方程式は、時刻 t における粒子の速度ベクトルを $\mathbf{v}(t)$ とすると

$$m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\zeta \mathbf{v} + \mathbf{R}(t), \quad (2.80)$$

で表される。ここで右辺の第1項は、液体が微粒子におよぼす粘性抵抗力で、速度に比例して逆向きに作用する。比例係数 ζ は抵抗（摩擦）係数である。右辺の第2項は、熱運動により液体分子がたえず粒子に衝突することから生じるランダムな力で、決まった方向性がない。したがって、長時間平均をとると任意の時刻で

$$\langle \mathbf{R}(t) \rangle = \mathbf{0}, \quad (2.81)$$

が成立する。 $\mathbf{R}(t)$ は、時間の関数として一意的に決まった値をとる変数ではなく、ある値をとる確率が定まっているだけの変数である。

ここで、ランダムな力 $\mathbf{R}(t)$ の確率分布関数がどのようにして与えられるのかを考える。まずは、式 2.80 を1次元に射影した方程式

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{\zeta}{m}v + \frac{R(t)}{m}, \quad (2.82)$$

を $\gamma \equiv \zeta/m$ と $f(t) \equiv \frac{R(t)}{m}$ で置き換え

$$\frac{dv}{dt} = -\gamma v + f(t), \quad (2.83)$$

とした方程式を用意する。ランダム力 $f(t)$ は、衝突のたびに加わる微小な力の和で与えられる。例えば、時刻 t から $t + \Delta t$ までの微小時間 Δt の間には、粒子は溶媒中で非常に多くのランダムなパルスの微小力 $f_{\text{mic}}(t)$ を受けており、区間 Δt が溶媒分子の衝突時間 τ_c より十分に長ければ、ランダム力 $f(t)$ は多くのパルスの和

$$f(t) = \frac{1}{\Delta t} \sum_{\text{mic} \in \Delta t} f_{\text{mic}}(t), \quad (2.84)$$

となる。確率論の中心極限定理により、その確率分布はガウス分布となる。このようにガウス分布に従う確率過程をガウス過程といい、ガウス過程は平均値が

$$\langle f(t) \rangle = 0, \quad (2.85)$$

となる性質を持ち。また、ブラウン粒子の単位質量に作用するランダム力（揺らぎ力） f は、時間的に完全にランダムであるとする、 $f(t_1)f(t_2)$ の平均は $t_1 = t_2$ 以外ではゼロとなり、ディラックのデルタ関数を使って、ある時刻 t_1 から t_2 の時間相関関数は

$$\langle f(t_1)f(t_2) \rangle = S\delta(t_1 - t_2), \quad (2.86)$$

で表される特徴を持つ。相関の強さを表す定数 S はランダム力 $f(t)$ のパワースペクトルと呼ばれる。

次に、ブラウン粒子の速度相関関数を調べることにする。まずは、式 2.83 の開始時刻 t_0 から現在の時刻 t までの同次解を求めることで、式 2.83 の一般解を求める。式 2.83 の同次解は $f(t) = 0$ と置いた場合の解

$$v(t) = v(t_0)e^{-\gamma(t-t_0)} \quad (2.87)$$

で与えられる。これを使うと、一般解は、

$$v(t) = v(t_0)e^{-\gamma(t-t_0)} + \int_{t_0}^t e^{-\gamma(t-t')} f(t') dt', \quad (2.88)$$

と得られる。

ここで、十分に永い間放置された系に対しては、初期時刻 t_0 を $t_0 \rightarrow -\infty$ とできるので、

$$v(t) = \int_{t_0}^t e^{-\gamma(t-t')} f(t') dt' \quad (2.89)$$

と表すことができる。ここで、 $f(t)$ の平均 $\langle f(t) \rangle = 0$ より、速度 $v(t)$ の時間平均は

$$\langle v(t) \rangle = 0, \quad (2.90)$$

となることがわかる。ここで、時間相関は

$$\langle v(t_1)v(t_2) \rangle = \int_{-\infty}^{t_1} d\xi e^{-\gamma(t_1-\xi)} \int_{-\infty}^{t_2} d\eta e^{-\gamma(t_2-\eta)} \langle f(\xi)f(\eta) \rangle, \quad (2.91)$$

となるが、力の相関を $S\delta(\xi - \eta)$ に置換して積分変数を $t_1 - \xi \equiv \tau_1$, $t_2 - \eta \equiv \tau_2$ と置換することにより

$$\langle v(t_1)v(t_2) \rangle = S \int_0^\infty d\tau_1 e^{-\gamma\tau_1} \int_0^\infty d\tau_2 e^{-\gamma\tau_2} \delta(t_1 - \tau_1 - t_2 + \tau_2), \quad (2.92)$$

と変換できる。ここで、 $t_1 > t_2$ と仮定すると、

$$\langle v(t_1)v(t_2) \rangle = S e^{\gamma(t_1+t_2)} \int_{t_2-t_1}^\infty d\tau_1 e^{-2\gamma\tau_1} = \frac{S}{2\gamma} e^{-\gamma(t_1-t_2)}, \quad (2.93)$$

さらに、 $t_1 < t_2$ の時も同様に

$$\langle v(t_1)v(t_2) \rangle = \frac{S}{2\gamma} e^{-\gamma(t_2-t_1)}, \quad (2.94)$$

で表されるので、式 2.93 と式 2.94 を考慮すると、

$$\langle v(t_1)v(t_2) \rangle = \frac{S}{2\gamma} e^{-\gamma|t_2-t_1|}, \quad (2.95)$$

となり、これがブラウン粒子の速度相関関数である。

2.2.4 揺動散逸定理への拡張

速度相関関数の式 2.95 において $t_1 = t_2$ とおくと、同時刻の相関は

$$\langle v^2 \rangle = S/2\gamma, \quad (2.96)$$

で与えられることになる。ここで、式 2.96 を使ったエネルギーの等分配則

$$\frac{1}{2} m \langle v^2 \rangle = \frac{1}{2} m \frac{S}{2\gamma} = \frac{1}{2} k_B T, \quad (2.97)$$

からパワースペクトル S は

$$S = \frac{2\gamma k_B T}{m}, \quad (2.98)$$

でなければならないことが分かる。この式はランダム力の相関の強さが、摩擦抵抗によるエネルギー散逸に関係した摩擦係数 γ と結びついていることを示唆している。また、式 2.98 を

$$\frac{S}{k_B T} = \frac{2\gamma}{m}, \quad (2.99)$$

のように式変形してみると、注目すべきことがわかる。この式の右辺には、力学的運動を特徴づける物理量のみで表されているのに対して、左辺には、ランダム力 (揺らぎの力) の大きさを表す S と、熱の運動の大きさを表す $k_B T$ で表されており、 S と $k_B T$ はいずれも粒子の運動にランダム性 (揺らぎ) を与え、ブラウン運動という形で顕在化させる要因であると言える。つまり、式 2.99 は系の「揺らぎを特徴づける量」と「力学的性質を特徴づける量」とを結びつけている関係式となっている。そして、この式はアインシュタインの関係式を別の表現で書いたものとなっている。

さらに γ について言及するとすれば、相関関数を用いることで

$$\gamma = \frac{m}{2k_B T} \int_{-\infty}^{\infty} \langle f(t_0) f(t_0 + t) \rangle dt, \quad (2.100)$$

と書きなおせる。

式 2.100 のようにエネルギーの散逸と熱による揺動力 (ゆらぎ) の相関を結びつけた式は今日の揺動散逸定理と呼ばれるものであり、久保亮五によって確立された [32]。

次節に移る前に、本節の理論が次節のどこに用いられているかの参照をここでしておく。まず、関係式 2.99 は式 2.103 に用いられている。他には、式 2.85 および式 2.98 と式 2.86 は式 2.104 に用いられている。

2.2.5 多次元ランジュバン方程式への拡張

次式 2.102 で表されるランジュバン方程式はニュートン方程式の一種であり、常微分方程式によって軌道一つ一つの (原子核の変形を一般化座標として) 時間発展を追うために式 2.80 を拡張したものである。この方程式は、摩擦項 (散逸項) とランダム力項 (揺動項) があることが特徴である。

$$\frac{dq_i}{dt} = (m^{-1})_{ij} p_j, \quad (2.101)$$

$$\frac{dp_i}{dt} = -\frac{\partial V}{\partial q_i} - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial q_i} (m^{-1})_{jk} p_j p_k - \gamma_{ij} (m^{-1})_{jk} p_k + g_{ij} R_j(t). \quad (2.102)$$

ここで q_i は原子核の形状を表す変数であり、 $\{z, \delta, \alpha\}$ を示している。 p_i は q_i の共役運動量である。また V はポテンシャルを示している。 m_{ij} と γ_{ij} はそれぞれ原子核の形状に依存する慣性質量および摩擦係数である。慣性質量の計算には Werner-Wheeler 近似による流体力学的模型 [33, 34]、摩擦係数には wall-and-window 形式による一体散逸 [35]、または流体力学的な模型から得られる二体散逸 (広く一般的に扱われている粘性係数を扱った散逸) [33] を用いて計算される。ランダム力の大きさを示す g_{ij} は

$$\gamma_{ij} T = \sum_k g_{ik} g_{jk}, \quad (2.103)$$

で表されており、これはアインシュタインの関係式とも呼ばれている。ここで T は一体の原子核の内部エネルギー (あるいは励起エネルギー E^*) から計算される複合核の温度であり、式 2.71 の関係を満たしている。また、 $R(t)$ はガウス分布に従う規格化されたランダム変数を示しており、

$$\begin{aligned} \langle R(t) \rangle &= 0, \\ \langle R(t) R(t') \rangle &= 2\delta(t - t'), \end{aligned} \quad (2.104)$$

の関係を満たしている。

上記のランジュバン方程式は一体の反応（核分裂反応や入射核と標的核が接触してからの融合反応）を記述するには特段問題はない。しかし、無限遠から入射核が標的核に接近する場合は、二体反応からの相互作用を記述しなければならない。そこで、式 2.102 は V. I. Zagrevaev と W. Greiner によって二体反応から一体反応までを統一して記述可能な方程式に拡張された。その統一ランジュバン方程式の詳細は、第 3 章以降のモデルの枠組みを参照されたい。

2.2.6 Werner-Wheeler approximation

本研究で計算される原子核の慣性質量は、流体力学的な模型から得られる二体散逸を仮定した Werner-Wheeler approximation [33] によって得られる。本項では、その Werner-Wheeler approximation によってどのように慣性質量が得られるかを数式を用いて辿っていくことにする。まず Werner-Wheeler 法によるアプローチは非圧縮性流体を対象に考えられている。したがって、原子核を液滴模型の概念と同様、非圧縮性流体として扱っている。さて、連続の方程式により、非圧縮性流体の速度場 \vec{v} が以下を満たすことから始めていく。

$$\nabla \cdot \vec{v} = 0 \quad (2.105)$$

系の全運動エネルギーは次式で与えられる：

$$T = \frac{1}{2} \rho_m \int v^2 d^3r \quad (2.106)$$

ここで、質量密度 ρ_m は一定であり、以下の形状の体積にわたって行われる積分によって与えられる：

$$\rho_m = M_0 / \left(\frac{4}{3} \pi R_0^3 \right) \quad (2.107)$$

ここで、流体要素の位置ベクトル \vec{r} が時間を明示的に含まない形で T を表現するには、

$$\vec{r} = \vec{r}(q) = \sum_i \frac{\partial \vec{r}}{\partial q_i} \dot{q}_i \quad (2.108)$$

の関係を式 2.106 に代入して体積積分を行うと、 T が

$$T = \frac{1}{2} \sum_{i,j} M_{ij}(q) \dot{q}_i \dot{q}_j \quad (2.109)$$

で表すことができる。ここで、 $q \equiv q_1, q_2, \dots, q_N$ であり、 N は原子核の形状に対応する一般化された座標である。 \dot{q} は時間微分であり、系の全運動エネルギー T の形状依存性は慣性テンソル $M_{ij}(q)$ に含まれている。

次に反応軸に対して対称な形状に特化し、速度 \vec{v} を考えてみる。その場合は円筒座標において

$$\vec{v} = \dot{\rho} \hat{e}_\rho + \dot{z} \hat{e}_z \quad (2.110)$$

と与えられる。ここで、 \hat{e}_ρ および \hat{e}_z は ρ 軸と z 軸方向の単位ベクトルをそれぞれ示している（ ρ 軸と z 軸は原子核を上から見た時の縦軸と横軸に相当）。Werner-Wheeler 法は、 z が ρ に依存せず、 ρ が $\dot{\rho}$ に線形に依存すると仮定することと等価であることから、

$$\dot{z} = \mathcal{G}(z; q, \dot{q}) = \sum_i iA_i(z; q) \dot{q}_i, \quad (2.111)$$

$$\dot{\rho} = \rho \mathcal{B}(z; q, \dot{q}) = \frac{\rho}{P} \sum_i iB_i(z; q) \dot{q}_i, \quad (2.112)$$

と表される。ここで、 $P = P(z; q)$ は z の位置における形状表面上の ρ の値である。膨張係数 B は膨張係数 A に関連しており、内部関係式 2.105 を用いて、次のように求められる：

$$B = -\frac{1}{2} \frac{\partial \mathcal{G}}{\partial z}, \quad (2.113)$$

$$B_i = -\frac{1}{2} P \frac{\partial A_i}{\partial z}, \quad (2.114)$$

そして、式 2.110-式 2.112、式 2.114 を式 2.106 に代入し、式 2.109 と比較すると、慣性テンソルの要素 M_{ij} が

$$M_{ij} = \pi \rho_m \int_{z_{\min}}^{z_{\max}} P^2 \left(A_i A_j + \frac{1}{8} P^2 A_i' A_j' \right) dz \quad (2.115)$$

ここで、 A' については z に対しての微分を表していることに注意されたい。

M_{ij} を計算するためには膨張係数 A が必要となる。膨張係数 A は、非圧縮性流体では、流体体積の（対流）時間微分の総和が消滅しなければならないという条件から決定される。したがって、まずは流体の体積を以下のように定義する：

$$V^+(z; q) = \pi \int_z^{z_{\max}} P^2(z'; q) dz', \quad (2.116)$$

$$V^-(z; q) = \pi \int_{z_{\min}}^z P^2(z'; q) dz', \quad (2.117)$$

式 2.116 および式 2.117 はそれぞれ、点 z における対称軸に垂直な平面の右側と左側の流体の体積である。そして、次のようになれば膨張係数 A が決定できる：

$$\frac{d}{dt} V^+(z; q) = \frac{\partial V^+}{\partial z} \dot{z} + \sum_i \frac{\partial V^+}{\partial q_i} \dot{q}_i \quad (2.118)$$

$$= \pi \left\{ -P^2(z; q) \dot{z} + \sum_i \left[\frac{\partial}{\partial q_i} \int_z^{z_{\max}} P^2(z'; q) dz' \right] \dot{q}_i \right\} \quad (2.119)$$

$$= 0 \quad (2.120)$$

この条件を満たすためには、 \dot{z} が

$$\dot{z} = \frac{1}{P^2(z; q)} \sum_i \left[\frac{\partial}{\partial q_i} \int_z^{z_{\max}} P^2(z'; q) dz' \right] \dot{q}_i \quad (2.121)$$

となればよい。この関係式と式 2.111 を比較すると、左側の流体に対して A_i が

$$A_i(z; q) = \frac{1}{P^2(z; q)} \frac{\partial}{\partial q_i} \int_z^{z_{\max}} P^2(z'; q) dz' \quad (2.122)$$

と与えられ、左側の流体の A_i も同様の方法で

$$A_i(z; q) = \frac{1}{P^2(z; q)} \frac{\partial}{\partial q_i} \int_{z_{\min}}^z P^2(z'; q) dz' \quad (2.123)$$

と与えられる。したがって、式 2.122 と式 2.123 を式 2.115 に代入すれば、慣性テンソル（質量） M_{ij} を計算できる。以上の手順を Werner-Wheeler approximation と呼び、原子核の慣性質量の計算に役立っている。

2.2.7 wall-and-window (one-body) dissipation

wall-and-window モデルの基本的な概念について、まずは述べる。原子核が核分裂の過程で経験する特定のポテンシャルエネルギーの曲面または障壁が関係している。「wall(壁)」は、原子核が核分裂を起こすために乗り越えなければならない（相互作用するための）ポテンシャルバリアを表し、「window(窓)」は、原子核がそのバリアを通過できる領域を表している。原子核のポテンシャルエネルギー $V(r)$ を、壁と窓の領域で異なる形状を持つ二つの領域に分けて表現してみると、

$$V(r) = \begin{cases} V_{\text{wall}} & \text{for } r < R_{\text{wall}} \\ V_{\text{window}} & \text{for } R_{\text{wall}} \leq r \leq R_{\text{window}} \\ 0 & \text{for } r > R_{\text{window}} \end{cases}$$

ここで、 R_{wall} は壁と窓の境界、 R_{window} は窓の外側の境界に対応している。ここで、原子核反応および核分裂反応過程で起こるエネルギー損失に対して、一体散逸を取り入れた wall-and-window モデルで理解する場合、上式が以下のように書き直される：

$$V(r) = \begin{cases} V_{\text{wall}} & \text{for } r < R_{\text{wall}} \\ V_{\text{dissipation}} & \text{for } R_{\text{wall}} \leq r \leq R_{\text{dissipation}} \\ V_{\text{window}} & \text{for } R_{\text{dissipation}} \leq r \leq R_{\text{window}} \\ 0 & \text{for } r > R_{\text{window}} \end{cases}$$

ここで、 $V_{\text{dissipation}}$ は散逸領域のポテンシャルエネルギー、 $R_{\text{dissipation}}$ は散逸領域の外側の境界である。

wall-and-window モデルの基本的な概念がわかったところで、具体的に一体散逸をどのようにして扱うかを述べていこう。一体力学問題に対する巨視的な近似の1つは、wall formula を使用して散逸を記述することである [36]。まずは、wall formula について述べていく。平均場の境界に当たる粒子の速度が原子核の平均ドリフト速度の周りに等方的に分布していると仮定すると、ドリフト速度に対する平均場壁の動きは、次の速度で平均場内部の粒子にエネルギーを失わせる：

$$\frac{dE}{dt} = \rho \bar{v} \oint \dot{n}^2 dS \quad (2.124)$$

ここで、 ρ は原子核の質量密度、 \bar{v} はドリフト速度に対する平均核子速度である。 \dot{n} はシステムのドリフト速度に対する壁の相対法線速度であり、積分はシステムの境界または壁全体にわたるに適用されている。この wall formula は、原子核に適切な ρ と \bar{v} の値を備えており、慣性効果が重要ではないほど高い散逸率を意味する。

式 2.124 を原子核に適用する際の重要な問題は、原子核のドリフト速度に対する粒子の運動の等方性を仮定することである。等方性を仮定する際に考慮すべき少なくとも2つの異なる問題がある。まず、この仮定は、分裂直後の核分裂中の原子核では明らかに満たされない。この仮定では、wall formula を分裂直後に適用すると、フラグメントの分離が強く減衰され、フラグメントの運動エネルギーがゼロになることが予測される。これでは非現実的であり、分離されたフラグメントの場合は wall formula を各フラグメントに対して個別に適用する必要がある。しかし、核が大きく変形し、壁に衝突する粒子が原子核の重心に対して等方的に移動していない場合、切断前にどのように粒子が移動するかは決定しづらい。

2番目の問題は、可逆性の問題に関連している。wall formula によって散逸されるエネルギーは、実際にはゼロ音エネルギー（フェルミ面の歪み）になることから、ある時点で壁のある部分に衝突する速度分布は、そ

れ以前の他の場所での壁に衝突する運動により等方的でなくなる。壁に衝突する粒子の速度分布の形状の変化は、非常に異なる散逸率をもたらす、場合によっては、ゼロ音からのエネルギーを集団運動または壁に衝突する運動に戻すことになる。原子核形状がかなり対称的な状況では、正味のエネルギー損失率は、式 2.124 で予測されるものより大幅に減少する可能性がある。これらの問題があるため、原子核の散逸問題に対して wall formula を適用することは、非現実的である。そこで、Arnold J. Sierk と J. Rayford Nix らはかなり変形した形状で核分裂する際の wall formula に修正をいれた。それこそが、wall-and-window formula である。

wall-and-window formula は、核分裂片として認識される初期のフラグメントや衝突する原子核など、小さな窓によって接続された 2 つのほぼ別個のシステムが存在する場合に適用できる。2 つのシステムが相対運動している場合、小さな窓を通過する粒子は、システム間で伝達される運動量により運動を減衰させる。2 つのシステムの相対速度を \vec{u} として定義し、それらの間の窓の面積を $\Delta\sigma$ として定義すると、散逸率は

$$\frac{dE}{dt} = \frac{1}{4}\rho\bar{v}\Delta\sigma(2u_{\parallel}^2 + u_{\perp}^2) \quad (2.125)$$

と表される。ここで、 u_{\parallel} は窓の法線に沿った \vec{u} の成分であり、 u_{\perp} は窓の面に沿った \vec{u} の成分である。

壁全体の速度分布を時間の関数として計算することはできないため、まずはネックが臨界のサイズより小さくなるまでは wall formula による散逸（以降、壁散逸とよぶ）を仮定し、臨界のサイズからは両端の相対運動に対する window formula による散逸（以降、窓散逸とよぶ）に切り替え、それぞれの質量中心に対するフラグメントの壁の相対運動については壁散逸を適用する。

まずは、円筒座標で表された軸対称形状を曲面関数

$$\rho_s = \rho_s(q, z) \quad (2.126)$$

で考える。ここで、 $q = \{q_i\}$ は原子核の形状を表す集団座標値を示している。wall formula に適用される量 \dot{n} は

$$\dot{n} \equiv \vec{v}_s \cdot \hat{n} = \frac{\partial \rho_s}{\partial t} \left[1 + \left(\frac{\partial \rho_s}{\partial z} \right)^2 \right]^{-1/2} \quad (2.127)$$

$$= \sum_i \dot{q}_i \rho_s \frac{\partial \rho_s}{\partial t} \left[\rho_s^2 + \left(\rho_s \frac{\partial \rho_s}{\partial z} \right)^2 \right]^{-1/2} \quad (2.128)$$

となる。ここで、 \hat{n} は表面に垂直な外側の量、 \vec{v}_s は表面上の速度である。

散逸テンソル（摩擦係数） η_{ij} は

$$\frac{dE}{dt} \sum_{i,j} \eta_{i,j} \dot{q}_i \dot{q}_j \quad (2.129)$$

で定義される。したがって、wall formula の場合、次のように与えられる：

$$\eta_{ii} = \frac{\pi\rho\bar{v}}{2} \int_{z_{\min}}^{z_{\max}} dz \frac{\partial \rho_s^2}{\partial q_i} \frac{\partial \rho_s^2}{\partial q_j} \left[\rho_s^2 + \frac{1}{4} \left(\frac{\partial \rho_s^2}{\partial z} \right)^2 \right]^{-1/2} \quad (2.130)$$

反射対称形状に適用される wall-and-window dissipation（壁と窓の散逸）については、式 2.124 の \dot{n} を $\hat{n} \cdot (\vec{v} - \frac{1}{2}\dot{R}\hat{e}_z)$ で置き換える必要がある。ここで、 \hat{n} は対称軸に沿った単位ベクトルであり、 \dot{R} は 2 つの分裂

片の重心相対速度である。さらにここで、 dE/dt に式 2.125 から計算できる $\eta_{window} \hat{R}$ の項を加えることで、

$$\begin{aligned} \eta_{ij} = \frac{1}{2} \rho \bar{v} \left\{ \frac{\partial R}{\partial q_i} \frac{\partial R}{\partial q_j} \Delta \sigma + \pi \int_{z_{\min}}^{z_{\max}} dz \left(\frac{\partial \rho_s^2}{\partial q_i} - \frac{1}{2} \frac{\partial \rho_s^2}{\partial z} \frac{\partial R}{\partial q_i} \right) \right. \\ \times \left(\frac{\partial \rho_s^2}{\partial q_j} - \frac{1}{2} \frac{\partial \rho_s^2}{\partial z} \frac{\partial R}{\partial q_j} \right) \\ \left. \times \left[\rho_s^2 + \left(\frac{1}{4} \frac{\partial \rho_s^2}{\partial z} \right)^2 \right]^{-1/2} \right\} \end{aligned} \quad (2.131)$$

と表される。この式から wall-and-window model による一体散逸を仮定したテンソル（摩擦係数）が計算される。wall formula と window formula 個々のさらに詳しい解説は文献 [35, 36] を参照されたい。

2.3 古典力学による Rutherford 散乱に関する理論

ここでは、 α 粒子が Coulomb ポテンシャルによって、どのように散乱されるかを例にとり、Rutherford 散乱について古典力学的に記述する。

2.3.1 衝突係数

標的の原子は全体として電氣的に中性であるから、電荷をもった α 粒子が遠くから標的原子に近づいていくときには電氣的な力を受けない。しかし、 α 粒子が原子を構成する電子群を突き抜けていくに従い、原子核からの Coulomb 斥力

$$f(r) = \frac{a}{r^2}, a = 2Ze^2, \quad (2.132)$$

を感じるようになる。ここで、 r は標的核と α 粒子の距離、 $a = 2Ze^2$ は標的核と α 粒子の電荷の積である。標的核に座標原点をとり、極座標を用いると、 α 粒子の運動方程式は動径方向と角度方向に分けて次のように書ける：

$$m \left[\frac{d^2 r}{dt^2} - r \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2 \right] = f(r) \frac{1}{r} \frac{d}{dt} \left(mr^2 \frac{d\varphi}{dt} \right) = 0, \quad (2.133)$$

ここで、 m は α 粒子の質量である。Coulomb 力は中心力であるので式 2.133 の第 2 式

$$mr^2 \frac{d\varphi}{dt} = L, \quad (2.134)$$

から角運動量 L は保存する。そして、式 2.134 を動径方向の運動方程式である式 2.133 の第 1 式に代入すると、 r だけにに関する微分方程式

$$m \frac{dr^2}{dt^2} - \frac{L^2}{mr^3} = f(r) = \frac{a}{r^2}, \quad (2.135)$$

が得られる。ここで、 r が十分大きい遠方では Coulomb 力 $f(r)$ は無視できて、 α 粒子は力を受けずに等速直線運動している。この時の速度を v とすると、 α 粒子のエネルギーは

$$E = \frac{1}{2} mv^2, \quad (2.136)$$

である。Coulomb 力は中心力であり、従って、保存力であるのでエネルギー E は保存する。 α 粒子の運動量を $p = mv$ とすると、角運動量の大きさは

$$L = pb = mvb, \quad (2.137)$$

と表される。ここで、 b は Coulomb 力がないときに、等速直線運動する α 粒子が標的核に最も近づく距離であり、衝突径数と呼ばれる。(図 2.12 参照)。衝突係数 b は式 2.136 で表される α 粒子が持つエネルギーと角運動量の式 2.137 から v を消去して以下のように得られる：

$$b = \frac{L}{\sqrt{2mE}}. \quad (2.138)$$

つまり、衝突係数 b の値は α 粒子が持つエネルギー E と角運動量 L により決まる。

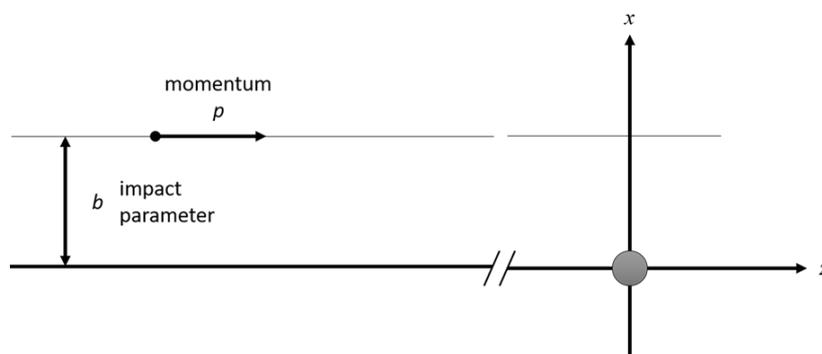


図 2.12 衝突係数

2.3.2 最近接距離

ここでは、 α 粒子が標的原子核に最も近づく距離を求めることにする。まずは、動径方向の運動方程式 2.135 に、 dr/dt をかけて時間 t について積分すると、力学的エネルギー E の保存を表す

$$\frac{1}{2}m \left(\frac{dr}{dt} \right)^2 + W(r) = E \quad (2.139)$$

が得られる。ここで、有効ポテンシャル $W(r)$ は

$$W(r) = V(r) + \frac{L^2}{2mr^2}, \quad V(r) = \frac{a}{r^2}, \quad (2.140)$$

$V(r)$ は真の力のポテンシャル (Coulomb ポテンシャル) で、第 2 項は遠心力ポテンシャルである。式 2.139 の第 1 項は正であり、有効ポテンシャル $W(r)$ も正であるので、エネルギー E も正である。運動が許される範囲は、 $(dr/dt)^2 \geq 0$ より

$$E - W(r) \geq 0, \quad (2.141)$$

で決まる。 R には最小値 r_{min} があるが、上限はない。 r_{min} は座標原点 (原子核) への最接近距離であり、次の式で決定される：

$$W(r_{min}) = E. \quad (2.142)$$

Coulomb ポテンシャルの具体的な形を代入すると、 r_{min} は

$$r^2 - \frac{a}{E}r - \frac{L^2}{2mE}r^2 - 2b_0r - b^2 = 0, \quad (2.143)$$

の解である。ここで、 b_0 という長さの次元を持つ量を

$$b_0 = \frac{a}{2E}, \quad (2.144)$$

と定義すると、 $r_{min} > 0$ より、式 2.142 の解

$$r_{min} = \frac{a}{2E} + \sqrt{\left(\frac{a}{2E}\right)^2 + \frac{L^2}{2mE}} = b_0 + \sqrt{b_0^2 + b^2}, \quad (2.145)$$

が得られる。

2.3.3 散乱粒子の軌道

次にアルファ粒子の軌道 $r(\varphi)$ を求める。まず、 r に対して変数変換

$$r = \frac{1}{u}r = \frac{1}{u}, \quad (2.146)$$

をし、式 2.135 の第 1 項の微分を計算すると

$$\frac{dr}{dt} = \frac{dr}{d\varphi} \frac{d\varphi}{dt} = -r^2 \frac{du}{d\varphi} \frac{L}{mr^2} = -\frac{L}{m} \frac{du}{d\varphi}, \quad (2.147)$$

となり、時間について再度微分すると

$$\frac{d^2r}{dt^2} \frac{d}{dt} \left(-\frac{L}{m} \frac{du}{d\varphi} \right) = -\frac{L}{m} \left[\frac{d}{d\varphi} \left(\frac{du}{d\varphi} \right) \right] \frac{d\varphi}{dt} = -\frac{L^2}{m^2} \frac{d^2u}{d\varphi^2} u^2, \quad (2.148)$$

この式を、変数変換した運動方程式に代入すると、

$$\frac{d^2u}{d\varphi^2} + u = -\frac{am}{L^2}, \quad (2.149)$$

が得られる。

上の非斉次の微分方程式の一般解は、右辺を 0 とした斉次方程式の一般解と、もとの方程式の特解の和である。前者は単振動解であり、後者の 1 つは $u = -am/L^2$ である。従って、式 2.149 の解は、 A と φ_0 は積分定数として

$$u = A \cos(\varphi - \varphi_0) - \frac{am}{L^2}, \quad (2.150)$$

である。偏角 $\varphi \rightarrow +0$ で $r \rightarrow \infty$, $\varphi = \varphi_0$ で r が最小値をとるとすると、求める解、すなわち、 α 粒子の軌道は

$$r(\varphi) = \frac{L^2}{am} \frac{1}{\varepsilon \cos(\varphi - \varphi_0) - 1} \quad \varepsilon = \frac{1}{\cos \varphi_0} > 1, \quad (2.151)$$

で与えられる。この軌道は偏角 $\varphi = \varphi_0$ の半直線に対して対称である。なお、ここでは図 2.13 に示すように、入射方向を偏角 $\varphi = 0$ とし、 φ は紙面上で時計回りに増加するとした。座標原点 (標的核) に最接近するのは

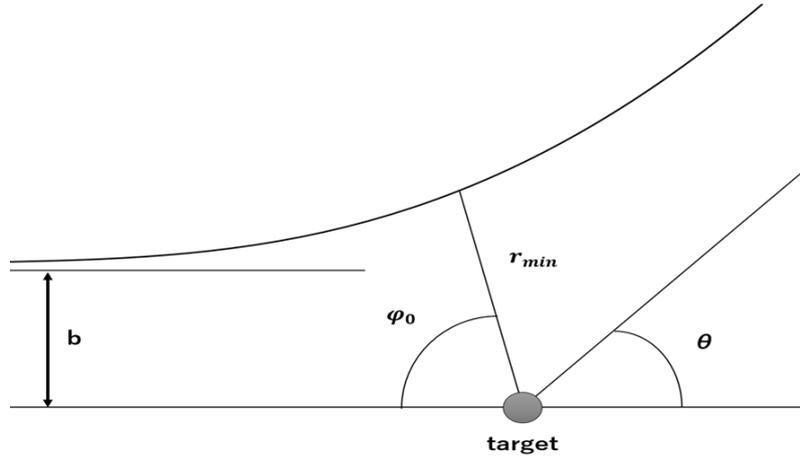


図 2.13 Rutherford 散乱 (θ は散乱角)

$\varphi = \varphi_0$ の時であり、このときの距離は

$$r_{min} = \frac{L^2}{am(\varepsilon - 1)}, \quad (2.152)$$

である。また、衝突径数 b は定義から

$$b = \lim_{\varphi \rightarrow 0} r(\varphi) \sin \varphi = \frac{L^2}{am\varepsilon} \frac{1}{\sin \varphi_0} = \frac{L^2}{am \tan \varphi_0}, \quad (2.153)$$

と表される。 $L^2 = 2mEb^2$ であることを考慮すると、これは、散乱角の項で示す衝突径数 b の式 2.166 と一致する。

2.3.4 クーロン散乱角

アルファ粒子のエネルギーと衝突径数が与えられると、散乱角は一意的に決まる。以下に導出を示す。エネルギーと衝突径数から散乱角を決める関係式を求めるには

$$\frac{d\varphi}{dr} = \frac{d\varphi}{dt} \frac{dt}{dr}, \quad (2.154)$$

を r について積分すればよく、右辺の第 1 因子は式 2.134 を用いて、第 2 因子はエネルギー保存の式 2.139 を用いて書き直す。その結果、

$$\frac{d\varphi}{dr} = \pm \frac{L}{mr^2} \frac{1}{\sqrt{\frac{2}{m}(E - W(r))}} = \pm \frac{L}{\sqrt{2m} r^2 \sqrt{E - W(r)}}, \quad (2.155)$$

が得られる。ここで、 \pm の符号は dr/dt の符号に由来し、 $-$ 符号は α 粒子が標的核に近づいてくるとき、 $+$ の符号は遠ざかるときに対応する。入射してくる α 粒子が十分遠方にあるときの偏角は $\varphi = 0$ であり、Coulomb ポテンシャルに散乱された後、十分遠方に遠ざかったときの偏角は $\varphi = 2\varphi_0$ であるから (図 2.13 参

照)、 $2\varphi_0$ は上の式を r について $+\infty \rightarrow r_{min} \rightarrow +\infty$ と、 dr/dt の符号に注意して積分すると、

$$2\varphi_0 = \int_{\infty}^{r_{min}} -\frac{L}{\sqrt{2m} r^2 \sqrt{E-W(r)}} dr + \int_{r_{min}}^{\infty} \frac{L}{\sqrt{2m} r^2 \sqrt{E-W(r)}} dr, \quad (2.156)$$

$$= \frac{2L}{\sqrt{2m}} \int_{r_{min}}^{\infty} \frac{dr}{r^2 \sqrt{E-W(r)}}. \quad (2.157)$$

ここで、衝突径数 b を用いて変数変換する。

$$r = \frac{b}{u} \rightarrow dr = -\frac{b}{u^2} du. \quad (2.158)$$

このとき、上の積分の被積分関数の中で

$$E - W\left(\frac{b}{u}\right) = E - \frac{L^2 u^2}{2mb^2} - \frac{au}{b} = E\left(1 - u^2 - \frac{a}{bE}u\right), \quad (2.159)$$

$$= E\left(1 - u^2 - \frac{2b_0}{b}u\right), \quad (2.160)$$

となる。従って積分は

$$2\varphi_0 = \frac{2L}{\sqrt{2mE}} \left(-\frac{1}{b}\right) \int_{\frac{b}{r_{min}}}^{\infty} \frac{du}{\sqrt{1 - \left(\frac{2b_0}{b}\right)u - u^2}}, \quad (2.161)$$

$$= 2 \int_0^{\frac{b}{r_{min}}} \frac{du}{\sqrt{1 - \left(\frac{2b_0}{b}\right)u - u^2}}, \quad (2.162)$$

と書き直せる。この式 2.162 の積分を実行すると

$$2\varphi_0 = 2 \left[\frac{u + \frac{b_0}{b}}{\sqrt{1 - \left(\frac{2b_0}{b}\right)u - u^2}} \right]_0^{\frac{b}{r_{min}}} = \pi - 2 \tan^{-1} \frac{b_0}{b}, \quad (2.163)$$

を得る。ここで、 r_{min} の式 2.145 を用いた。図 2.13 に示すように、偏角 $\varphi = 0$ から標的核に近づいてくる α 粒子の (十分遠方での) 速度の向きは $\varphi = \pi$ である。この α 粒子が偏角 $\varphi = 2\varphi_0$ の向きに散乱されたとき、散乱角 θ は

$$\theta = \pi - 2\varphi_0, \quad (2.164)$$

である。従って、散乱角は

$$\theta = 2 \tan^{-1} \frac{a}{2Eb}, \quad (2.165)$$

で与えられる。このように散乱角 θ はエネルギー E と衝突径数 b によって決定される。クーロン散乱角の式は

$$b = \frac{a}{2E} \frac{1}{\tan\left(\frac{\theta}{2}\right)}, \quad (2.166)$$

と書き直せる。エネルギー E と既知の α 粒子の散乱角 θ を測定すると、衝突径数 b が得られる。また、最近距離 r_{min} 散乱角 θ の関数として表すことができ

$$r_{min}(\theta) = \frac{a}{2E} \left(1 + \frac{1}{\sin\frac{\theta}{2}}\right), \quad (2.167)$$

の関係式が成り立つ。

第3章

超重元素合成における2つの準核分裂モード

3.1 序言

重い原子核を用いた重イオン衝突反応では、融合核分裂(Fusion-Fission; FF)および準核分裂(QuasiFission; QF)過程が存在するとして、ここ数十年でかなりの注目を集めてきた [37, 38, 39, 40, 41, 42]。この反応では、入射核を標的核に衝突させる際の角運動量に応じて、複合核(Compound Nucleus; CN)を形成する完全融合(CN)、CNを形成する前に核分裂を起こすQF、運動エネルギーが入射エネルギーに比べ大幅に失われる深部非弾性散乱(Deep Inelastic Collision; DIC)、比較的非弾性が小さい反応である準弾性散乱(Quasi Elastic Collision; QEC)など、様々な現象が確認される。これらの現象の理論的な特定は、古くから入射チャネルの角運動量に対応する衝突係数の幾何学的な差異に基づいて行われてきた。衝突係数が小さい場合は完全融合が優勢であり、多くのQFイベントは低～中程度の衝突係数での反応に含まれている。そして、中程度から高程度の衝突係数の場合は主な反応過程はDICを示す。最後に、衝突係数が高い場合はQECが確認される。これらの理解の概要図を図3.1に示す。量子ベースのdinuclear system modelを使ったQFに関する理論研究では、衝突系の質量非対称性は核子の拡散に基づいて記述されている [43]。DIC過程における多核子移行はランジュバン型アプローチによって、しばしば研究されている [44]。

QF過程はかなりの相対運動エネルギーが熱エネルギーに変換されるDICと完全融合との間の橋渡しであると考えられている [39]。つまり、QF過程の詳細な解析によって、完全融合とのダイナミクスの違いを明らかにすることは信頼できる融合確率の推定につながる。超重核領域では、融合確率の評価は理論モデルによって、様々な値を示す。ゆえに、超重核領域における信頼できる融合確率の推定が可能となれば、蒸発残留核断面積(超重元素の合成確率)の推定も信頼できるものになる。今後、超重核領域における融合確率の不定性を明らかにしていくことは、新元素合成への挑戦において非常に意味がある。

したがって、QFの反応機構、詳しくはQFの動的特性およびQFとFFを分離する研究は、超重元素の合成確率の信頼できる推定値を得るために重要である。特にQF過程のダイナミクスの研究は質量移行や殻構造と関連しているため、超重核領域における反応機構の新たな分野を開くことが期待できる。

これまで、QFの特徴については、長年の課題であった核分裂片の運動エネルギーへのエネルギー移行を含んだ核分裂片の全運動エネルギー(Total Kinetic Energy; TKE)に関する文献や、質量対称方向への質量ドリフトのタイムスケールの調査によって議論されてきた [37]。

本研究では、統一されたランジュバン方程式モデル [13] を用いた動的ランジュバン軌道の解析により、QF

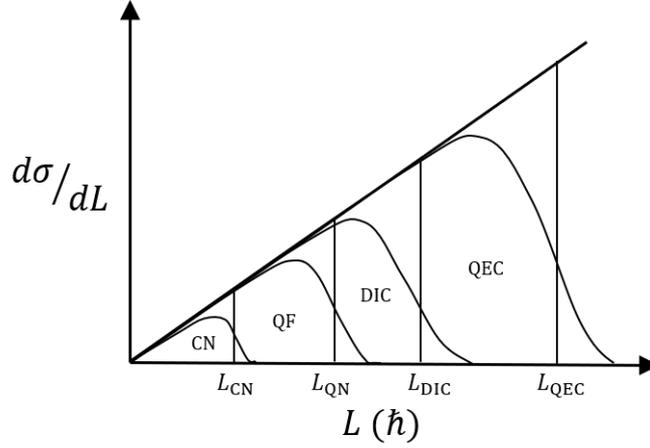


図 3.1 入射時の角運動に応じた反応過程の断面積（確率）概要図。衝突係数 b と角運動量 L の関係は $b = L/\sqrt{2mL}$ で表される。 m は質量。垂直線境界は sharp cutoff 近似によるもの。

過程の動力的特徴を示す。このランジュバン型アプローチは、Zagrebaev ら [13] が核分裂過程を含む重イオン衝突の入り口から融合系までの解析のために開発したものである。本研究の目的は、ランジュバン方程式をベースとした動力学模型を用いて、 ^{48}Ca 入射核とアクチノイド標的核系を選択した反応に QF のモードが存在することを明らかにする。これらの QF に現れるモードについて、その時間スケール、核分裂片の変形分布、ネック形成の時間発展との関連で調べるとともに、QF 過程の軌道解析の観点から、モード出現の理由を示す。

次節では、ランジュバン型アプローチについて簡単に説明する。 $E_{\text{c.m.}} = 213.05 \text{ MeV}$ における $^{48}\text{Ca}+^{249}\text{Bk}$ 系の動的な QF 特性については第 3.3 節で述べ、QF モードの性質とその出現理由についての詳細な解析を行う。最後に結言を述べる。

3.2 モデルの枠組み

3.2.1 ポテンシャルエネルギー

本研究では統一模型 [45] に類似した動力学模型を採用する。まず、核子が行する反応の初期段階は 2 つの部分から構成される。(1) 反応が速すぎて核子が単一粒子状態を再構成できないため、系は入射核と標的核の基底状態で計算される。(2) その後、前者の系は複合系全体の基底状態に緩和され、ポテンシャルエネルギーは非断熱的なものに変化する。そこで、断熱的なポテンシャルエネルギー $V_{\text{diab}}(q)$ から非断熱的なポテンシャルエネルギー $V_{\text{adiab}}(q)$ への時間発展を考える。ここで、 q は原子核の形状を表す集団座標を表す。断熱ポテンシャルは有効な核子-核子相互作用を用いた折りたたみ法によって計算される [46, 45, 13]。ただし、系の非断熱ポテンシャルエネルギーは二中心間模型を用いて計算される [13]。次に、断熱ポテンシャルエネルギーと非断熱ポテンシャルエネルギーを時間依存の重み付け関数 $f(t)$ を用いて以下のように接続する：

$$V = V_{\text{diab}}(q) f(t) + V_{\text{adiab}}(q) [1 - f(t)], \quad (3.1)$$

$$f(t) = \exp\left(-\frac{t}{\tau_{\text{DA}}}\right). \quad (3.2)$$

ここで、 t は相互作用時間、 τ_{DA} は断熱ポテンシャルエネルギーから非断熱ポテンシャルエネルギーへの遷移における緩和時間である。本研究では、文献 [47, 48, 49] で提案されている緩和時間 $\tau_{\text{DA}} = 10^{-22}$ s を用いる。

原子核の変形を表現する座標として二中心媒介変数表示 (two-center parametrizations) を用いる [50, 51]。動力学方程式を数値的に解き、膨大な計算時間を避けるため、形状を表す自由度の数を厳しく制限し、以下の3つのパラメータを採用した： z_0 (2つのポテンシャルの中心間の距離)、 δ (核分裂片の変形)、 α (衝突する原子核の質量非対称度)； $\alpha = (A_1 - A_2)/(A_1 + A_2)$ 。ここで、 A_1 と A_2 はそれぞれ標的核と入射核の質量数を表すだけでなく、2つの核分裂片の質量数を表すために使用される。 A_{CN} は複合核の質量数です。文献 [50] の図 1 に示すように、 δ は $\delta = 3(a - b)/(2a + b)$ と定義され、ここで a と b はそれぞれ z_0 方向と z_0 に直交する方向の楕円軸の半分の長さを表す。これらのパラメータ化は 4.2 節で詳しく説明する。ここでは、2つの核分裂片は同じ変形をすると仮定する。さらに、計算時間を最小化するために z_0 に対してスケーリングを使用し、 $z = z_0/(R_{\text{CN}}B)$ として定義される座標 z を使用する。ここで球形時の複合核の半径 R_{CN} は $R_{\text{CN}} = 1.2A^{1/3}$ と表され、スケーリングパラメータ B は $B = (3 + \delta)/(3 - 2\delta)$ として定義される。

断熱ポテンシャルエネルギーは次のように定義される。

$$V_{\text{adiab}}(q, L, T) = V_{\text{LDM}}(q) + V_{\text{SH}}(q, T) + V_{\text{rot}}(q, L), \quad (3.3)$$

ここで、 V_{LDM} と V_{SH} はそれぞれ Finite Range Droplet 模型 (液滴模型) によるポテンシャルエネルギーと温度依存性を考慮した微視的なエネルギーである。簡略化した V_{LDM} と V_{SH} は次のように記述される。

$$V_{\text{LDM}}(q) = E_{\text{S}}(q) + E_{\text{C}}(q), \quad (3.4)$$

$$V_{\text{SH}}(q, T) = E_{\text{shell}}^0(q) \Phi(T), \quad (3.5)$$

$$E_{\text{shell}}^0(q) = \Delta E_{\text{shell}}(q) + \Delta E_{\text{pair}}(q). \quad (3.6)$$

E_{S} と E_{C} は、それぞれ一般化された表面エネルギー [52] とクーロンエネルギーを表す。 E_{shell}^0 は $T = 0$ での微視的エネルギーを表し、殻補正エネルギー ΔE_{shell} と対相関補正エネルギー ΔE_{pair} の和として計算される。 T は複合核の内部エネルギーから計算した複合核の温度である。 ΔE_{shell} は、二中心殻模型ポテンシャル [50, 53, 54] の一粒子準位から Strutinsky 法 [11, 55] により、占有状態の一粒子エネルギーの和と平均化された量との差分として計算される。 ΔE_{pair} は文献 [55, 4] に記述されているように BCS 近似で評価される。対相関エネルギーの平均化部分は、単一粒子状態の密度がペアリングウィンドウ上で一定であると仮定して計算される。ペアリング強度定数は同じ近似でギャップ方程式を解くことにより、平均ギャップパラメータ $\tilde{\Delta}$ に関連し、偶奇質量差に関する経験的結果 [56] を考慮し、文献 [4] で提案された $\tilde{\Delta} = 12/\sqrt{A}$ を採用する。温度依存係数 $\Phi(T) = \exp\left(-\frac{E^*}{E_{\text{d}}}\right)$ は文献 [57] で説明されている。ここで E^* は複合核の励起エネルギーを示す。 E^* は $E^* = a_{\text{lev}}T^2$ で与えられ、 a_{lev} は準位密度パラメータである。殻効果減衰エネルギー E_{d} は 20 MeV とする。この値は Ignatyuk 達 [25] によって与えられている。 V_{rot} は以下に示す全角運動量 L から発生する遠心力ポテンシャルエネルギー

$$V_{\text{rot}}(q, L) = \frac{\hbar^2 \ell(\ell + 1)}{2\mathcal{I}(q)} + \frac{\hbar^2 L_1(L_1 + 1)}{2\mathfrak{S}_1(q)} + \frac{\hbar^2 L_2(L_2 + 1)}{2\mathfrak{S}_2(q)}. \quad (3.7)$$

である。ここで、 $\mathcal{I}(q)$ と ℓ はそれぞれ原子核の形状 q に依存した剛体の慣性モーメント相対角運動量を表す。重い核分裂片と軽い核分裂片の慣性モーメントと角運動量それぞれは $\mathfrak{S}_{1,2}$ と $L_{1,2}$ で表される。

二中心媒介変数表示に含まれるネックパラメータ ϵ は、反応の入口チャンネルと出口チャンネルで異なる値を仮定し、利用可能なデータを再現するように調整されてきた [58]。本研究でも文献 [58] に従い、入口チャンネル

には $\epsilon = 1$ 、出口チャンネルには $\epsilon = 0.35$ を用いる。式 3.4 の時間依存性を、ネックの特性緩和時間 t_0 と分散 Δ_ϵ で表すと次のようになる：

$$V_{\text{LDM}}(q, t) = V_{\text{LDM}}(q, \epsilon = 1)f_\epsilon(t) + V_{\text{LDM}}(q, \epsilon = 0.35)[1 - f_\epsilon(t)], \quad (3.8)$$

$$f_\epsilon(t) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{t-t_0}{\Delta_\epsilon}\right)}. \quad (3.9)$$

3.2.2 動力学方程式

多次元ランジュバン方程式 [46, 57, 59] を用いて、時間に依存する統一されたポテンシャルエネルギー [46, 45, 57] を解くことで原子核の形状進化を追う。ポテンシャルエネルギー面を軌道が移動する様子から反応過程における詳しいダイナミクスを解析する。多次元ランジュバン方程式以下のように示される：

$$\begin{aligned} \frac{dq_i}{dt} &= (m^{-1})_{ij} p_j, \\ \frac{dp_i}{dt} &= -\frac{\partial V}{\partial q_i} - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial q_i} (m^{-1})_{jk} p_j p_k - \gamma_{ij} (m^{-1})_{jk} p_k + g_{ij} R_j(t), \\ \frac{d\vartheta}{dt} &= \frac{\ell}{\mu_R R^2}, \quad \frac{d\varphi_1}{dt} = \frac{L_1}{\mathfrak{S}_1}, \quad \frac{d\varphi_2}{dt} = \frac{L_2}{\mathfrak{S}_2}, \\ \frac{d\ell}{dt} &= -\frac{\partial V}{\partial \theta} - \gamma_{\text{tan}} \left(\frac{\ell}{\mu_R R} - \frac{L_1}{\mathfrak{S}_1} a_1 - \frac{L_2}{\mathfrak{S}_2} a_2 \right) R + R g_{\text{tan}} R_{\text{tan}}(t), \\ \frac{dL_1}{dt} &= -\frac{\partial V}{\partial \varphi_1} + \gamma_{\text{tan}} \left(\frac{\ell}{\mu_R R} - \frac{L_1}{\mathfrak{S}_1} a_1 - \frac{L_2}{\mathfrak{S}_2} a_2 \right) a_1 - a_1 g_{\text{tan}} R_{\text{tan}}(t), \\ \frac{dL_2}{dt} &= -\frac{\partial V}{\partial \varphi_2} + \gamma_{\text{tan}} \left(\frac{\ell}{\mu_R R} - \frac{L_1}{\mathfrak{S}_1} a_1 - \frac{L_2}{\mathfrak{S}_2} a_2 \right) a_2 - a_2 g_{\text{tan}} R_{\text{tan}}(t). \end{aligned} \quad (3.10)$$

集団座標 q_i は z, δ , and α , を表し、 p_i は q_i と共役な運動量を表し、 V は多次元ポテンシャルエネルギーを表す。 ϑ は原子核の相対的な向きを表す。 φ_1 と φ_2 は反応面における原子核の回転角度を表し、 $a_{1,2} = \frac{R}{2} \pm \frac{R_1 - R_2}{2}$ は 2 つの原子核それぞれの中心からそれぞれの核表面の中間点までの距離を表し、 $R_{1,2}$ は原子核の半径を表す。 R は 2 つの原子核間の距離である。全角運動量 $L = \ell + L_1 + L_2$ は保存される。 μ_R は換算質量、 γ_{tan} は衝突する原子核の接線方向の摩擦力である。ここではすべり摩擦と呼ぶことにする。分離した状態の原子核の現象論的摩擦力の影響は、すべり摩擦 γ_{tan} と半径方向の摩擦 γ_R が存在する。これらの影響は文献 [46] に記載されている Woods-Saxon 型の半径方向の形成因子を用いて表される。

すべり摩擦と半径方向の摩擦は、それぞれ $\gamma_{\text{tan}} = \gamma_t^0 F(\xi)$ と $\gamma_R = \gamma_R^0 F(\xi)$ として記述される。ここで、半径方向の半径方向の形成因子 $F(\xi)$ は、 $F(\xi) = \left(1 + \exp\left(\frac{\xi - \rho_F}{\alpha_F}\right) \right)^{-1}$ と表される。モデルパラメータである γ_t^0 と γ_R^0 はそれぞれ $0.1 \times 10^{-22} \text{ MeV s fm}^{-2}$ と $100 \times 10^{-22} \text{ MeV s fm}^{-2}$ を採用した。 $\rho_F \approx 2 \text{ fm}$ と $\alpha_F \approx 0.6 \text{ fm}$ も文献 [46] で決定されたモデルパラメータである。 ξ は核表面間の距離、 $\xi = R - R_{\text{contact}}$ 、ここで R_{contact} は、 $R_{\text{contact}} = R_1 + R_2$ として表される [46]。半径方向の現象論的摩擦は二つの核が一つの核になった段階で一体摩擦に切り替えられている。 γ_R は二体反応での表面摩擦モデル [60] に従ったエネルギー散逸を考慮するために用いられている。一体の反応へ切り替わる際の半径方向の摩擦は $\gamma_{zz} = \gamma_{zz}^{\text{one}} + \theta(\xi) \gamma_R$ として計算される。一体系の場合、摩擦テンソルには wall-and-window 形式による一体散逸モデルによる γ_{zz}^{one} を採用する [36, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67]。 $\theta(\xi)$ は現象論的な摩擦を一体系の摩擦に切り替える平滑化関数 $\theta(\xi) = \left(1 + \exp\left(-\frac{\xi}{\sigma_3}\right) \right)^{-1}$ を表している [46]。 m_{ij} と γ_{ij} はそれぞれ原子核の形状に依存する慣性質量および摩擦係数である (これらを輸送係数と呼ぶ)。慣性質量の計算には Werner-Wheeler 近似 [33, 34] による流体

力学模型から得られる二体散逸、摩擦係数には wall-and-window 形式による一体散逸模型 [62, 35] を採用している。ガウス分布に従う正規化されたランダム力 $R_i(t)$ は白色雑音であると仮定し、 $\langle R_i(t) \rangle = 0$ および $\langle R_i(t_1)R_j(t_2) \rangle = 2\delta_{ij}\delta(t_1 - t_2)$ の関係を満たす。アインシュタインの関係式に従い、ランダム力の強さ g_{ij} は $\gamma_{ij}T = \sum_k g_{ij}g_{jk}$ として与えられる。

以上が本研究で用いた理論模型の枠組みである。次節ではこのモデルを用いて実際に計算した結果を示すとともにそれらの結果に対する議論を行う。

3.3 計算結果および議論

3.3.1 準核分裂に対応する軌道の軌道角運動量依存性

準核分裂 (QF) 過程の軌道角運動量 L 依存性を調べるために、 $E_{c.m.} = 125.00$ MeV における $^{26}\text{Mg} + ^{230}\text{Th}$ ($\alpha = 0.78$) 反応におけるいくつかの軌道角運動量について、ポテンシャルエネルギー曲面の $z - \delta$ 平面に投影したサンプル軌道を図 3.2 に示す。軌道は $\{z, \delta\} = \{2.85, 0.20\}$ の地点から始まる。 $L = 10\hbar$ の場合、軌道が融合領域に侵入していることがわかる。融合領域の詳細については文献 [57] を参照されたい。今回の計算では、融合領域を $\{|\alpha| < 0.3, \delta < -0.5z + 0.5\}$ と定義している。 $L = 10\hbar$ の軌道は、計算終了後も基底状態のポケットに閉じ込められるため、核分裂の方向 ($+z$ 方向) には進まない。しかし、 $L = 20\hbar$ の場合は \times が示す入射核と標的核の接触点を通過した後、融合領域には入らず、最終的に核分裂方向 ($+z$ 方向) に移動する。このような軌道の振る舞いを QF 反応と呼ぶ。 $L = 30\hbar$ の軌道も QF 過程の軌道である。 L の値が大きくなると、遠心力ポテンシャルエネルギーが大きくなるため、灰色の領域で示されるポテンシャルエネルギーの障壁が大きくなり始める。それに伴い、 L が $30\hbar$ よりさらに大きい軌道は接触点に近づきにくくなる。このような軌道の振る舞いは QEC または DIC に属する。本研究では QF 過程の軌道の振る舞いに着目する。

3.3.2 変形空間上の軌道分布

融合核分裂過程のダイナミクスを議論するために、変形空間における系の確率分布を導入する。この目的のために、 $\Delta z = 0.01, \Delta \delta = 0.025, \Delta \alpha = 0.001$ で座標空間を分割する。この分布をランジュバン計算の軌道のアンサンブルとして定義する。相互作用時間の関数として軌道の変化を追い、軌道が分割した座標空間のセグメントを通過するときに、各セグメントでイベント数を増加させる。多数の軌道を生成することで、変形空間上のイベント分布を構築する [14]。

図 3.3 は、 $^{48}\text{Ca} + ^{244}\text{Pu}$, $^{48}\text{Ca} + ^{249}\text{Bk}$ および $^{74}\text{Ge} + ^{208}\text{Pb}$ 系の反応におけるそれぞれ $E_{c.m.} = 206.91$ MeV, $E_{c.m.} = 213.05$ MeV および $E_{c.m.} = 286.82$ MeV を用いた $z - \delta$ 平面内の全軌道分布を示している。ここで、ランジュバン計算によるすべての軌道は $t = 10^{-19}$ s で計算を終了させている。 $L = 0\hbar, 50\hbar$ および $100\hbar$ のヒストグラムとして、核分裂時の核分裂片の変形度を δ 分布として図 3.3 に加えている。軌道計算は \star 印の点から始まる。 $^{48}\text{Ca} + ^{244}\text{Pu}$ と $^{48}\text{Ca} + ^{249}\text{Bk}$ 系では $\{z, \delta\} = \{2.85, 0.20\}$ 、 $^{74}\text{Ge} + ^{208}\text{Pb}$ 系では $\{z, \delta\} = \{2.85, 0.00\}$ に対応している。球形核の場合は初期変形度の値は $\delta = 0$ とした。接触点を \times で表している。

図 3.3(a) と図 3.3(b) の正面衝突 ($L = 0\hbar$) に対応する核分裂点の変形度は $\delta \approx 0.4$ 付近に集中している。しかし、 $L = 50\hbar$ では分布が 2 つのピークを持つ構造になっている。これが意味することは、この角運動量領域では異なる 2 つの準核分裂モードが現れているということである。 $^{48}\text{Ca} + ^{249}\text{Bk}$ 系では、 $^{48}\text{Ca} + ^{244}\text{Pu}$ 系とは対照的に小さな L 領域でも δ 分布の 2 つの構造が現れ、軌道の分岐が明瞭に見られる。この系ではク

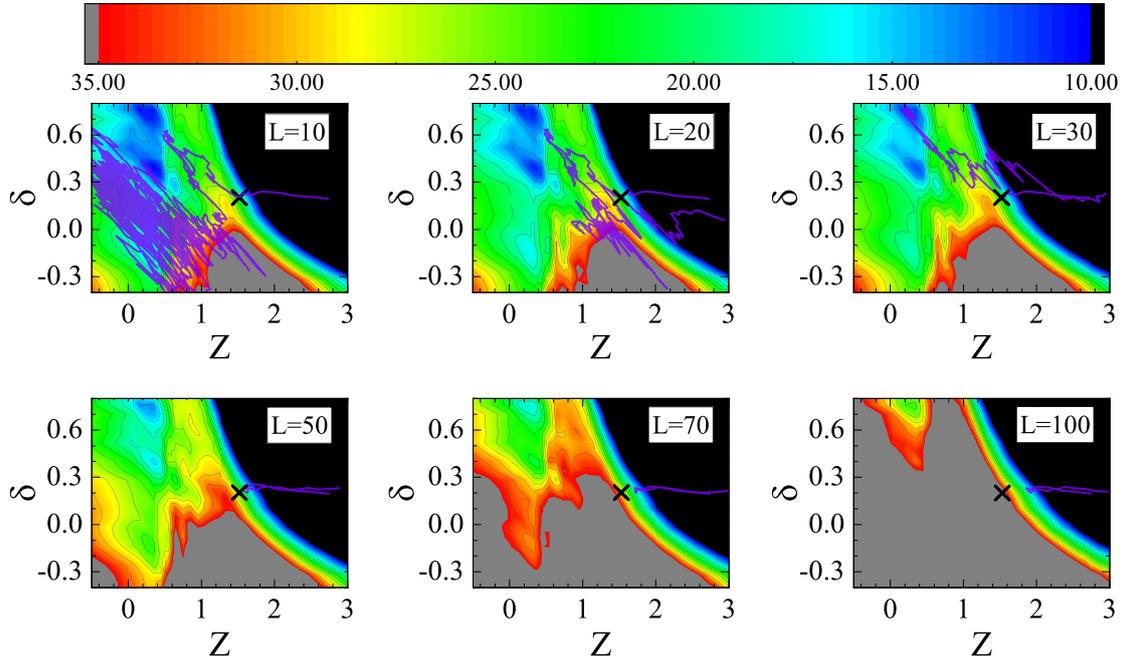


図 3.2 $^{26}\text{Mg} + ^{230}\text{Th}$ 反応における各軌道角運動量 (L) のサンプル軌道と $z-\delta$ 平面のポテンシャルエネルギー ($\alpha = 0.78$)。計算開始点は $\{z, \delta\} = \{2.85, 0.20\}$ である。× は接触点を示す。

ロン反発力による相互作用が強いため、軌道の融合領域への接近が妨げられる。 δ 分布に現れた 2 つの成分は、後述するがタイムスケールが異なる。一方、 $^{74}\text{Ge} + ^{208}\text{Pb}$ 系では、平衡化が進む過程で球形標的核である ^{208}Pb の強い殻効果の記憶が残りやすく、準核分裂経路の分岐は見られない。軌道計算開始地点 (★) から、核分裂片の変形度は ^{208}Pb の剛性により $\delta \approx 0.6$ までしか増加しない。従って、軌道は異なる変形をする分裂経路を辿りづらく、 $\delta \approx 0.4$ 付近で同じような変形をする。ここで、図 3.3(b) から QF 経路分岐の典型的な例を選び、さらなる解析を行う。

図 3.4 は $^{48}\text{Ca} + ^{249}\text{Bk}$ 系 ($L = 50\hbar$) の軌道分布の拡大図である。軌道はまず★印で示した計算開始地点から δ が 0.8 に向かって移動する。そこでは、核分裂を起こす準備のために原子核が引き伸ばされる。その後、分裂経路は $\{z, \delta\} = \{1.3, 0.8\}$ 付近を指す○で 2 つに分かれ始め、それぞれ矢印に沿った経路で軌道が進展していく。 $\delta = 0.8$ を維持する軌道を実線の矢印で示し “path1” と呼び、破線の矢印に沿ったもう一方の軌道を “path2” と呼ぶことにする。興味深い点は 2 つの経路の時間スケールであり、次項で示すように異なる核分裂片の質量分布に影響を及ぼす。

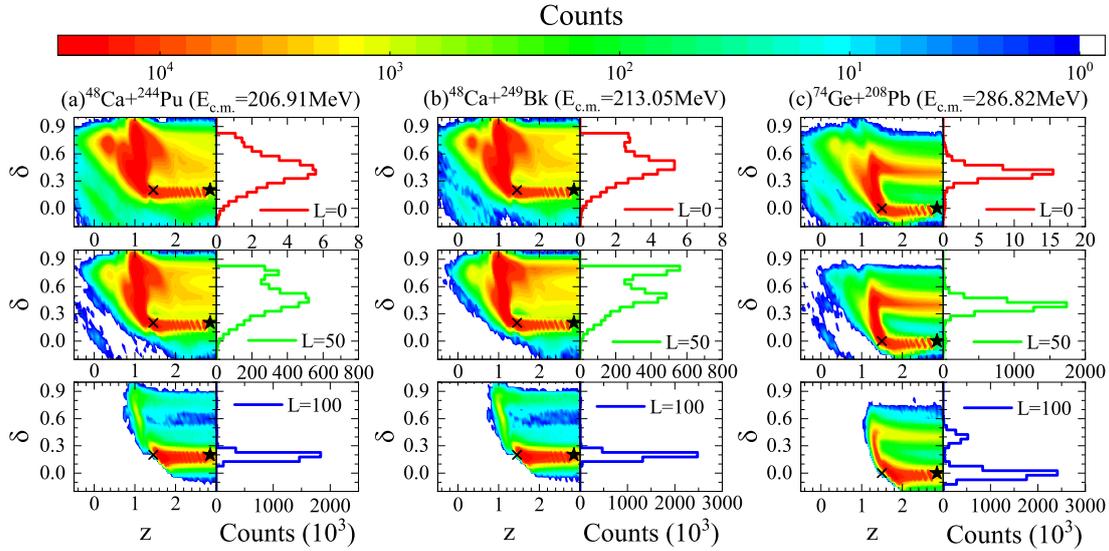


図 3.3 持ち込まれる軌道角運動量 $L = 0, 50, 100\hbar$ ごとの $z - \delta$ 平面に描いた全軌道分布と分裂点での核分裂片の変形度 δ 分布。入射核と標的核の接触点と軌道計算開始地点はそれぞれ \times と \star で示す。

3.3.3 2つの核子移行モードの解析

図 3.5 は “path1” と “path2” の核分裂片の質量分布を示している。“path1” と “path2” の成分は、それぞれ裂時の変形範囲 $0.6 < \delta < 0.8$ と $0.4 < \delta < 0.6$ に対応する。核分裂片の質量分布の主なピークはどのモードも $A_{CN}/2 \pm 20u$ の質量対称領域のはるか外側に位置している。さらに、Shen ら [37] によって定義された質量対称領域への質量ドリフトの度合いを正規化した指標 $\Delta A/\Delta A_{\max}$ は $\Delta A/\Delta A_{\max} = (A_t - \langle A \rangle)/(A_t - A_s)$ の関係式からどちらのモードも ≈ 0.3 未満の値を示す。したがって、これから質量ドリフト（核子移行）の些細な違いを議論することに注意されたい。ここで、 $\langle A \rangle$ は重い核分裂片の質量数の平均値を表している。 A_s は $A_s = (A_p + A_t)/2$ で表される対称な質量数である。 A_p と A_t は入射核の質量数および標的核の質量数である。どちらの QF モードも大きく引き伸ばされた原子核の形状をしており、Pb のような球形 ($\delta = 0.0$) の核分裂片が顕著に生まれている形跡は見られない。したがって、強い殻効果によって 2つの準核分裂モードが生まれている訳ではない。しかし、質量分布においても微妙な違いが見られることから 2つの準核分裂モードは他の原因から生まれていると考えられる。“path2” の質量分布のピークは、“path1” と比べて質量対称領域にシフトしているが $z - \alpha$ 平面の軌道分布においてもその違いは見られる。

図 3.6 に $z - \alpha$ 平面の軌道分布を示す。この結果から “path2” の軌跡分布は質量非対称度 α の小さい値まで分布が広がっており、“path1” よりも質量ドリフトが大きくなることは推察できる。2つのモードが生まれる起源を明らかにするため、 $\delta = 0.8$ 付近の 2つのモードの分岐点 (Branching Point; BP) 付近のダイナミクスを調べる。詳しい解析を行うため、“path1” と “path2” のサンプル軌道を取り出した軌道の分岐の特徴と BP での原子核の形状を図 3.7 に示した。“path1” と “path2” の BP での核分裂片の形状をそれぞれ赤と青で区別した。各経路のネック半径の役割に注目されたい。“path1” のネック半径が小さいと、BP 通過後の質量ドリフトが抑制されている一方、“path2” に対応する形状はネック半径が大きく、BP を通過した後も質量ドリフトが持続している。その結果、“path2” の核分裂片の質量分布は “path1” と比べて、質量対称領域

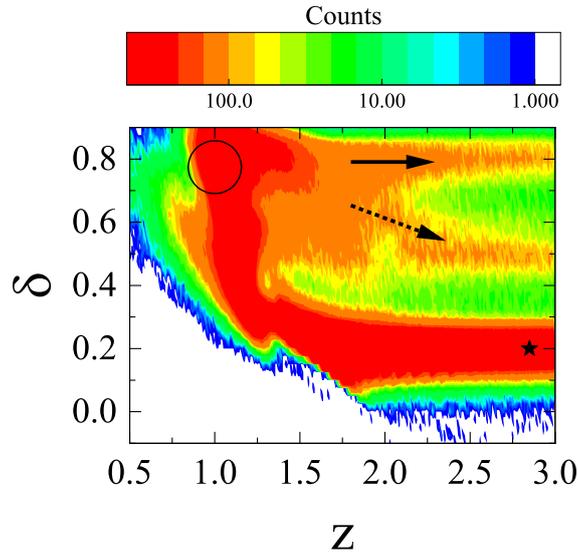


図 3.4 $E_{c.m.} = 213.05$ MeV, $L = 50\hbar$ の $^{48}\text{Ca} + ^{249}\text{Bk}$ 系の軌道分布。軌道計算は★の位置 $\{z, \delta\} = \{2.85, 0.20\}$ から始まり、○で示された Branching Point (BP) を通過し、軌道はそれぞれの矢印で示された異なる変形領域に向かって進展する。実線の矢印に沿った経路を“path1” 破線の矢印は“path2”である。

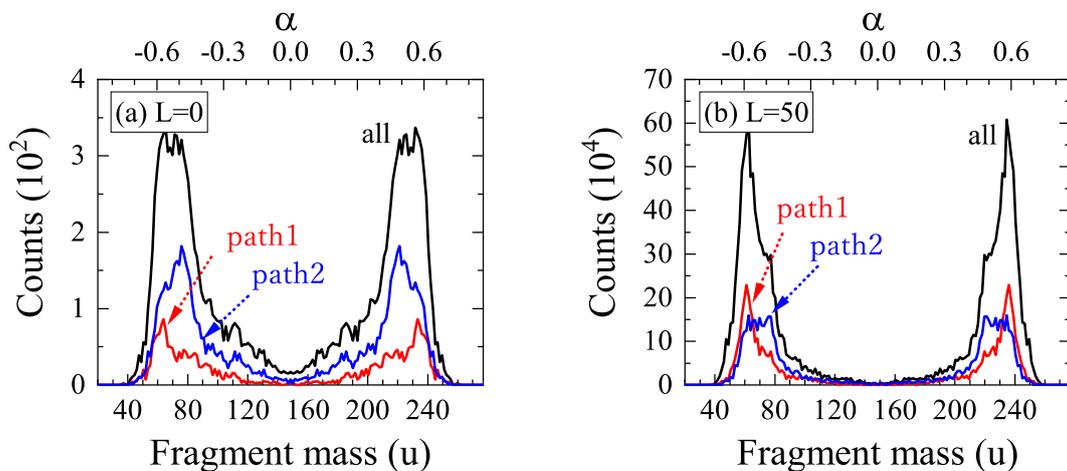


図 3.5 $E_{c.m.} = 213.05$ MeV の $^{48}\text{Ca} + ^{249}\text{Bk}$ 系の核分裂片質量分布。“path1” と “path2” の分布をそれぞれ赤線と青線に対応している。パネル (a) は $L = 0\hbar$ の場合、(b) は $L = 50\hbar$ の場合の計算結果である。

にさらにシフトする傾向にあるということである。これらの違いは、揺らぎの影響による反応のタイムスケールに由来することをこれから明らかにする。図 3.8(a) に示すように、“path2” は “path1” に比べて BP への到達に時間がかかる軌道に属している。各経路の変形度の変化として先ほどのサンプル軌道に対応した結果を示している。“path1” と “path2” のサンプル軌道が BP に到達する時間はそれぞれ ≈ 5.6 zs と ≈ 10.8 zs である。図 3.8(c) に各経路が BP に到達するまでの時間分布を示す。ポテンシャルエネルギー曲面 (PES) と組み合わせる軌道のランダムな揺らぎの影響のため、BP へ到達する時間も分散している。さらに、図 3.8(b) の

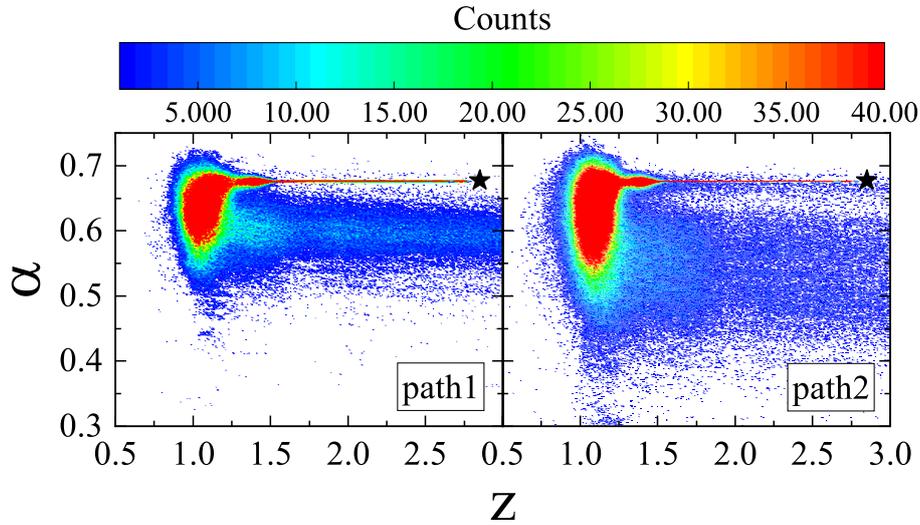


図 3.6 $E_{c.m.} = 213.05$ MeV、 $L = 50\hbar$ の $48\text{Ca}+249\text{Bk}$ 系の $z - \alpha$ 平面上に描かれた “path1” と “path2” の軌道分布。軌道計算開始地点は★で示す。

ネックパラメータ ϵ の時間変化の振る舞いが重要なポイントである。“path1” の軌道は ϵ 値が十分に緩和する前に重要な BP に到達しており、その後式 3.8 の最終的な ϵ の推奨値 $\epsilon = 0.35$ [58] に向かって緩和している。図 3.8 では、式 3.9 において $t_0 = 9.0 \times 10^{-21}$ s and $\Delta\epsilon = 1.0 \times 10^{-21}$ としている。図 3.8(b) に示すように、各経路のネックパラメータは BP で異なっている、つまり “path1” では $\epsilon \approx 1.0$ 、“path2” では $\epsilon \approx 0.55$ であることがわかる。核分裂点近傍 (BP) のネック半径は、上述した軌道のタイムスケールに強く関係しており、ネック半径の緩和が質量ドリフトをさらに加速することが推測される。BP に到達するまでに時間がかかる軌道、すなわち “path2” では、BP 到達時点で 0.55 に緩和しているため質量ドリフトがその後も進むが、一方で、短時間で BP に到達する軌道、すなわち “path1” では、BP 到達時点でネックの緩和が不完全であり、質量ドリフトはその時点で停止する。この状況は図 3.9 を見れば一目瞭然である。図 3.9 は $z - \delta$ 平面上にネック半径 r からネック断面積に相当する r^2 の等高線を計算し、各経路の軌道を投影した結果である。“path1” のネック断面積は軌道が分岐し始める BP 付近で微小な値をしているが、“path2” のネック断面積は十分な核子移行ができるほど存在していることがわかる。つまり、図 3.8 に示すように揺らぎの影響によって “path2” は “path1” と比べて BP までの到達時間が遅れたことで ϵ 値がその間に緩和 (ネック断面積を十分に獲得) し、BP 到達後もまだネックを通じて核子の移行が行われるということである。

ここで、実験的に 2 つのモードの存在を明らかにするためにも、実験によって測定できる核分裂時の核分裂片の全運動エネルギー (Total Kinetic Energy; TKE) による 2 つのモードの差異を調べる。TKE は核分裂時の形状に大きく依存しているため、2 つのモードを区別する妥当な方法である。まず、本研究での TKE の計算方法について述べる。核分裂点の判断基準は接触後ネック半径が 0 より小さい値を示した場合と定義する

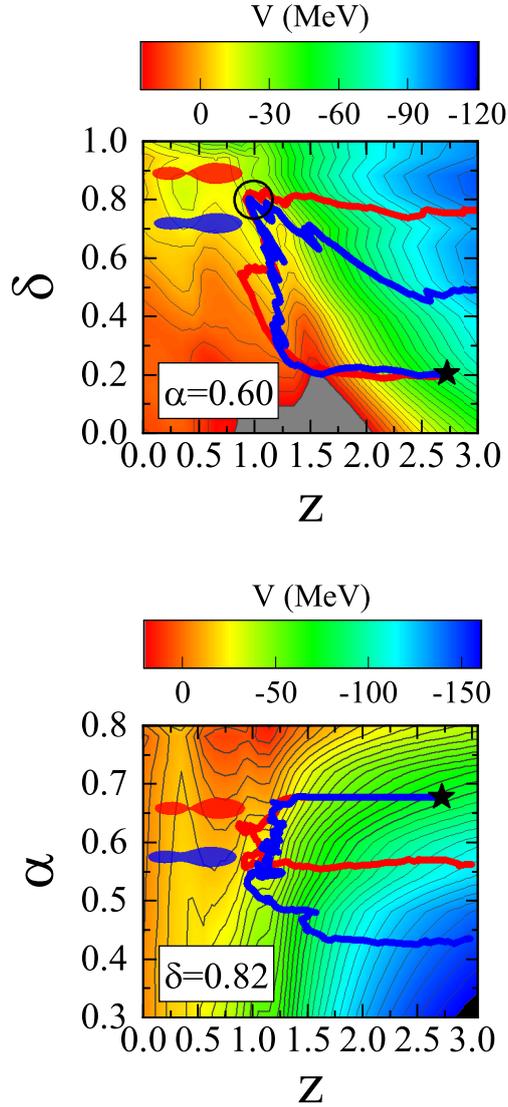


図 3.7 $E_{c.m.} = 213.05$ MeV、 $L = 50\hbar$ の $^{48}\text{Ca} + ^{249}\text{Bk}$ 系の “path1” と “path2” それぞれの軌道の分岐の特徴と分岐前の原子核の形状。軌道の分岐点と計算開始地点をそれぞれ \circ と \star で示す。

[68]。そして、TKE は次式で表される。

$$\text{TKE} = V_{\text{coul}} + E_{\text{pre}}, \quad (3.11)$$

$$V_{\text{coul}} = e^2 \frac{Z_1 Z_2}{d_{\text{sci}}}, \quad (3.12)$$

$$E_{\text{pre}} = \frac{1}{2} (m^{-1})_{ij} p_i p_j, \quad (3.13)$$

ここで、 E_{pre} と V_{coul} はそれぞれ核分裂点の運動エネルギーと核分裂点のクーロンエネルギーを表し、 $e^2 = 1.44$ MeV fm と、 d_{sci} は核分裂点における軽い分裂片と重い分裂片の中心間の距離である。 Z_1, Z_2 は入射核と標的核の電荷を足し合わせた複合系の電荷 Z に核分裂片の質量比 $A_1/(A_1 + A_2), A_2/(A_1 + A_2)$ を乗ずることで、各断片の電荷を求めている。すべての核分裂イベントの E_{pre} の平均は 7.03 MeV に等しい。し

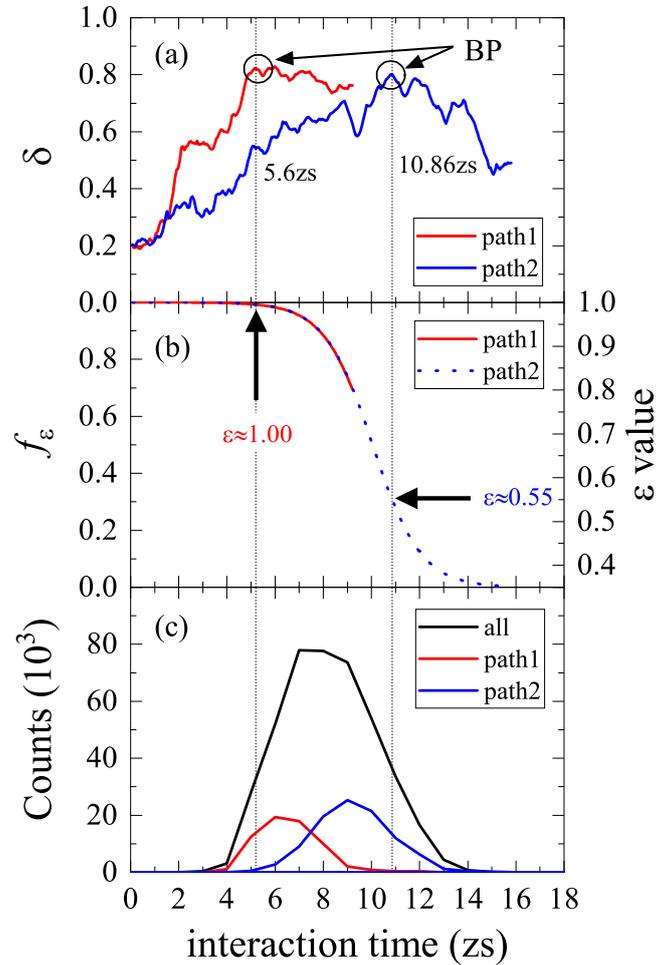


図 3.8 $E_{c.m.} = 213.05$ MeV, $L = 50\hbar$ の $^{48}\text{Ca} + ^{249}\text{Bk}$ 系における軌道の時間発展 (a) とネックパラメータの変化 (b) および異なる経路ごとの BP に到達する時間の分布 (c)。すべてのパネルにおいて、垂直点線はパネル (a) で定義した BP 到達時間を示す。

たがって、TKE への主な寄与は核分裂片のクーロン斥力によるものである。図 3.10 は $L = 50\hbar$ における各経路の TKE の計算結果である。図 3.6 より 2 つのモードの核分裂片の質量差が顕著でないことから、各経路の TKE は d_{sci} 値に大きく依存していると考えられる。各経路の平均 TKE 値は $\langle \text{TKE}_{\text{path1}} \rangle = 119$ MeV と $\langle \text{TKE}_{\text{path2}} \rangle = 145$ MeV である。TKE が低いほど細長い分裂形状 (“path1”) に対応する。“path1” と “path2” が示す TKE 値は異なっており、QF には明らかに 2 つのモードが存在する。

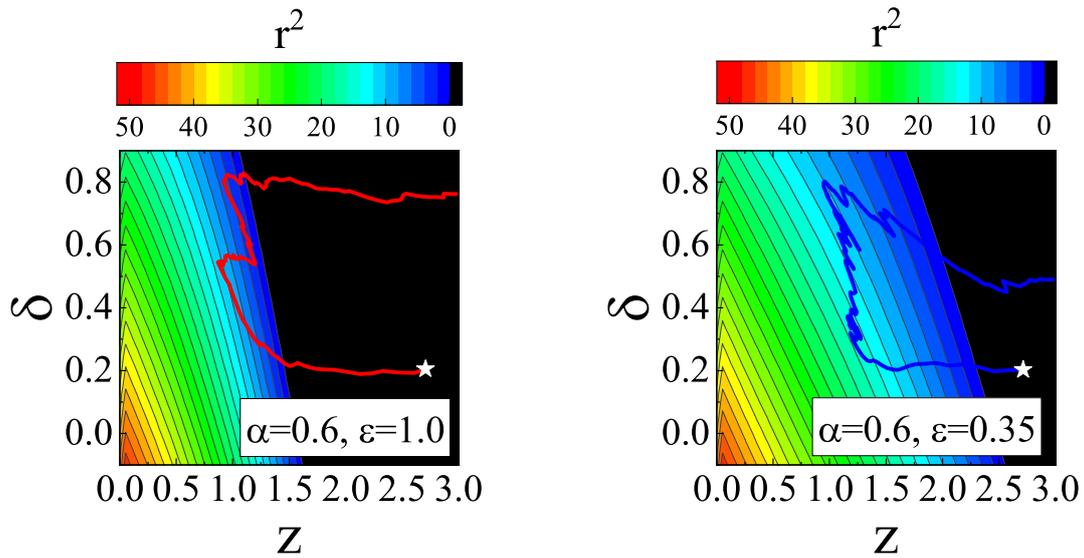


図 3.9 図 3.8 と同じ “path1” (左) と “path2” (右) の軌道を投影した各経路ごとの $^{48}\text{Ca} + ^{249}\text{Bk}$ 系におけるネック断面積に相当する r^2 の等高線図。計算開始地点は★の位置である。

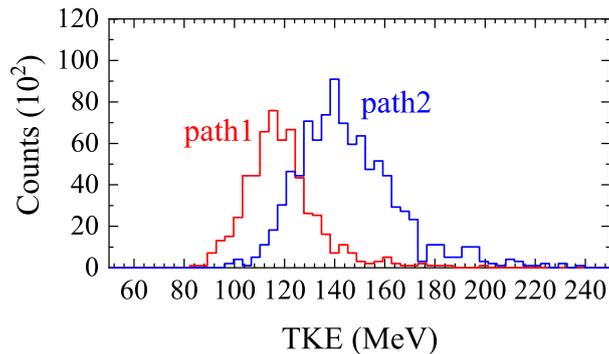


図 3.10 $^{48}\text{Ca} + ^{249}\text{Bk}$ 系における TKE 分布。赤線は “path1”、青線は “path2” に対応している。

3.4 結言

この研究では、核分裂後の核分裂片の質量数が $A_{\text{CN}}/2 \pm 20u$ より外側の質量数範囲の QF 過程と、いくつかの核子移行を伴う深部非弾性衝突 (DIC) 過程にも配慮しつつ、揺動散逸定理をベースとした動力学模型を用いて、超重元素合成における準核分裂 (QF) 過程の動力的特徴を調べた。解析例としては、 $^{48}\text{Ca} + ^{249}\text{Bk}$ 系をも選択し、ランジュバン計算における QF を示す軌道の詳細な動的解析を行った。その結果、核分裂の質量数と変形がともに異なる 2 つの QF モードが存在することがわかった。さらに軌道解析の結果、それぞれのモードの特徴は異なる反応時間スケールに由来し、その違いは質量対称に向かう質量移行を制御するネック (原子核のくびれ) の緩和モードの違いから生じることが明らかとなった。ネックパラメータ ϵ の緩和は QF の核分裂片の質量分布の変化に敏感であることから、今後ランジュバン型アプローチに適用する ϵ の時間依存関数の詳細な解析が必要不可欠であると考えられる。また、 ϵ の時間依存関数の妥当性を検討するため

にも、原子核の形状を表すパラメータの一つである ϵ を自由度として、計算を行うことでその違いを議論する必要がある。2つの準核分裂モードはともに非常に細長い原子核形状で核分裂を起こすが、2つのモードのうち一方は、より細長い形状で核分裂を起こす。この2つの QF モードの特徴は実験的な QF の解析において、非常に重要である。実験では、核分裂時の原子核の形状の違いを議論する際、核分裂時の全運動エネルギー (TKE) が一般的に測定される。実験的に融合核分裂と準核分裂の分離が可能となれば、中程度の軌道角運動量 (衝突係数) 領域における QF 成分の TKE の違いが議論可能となる。ゆえに、Hot fusion 法による $Z \geq 114$ を形成する衝突系で、将来的に QF 成分実験的な TKE の違いが確認できることを期待する。

第 4 章

ネック形成のダイナミクスから推定される核粘性

4.1 序言

我々が自然現象でよく遭遇する液滴の合体や破裂は注目されてきた。これらの現象を解明する研究は、流体力学の分野では 19 世紀からの長い歴史がある [69]。それ以来、合体に関する知識は産業機器に応用されてきた。液滴の性質は、原子核のような微視的な物質の分野でも広く研究されている。原子核物理学では、核子からなる原子核の性質を予測するために液滴モデルが広く用いられてきた。例えば、Weizsäcker の質量公式 [3] や、Bohr-Wheeler による核分裂予測のための transient state method [70] などである。

近年の流体力学の研究において、巨視的な液滴の合体初期におけるネック形成のメカニズムは、近年の実験技術の発達に伴い、広く解明されつつある [71, 72, 73]。これらの研究から、接触後短時間では、ネック領域の流れは粘性力が支配的であり、ネック半径はネック開口からの時間 t に比例して変化するが、その後、非粘性極限では、慣性毛細管力 (inertial capillary force) によって支配される運動の影響により、ネック半径は $t^{1/2}$ に比例して増加することが示された。この 2 つの領域間のクロスオーバーポイントは明確に特定され、定量的に研究されている [72, 73]。

原子核衝突で成長するネックの動力的性質は、ネックの自由度に対する質量パラメータの観点から研究されており [74]、微視的な質量パラメータと巨視的な Werner-Wheeler のものではネック形成の違いがあることを示している [75, 33]。本研究では、巨視的な質量パラメータを用い、接触直後のネック形成過程を議論する。これまで核の粘性は巨大双極子共鳴 (GDR) の実験データ [76, 77, 78, 79, 80] から決定されており、その値は 0.025 TP ($1 \text{ TP} = 10^{12} \text{ P} = 6.24 \times 10^{22} \text{ MeV s/fm}^3$) 程度に散らばっている。P (ポアズ: poise) は粘性の単位である。核分裂片の運動エネルギーや融合断面積、中性子放出多重度の関係において、実験結果をフィットさせるためには様々な粘性の値が必要とされた [66]。核分裂過程の解析では、微視的散逸エネルギーと巨視的散逸エネルギーの比較から、粘性は $0.04 \text{ TP} - 0.08 \text{ TP}$ の範囲にあることが示されている [81, 82]。

最近の深部非弾性衝突 (DIC)、準核分裂 (QF)、核融合核分裂 (FF) の理論解析 [46, 83] では、一般に粘性や摩擦力がモデルパラメータとして扱われている。重イオン衝突における QF 過程の理論解析に関連して、粘性や摩擦力の不確かさを明らかにするために、原子核同士の衝突の接触段階におけるネック形成のダイナミクスと核粘性の関係を調べる必要がある。

本研究の目的の一つは、衝突のごく初期にネック形成がどのように進行するかを調べ、巨視的な液滴で確認される粘性-慣性クロスオーバー現象が原子核のような微視的な液滴でも起こることを確認することである。

同時に、ネック形成の進展から核の粘性を推定する新しい方法を検討する。

次節では、本研究で使用したランジュバンモデルの説明を行う。そして、巨視的な液滴の場合と比較しながら、衝突の初期段階におけるネック形成のダイナミクスを解析した結果および議論内容を 4.3 節に示す。最後の節は結言とする。

4.2 モデルの枠組み

4.2.1 ポテンシャルエネルギーとネック半径の計算方法

原子核と原子核の衝突におけるネック形成の初期段階は、巨視的な液滴のように直接見ることはできないため、衝突する核の形状変化を 3 次元変形空間で計算するランジュバン方程式アプローチ [46, 45, 57] によるシミュレーションを用いる。ランジュバン方程式アプローチでは、まず衝突する 2 つの原子核が十分に離れている状態から計算を開始する。その後、2 つの原子核が接触し、QF と FF に向かってネックを形成し始めます。そこで、3 次元空間のポテンシャルエネルギーについて、断熱的なポテンシャルエネルギー V_{diab} から非断熱的なポテンシャルエネルギー V_{adiab} への時間発展を考えます。断熱ポテンシャルは有効核子-核子相互作用を用いた畳み込み法によって計算され [46, 45, 13]、非断熱ポテンシャルエネルギーは二中心殻模型を用いて計算される [13]。次に、断熱ポテンシャルエネルギーと非断熱ポテンシャルエネルギーを時間依存の重み付け関数 $f(t)$ を用いて以下の様に接続する。

$$V(q, t) = V_{\text{diab}}(q) f(t) + V_{\text{adiab}}(q, t, L, T) [1 - f(t)], \quad (4.1)$$

$$f(t) = \exp\left(-\frac{t}{\tau_{\text{DA}}}\right). \quad (4.2)$$

ここで q は核形状を表す集団座標を表す。 t は相互作用時間、 τ_{DA} は断熱ポテンシャルエネルギーから非断熱ポテンシャルエネルギーへの遷移における緩和時間である。 L と T は複合系の内部エネルギーから計算される全角運動量と原子核の温度を表す。文献 [47, 48, 49] で提案されている緩和時間 $\tau_{\text{DA}} = 0.1$ zs を本研究では用いる。原子核の変形を表現する座標として、二中心媒介変数表示を使用する [50, 51]。数値的に力学方程式を解き、膨大な計算時間を避けるため、自由度の数を厳密に制限し、以下の 3 つのパラメータを採用した： $z_0 = |z_1| + |z_2|$ (2 つのポテンシャルの中心間の距離)、 δ (フラグメントの変形)、 α (衝突する原子核の質量の非対称性); $\alpha = \frac{A_2 - A_1}{A_{\text{CN}}}$ 、ここで A_1 と A_2 はそれぞれ発射体と標的の質量数を表すだけでなく、2 つの核分裂片の質量数を表す。 A_{CN} は複合核の質量数である。図 4.1 は、二中心媒介変数表示で記述した原子核の形状の例である。パラメータ δ は $\delta = \frac{3(a-b)}{2a+b}$ と定義され、 a と b はそれぞれ z_0 と z_0 に直交する方向の楕円軸の半分の長さを表す。ここでは、2 つの分裂片は同じ変形をすると仮定する。ここで、 R_{CN} は球形の複合核の半径を表し、パラメータ B は $B = \frac{3+\delta}{3-2\delta}$ と定義される。次に、非断熱ポテンシャルを以下の様に定義する。

$$V_{\text{adiab}}(q, t, L, T) = V_{\text{LDM}}(q, t) + V_{\text{SH}}(q, T) + V_{\text{rot}}(q, L), \quad (4.3)$$

ここで V_{LDM} と V_{SH} はそれぞれ Finite Range Droplet 模型 (液滴模型) によるポテンシャルエネルギーと温度依存性を考慮した微視的エネルギーである。原子核の形状を表すパラメータの一つにネックパラメータ ϵ がある。原子核の形状に関連する 2 つの調和振動子ポテンシャルは $z = 0$ でネックパラメータによって滑らかに接続される (図 4.2 参照)。ネックパラメータは次のように定義され

$$\epsilon = E/E_0, \quad (4.4)$$

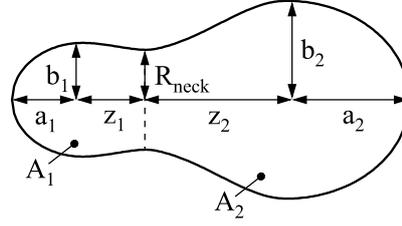


図 4.1 二中心媒介変数表示で説明される原子核形状の例。

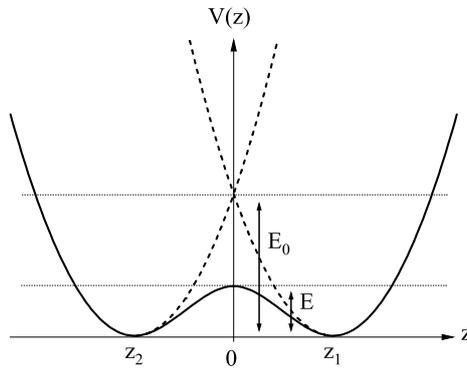


図 4.2 原子核の形状に対応する 2 つの調和振動子ポテンシャル。2 つの調和振動子ポテンシャルはネックパラメータ $\epsilon = E/E_0$ で滑らかに接続される。

ϵ の値が小さくなるにつれて、ネック領域は広がる。ここで、二中心媒介変数表示を用いたネック半径 R_{neck} は以下のように計算される。

$$R_{\text{neck}} = \sqrt{\frac{b_1^2 - \left(\frac{z_1}{B}\right)^2 \epsilon}{1 + G1}} \approx \sqrt{\frac{b_1^2 - \left(\frac{z_2}{B}\right)^2 \epsilon}{1 + G2}}, \quad (4.5)$$

$$G1 = \frac{z_1}{z_2 - z_1} \left[1 - \left(\frac{b_2}{b_1}\right)^2 \right], \quad G2 = -\frac{z_2}{z_2 - z_1} \left[1 - \left(\frac{b_1}{b_2}\right)^2 \right]. \quad (4.6)$$

ネックパラメータ ϵ は二中心媒介変数表示に含まれ、非断熱ポテンシャルエネルギーが計算される。ネックパラメータ ϵ の値は核分裂過程では 0.35 が推奨されている [58]。本研究では、 $\epsilon = 1$ を入口チャンネル、 $\epsilon = 0.35$ を出口チャンネルとして扱い、 ϵ の時間依存性を以下の様に仮定する。

$$V_{\text{LDM}}(q, t) = V_{\text{LDM}}^{\epsilon=1}(q) f_{\epsilon}(t) + V_{\text{LDM}}^{\epsilon=0.35}(q) [1 - f_{\epsilon}(t)], \quad (4.7)$$

$$f_{\epsilon}(t) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{t-t_0}{\Delta_{\epsilon}}\right)}. \quad (4.8)$$

ϵ の時間依存形式は一般的に用いられており [13, 84, 85, 44]、本研究ではネックの特徴的な緩和時間 $t_0 = 0.35$

zs と分散 $\Delta_\epsilon = 0.1$ zs を採用した。簡略化された V_{LDM} および V_{SH} は

$$V_{\text{LDM}}(q) = E_{\text{S}}(q) + E_{\text{C}}(q), \quad (4.9)$$

$$V_{\text{SH}}(q, T) = E_{\text{shell}}^0(q) \Phi(T), \quad (4.10)$$

$$E_{\text{shell}}^0(q) = \Delta E_{\text{shell}}(q) + \Delta E_{\text{pair}}(q), \quad (4.11)$$

として記述される。 E_{S} と E_{C} は、それぞれ一般化された表面エネルギー [52] とクーロンエネルギーを表す。 E_{shell}^0 は $T = 0$ での微視的エネルギーを表し、殻補正エネルギー ΔE_{shell} と対相関補正エネルギー ΔE_{pair} の和として計算される。 T は複合核の内部エネルギーから計算した複合核の温度である。 ΔE_{shell} は、二中心殻模型ポテンシャル [50, 53, 54] の一粒子準位から Strutinsky 法 [11, 55] により、占有状態の一粒子エネルギーの和と平均化された量との差分として計算される。 ΔE_{pair} は BCS 近似で評価される [55, 4]。対相関エネルギーの平均化部分は、単一粒子状態の密度がペアリングウィンドウ上で一定であると仮定して計算される。ペアリング強度定数は同じ近似でギャップ方程式を解くことにより、平均ギャップパラメータ $\tilde{\Delta}$ に関連し、偶奇質量差に関する経験的結果 [56] を考慮し、文献 [4] で提案された $\tilde{\Delta} = 12/\sqrt{A}$ を採用する。温度依存係数 $\Phi(T) = \exp\left(-\frac{E^*}{E_{\text{d}}}\right)$ は文献 [57] で説明されている。ここで E^* は複合核の励起エネルギーを示す。 E^* は $E^* = a_{\text{lev}}T^2$ で与えられ、 a_{lev} は準位密度パラメータである。殻効果減衰エネルギー E_{d} は 20MeV とする。この値は Ignatyuk 達 [25] によって与えられている。 V_{rot} は以下に示す全角運動量 L から発生する遠心力ポテンシャルエネルギー

$$V_{\text{rot}}(q, L) = \frac{\hbar^2 \ell(\ell+1)}{2\mathcal{I}(q)} + \frac{\hbar^2 L_1(L_1+1)}{2\mathfrak{S}_1(q)} + \frac{\hbar^2 L_2(L_2+1)}{2\mathfrak{S}_2(q)}. \quad (4.12)$$

である。ここで、 $\mathcal{I}(q)$ と ℓ はそれぞれ原子核の形状 q に依存した剛体の慣性モーメント相対角運動量を表す。重い核分裂片と軽い核分裂片の慣性モーメントと角運動量それぞれは $\mathfrak{S}_{1,2}$ と $L_{1,2}$ で表される。

4.2.2 動力学方程式

ランジュバン型の方程式は、図 4.3 に模式的に示すように、7つの自由度 $\{R, \delta_1, \delta_2, \alpha, \vartheta, \varphi_1, \varphi_2\}$ を持つ。ただし、本研究では $\delta_1 = \delta_2$ とする。以下に示す多次元ランジュバン方程式 [46, 45, 57] を用いて、統一されたポテンシャルエネルギー [46, 45, 57] を時間ごとに解く：

$$\begin{aligned} \frac{dq_i}{dt} &= (m^{-1})_{ij} p_j, \\ \frac{dp_i}{dt} &= -\frac{\partial V}{\partial q_i} - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial q_i} (m^{-1})_{jk} p_j p_k - \gamma_{ij} (m^{-1})_{jk} p_k + g_{ij} \Gamma_j(t), \\ \frac{d\vartheta}{dt} &= \frac{\ell}{\mu_R R^2}, \quad \frac{d\varphi_1}{dt} = \frac{L_1}{\mathfrak{S}_1}, \quad \frac{d\varphi_2}{dt} = \frac{L_2}{\mathfrak{S}_2}, \\ \frac{d\ell}{dt} &= -\frac{\partial V}{\partial \vartheta} - \gamma_{\tan} \left(\frac{\ell}{\mu_R R} - \frac{L_1}{\mathfrak{S}_1} a_1 - \frac{L_2}{\mathfrak{S}_2} a_2 \right) R + R \sqrt{\gamma_{\tan} T} \Gamma_{\tan}(t), \\ \frac{dL_1}{dt} &= -\frac{\partial V}{\partial \varphi_1} + \gamma_{\tan} \left(\frac{\ell}{\mu_R R} - \frac{L_1}{\mathfrak{S}_1} a_1 - \frac{L_2}{\mathfrak{S}_2} a_2 \right) a_1 - a_1 \sqrt{\gamma_{\tan} T} \Gamma_{\tan}(t), \\ \frac{dL_2}{dt} &= -\frac{\partial V}{\partial \varphi_2} + \gamma_{\tan} \left(\frac{\ell}{\mu_R R} - \frac{L_1}{\mathfrak{S}_1} a_1 - \frac{L_2}{\mathfrak{S}_2} a_2 \right) a_2 - a_2 \sqrt{\gamma_{\tan} T} \Gamma_{\tan}(t). \end{aligned} \quad (4.13)$$

集団座標 q_i は z, δ , and α , を表し、 p_i は q_i と共役な運動量を表し、 V は多次元ポテンシャルエネルギーを表す。 ϑ は原子核の相対的な向きを表す。 φ_1 と φ_2 は反応面における原子核の回転角度を表し、

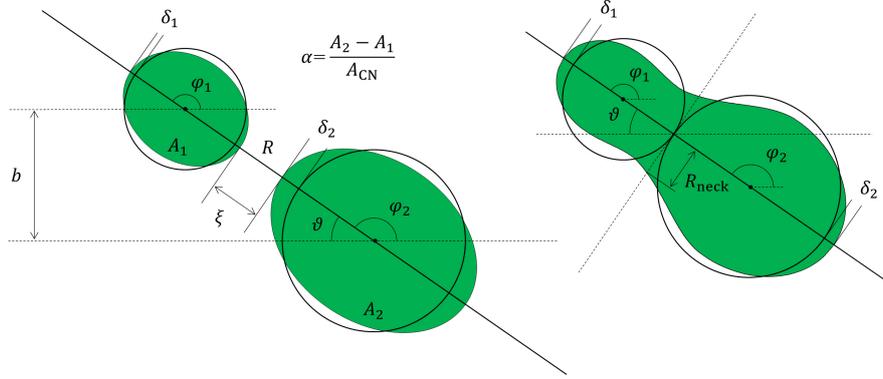


図 4.3 モデルで使用されている自由度を示す幾何学図。

$a_{1,2} = \frac{R}{2} \pm \frac{R_1 - R_2}{2}$ は 2 つの原子核それぞれの中心からそれぞれの核表面の中間点までの距離を表し、 $R_{1,2}$ は原子核の半径を表す。 R は 2 つの原子核間の距離である。全角運動量 $L = \ell + L_1 + L_2$ は保存される。 μ_R は換算質量、 γ_{tan} は衝突する原子核の接線方向の摩擦力である。ここではすべり摩擦と呼ぶことにする。分離した状態の原子核の現象論的摩擦力の影響は、すべり摩擦 γ_{tan} と半径方向の摩擦 γ_R が存在する。これらの影響は Woods-Saxon 型の半径方向の形成因子 [46] を用いて考慮される。

すべり摩擦と半径方向の摩擦は、それぞれ $\gamma_{\text{tan}} = \gamma_t^0 F(\xi)$ と $\gamma_R = \gamma_R^0 F(\xi)$ として記述される。ここで、半径方向の半径方向の形成因子 $F(\xi)$ は、 $F(\xi) = \left(1 + \exp\left(\frac{\xi - \rho_F}{a_F}\right)\right)^{-1}$ と表される。モデルパラメータである γ_t^0 と γ_R^0 はそれぞれ $0.1 \times 10^{-22} \text{ MeV s fm}^{-2}$ と $100 \times 10^{-22} \text{ MeV s fm}^{-2}$ を採用した。 $\rho_F \approx 2 \text{ fm}$ と $a_F \approx 0.6 \text{ fm}$ も文献 [46] で決められたモデルパラメータである。 ξ は核表面間の距離、 $\xi = R - R_{\text{contact}}$ 、ここで R_{contact} は、 $R_{\text{contact}} = R_1 + R_2$ として表される。半径方向の現象論的摩擦は二つの核が一つの核になった段階で一体摩擦に切り替えられている。 γ_R は二体反応での表面摩擦モデル [60] に従ったエネルギー散逸を考慮するために用いられている。一体の反応へ切り替わる際の半径方向の摩擦は $\gamma_{zz} = \gamma_{zz}^{\text{one}} + \Omega(\xi) \gamma_R$ として計算される。一体系の場合、摩擦テンソルには wall-and-window one-body-dissipation model による γ_{zz}^{one} を採用する [66, 36, 61, 62, 63, 64, 65, 67]。 $\Omega(\xi)$ は現象論的な摩擦を一体系の摩擦に切り替える平滑化関数 $\Omega(\xi) = \left(1 + \exp^{-\frac{\xi}{0.3}}\right)^{-1}$ [46] を表している。 m_{ij} と γ_{ij} はそれぞれ原子核の形状に依存する慣性質量および摩擦係数である。慣性質量の計算には Werner-Wheeler 近似 [33, 34] による流体力学模型から得られる二体散逸、摩擦係数には wall-and-window 形式による一体散逸模型 [62, 35] を採用した。ガウス分布に従う正規化されたランダム力 $\Gamma_i(t)$ は白色雑音であると仮定し、 $\langle \Gamma_i(t) \rangle = 0$ および $\langle \Gamma_i(t_1) \Gamma_j(t_2) \rangle = 2\delta_{ij}\delta(t_1 - t_2)$ の関係を満たす。アインシュタインの関係式に従い、ランダムな力の強さ g_{ij} は $\gamma_{ij} T = \sum_k g_{ik} g_{jk}$ として与えられる。

以上が本研究で用いた理論計算枠組みである。次節では計算結果および議論を示す。

4.3 計算結果および議論

4.3.1 衝突初期段階のネックの成長

重イオン衝突の初期段階におけるネック形成のダイナミクスを解析するために、 $^{136}\text{Xe} + ^{136}\text{Xe}$ 反応におけるネック半径 R_{neck} の時間に対する揺らぎを計算した。入射エネルギーを $E_{\text{c.m.}}/V_{\text{bass}} = 1.01, 1.10$ および 1.20 と変えて計算した接触からの時間 t と R_{neck} の関係を図 4.4 に示す。ここで V_{bass} は $V_{\text{bass}} = 299.56$ MeV と計算される [24]。ネック半径は計算の各時間ステップから抽出し、20000 試行の結果を足し合わせた。ネック半径の値は図 4.4 の等高線図のように分布し、分布の尾根は黒線で示されている。計算結果の表示は 0.2 zs ($\text{zs} = 10^{-21}$ s) までの衝突初期に限定した。ネック半径の成長率は、 $E_{\text{c.m.}}/V_{\text{bass}} = 1.01, 1.10$ および 1.20 の場合、それぞれ $t \approx 0.01, 0.03$ および 0.04 zs を超えると減少する。ここで、ネックが直線的に成長する領域を粘性領域、それ以降の領域を慣性領域と定義する。

なお、まずは巨視的な水滴合体のネック形成との類似性を確認するために、原子核衝突系では軌道角運動量を 0 (正面衝突) としている。後節で粘性を見積もる際には、QF あるいは DIC 現象に対応する軌道角運動量の有限値を計算に用いる。

図 4.4(a) では、入射エネルギーの減少に伴い DIC 成分が増加するため、ネック半径が直線的に成長した後に急激に衰退するため、分布が下側に大きく広がっている。図 4.4(b) の細い線は揺らぎの影響がない場合の結果である。揺らぎがない場合ネック半径は一意に決まる。図 4.4(a)-(c) の黒線からわかるように、 R_{neck} は各入射エネルギーに対して $0.01, 0.03, 0.04$ zs まで直線的に成長する。この $E_{\text{c.m.}}$ 依存性は、接触後の入射核が持つ余分な運動エネルギーによって入射核が標的核により押し込まれるためである。衝突する 2 つの原子核の相対速度は 3 つの入射エネルギーに対応して、 $29, 31, 32$ fm/zs を示す。

一方、 R_{neck} の成長率は慣性領域で減少を示す。この傾きの変化は、水滴の研究 [71, 72, 73, 86, 87, 88, 89, 90] で徹底的に議論されたようにダイナミクスの遷移を意味する。ここで、たとえば式 4.8 に含まれる t_0 と Δ_ϵ が $0.1 \text{ zs} \leq t_0 \leq 1 \text{ zs}$ と $0.1 \text{ zs} \leq \Delta_\epsilon \leq 10 \text{ zs}$ の範囲で変化する場合でも、衝突初期段階でこのような特徴が確認されることは確認済みである。

4.3.2 粘性-慣性クロスオーバー現象

粘性領域では、毛細管力が粘性に逆らってネックを成長させる。時間 t に対するネック半径の関数 $R_{\text{neck}}(t) \approx C_0 \sigma t / \eta$ は、表面エネルギーの減少量が粘性によって散逸されるという理解から導かれる [73, 91, 87]。この研究では、係数 C_0 の値は $1.5 (= 3/2)$ である。ここで、 σ は単位面積あたりの表面張力を示し、二中心殻模型によって与えられる。 η は核物質の粘性係数を示す。

一方、十分な時間が経過すると、表面エネルギーの減少は運動エネルギーに変換され、ネック領域での核子の運動が始まる。運動エネルギーと表面エネルギーのバランスを考慮すると、慣性領域ではネック半径は $R_{\text{neck}}(t) \approx D_0 (\sigma R_0 / \rho)^{1/4} \sqrt{t}$ [92, 91] で表される。 $R_0 = 1.2A^{1/3}$ は衝突前に入射核または標的核の質量数 A での原子核半径を表し、 ρ は原子核の密度であり、 2.5×10^{17} kg/m³ と仮定する。係数 D_0 は本研究では約 $1.19 (\sim 2^{1/4})$ である。 C_0 と D_0 はともに 1 のオーダーであり、これらの値は文献 [72, 73, 92] で報告されているように、我々の結果の解析にも妥当な値である。

これら 2 つのネック半径関数を、図 4.4 の黒の太線で示した計算結果とともに図 4.5 にプロットした。図 4.5 ではダイナミクスの遷移に注目するため、軸スケールを変更している。図 4.5 の粘性領域における時間

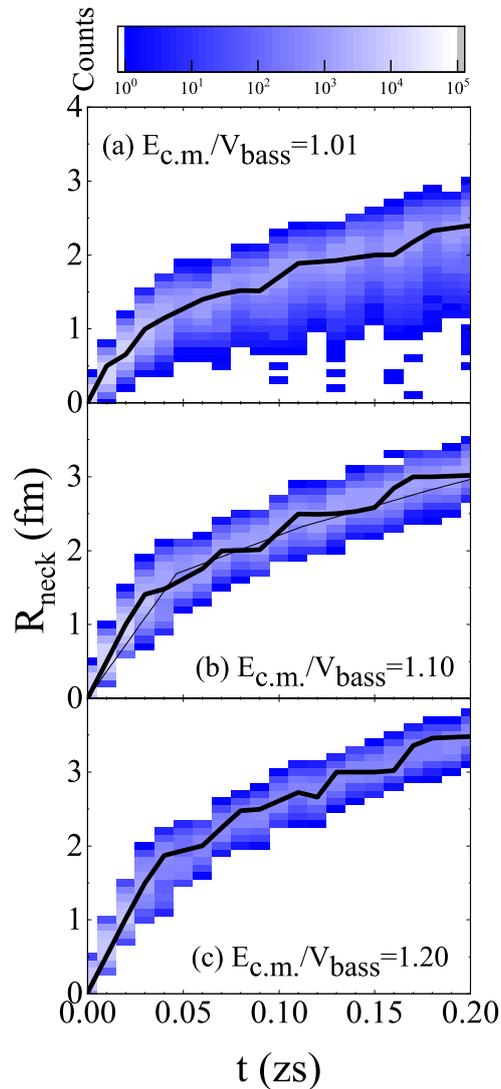


図 4.4 $E_{c.m.}/V_{bass} =$ (a) 1.01, (b) 1.10 および (c) 1.20 における $^{136}\text{Xe} + ^{136}\text{Xe}$ 反応の 2 次元 R_{neck} -時間分布。黒の太い線は等高線の尾根。細い線は揺らぎのないネック半径の計算結果。20000 回の計算の各時間ステップのネック半径を蓄積して等高線図を作成した。

に対する線形依存性のデータから、粘性係数を抽出することができる。ネック半径の時間に対する線形依存性は、 η の最適値を用いて緑の実線で描かれている。図 4.5(a)-(c) から抽出した粘性係数の値は、それぞれ 0.0092 TP、0.0090 TP、0.0086 TP であった。これらの値は GDR の実験データから抽出された粘性係数の値 0.025 TP と比べて、かなり小さな値である。この原因は、現在の計算条件によって解析した反応過程と GDR の実験データの見ている反応過程が異なるためである。この結果を踏まえて、粘性係数の推定を新たに行った結果は 4.3.3 項に示すことにする。

超重核生成するような衝突では、クーロン障壁を乗り越えても内部障壁が存在する。図 4.5(b) や (c) のような高入射エネルギー反応の場合、核物質は非圧縮性であるため、内部障壁との相互作用によって生じると考えられる圧縮領域は回避される。その代わりに、ネック領域の幅（横の長さ）を変えずにネック半径（縦

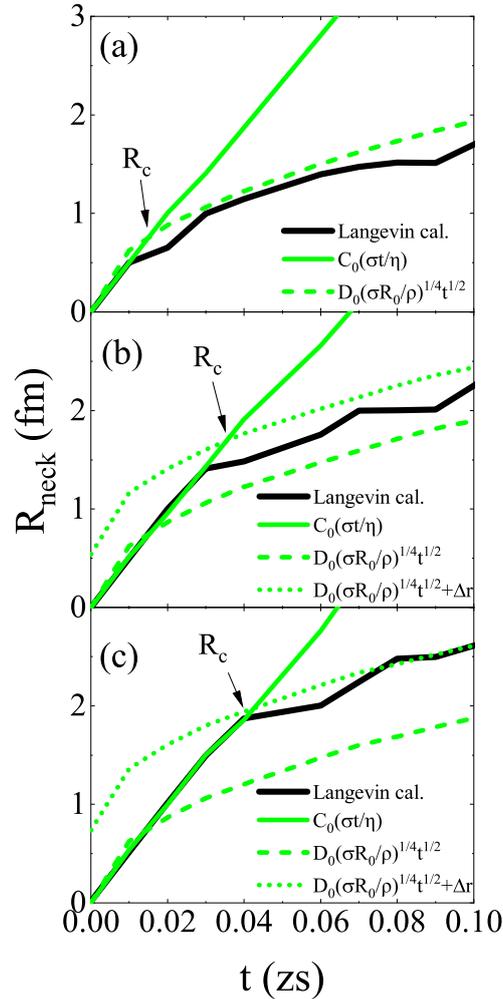


図 4.5 $E_{c.m.}/V_{bass} =$ (a) 1.01, (b) 1.10, (c) 1.20 の $^{136}\text{Xe} + ^{136}\text{Xe}$ 反応における、最初につながったネックからの経過時間 t の関数とした合体時のネック半径 R_{neck} 。黒の実線は図 4.4 と同じ。緑色の実線と破線は、それぞれ粘性-毛細管スケーリング ($R_{\text{neck}} \propto t$) と慣性-毛細管スケーリング ($R_{\text{neck}} \propto t^{1/2}$) によるものである。点線は原子核-原子核衝突における相互作用領域の流動ダイナミクスを考慮した R_{neck} の関数です。補正係数 Δr と係数 C_0 と D_0 については本文で説明する。矢印はクロスオーバー点 R_c を示す。

の長さ) が拡大すると考えられる。この効果は追加パラメータ Δr によって考慮される。液滴の合体実験 [71, 72, 73, 86, 87, 89, 90] では、液滴間の相対速度はゼロと考えられている。対照的に、我々の反応系では合体におけるクーロン障壁を克服するために、必然的に衝突する原子核の相対速度が必要となる。この点で、今回のケースではネック領域における支配的な運動が、粘性領域における巨視的な物質の場合 [92] とは異なる。以上が、高入射エネルギー反応でのネック半径の成長を理解するために Δr というパラメータを導入しなければならなかった理由である。

粘性領域と慣性領域がクロスオーバーする点 R_c にはエネルギー依存性があり、図 4.5(a)-4.5(c) ではそれぞれ 0.6 fm、1.6 fm、1.87 fm である。図 4.5(b) と図 4.5(c) の場合の慣性領域での $R_{\text{neck}}(t)$ の対応するシフトは、 Δr の値は 0.54 fm と 0.74 fm であった。これらの値は、 R_c までに系が経験するネック半径の平均から決定された。

4.3.3 巨視的な液滴のアナロジーから推定される原子核の粘性係数

ネック形成から核粘性係数を推定する新しい方法を実施した。GDR における実験データからの粘性係数と比較するために、高い軌道角運動量 ($L = 210\hbar$) に対して計算を行った。図 4.6 は $E_{c.m.}/V_{bass} = 1.20$ における $^{136}\text{Xe} + ^{136}\text{Xe}$ 反応における $L = 210\hbar$ の 2 次元 $R_{neck}-t$ の関係を計算した結果である。図 4.4(c) の結果と比較すると、角運動量の増加による DIC 成分の増加によりネックが急激に消失するため、分布は下側に大きく広がっている。細い黒線は $L = 0\hbar$ で計算した図 4.4(c) の黒線と同じである。高い軌道角運動量を反応に持ち込む場合では、粘性領域で現れるネックの急激な成長は抑制される。これは正面衝突の場合二核が重なり合う領域は多い一方で、高い軌道角運動量を持つ反応では原子核の表面間をこするような反応（かすめ衝突）が起こるため、幾何学的な理解から衝突後の圧縮されるネック領域が減るためである。ゆえにネック半径の傾きはなだらかになる。ネック半径の変化は $R_{neck}(t) \approx C_0\sigma t/\eta$ を使って緑の線で表される。太い黒線で示した 0 zs から 0.04 zs までの勾配に緑線をフィットさせると、原子核の粘性係数 η は 0.02 ± 0.01 TP と推定される。考えられる誤差 0.01 TP は分布の広がりを考慮している。

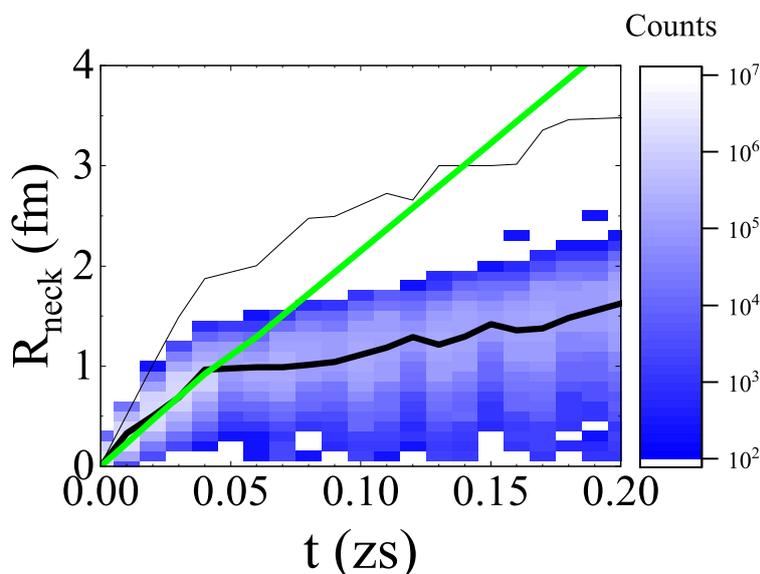


図 4.6 $E_{c.m.}/V_{bass} = 1.20$ での $^{136}\text{Xe} + ^{136}\text{Xe}$ 反応における $L = 210\hbar$ での 2 次元 $R_{neck}-t$ の関係。太い黒線は等高線図の尾根である。900000 試行の計算の各時間ステップでのネック半径を積算して等高線マップを作成している。細い黒線は図 4.4(c) の結果 ($L = 0\hbar$) と同じ。緑線は $R_{neck}(t) \approx C_0\sigma t/\eta$ を用いた粘性-毛細管 ($R_{neck} \propto t$) スケーリングを示す。

次に、本モデルで扱った摩擦テンソル $\gamma_{\alpha\alpha}$ と慣性テンソル $m_{\alpha\alpha}$ を用いて推定した粘性係数の値を評価する。動粘性係数 ν は reduced friction coefficient $\beta_{\alpha\alpha}(q)$ を用いて以下のように示される [84, 93, 94] :

$$\beta_{\alpha\alpha}(q) = \frac{\gamma_{\alpha\alpha}}{m_{\alpha\alpha}}, \quad (4.14)$$

$$\nu = \frac{\beta_{\alpha\alpha}(q) R_{neck}^2}{6}, \quad (4.15)$$

原子核物理で二体粘性係数として扱われる η は、動粘性係数を用いて $\eta = \rho\nu$ として求められる。粘性毛管力が支配的となる 0 zs から 0.04 zs の間を平均すると、本ケースでは $\eta \approx 0.021$ となる。reduced friction

coefficient から得られる粘性係数は、ランジュバン計算のネック形成の傾きから得られる粘性係数の誤差範囲に留まり、ほぼ一致している。したがって、本研究で用いた原子核の粘性係数の新しい推定法が妥当であることを暗に意味している。

4.4 結言

巨視的質量パラメータを採用したランジュバン方程式を用いて、原子核-原子核衝突におけるネック半径成長のダイナミクスを調べた。この研究では、 $^{136}\text{Xe} + ^{136}\text{Xe}$ 系を例にとり、原子核の粘性を明らかにするため、ネック形成を支配する衝突の初期段階に焦点を当てた。この研究で推定した原子核の粘性係数は 0.02 ± 0.01 [TP] であり、GDR の実験データから抽出される粘性と同等であることがわかった。衝突初期では粘性毛管力 ($R_{\text{neck}} \propto t$) が働き、衝突後期では慣性毛管力 ($R_{\text{neck}} \propto t^{1/2}$) が支配的になる。原子核のようなマイクロな液滴においても、ネックパラメータ ε の時間依存関数形とは無関係に粘性-慣性クロスオーバー現象が見られることは注目に値する。マイクロな原子核の合体で起こる合体初期から後期へのダイナミクスの変化が、マクロな水滴の場合と類似している結果から、原子核を水滴と見立てる理解の妥当性、つまり本研究で扱う液滴模型の妥当性を示唆している。

第 5 章

重イオン融合反応における融合阻害の動力学的なメカニズム

5.1 序言

重イオン反応ではいくつかの過程に分類される。第一段階では、主にクーロンポテンシャルによる相互作用障壁を乗り越えた後、入射核と標的核が互にくっつく（捕獲過程）。次に、系は複合核（CN）を形成する経路を進む。この過程が融合過程である。そして、反応イベントの大部分は、ある程度の核子を交換した後の再分離（準核分裂（QF）過程または深部非弾性衝突（DIC）過程）に発展する。特に、より重い超重核を生成するとなるとそれらのイベントが顕著である。

捕獲断面積は QF 断面積、DIC 断面積、CN 断面積の和として定義され、実験によって測定可能な量である。理論的には、衝突パラメータに対応する角運動量因子 ($2L + 1$) を重みとする相互作用障壁の輸送係数の総和によって、捕獲断面積を定義することができる。重要なことは、QF や DIC と競合する融合現象を同定することである。CN 断面積の見積もりは超重元素の合成予測に極めて重要である。なぜなら、超重元素は核分裂の支配的な過程から生き残った CN の蒸発残留核として同定されるからである。

捕獲断面積を QF と DIC から分離し、CN 断面積を同定する多くの試みが報告されている。Swiatecki [95] による初期の巨視的力学モデルでは、二核をつなぐネックの自由度を考慮して CN 断面積が見積もられた。また、融合確率はスモールコフスキー拡散モデル [96] によって計算されているだけでなく、多次元ランジュバン方程式 [97] によって変形空間の CN 領域を通過する確率を融合確率とし推定されてもいる。近年、ランジュバン方程式は超重核領域の核融合・核分裂現象の解析に広く用いられている [98, 99, 100, 101, 102, 103]。CN 断面積に対する別のアプローチとしては、dinucleus system model (DNS モデル) [104, 75] があり、彼らは衝突系のネック挙動の重要性を指摘し、より重い衝突系における核融合確率の理論的過大評価が、ネック自由度の質量パラメータの適切な扱いによって改善されることを示している。

ゆえに、本研究でも原子核形状の時間発展のダイナミクスを詳細に調べる必要がある。特にネック（原子核間を接続するくびれ）の時間発展は重要な因子の一つであるが [104, 105, 83]、その詳細については議論されていない。従って、ネックパラメータの時間発展、その役割、および融合過程における寄与を解析することが不可欠である。

本研究では、 $^{48}\text{Ca}+^{208}\text{Pb}$ 系を用いた核融合障害の動力学的メカニズムを、ネックの成長に着目したランジュバン方程式の 3 次元変形空間における軌道の解析によって明らかにする。具体的には、衝突する原子核の接触段階からネックが成長するパターンと接触段階からのネック成長の遅延がある場合を主に比較し、融合に

向かうダイナミクスにどのような影響を与えるかを明らかにする。

次節で、ランジュバン型アプローチについて簡単に説明する。 $E_{c.m.} = 180.0$ MeV での $^{48}\text{Ca} + ^{208}\text{Pb}$ 系における融合障害の動力学的メカニズムを 5.3 節で示し、ネック形成の影響と核融合障害の理由についての詳細な解析及び議論を行う。最後に結言を述べる。

5.2 モデルの枠組み

5.2.1 ポテンシャルエネルギー

本研究では、多次元ランジュバン方程式に基づく動力学モデルを採用しており、これは文献 [45] の統一モデルと類似している。衝突の初期では、核子が移行する段階は二つの部分から構成される。まず、反応の進行が速すぎて核子が最も低い一粒子準位を占めることができないため、接近段階では系は入射核と標的核の基底状態でポテンシャルエネルギーが計算される。その後、系は非断熱的なものになり、複合系全体の基底状態で計算されたポテンシャルエネルギーに緩和する。したがって、2つの反応段階の遷移を時間依存の重み付け関数で以下のように扱う：

$$V = V_{\text{diab}}(q) f(t) + V_{\text{adiab}}(q) [1 - f(t)], \quad (5.1)$$

$$f(t) = \exp\left(-\frac{t}{\tau_{\text{DA}}}\right). \quad (5.2)$$

ここで q は核形状を表す集団座標を表す。 t は相互作用時間、 τ_{DA} は断熱ポテンシャルエネルギーから非断熱ポテンシャルエネルギーへの遷移における緩和時間である。文献 [46, 45, 13] で提案されている緩和時間 $\tau_{\text{DA}} = 0.1$ zs を本研究では用いる。原子核の変形を表現する座標として、二中心媒介変数表示 [50, 51] によって以下の3つのパラメータを定義する： $z_0 = |z_1| + |z_2|$ (2つのポテンシャルの中心間の距離)、 δ (フラグメントの変形)、 α (衝突する原子核の質量の非対称性)； $\alpha = \frac{A_2 - A_1}{A_{\text{CN}}}$ 、ここで A_1 と A_2 はそれぞれ入射核と標的核の質量数を表すだけでなく、2つの核分裂片の質量数を表す。 A_{CN} は複合核の質量数である。変形度 δ は $\delta = \frac{3(a-b)}{2a+b}$ と定義され、 a と b はそれぞれ z_0 と z_0 に直交する方向の楕円軸の半分の長さを表す [50]。ここでは、2つの分裂片は同じ変形をすると仮定する。ここで、 R_{CN} は球形の複合核の半径を表し、パラメータ B は $B = \frac{3+\delta}{3-2\delta}$ と定義される。自由度の数は3つの変形パラメータに制限した理由は、動力学方程式を数値的に解く際、計算時間が膨大になることを避けるためである。

3つの変形パラメータ以外に原子核の形状を表すパラメータの一つであるネックパラメータ ϵ は文献 [58] で調整されており、本研究では文献 [13, 14] に従い、入口チャンネルには $\epsilon = 1$ 、出口チャンネルには $\epsilon = 0.35$ を用いる。 ϵ におけるポテンシャルエネルギーの時間依存性は、Finite Range Liquid Drop Model (FRLDM) 内で考慮され、ネックの特性緩和時間 t_0 と分散 Δ_ϵ を用いて以下のように表す：

$$V_{\text{LDM}}(q, t) = V_{\text{LDM}}(q, \epsilon = 1) f_\epsilon(t) + V_{\text{LDM}}(q, \epsilon = 0.35) [1 - f_\epsilon(t)], \quad (5.3)$$

$$V_{\text{LDM}}(q, \epsilon) = E_S(q, \epsilon) + E_C(q, \epsilon), \quad (5.4)$$

$$f_\epsilon = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{t-t_0}{\Delta_\epsilon}\right)}, \quad (5.5)$$

ここで E_S と E_C はそれぞれ一般化された表面エネルギーとクーロンエネルギーを表す [52]。 t_0 の値が 0 s とすると、接触と同時に $\epsilon = 1$ の非断熱ポテンシャルエネルギーは $\epsilon = 0.35$ の非断熱ポテンシャルエネルギーに向かって遷移を始める。 ϵ 値の緩和における時間依存の重み付け関数は、Langevin 型アプローチに基づくモデルでしばしば採用されている [13, 14, 106, 44, 85, 84]。

ϵ の値と系の温度 T が与えられたときの非断熱ポテンシャルエネルギーは次のように定義される。

$$V_{\text{adiab}}(q, t, L, T) = V_{\text{LDM}}(q, t) + V_{\text{SH}}(q, T) + V_{\text{rot}}(q, L), \quad (5.6)$$

$$V_{\text{SH}}(q, T) = E_{\text{shell}}^0(q) \Phi(T), \quad (5.7)$$

$$E_{\text{shell}}^0(q) = \Delta E_{\text{shell}}(q) + \Delta E_{\text{pair}}(q), \quad (5.8)$$

$$\Phi(T) = \exp\left(-\frac{E^*}{E_d}\right). \quad (5.9)$$

V_{SH} は温度依存性を考慮した殻補正エネルギーである。 E_{shell}^0 は $T = 0$ での微視的エネルギーを表し、殻補正エネルギー ΔE_{shell} と対相関補正エネルギー ΔE_{pair} の和として計算される。 T は複合核の内部エネルギーから計算した複合核の温度である。 ΔE_{shell} は、二中心殻模型ポテンシャル [50, 53, 54] の一粒子準位から Strutinsky 法 [11, 55] により、占有状態の一粒子エネルギーの和と平均化された量との差分として計算される。 ΔE_{pair} は BCS 近似で評価されている [55, 4]。対相関エネルギーの平均化部分は、単一粒子状態の密度がペアリングウィンドウ上で一定であると仮定して計算される。ペアリング強度定数は同じ近似でギャップ方程式を解くことにより、平均ギャップパラメータ $\tilde{\Delta}$ に関連し、偶奇質量差に関する経験的結果 [56] を考慮し、文献 [4] で提案された $\tilde{\Delta} = 12/\sqrt{A}$ を採用する。温度依存係数 $\Phi(T) = \exp\left(-\frac{E^*}{E_d}\right)$ による影響は文献 [57] で説明されている。ここで E^* は複合核の励起エネルギーを示す。 E^* は $E^* = a_{\text{lev}} T^2$ で与えられ、 a_{lev} は準位密度パラメータである。殻効果減衰エネルギー E_d は 20MeV とする。この値は Ignatyuk 達 [25] によって与えられている。 V_{rot} は以下に示す全角運動量 L から発生する遠心力ポテンシャルエネルギー

$$V_{\text{rot}}(q, L) = \frac{\hbar^2 \ell(\ell+1)}{2\mathcal{I}(q)} + \frac{\hbar^2 L_1(L_1+1)}{2\mathfrak{S}_1(q)} + \frac{\hbar^2 L_2(L_2+1)}{2\mathfrak{S}_2(q)}. \quad (5.10)$$

である。ここで、 $\mathcal{I}(q)$ と ℓ はそれぞれ原子核の形状 q に依存した剛体の慣性モーメント相対角運動量を表す。重い核分裂片と軽い核分裂片の慣性モーメントと角運動量それぞれは $\mathfrak{S}_{1,2}$ と $L_{1,2}$ で表される。

5.2.2 動力学方程式

軌道計算結果は以下の多次元ランジュバン方程式 [46, 57, 59] を用いて、時間に依存した統一ポテンシャルエネルギー [46, 45, 57] を解くことで得られる：

$$\begin{aligned} \frac{dq_i}{dt} &= (m^{-1})_{ij} p_j, \\ \frac{dp_i}{dt} &= -\frac{\partial V}{\partial q_i} - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial q_i} (m^{-1})_{jk} p_j p_k - \gamma_{ij} (m^{-1})_{jk} p_k + g_{ij} \Gamma_j(t), \\ \frac{d\vartheta}{dt} &= \frac{\ell}{\mu_R R^2}, \quad \frac{d\varphi_1}{dt} = \frac{L_1}{\mathfrak{S}_1}, \quad \frac{d\varphi_2}{dt} = \frac{L_2}{\mathfrak{S}_2}, \\ \frac{d\ell}{dt} &= -\frac{\partial V}{\partial \vartheta} - \gamma_{\tan} \left(\frac{\ell}{\mu_R R} - \frac{L_1}{\mathfrak{S}_1} a_1 - \frac{L_2}{\mathfrak{S}_2} a_2 \right) R + R \sqrt{\gamma_{\tan} T} \Gamma_{\tan}(t), \\ \frac{dL_1}{dt} &= -\frac{\partial V}{\partial \varphi_1} + \gamma_{\tan} \left(\frac{\ell}{\mu_R R} - \frac{L_1}{\mathfrak{S}_1} a_1 - \frac{L_2}{\mathfrak{S}_2} a_2 \right) a_1 - a_1 \sqrt{\gamma_{\tan} T} \Gamma_{\tan}(t), \\ \frac{dL_2}{dt} &= -\frac{\partial V}{\partial \varphi_2} + \gamma_{\tan} \left(\frac{\ell}{\mu_R R} - \frac{L_1}{\mathfrak{S}_1} a_1 - \frac{L_2}{\mathfrak{S}_2} a_2 \right) a_2 - a_2 \sqrt{\gamma_{\tan} T} \Gamma_{\tan}(t). \end{aligned} \quad (5.11)$$

集団座標 q_i は $z, \delta,$ and $\alpha,$ を表し、 p_i は q_i と共役な運動量を表し、 m_{ij} と γ_{ij} はそれぞれ原子核の形状に依存する慣性質量および摩擦係数である。慣性質量は Werner-Wheeler 近似 [33, 34] による流体力学模型か

ら得られる二体散逸によって計算され、摩擦係数は wall-and-window 形式による一体散逸を仮定して得られる [62, 35]。ガウス分布に従う正規化されたランダム力 $\Gamma_i(t)$ は白色雑音であると仮定し、 $\langle \Gamma_i(t) \rangle = 0$ および $\langle \Gamma_i(t_1) \Gamma_j(t_2) \rangle = 2\delta_{ij}\delta(t_1 - t_2)$ の関係を満たす。アインシュタインの関係式に従い、ランダムな力の強さ g_{ij} は $\gamma_{ij}T = \sum_k g_{ik}g_{jk}$ として与えられる。 V は多次元ポテンシャルエネルギーを表す。 ϑ は原子核の相対的な向きを表す。 φ_1 と φ_2 は反応面における原子核の回転角度を表し、 $a_{1,2} = \frac{R}{2} \pm \frac{R_1 - R_2}{2}$ は 2 つの原子核それぞれの中心からそれぞれの核表面の中間点までの距離を表し、 $R_{1,2}$ は原子核の半径を表す。 R は 2 つの原子核間の距離である。全角運動量 $L = \ell + L_1 + L_2$ は保存される。 μ_R は換算質量、 γ_{tan} は衝突する原子核の接線方向の摩擦力である。ここではすべり摩擦と呼ぶことにする。分離した状態の原子核の現象論的摩擦力の影響は、すべり摩擦 γ_{tan} と半径方向の摩擦 γ_R が存在する。これらの影響は文献 [46] に記載されている Woods-Saxon 型の半径方向の形成因子を用いて表している。

すべり摩擦と半径方向の摩擦は、それぞれ $\gamma_{\text{tan}} = \gamma_t^0 F(\xi)$ と $\gamma_R = \gamma_R^0 F(\xi)$ として記述される。ここで、半径方向の半径方向の形成因子 $F(\xi)$ は、 $F(\xi) = \left(1 + \exp\left(\frac{\xi - \rho_F}{a_F}\right)\right)^{-1}$ と表される。モデルパラメータである γ_t^0 と γ_R^0 はそれぞれ $0.1 \times 10^{-22} \text{ MeV s fm}^{-2}$ と $100 \times 10^{-22} \text{ MeV s fm}^{-2}$ を採用した。 $\rho_F \approx 2 \text{ fm}$ と $a_F \approx 0.6 \text{ fm}$ も文献 [11] で決定されたモデルパラメータである。 ξ は核表面間の距離、 $\xi = R - R_{\text{contact}}$ 、ここで R_{contact} は、 $R_{\text{contact}} = R_1 + R_2$ [11] として表される。 γ_R は二体反応での表面摩擦モデル [60] に従ったエネルギー散逸を考慮し用いている。半径方向の現象論的摩擦 γ_R は二つの核が一つの核になった段階で一体摩擦 γ_{zz} に切り替わるように以下の形式で表されている；

$$\gamma_{zz} = \gamma_{zz}^{\text{one}} + \Omega(\xi) \gamma_R. \quad (5.12)$$

ここで、 γ_{zz}^{one} は wall-and-window 形式による一体散逸モデルによる一体系での摩擦を表している [36, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67]。また、二体系で働く摩擦を一体系の摩擦に切り替える平滑化関数 $\Omega(\xi)$ は

$$\Omega(\xi) = \left(1 + \exp^{-\frac{\xi}{0.3}}\right)^{-1}. \quad (5.13)$$

として表される。

以上が本研究で採用した理論計算の枠組みである。次節では計算結果および議論内容を示す。

5.3 計算結果および議論

5.3.1 ネットの形成による融合阻害

重イオン衝突におけるネットの形成の影響による融合阻害を調べるために、 $^{48}\text{Ca} + ^{208}\text{Pb}$ の反応を例にとり、まずは ϵ を異なる値で固定 (1.0 と 0.65) した場合の一次元融合障壁を図 5.1 に示す。 $\epsilon = 1.0$ の場合、障壁のトップと接触線は同じ位置にある。つまり、 $\epsilon = 1.0$ の接近過程ではこの時点でまだ内部障壁は形成されていないということである。したがって、2 つの原子核が接触した後、融合障壁を乗り越えた反応は比較的容易に複合核の形成に向かう。一方、2 つの核が接触する前にネックブリッジを形成する $\epsilon = 0.65$ の場合、接触線での融合障壁が $\epsilon = 1.0$ と比較して下がる。融合障壁の高さが減少することにより融合の促進が期待されるが、系は摩擦に抗しながら $z = 0.6$ 付近に現れる障壁 (内部障壁) を乗り越える必要があり、その結果、融合阻害が生じる。詳細は後述することにする。

ここで、 $^{48}\text{Ca} + ^{208}\text{Pb}$ において、 ϵ を 1.0 と 0.65 で固定した際の接触前 $\{z, \delta, \alpha\} = \{2.0, 0.0, 0.63\}$ の原子核の形状を図 5.2 に示した。図 5.2 示すように、 $\epsilon = 0.65$ を用いると接触前にネックブリッジが形成されている

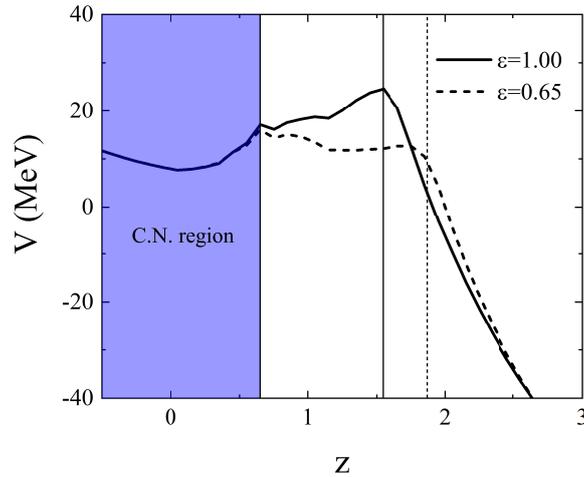


図 5.1 $^{48}\text{Ca}+^{208}\text{Pb}$ 反応における正面衝突 ($L = 0\hbar$) の一次元融合障壁。実線は $\epsilon = 1.0$ 固定、破線は $\epsilon = 0.65$ 固定の場合。接近過程でネックブリッジが形成されない ($\epsilon = 1.0$ 固定での) 融合障壁、接近過程でネックブリッジがすでに形成される ($\epsilon = 0.65$ 固定での) 融合障壁をそれぞれ実線と破線で表している。垂直の実線と破線はそれぞれ $\epsilon = 1.0$ 固定と $\epsilon = 0.65$ 固定の場合での接触時の z の値である。青い領域は複合核 (Compound Nucleus; CN) 領域を示す。

ことが確認できる。

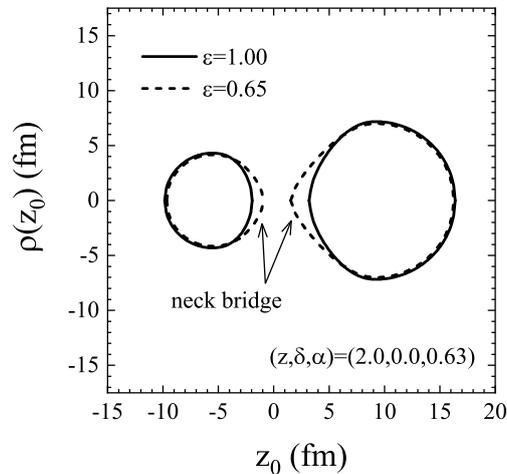


図 5.2 2つの原子核が接触する前の $^{48}\text{Ca}+^{208}\text{Pb}$ の原子核の形状 ($\{z, \delta, \alpha\} = \{2.0, 0.00, 0.63\}$)。実線と破線はそれぞれ $\epsilon = 1.0$ と $\epsilon = 0.65$ に固定した場合の原子核の形状に対応する。

次に、 $E_{c.m.} = 180.0$ MeV の $^{48}\text{Ca}+^{208}\text{Pb}$ 反応におけるネックブリッジ形成の違いによる核分裂片の質量分布 (Fission Fragment Mass distribution; FFMD) を調べた。 $\epsilon = 1.0$ と $\epsilon = 0.65$ の軌道角運動量の影響を除いた ($L = 0\hbar$ での) FFMD を図 5.3 に示す。 $\epsilon = 0.65$ で固定した FFMD は、 $\epsilon = 1.0$ の場合の FFMD に比べて質量対称分裂の成分が減少している。この質量対称分裂の減少は、図 5.1 で示した接触後の内部障壁によるものである。分布の両側の鋭いピークは衝突系の質量数 (48 u と 208 u) でしばしば確認される準弾性散乱 (Quasi Elastic Collision; QEC) のイベントである。接触前にネックブリッジが形成されると、殻効果によ

り矢印で示す ^{180}Hg 付近に2つ目のこぶが確認される。これらのこぶは準核分裂 (QuasiFission; QF) イベントに対応し、入射チャンネルの情報を保持している (系の平衡化が十分に進まぬまま核分裂を起こしている) ことを意味している。

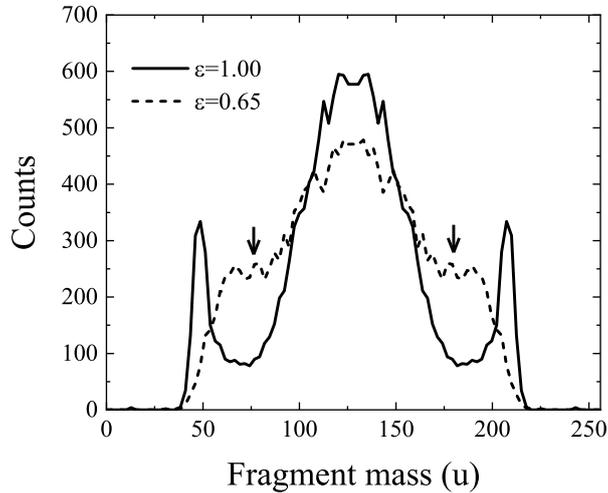


図 5.3 $E_{c.m.} = 180.0$ MeV の $^{48}\text{Ca}+^{208}\text{Pb}$ 反応における正面衝突 ($L = 0\hbar$) での核分裂片の質量分布。実線は $\epsilon = 1.0$ 固定、破線は $\epsilon = 0.65$ 固定の計算結果。

接触前にネックブリッジの形成が現れる場合の FFMD について、平均軌道 (揺らぎの影響がない) 計算を用いた動力的解析の観点から調査した。図 5.4 は $E_{c.m.} = 180.0$ MeV における角運動量の影響を除いた $^{48}\text{Ca}+^{208}\text{Pb}$ 反応の計算結果である。軌道計算開始地点は $\{z, \delta, \alpha\} = \{2.65, 0.0, 0.63\}$ である。図 5.4(a) に、接触前にネックブリッジが形成される場合とされない場合の両方の z の時間発展を示す。実線で示すように、ネックブリッジが形成されない場合、 z の値は基底状態に向かって動き始める。接触前にネックブリッジが形成された場合、 z は破線で示すように核分裂領域に向かう。 $\epsilon = 1.0$ と $\epsilon = 0.65$ の場合の動力的変化の特徴的な時間をそれぞれ垂直な実線と破線で示す。それぞれの時間は 6.845×10^{-21} s と 9.873×10^{-21} s である。

図 4.4(b) は揺らぎがない時の α の時間変化である。接触前にネックブリッジが形成される場合 ($\epsilon = 0.65$)、系は十分なネック断面積を得ることができるため、ネックを介した核子の移行によって質量非対称度の緩和は早い段階から急速に始まる。逆に $\epsilon = 1.0$ の場合、太いネックが形成されないため、質量非対称度の緩和が遅れる。これらの計算では揺らぎは考慮されていないことに注意されたい。図 5.4(b) に、動的变化が起こる特徴的な位置を \star ($\alpha = 0.46$) と \diamond ($\alpha = 0.13$) で示す。

$\alpha = 0.46$ と $\alpha = 0.13$ の点における $z - \delta$ 平面のポテンシャルエネルギー曲面上に描かれた $\epsilon = 1.0$ と $\epsilon = 0.65$ の平均軌道をそれぞれ図 5.4(c) と図 5.4(d) に示す。図 5.4(c) と図 5.4(d) にプロットされた \star と \diamond は、それぞれ図 5.4(b) の \star と \diamond の位置に対応している。図 5.4(c) の \star の後を通過する軌道の振る舞いから、融合領域に向かって障壁が存在しないため、軌道は基底状態に導かれることが確認できる。一方、図 5.4(d) の \diamond の位置で核分裂領域に戻される軌道は、質量非対称度が急激に緩和されたために内部障壁が現れたためです。そのため、軌道は CN 領域に侵入できず、核分裂方向に進む。内部障壁の形成は初期 ($\epsilon = 0.65$ の場合) に十分に厚いネックが形成され、質量非対称度が急激に緩和されたことによって引き起こされている。このことから、準核分裂はネックの初期ダイナミクスによって制御されているとわかる。

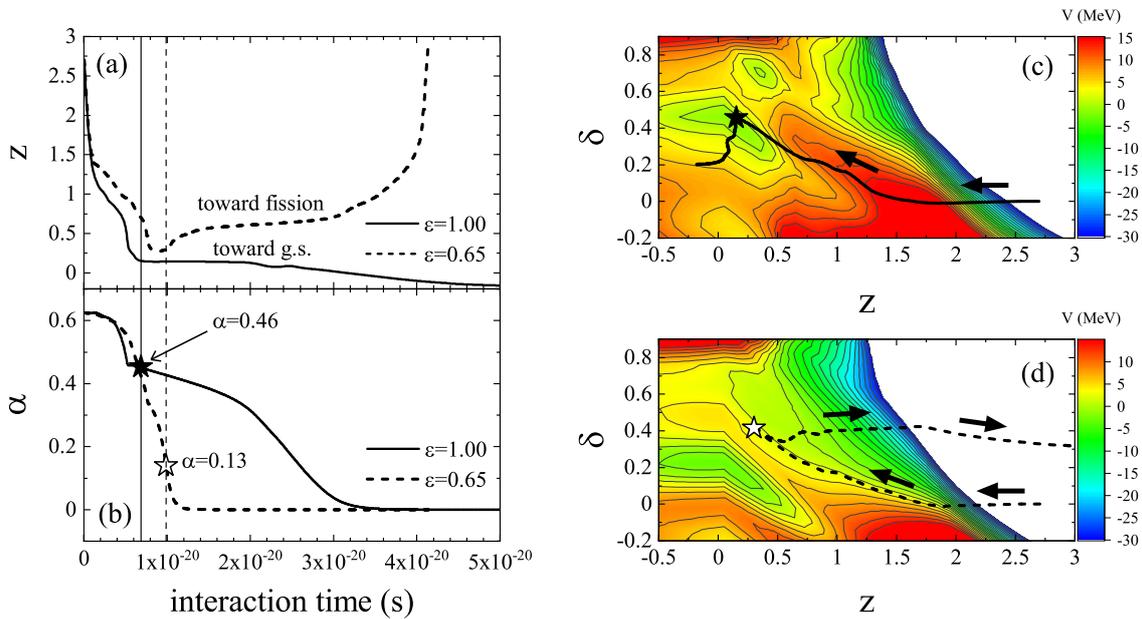


図 5.4 z (a) と α (b) の異なる ϵ 値に対するゆらぎのない時間発展 (平均軌道)。重要な相互作用時間 t を垂直な実線と破線で示す。 $\epsilon = 1.0$ と $\epsilon = 0.65$ に固定した場合の質量非対称度の重要な値をそれぞれ★と☆で示す。★ ($\alpha = 0.46$) と☆ ($\alpha = 0.13$) に対応する $z - \delta$ 平面的ポテンシャルエネルギー曲面をそれぞれ (c) と (d) に描き、それらの上に $\epsilon = 1.0$ 固定と $\epsilon = 0.65$ 固定での平均軌道を投影した。

5.3.2 ネットの緩和開始に依存した核分裂片の質量分布

核分裂片の質量分布 (FFMD) に関連して、ランジュバン計算における ϵ のダイナミクスを調べる。式 5.5 において $\Delta_\epsilon = 1.0 \times 10^{-22}$ s を用いて ϵ の緩和が進むと仮定する。理論的な報告 [104, 75, 107, 108, 109] によると、 ϵ が緩和を始めると緩和は急速に進行する。緩和の開始時間は t_0 によって調整される。 ϵ の初期ダイナミクスの違いを調べるために、 $t_0 = 0$ s と 5.0×10^{-21} s を用いた。以降、それぞれの緩和モードを “contact relaxation” と “delayed relaxation” と呼ぶことにする。図 5.5 は $E_{c.m.} = 180.0$ MeV の $^{48}\text{Ca} + ^{208}\text{Pb}$ 反応における異なる緩和モードについて計算した FFMD を示している。準弾性散乱が支配的な質量範囲 $A < 58$, $198 < A$ のイベントは解析にノイズが入るために除害した。FFMD を見ると “contact relaxation” では質量非対称核分裂が、“delayed relaxation” では質量対称核分裂が支配的である。“contact relaxation” の場合、早期にネックが形成されるため内部障壁が形成されるが、動的揺らぎの効果により内部障壁を乗り越える軌道が形成されるため、融合核分裂収率はわずかに確保されている。全体に対する融合核分裂の割合は、“contact relaxation” で 0.57% (黒塗りつぶし部分)、“delayed relaxation” で 14.23% (灰色塗りつぶし部分) である。これらの割合からも “contact relaxation” モードでは CN 生成断面積が妨げられていることがわかる。次に支配的な核分裂モードの違いを揺らぎの影響を考慮したまま動的に解析し、論じていく。

図 5.6 に各 α における $z - \delta$ ポテンシャルエネルギー面 (Potential Energy Surface; PES) に、ゆらぎを伴う “contact relaxation” と “delayed relaxation” のサンプル軌道を投影した。計算は \times からどちらも開始している。図 5.6(a) を見ると、 ϵ の緩和が始まる黒四角と青丸まで軌道が続いていることがわかる。“contact relaxation” と “delayed relaxation” の軌道は、それぞれ \times から黒四角および青丸まで ϵ を 1.0 に保っている。

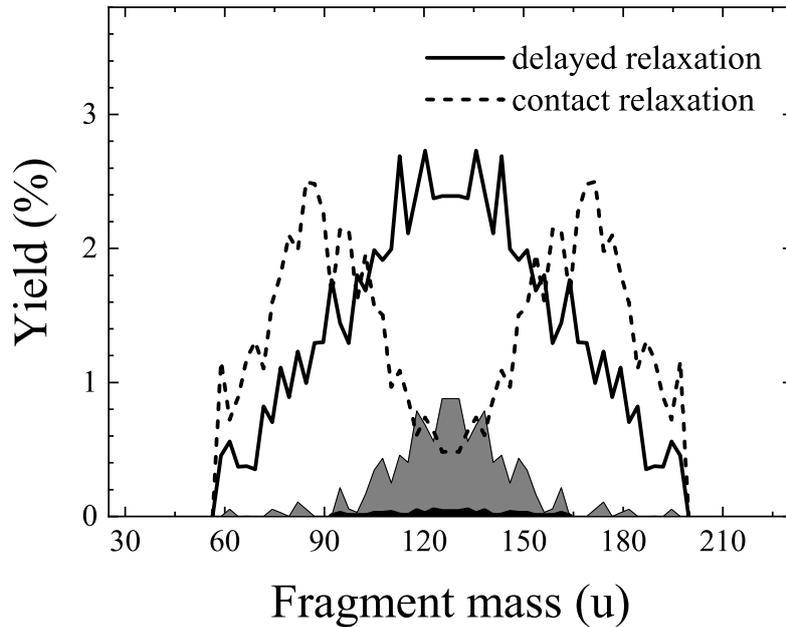


図 5.5 $E_{c.m.} = 180.0$ MeV における $^{48}\text{Ca}+^{208}\text{Pb}$ 反応の軌道角運動量 $L = 0 - 100 \hbar$ の範囲で計算した核分裂片の質量分布。実線と破線はそれぞれ ϵ の 2 つの緩和モード (接触後期から始まる緩和と接触直後から始まる緩和) の計算結果を示す。“delayed relaxation” と “contact relaxation” の融合核分裂成分をそれぞれ灰色と黒で塗りつぶした領域で示す。

“delayed relaxation” の場合、図 5.6(a) の \times から青丸までの軌道を辿り、その際ネックの緩和は行われな
い。青丸は図 5.6(b) にも示されているが、後述する質量非対称度の緩和により PES は大きく変化しているこ
とに注意されたい。軌道は “delayed relaxation” の場合に対応する図 5.1 (実線) のような内側 (z が小さい
方) の勾配によって複合核領域に向かって移動しやすい。その後、軌道は $\{z, \delta\}$ 付近に現れたポケットにト
ラップされるため、質量非対称度は急速に緩和される。この変形空間に現れるポケットの効果は、すでに文献
[110] で報告されている。そして、軌道は α が十分に緩和され、黒矢印で示すように $\alpha = 0$ 付近から抜ける。
図 5.4(c) では、 $\{z, \delta\} = \{0.0, 0.2\}$ 付近に現れたポケットによって軌道がトラップされるが、図 5.6(b) ではポ
ケットにトラップされない。これは、図 5.6(b) では最終的に動的揺らぎの影響により、分裂方向に移動する
ためである。

一方、“contact relaxation” の場合、内部障壁を乗り越える前にネックをを介した質量移行が活発に起こる。
図 5.6(a) から図 5.6(c) は、 α の早期緩和により軌道と PES が変化している。図 5.6(c) に見られるように、質
量非対称度が早期に緩和されるため、内部障壁の形成によって軌道が複合核領域に入りにくくなる。図 5.6(c)
と図 5.6(d) にも同じ軌道を投影したが、最終的に融合への道は内部障壁によって閉ざされ、 $\alpha = 0.2$ で核分裂
に向かう (図 5.6(d) の黒矢印)。

5.3.3 軌道角運動量による denecking 過程の解析

図 5.7 は $^{48}\text{Ca}+^{208}\text{Pb}$ 反応における軌道角運動量に依存した一次元融合障壁を示している。接触点での障
壁は式 5.10 による遠心力ポテンシャルエネルギーに応じて高くなる。したがって、 L に対応して CN の生成
は抑制されると考えられる。

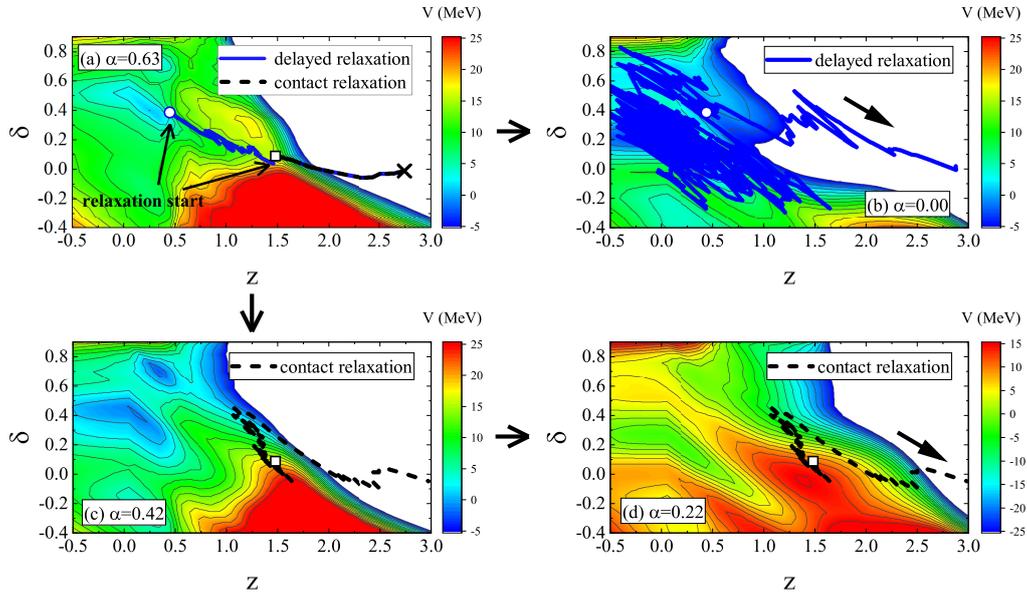


図 5.6 $E_{c.m.} = 180.0$ MeV における $^{48}\text{Ca}+^{208}\text{Pb}$ 反応のポテンシャルエネルギー曲面に描かれたゆらぎを持つ軌道。青実線は接触後期からの ϵ 緩和を、黒破線は接触直後からの ϵ 緩和を示す。× は計算開始地点。 ϵ パラメータの緩和開始地点を黒の四角と青丸で示す。緩和開始までの軌道を (a) に、緩和開始後の軌跡を [(b)-(d)] に示す。黒い矢印は核分裂に向かう軌道の進行方向を示している。

$^{48}\text{Ca}+^{208}\text{Pb}$ の $E_{c.m.} = 180.0$ MeV の反応で角運動量を持ち込む反応の場合、 $L = 0 \hbar$ の議論がどのように変わるかを調べる。 $z - \delta$ 平面上のいくつかの L の値に対する軌道分布を図 5.8 に示す。上 3 枚の図 5.8(a)-5.8(c) は ϵ の “delayed relaxation” の場合、下 3 枚の図 5.8(d)-5.8(f) は ϵ の “contact relaxation” の場合である。すべての軌道は × から始まっている。“delayed relaxation” の場合、 $L = 0 \hbar$ と $L = 30 \hbar$ の実質的な軌道は複合核領域 $\{z, \delta\} = \{0.0, 0.2\}$ まで到達するが、“contact relaxation” の場合、複合核領域に侵入する軌道は $L = 0 \hbar$ に限定される。図 5.6(a) に示すように、 α の緩和が急激に起こる $\{z, \delta\} = \{0.0, 0.2\}$ のポケットで軌道が多く溜まっているため、質量対称分裂が支配的になる。 $L = 60 \hbar$ ではどちらの緩和モードであっても軌道は遠心力ポテンシャルの増加による障壁を乗り越えられない。

ここで “delayed relaxation” と “contact relaxation” とで軌道の進む向きに着目すると、接触後の軌道の平均運動方向が明らかに異なる。図 5.8(b) からわかるように、接触後の軌道の進む向きは水平線から約 30 度である。しかし、図 5.8(e) に示すように、“contact relaxation” の場合の軌道の進む向きは水平線から 60 度である。この傾向は他の軌道角運動量でも起こる。この差は、5.3.2 節で述べたネックの初期成長による内部障壁の形成に由来するものであり、融合阻害の主な要因である。

最後に、融合確率 (P_{CN}) の推定を試みる。我々のモデルにおける融合確率の定義は文献 [57, 14] に示されている。図 5.9 は $E_{c.m.} = 180.0$ MeV の $^{48}\text{Ca}+^{208}\text{Pb}$ 反応における ϵ の緩和モードの違いによる各軌道角運動量の P_{CN} を示している。 P_{CN} は ϵ を 1.0 に固定した場合に最も高くなる。これは ϵ の緩和による内部障壁の形成がないためである。“delayed relaxation” の P_{CN} は “contact relaxation” の P_{CN} より 1 桁高く、その差は $L = 40 \hbar$ に及ぶ。このことから、 ϵ の “delayed relaxation” によって融合の促進が期待できることがわかる。 ϵ の早期緩和は、内部障壁の形成による融合阻害を起こす。超重核の融合確率を評価するためには、原子核がくびれない方向への (demecking) 運動、つまり ϵ の緩和がいつ始まるかが重要であるということ

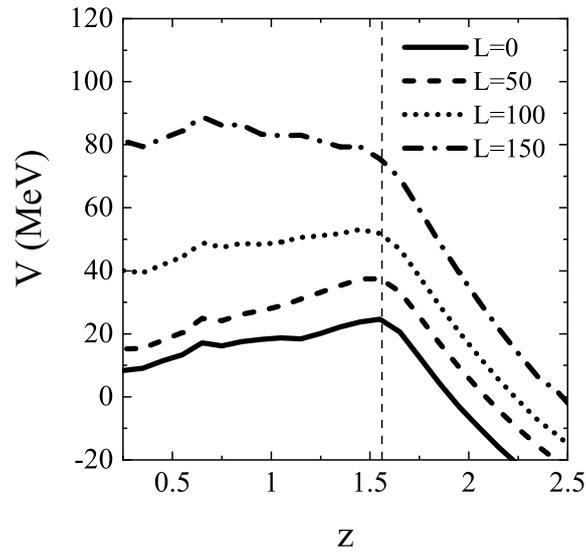


図 5.7 $^{48}\text{Ca}+^{208}\text{Pb}$ 反応における $\epsilon = 1.0$ で固定された値での軌道角運動量 (L) に依存する一次元融合障壁。実線、破線、点線、点線破線はそれぞれ $L = 0, 50, 100, 150 \hbar$ の場合である。接触点に対応する z 値は垂直破線で示す。

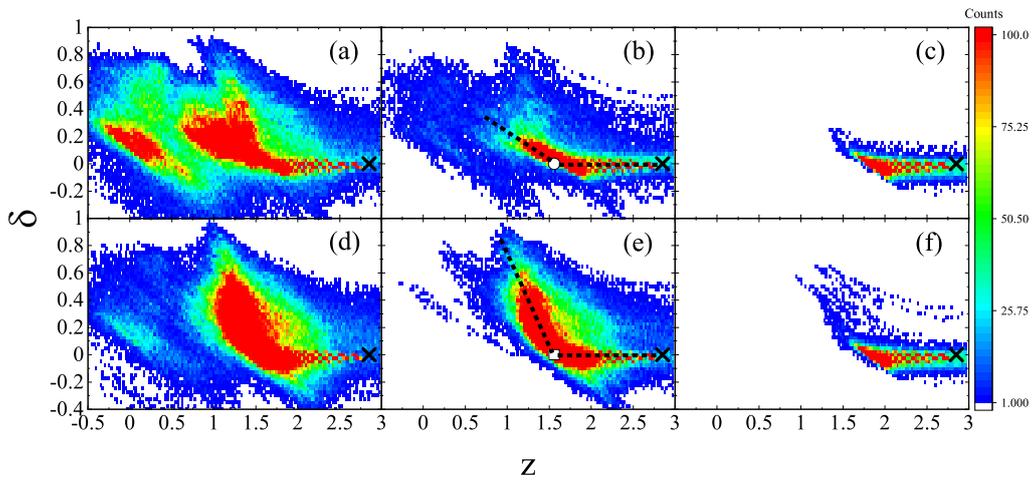


図 5.8 $E_{\text{c.m.}} = 180.0 \text{ MeV}$ の $^{48}\text{Ca}+^{208}\text{Pb}$ 系の軌道角運動量と緩和モードの違いによる軌道分布。× は計算開始地点。[(a)-(c)] と [(d)-(f)] はそれぞれ ϵ の “delayed relaxation” と “contact relaxation” の軌道分布を示している。[(a),(d)], [(b),(e)], [(c),(f)] はそれぞれ軌道角運動量 $0 \hbar, 30 \hbar, 60 \hbar$ での結果を示す。白抜きの丸と四角はそれぞれ (b) と (e) における接触点を示す。破線は計算開始地点からの軌道が進む方向を示す。

ある。

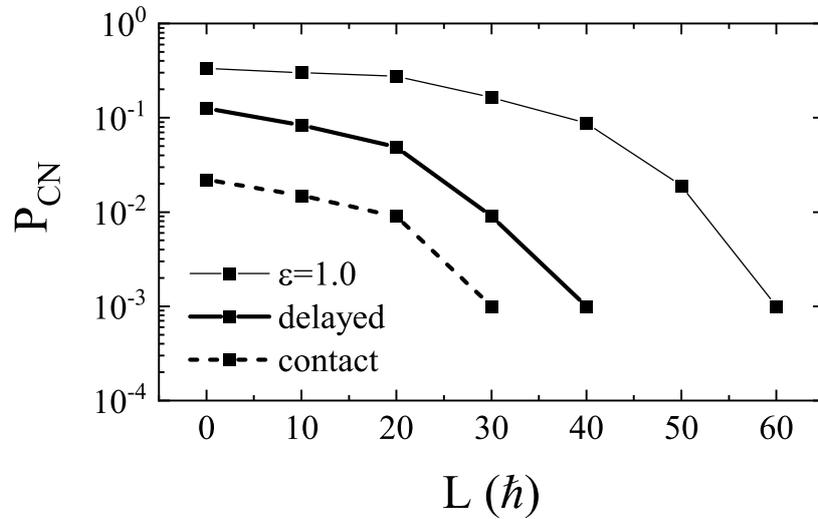


図 5.9 $E_{c.m.} = 180.0$ MeV における $^{48}\text{Ca} + ^{208}\text{Pb}$ の様々な L の値に対する融合確率 P_{CN} 。太い実線は“delayed relaxation”の場合、破線は“contact relaxation”の場合である。細い線は $\epsilon = 1.0$ に固定した場合の計算である。

5.4 結言

ランジュバン方程式をベースとした動力学模型を用いて、重イオン融合反応によるネック形成による融合障害を調べた。入射核と標的核の接近段階でネックブリッジが形成されると、融合障壁は減少する。しかし、接触前にネックブリッジが形成されると、核分裂片の質量数が $A_{CN}/2 \pm 20$ u の範囲内にカウントされる質量対称核分裂のイベントが減少する。つまり、核子の移行が抑制されてしまうことを意味している。

融合確率は ϵ の緩和開始が遅い場合よりも、早い場合の方が低くなることがわかった。この原因は上述したように早期にネック緩和が始まると融合障壁は全体として減少するが、原子核の変形空間上での軌道解析の結果から、融合障壁の減少と同時に内部障壁が発生し、軌道が融合領域内に入ることを阻害することがわかった。従って、融合障害は衝突初期の原子核がくびれない (dencecking) 運動による内部障壁の形成からきていることが明らかとなった。

本研究では接近過程から接触初期まで原子核同士が衝突した時の圧縮領域を考慮した断熱的なポテンシャルエネルギーを採用しているが、衝突初期においては、系の断熱的状况を考慮した dencecking 運動を考慮したネックの緩和モードを議論する必要がある。断熱的状况を考慮した dencecking 運動を考慮した計算結果と実験結果との比較は次の研究課題とする。

第6章

ネック形成と変形標的核の配向効果の質量ドリフトへの影響

6.1 序言

現在までに超重元素は $Z = 118$ まで同定されている。次の新元素の合成に成功すれば、周期表の第8周期に達する。元素がどこまで存在するかを決定するためには、“安定の島” [111] に到達した原子核を生成することで原子核の構造を調べる必要がある。しかし、従来の融合反応（熱い核融合反応 [112, 113, 114, 115] や冷たい核融合反応 [116, 117, 118]）では、合成される原子核は“安定の島”に到達するだけの中性子を持つことを制限されている。この問題を克服するために、1970年代から1980年代にかけて盛んに利用された多核子移行（MultiNucleon Transfer; MNT）反応が再び注目されている。注目を浴びる中“安定の島”に到達するために、核図表上の未開拓領域（未確認の中性子過剰な重・超重核）の研究に対してMNT反応の有用性はすでに議論されてきている [119, 120, 121, 122, 123, 124, 125, 126, 127]。最近では、分裂反応 [128, 129, 130] と比較して、中性子過剰核 ($N = 126$) を生成するMNT反応の利点が明らかにされた [1]。

MNT反応では、異なる励起エネルギーを持つ様々な原子核が広い角度範囲にわたって生成される。目的の原子核を生成するためのMNT反応における最適な実験条件は数多く研究されている [122, 131, 132, 119, 131, 133, 134, 85, 84]。そのような状況下、MNT反応で生成される原子核の安定性（分裂障壁）の研究も生成確率を評価するうえで重要となってくる。MNT反応で生成される原子核の分裂障壁の高さは、核子によって誘起される角運動量と強く関係している。しかし、誘起される角運動量を直接評価することはできない。そのため、生成された原子核の角運動量は、他の関連する観測量との相関から決定される [135, 136]。したがって、MNTによって生成される原子核の特性を決定するための信頼性の高い理論的手法が必要となってくる。

一方、重イオン反応の衝突初期段階におけるネックの拡張による融合阻害については、過去の成果 [137] (5章) で明らかにされたが、重元素や超重元素の融合ダイナミクスをより明らかにするためには、さらなる研究が必要である。重イオン反応における融合過程の反応ダイナミクスを理解するためには、核分裂片の質量と放出角度の相関も重要になってくる。理由は、重元素や超重元素の融合は反応時間スケールの間に質量の平衡化を進めることによって達成されるためである。典型的には、融合核分裂 (Fusion-Fission; FF) では 10^{-20} s から 10^{-16} s、準核分裂 (QuasiFission; QF) では 10^{-21} s から 10^{-20} s、準弾性衝突 (QuasiElastic Collision; QEC) と深部非弾性衝突 (Deep-Inelastic Collision; DIC) では $\leq 10^{-21}$ s をそれぞれ示す。衝突過程の質量進化とタイムスケールは質量角度分布 (Mass Angle Distribution; MAD) [138, 37, 139, 140, 141, 142, 143] の解析によって議論されてきた。MADの特徴からは、支配的な反応過程が実験的に理解できる強力なツール

となっている [139]。MAD の特徴は主に以下の 3 種類に区別される：1 つ目は質量対称分裂が支配的かつその成分は FF からきているタイプである。このタイプは質量と角度間に相関関係はない。なぜなら、2 つの原子核がくっついた後、多くの回転をする過程で、入口のチャンネルの記憶（核構造の情報）が消えてしまうからである。2 つ目のタイプは、1 つ目のタイプに比べて回転しない（数回転に抑えられる）ために質量の変化が抑制されている QF が優勢なタイプである。タイプ 1 との最も明らかな違いは、質量と角度の間に強い相関があることである。この相関は QF 反応における接触から分裂までの時間（粘着時間）を解析する上で非常に重要となってくる。QF の粘着時間を明らかにすることは、融合過程のダイナミクスに重要な知見を与えることにつながる。最後に、QEC と DIC を伴うタイプ 3 の MAD は、核分裂片の収量が初期（入射核および標的核）の質量とかすり角度の近くに分布するという特徴を持っている。

1980 年代には、様々な標的原子核に対して ^{238}U ビーム入射させる反応において、実験で測定された MAD を用いることで粘着時間と移行核子数（質量ドリフト）の相関が系統的に解析された [138, 37]。その結果、粘着時間と質量ドリフトの相関の普遍性が報告された。最近では、高速準核分裂 (Fast QuasiFission; FQF) の粘着時間と角運動量との関係が実験的に評価され、中程度の角運動量に対する FQF の質量進化の過程では揺らぎが強く働くため、質量対称方向への質量進化は標準的な質量ドリフト曲線 [138, 37] よりも遅いと報告されている [142]。また、実験で測定された MAD とシミュレーションによる MAD を比較した結果、様々な質量進化と角度において、標準的な質量ドリフト曲線よりも遅い質量ドリフト曲線の妥当であると示唆されている [140]。

次の節では、変形標的核の衝突方向の向きによる効果を考慮したランジュバン型アプローチについて述べる。6.3.1 項では、異なる入口チャンネルを選び系統的に解析したネック拡張の開始時間に依存する MAD と M_R の計算結果を議論する。さらに、質量-角度相関におけるネック拡張の重要性を議論し、同時にネック拡張の開始時間の適切な値を決定する。 $^{32}\text{S} + ^{232}\text{Th}$ 反応における変形標的核の衝突方向の向きによる効果については、6.3.2 項で MAD と質量ドリフトを中心に詳細に議論し、最終節を結言とする。

6.2 モデルの枠組み

6.2.1 非断熱状態への遷移

本研究では、統一モデル [45] と類似している多次元ランジュバン方程式に基づく動力学モデルを用いる。衝突の初期では、核子が移行する段階は二つの部分から構成される。まず、反応の進行が速すぎて核子が最も低い一粒子準位を占めることができないため、接近段階では系は入射核と標的核のそれぞれの基底状態でのポテンシャルエネルギーを足し合わせて計算される。その後、系は非断熱的なものになり、複合核全体の基底状態で計算されたポテンシャルエネルギーに緩和する。したがって、2 つの反応段階の遷移を時間に依存した重み付け関数で以下のように扱う：

$$V = V_{\text{diab}}(q) f(t) + V_{\text{adiab}}(q) [1 - f(t)], \quad (6.1)$$

$$f(t) = \exp\left(-\frac{t}{\tau_{\text{DA}}}\right). \quad (6.2)$$

ここで q は原子核の形状を表す集団座標であり、詳しくは後述する。断熱ポテンシャル $V_{\text{diab}}(q)$ は有効核子-核子 Migdal 力 [46, 45, 13, 20] を用いて、二重畳み込み法で計算される。断熱ポテンシャルの特徴としては、2 つの原子核が衝突の際に重なる領域が現れるが、核物質は非圧縮性を表すために、その領域には強いクーロン反発力が効いたような「ポテンシャルの壁」が現れる。系の非断熱ポテンシャル $V_{\text{adiab}}(q)$ は拡張された二

中心殻模型 [13] から計算され、詳細は 6.2.3 項に記述している。 t は相互作用時間、 τ_{DA} は断熱ポテンシャルエネルギーから非断熱ポテンシャルエネルギーへの遷移における緩和時間である。この緩和時間は、文献 [47, 144, 49] で提案されている $\tau_{\text{DA}} = 0.1 \text{ zs}$ を本研究では採用している。

原子核の変形を記述する座標として、二中心媒介変数表示 [50, 51] によって以下の 3 つのパラメータを定義する： $z_0 = |z_1| + |z_2|$ (2 つのポテンシャルの中心間の距離)、 δ (フラグメントの変形度)、 α (衝突する原子核の質量の非対称度); $\alpha = \frac{A_2 - A_1}{A_{\text{CN}}}$ 、ここで A_1 と A_2 はそれぞれ入射核と標的核の質量数を表すだけでなく、2 つの核分裂片 (軽い核と重い核) の質量数を表す。 A_{CN} は複合核の質量数である。変形度 δ は $\delta = \frac{3(a-b)}{2a+b}$ と定義され、 a と b はそれぞれ z_0 と z_0 に直交する方向の楕円軸の半分の長さを表している [50]。本研究においても、2 つの分裂片は同じ変形をすると仮定する。ここで、 R_{CN} は球形の複合核の半径を表し、パラメータ B は $B = \frac{3+\delta}{3-2\delta}$ と定義される。ここで、原子核の形状を表すパラメータを 3 つに制限している理由は、動力学方程式を数値的に解く際の膨大な計算時間を短縮するためである。

6.2.2 変形核の衝突方向の考慮

変形した原子核を用いた場合の衝突する方向を考慮するために、2 つの原子核に対して軸が対称な軸対称ポテンシャル $V_{\text{ax}}^{\text{sym}}$ と軸非対称な対称ポテンシャル $V_{\text{ax}}^{\text{asym}}$ を断熱状態の段階で用いる。2 つの変形原子核が衝突する場合は、主に 4 つの衝突パターンがある：いわゆる先端-先端 ($\varphi_1^0 = \varphi_2^0 = 0$)、側面-側面 ($\varphi_1^0 = \pi/2, \varphi_2^0 = \pi/2$)、先端-側面 ($\varphi_1^0 = 0, \varphi_2^0 = \pi/2$)、側面-先端 ($\varphi_1^0 = \pi/2, \varphi_2^0 = 0$)。 φ_1^0 と φ_2^0 は、図 6.1 に示す φ_1 と φ_2 に対応する入射核と標的核の初期の核方位角を示す。本論文では、 $^{32}\text{S} + ^{232}\text{Th}$ の衝突系を調べる際に、球形の ^{32}S 原子核の $\varphi_1^0 = 0$ を固定して、変形した ^{232}Th 原子核の様々な φ_2^0 を選択する。先端衝突 ($\varphi_2^0 = 0$) の場合、軸対称状態の断熱ポテンシャル $V_{\text{diab}} = V_{\text{ax}}^{\text{sym}}$ を用いる。一方、側面衝突 ($\varphi_2^0 = \pi/2$) や他の衝突パターン ($0 < \varphi_2^0 < \pi/2$) の計算を行う場合は、軸非対称状態の断熱ポテンシャル $V_{\text{diab}} = V_{\text{ax}}^{\text{asym}}$ を用いる。ここで、 $V_{\text{ax}}^{\text{asym}}$ は変形した原子核の衝突時の向きに依存していることに注意されたい。さらに、軸非対称状態の V_{diab} が軸対称状態の V_{adiab} に遷移する間に、時間依存形式を用いた系の復元により楕円体の変形が調整され、軸対称性の復元が完了した最終的な楕円体の変形 δ_i^{fn} は

$$\tilde{\delta} = \delta_i f_{\text{res}}(t) + \delta_i^{\text{fn}} [1 - f_{\text{res}}(t)], \quad (6.3)$$

$$f_{\text{res}}(t) = \exp\left(-\frac{t}{\tau_{\text{res}}}\right), \quad (6.4)$$

$$\delta_i^{\text{fn}} = (1 + \delta_i) [\delta_i (2 + \delta_i) \sin^2 \varphi_i^0 + 1]^{-\frac{3}{4}} - 1. \quad (6.5)$$

として求められる [85]。 f_{res} は、軸非対称系から軸対称系への復元を行う緩和時間 τ_{res} を含む重み付け関数である。本研究では文献 [85] でも用いられている $\tau_{\text{res}} = 10^{-21} \text{ s}$ を使用する。変形した ^{232}Th 原子核を用いた衝突系では $\delta_{\text{in}} = 3\beta_2 / (\beta_2 + \sqrt{16\pi/5})$ の関係 [14] から $\delta_i \sim 0.18$ として扱う。ここで、変形原子核 ^{232}Th の四重極変形度 β_2 は文献 [145] から 0.207 を使った。

6.2.3 非断熱ポテンシャル

3 つの変形パラメータ以外に原子核の形状を表すパラメータの一つであるネックパラメータ ϵ は文献 [58] で調整されており、本研究では入口チャンネルには $\epsilon = 1$ 、出口チャンネルには $\epsilon = 0.35$ を用いる。この処置は、文献 [13, 14] でも用いられている。 ϵ におけるポテンシャルエネルギーの時間依存性は、Finite Range Liquid

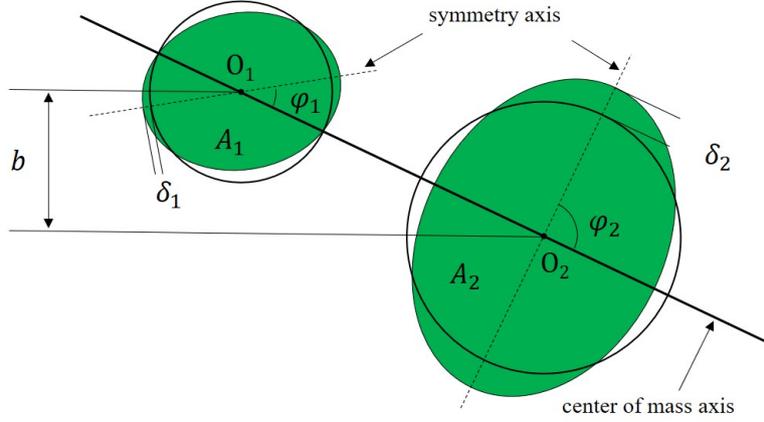


図 6.1 変形した入射核と標的核が異なる初期配向角度 φ_1 および φ_2 で衝突した場合の幾何学的な図。

Drop Model (FRLDM) 内で考慮され、ネックの特性緩和時間 t_0 と分散 Δ_ϵ を用いて以下のように表す：

$$V_{\text{LDM}}(q, t) = V_{\text{LDM}}(q, \epsilon = 1) f_\epsilon(t) + V_{\text{LDM}}(q, \epsilon = 0.35) [1 - f_\epsilon(t)], \quad (6.6)$$

$$V_{\text{LDM}}(q, \epsilon) = E_{\text{S}}(q, \epsilon) + E_{\text{C}}(q, \epsilon), \quad (6.7)$$

$$f_\epsilon = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{t-t_0}{\Delta_\epsilon}\right)}, \quad (6.8)$$

ここで E_{S} と E_{C} はそれぞれ一般化された表面エネルギーとクーロンエネルギーを表す [52]。 ϵ の時間依存関数形は文献 [13, 84, 85, 44] でも一般的に使用されている。我々は Δ_ϵ を文献 [137] で使われた 1.0×10^{-22} s と固定し、系統的な解析により t_0 の適切な値を決定させる。 t_0 の値が 0 s とすると、接触と同時に $\epsilon = 1$ の非断熱ポテンシャルエネルギーは $\epsilon = 0.35$ の非断熱ポテンシャルエネルギーに向かって遷移を始める。

ϵ の値と原子核の温度 T から非断熱ポテンシャルエネルギー V_{adiab} は

$$V_{\text{adiab}}(q, t, L_{\text{tot}}, T) = V_{\text{LDM}}(q, t) + V_{\text{SH}}(q, T) + V_{\text{rot}}(q, L_{\text{tot}}), \quad (6.9)$$

と定義される。ここで、 V_{SH} は温度依存性を考慮した以下で定義される殻補正エネルギーである。

$$V_{\text{SH}}(q, T) = E_{\text{shell}}^0(q) \Phi(T), \quad (6.10)$$

$$E_{\text{shell}}^0(q) = \Delta E_{\text{shell}}(q) + \Delta E_{\text{pair}}(q), \quad (6.11)$$

$$\Phi(T) = \exp\left(-\frac{E^*}{E_d}\right). \quad (6.12)$$

ここで E_{shell}^0 は $T = 0$ での微視的エネルギーを表し、殻補正エネルギー ΔE_{shell} と対相関補正エネルギー ΔE_{pair} の和として計算される。 T は複合核の内部エネルギーから計算した複合核の温度である。 ΔE_{shell} は、二中心殻模型ポテンシャル [50, 53, 54] の一粒子準位から Strutinsky 法 [11, 55] により、占有状態の一粒子エネルギーの和と平均化された量との差分として計算される。 ΔE_{pair} は BCS 近似で評価されている [55, 4]。対相関エネルギーの平均化部分は、単一粒子状態の密度がペアリングウィンドウ上で一定であると仮定して計算される。ペアリング強度定数は同じ近似でギャップ方程式を解くことにより、平均ギャップパラメータ $\tilde{\Delta}$ に関連し、偶奇質量差に関する経験的結果 [56] を考慮し、文献 [4] で提案された $\tilde{\Delta} = 12/\sqrt{A}$ を採用する。

温度依存係数 $\Phi(T) = \exp\left(-\frac{E^*}{E_d}\right)$ は文献 [57] で詳しく説明されている。ここで E^* は複合核の励起エネルギーを示す。 E^* は $E^* = a_{\text{lev}}T^2$ で与えられ、 a_{lev} は準位密度パラメータである。殻効果減衰エネルギー E_d は 20MeV とする。この値は Ignatyuk 達 [25] によって与えられている。 V_{rot} は以下に示す全角運動量 L_{tot} から発生する遠心力ポテンシャルエネルギー

$$V_{\text{rot}}(q, L_{\text{tot}}) = \frac{\hbar^2 L(L+1)}{2\mathcal{I}(q)} + \frac{\hbar^2 L_1(L_1+1)}{2\mathfrak{I}_1(q)} + \frac{\hbar^2 L_2(L_2+1)}{2\mathfrak{I}_2(q)}. \quad (6.13)$$

である。ここで、 L と $L_{1,2}$ はそれぞれ相対角運動量（軌道角運動量）と重い核分裂片と軽い核分裂片の角運動量である。 \mathcal{I} と $\mathfrak{I}_{1,2}$ は、それぞれ変形を伴う剛体の慣性モーメントに 2 倍した値と重い核分裂片と軽い核分裂片の慣性モーメントを表している。

6.2.4 動力学方程式

軌道計算結果は以下の多次元ランジュバン方程式 [46, 57, 59] を用いて、時間に依存した統一ポテンシャルエネルギー [46, 45, 57] を解くことで得られる；

$$\frac{dq_i}{dt} = (m^{-1})_{ij} p_j, \quad (6.14)$$

$$\frac{dp_i}{dt} = -\frac{\partial V}{\partial q_i} - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial q_i} (m^{-1})_{jk} p_j p_k - \gamma_{ij} (m^{-1})_{jk} p_k + g_{ij} \Gamma_j(t), \quad (6.15)$$

$$\frac{d\vartheta}{dt} = \frac{\hbar L}{\mathcal{I}}, \quad (6.16)$$

$$\frac{d\varphi_1}{dt} = \frac{\hbar L_1}{\mathfrak{I}_1}, \quad (6.17)$$

$$\frac{d\varphi_2}{dt} = \frac{\hbar L_2}{\mathfrak{I}_2}, \quad (6.18)$$

$$\frac{dL}{dt} = -\frac{1}{\hbar} \frac{\partial V}{\partial \theta} - \gamma_{\text{tan}} \left(\frac{L}{\mu_R R^2} - \frac{L_1}{\mathfrak{I}_1} a_1 - \frac{L_2}{\mathfrak{I}_2} a_2 \right) R + \frac{R}{\hbar} \sqrt{\gamma_{\text{tan}} T} \Gamma_{\text{tan}}(t), \quad (6.19)$$

$$\frac{dL_1}{dt} = -\frac{1}{\hbar} \frac{\partial V}{\partial \varphi_1} + \gamma_{\text{tan}} \left(\frac{L}{\mu_R R^2} - \frac{L_1}{\mathfrak{I}_1} a_1 - \frac{L_2}{\mathfrak{I}_2} a_2 \right) a_1 - \frac{a_1}{\hbar} \sqrt{\gamma_{\text{tan}} T} \Gamma_{\text{tan}}(t), \quad (6.20)$$

$$\frac{dL_2}{dt} = -\frac{1}{\hbar} \frac{\partial V}{\partial \varphi_2} + \gamma_{\text{tan}} \left(\frac{L}{\mu_R R^2} - \frac{L_1}{\mathfrak{I}_1} a_1 - \frac{L_2}{\mathfrak{I}_2} a_2 \right) a_2 - \frac{a_2}{\hbar} \sqrt{\gamma_{\text{tan}} T} \Gamma_{\text{tan}}(t). \quad (6.21)$$

集団座標 q_i は z, δ, α を表し、 p_i は q_i と共役な運動量を表し、 V は多次元ポテンシャルエネルギーを表す。 m_{ij} と γ_{ij} はそれぞれ原子核の形状に依存する慣性質量および摩擦係数である（これらを輸送係数と呼ぶ）。慣性質量の計算には Werner-Wheeler 近似 [33, 34] による流体力学模型から得られる二体散逸、摩擦係数には wall-and-window 形式による一体散逸模型 [62, 35] を採用した。ガウス分布に従う正規化されたランダム力 $\Gamma_i(t)$ は白色雑音であると仮定し、 $\langle \Gamma_i(t) \rangle = 0$ および $\langle \Gamma_i(t_1) \Gamma_j(t_2) \rangle = 2\delta_{ij} \delta(t_1 - t_2)$ の関係を満たす。アインシュタインの関係式に従い、ランダムな力の強さ g_{ij} は $\gamma_{ij} T = \sum_k g_{ik} g_{jk}$ として与えられる。 ϑ と μ_R は原子核の相対的な向きと換算質量を表す。図 6.1 に示すように原子核の中心間 $O_1 O_2$ の長さを R としている。 φ_1 と φ_2 は反応面における原子核の回転角度を表している（図 6.1 参照）。 $a_{1,2} = \frac{R}{2} \pm \frac{R_1 - R_2}{2}$ は 2 つの原子核それぞれの中心からそれぞれの核表面の中間点までの距離を表し、 $R_{1,2}$ は原子核の半径を表す。全角運動量 $L_{\text{tot}} = L + L_1 + L_2$ は保存される。分離した原子核の現象論的核摩擦力（二体の場合に働く核摩擦力）は、文献 [46] で提案された Woods-Saxon 型の半径方向の形成因子を用いて接線方向摩擦 γ_{tan} と半径方向摩擦 γ_R の影響を考慮する。 γ_{tan} と γ_R の扱いについては、5.2.2 項を参照されたい。

6.2.5 質量比と散乱角度

MAD は、核分裂片の質量比 M_R と散乱角 $\theta_{c.m.}$ を用いた質量と角度の行列によって示される。入射核側の質量比 M_R は、 $M_R = A_1/A_{CN}$ として決定される。従って、標的核側の質量比は $M_R = 1 - M_R$ で表される。散乱角 $\theta_{c.m.}$ については、図 6.2 に模式的に示すように以下の式から求められる。

$$\theta_{c.m.} = \pi - \theta_i - \theta_{rot} - \theta_f, \quad (6.22)$$

θ_i と θ_f は初期の軌跡と最終的な軌跡のクーロン散乱角である。 θ_{rot} は接触から分裂までに系が回転した角であり、式 6.16 から得られる。入射核側のクーロン散乱角は、重心系の入射エネルギー E_i と初期相対角運動量

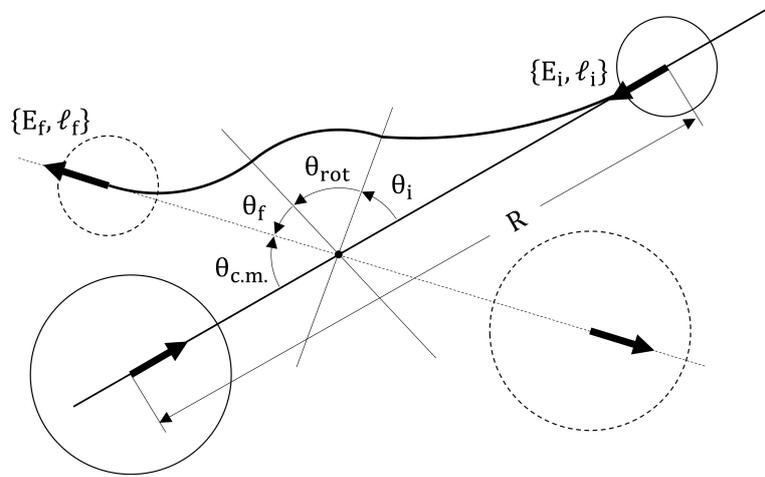


図 6.2 散乱角 $\theta_{c.m.}$ (重心系) を決定した模式図。クーロン散乱角 θ_i と θ_f は、入口と出口チャンネルのクーロン軌跡によって決まる。 θ_{rot} は、接触と分裂の間の系の回転角度である。

(軌道角運動量) L_i を用いて以下のように求められる;

$$\theta_i = \arctan\left(\sqrt{\eta_i^c}\right), \quad \eta_i^c = \frac{2E_i\hbar^2 L_i^2}{\mu_0\alpha_c^2}, \quad (6.23)$$

ここで、 μ_0 は初期の換算質量、 $\alpha_c = Z_p Z_t e^2 / 4\pi\epsilon_0$ である。 Z_p と Z_t は入射核と標的核の電荷である。出口チャンネルのクーロン散乱角 θ_f は少し複雑となり、以下のように決定される;

$$\theta_f = \arctan\left(\sqrt{\eta_f^c}\right) - \arctan\left(\kappa\sqrt{\eta_f^n}\right), \quad (6.24)$$

$$\eta_f^c = \frac{2E_f\hbar^2 L_f^2}{\mu_0\alpha_c^2}, \quad \eta_f^n = \frac{2E_f\hbar^2 L_f^2}{\mathcal{I}R^2\alpha_c^2}, \quad (6.25)$$

ここで E_f と L_f は散逸後の最終エネルギーと最終相対角運動量である。 κ は $\kappa = \frac{R}{\hbar^2 L_f^2 / (\mathcal{I}R^2\alpha_c) + R}$ で与えられる。角運動量が多い場合、式 6.24 の第 2 項はほとんど無視できる。したがって、 θ_f は η_f^c の値によって決まる。また、 θ_f は $\theta_f \simeq \theta_i$ で与えられるが、これは角運動量が多い場合、最終エネルギーと最終相対角

運動量が入射エネルギーと初期角運動量からほとんど変化しないためである。その結果、大きな角運動量では散乱角関数が次のように得られる；

$$\begin{aligned}\theta_{\text{c.m.}} &= \pi - (\theta_i + \theta_f) = \pi - 2\theta_i \\ &= \pi - 2\arctan\left(\sqrt{\frac{2E_i\hbar^2L_i^2}{\mu_0\alpha_c^2}}\right).\end{aligned}\quad (6.26)$$

ここで標的核の方の散乱角度は $\pi - \theta_{\text{c.m.}}$ で決まる。

以上の理論モデルの構成で、計算を実施した。その結果を次節に示す。

6.3 計算結果および議論

6.3.1 denecking 運動の開始時間の決定

本節では、複数の入射チャンネルを用いて実験的な MAD 分布と M_R 分布を再現することにより、ネック拡張の開始時間に関わる式 6.8 に含まれる t_0 の適切な値を決定させる。まずは初期質量比 $M_e^0 = m_P/(m_P + m_T)$ または $M_e^0 = m_T/(m_P + m_T)$ の異なる反応系を準備する。標的核には ^{208}Pb を、入射核には ^{30}Si , ^{48}Ti および ^{86}Kr を選んだ。この解析は過去の研究 [137] (5 章) から発展させた研究でもある。

図 5.3 は t_0 に依存する MAD と M_R 分布である。左の列の $t_0 = 0$ s での計算はネック自由度の “contact relaxation” に対応し、中央と右の列の $t_0 = 5$ s と 10×10^{-21} s の計算は文献 [137] (5 章) で説明されている “delayed relaxation” に対応する。

$^{30}\text{Si} + ^{208}\text{Pb}$ の M_R 分布は、図 6.3(d)-(f) に示すように、どの t_0 の値でも質量対称分裂が支配的である。中でも、 $t_0 = 10 \times 10^{-21}$ s を用いた計算結果は、より鋭い質量対称分裂を示し (図 6.3(f))、実験データと良い一致を示す。さらに、 $t_0 = 10 \times 10^{-21}$ s を用いた計算結果 (図 6.3(c)) では、実験結果 [146] と同様質量と角度の相関は見られなかった。この反応系では、図 6.4(a) に示すように、1 次元の入口チャンネル障壁が複合核形成の位置 ($z = 0$ 付近) に対して大きなギャップ (約 30 MeV) を持つ。ネック半径の急激な拡大により、内部障壁は融合を妨げる効果が生じるが [137]、この系では質量移行が劇的に変化することはない。これは、上述した大きなギャップが内部障壁の出現を弱め、融合に関係する質量平衡を大きく抑制しないからである。しかし、内部障壁の効果が弱まったとしても、図 6.3(a) には QF が優勢なときに現れる強い質量-角度相関があることに注目されたい。すなわち、この結果から、融合阻害 (FF の割合が減り QF が優勢になる現象) が働いていることが示唆される。

より重い衝突系の $^{48}\text{Ti} + ^{208}\text{Pb}$ (図 6.3(g)-(l)) では、 t_0 が大きくなるにつれて支配的な核分裂モードが質量非対称分裂から質量対称分裂に劇的に変化する。 $t_0 = 10 \times 10^{-21}$ s での図 6.3(i) と図 6.3(l) の結果は実験結果 [139] と良い一致を示す。図 6.3(l) の計算結果は図 6.3(j) の計算結果とは対照的に、質量の平衡化が十分に進んでいることがわかる。このことは、図 6.3(i) の質量と角度の強い相関からもわかる。実験的には、この質量と角度の強い相関は QF イベントが支配的である証拠として報告されている [139]。図 6.3(j) の質量非対称分裂を引き起こす理由は、上述したように接触初期段階でのネックの拡張によるものである。図 6.4(b) に示すように、入口チャンネル障壁と系との $z = 0$ 付近とのエネルギーギャップは約 20 MeV であり、 $^{30}\text{Si} + ^{208}\text{Pb}$ の場合と比較して、ネック拡張による融合阻害が効果的に働いている。この傾向からネック拡張による融合阻害は入口チャンネル依存性があると考えられる。

さらに重い衝突系の $^{86}\text{Kr} + ^{208}\text{Pb}$ では、ネック半径の有意な拡大運動がいつ始まっても質量非対称核分裂

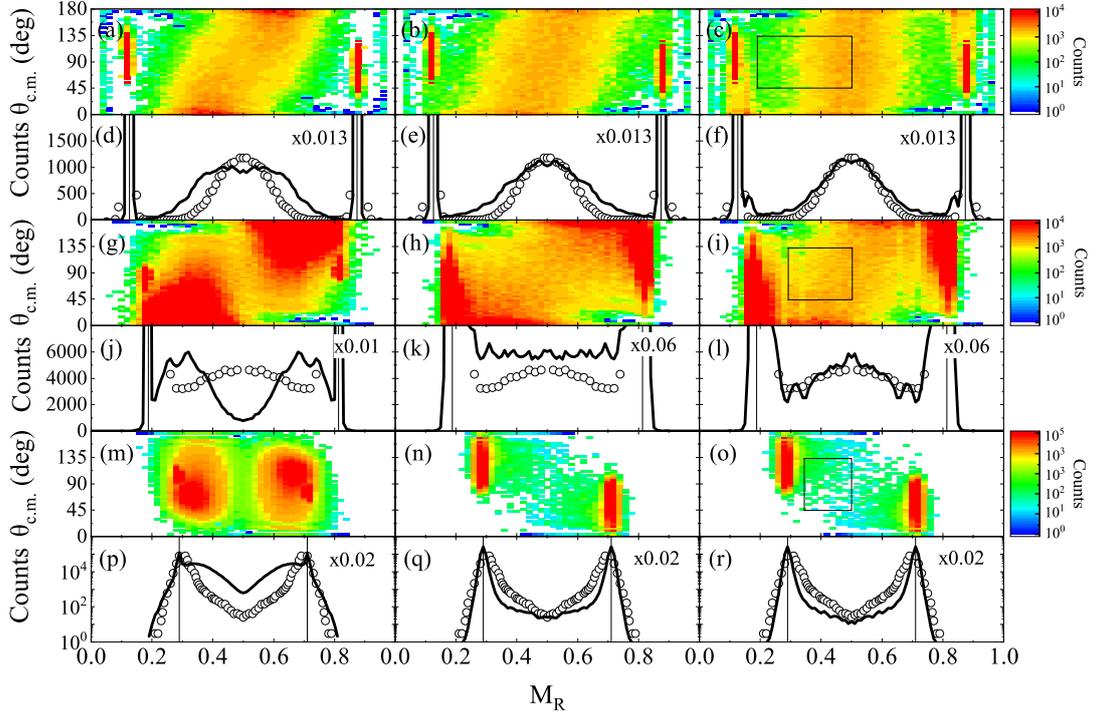


図 6.3 さまざまな入口チャネルに対応したネック拡張の開始時間に関わる t_0 による質量角度分布 [(a)-(c), (g)-(i), (m)-(o)] および M_R 分布 [(d)-(f), (j)-(l), (p)-(r)] の依存性。パネル [(a)-(f)], [(g)-(l)], [(o)-(r)] は、それぞれ $E_{c.m.}/V_{bass} = 1.05, 1.173$ および 1.084 での ^{30}Si , ^{48}Ti および ^{86}Kr と ^{208}Pb の衝突系の結果である。 ^{30}Si , ^{48}Ti および ^{86}Kr を使用する場合のバスバリアエネルギー V_{bass} は、それぞれ 128.54 MeV, 195.18 MeV および 302.63 MeV である [24]。計算 (黒太線) では、左側のパネルで $t_0 = 0$ s、中央のパネルで 5.0×10^{-21} s、右側のパネルで 10×10^{-21} s を使用した。計算結果には、 M_R 分布の右側のスケール係数が乗算されている。黒い垂直細線は初期質量比 M_R^0 を示している。白抜きのは実験データ [146, 139, 147] である。

が支配的である。特に、 $t_0 = 5.0 \times 10^{-21}$ s と $t_0 = 10 \times 10^{-21}$ s を用いた計算結果はほぼ同じであり、計算された M_R は実験で測定された M_R [147] の特徴を再現した。図 6.3(q) と図 6.3(r) の M_R は初期の質量比 M_R^0 に近い値を示している。これは DIC が支配的な反応であることを示唆している。DIC が支配的な反応では、ネック半径の急激な拡大の効果よりも、強いクーロン反発力によるエネルギー減衰モードの効果が大きく働く。 $^{86}\text{Kr} + ^{208}\text{Pb}$ 衝突系では、運動エネルギーが強く減衰するため、入射核側の放出角度は後方散乱を示す (図 6.3(n) 及び図 6.3(o) 参照)。図 6.3(m) と図 6.3(p) では、 $t_0 = 5.0$ および 10×10^{-21} s の場合と比較して、強いクーロン反発力により 2 つの原子核が分離する前にネック半径が急速に拡大するため、接触直後にネックを通して大量の核子移行が起こっている。

実験結果と計算結果の比較から、ネックの “delayed relaxation” [137] が望ましいと推測し、本論文では $t_0 = 10 \times 10^{-21}$ s を適切な値として以降使用する。

図 6.4(a)-(c) では、3 種類の反応の MAD と M_R 分布をさらに調べるために、各入口チャネルの一次元入口チャネル障壁の特徴を比較している。入口チャネルの質量非対称度 α_e が小さいほど、接触位置は接触障壁のリッジの内側 (z が小さい) から外側 (z が大きい) にシフトする。この接触点の単純なシフトは系の融合

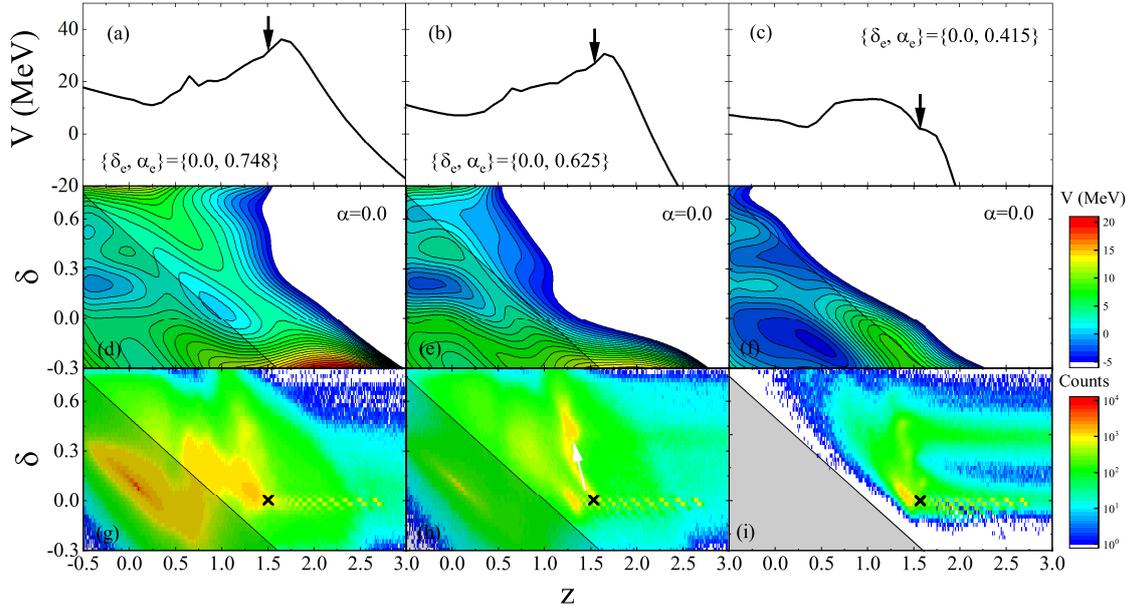


図 6.4 (a) ^{30}Si 、(b) ^{48}Ti および (c) ^{86}Kr との ^{208}Pb の衝突システムにおける入口チャンネルの質量非対称度 α_e および変形度 δ_e での一次元障壁。(a) $z = 1.51$ 、(b) $z = 1.54$ 、(c) $z = 1.57$ を指す黒い矢印はそれぞれの系での接触点を示している。(d) ^{30}Si 、(e) ^{48}Ti 、および (f) ^{86}Kr と ^{208}Pb の衝突系それぞれにおける複合核に対応する質量非対称度 $\alpha = 0.0$ での $z - \delta$ 平面ポテンシャルエネルギー曲面。パネル (g) から (i) は、 $E_{c.m.}/V_{\text{bass}} = 1.05$ 、 $E_{c.m.}/V_{\text{bass}} = 1.173$ および $E_{c.m.}/V_{\text{bass}} = 1.084$ での、 ^{30}Si 、 ^{48}Ti 、および ^{86}Kr と ^{208}Pb との衝突システムにおける全軌道分布。パネル (d) から (i) の直角三角形は、 $z - \delta$ 平面上の融合領域を示します。× は接触点を表す。すべてのパネルは正面衝突 ($L = 0 \hbar$) の場合である。

を妨げる。この融合の妨げは文献 [148, 149] の中ですでに報告されている。図 6.4(d)-(f) は異なる衝突系における複合核の質量数に対応する $\alpha = 0.0$ での $z - \delta$ 平面上のポテンシャルエネルギー面を示している。 α_e から $\alpha = 0.0$ まで質量の非対称性が緩和される過程で、衝突系の α_e が小さくなるにつれて内部障壁が大きくなっていることが確認できる。

ポテンシャルエネルギー曲面の特徴は軌道の振る舞いと密接に関係している。図 6.4(g)-(i) は、正面衝突の場合の $z - \delta$ 平面上の各軌道が通った跡をプロットしてある。融合イベントは文献 [57, 14] で定義されているように、軌道が融合領域 $\{|\alpha| < 0.3, \delta < -0.5z + 0.5\}$ に侵入するかどうかで判断されている。ここで、融合領域は各パネルの左端の三角形で示してある。 $^{30}\text{Si} + ^{208}\text{Pb}$ の衝突系では、多くの軌道が融合領域に侵入していることがわかる。 $\{z, \delta\} = \{0.0, 0.15\}$ (図 6.4(d) 参照) 付近のポケットに閉じ込められた軌道は揺らぎの影響により核分裂方向へ最終的に移動する。軌道が融合ボックスに入るか入らないかで FF 過程と QF 過程を区別しているゆえに、 $^{30}\text{Si} + ^{208}\text{Pb}$ の衝突系では FF が主な寄与となっていることがわかる。 $^{48}\text{Ti} + ^{208}\text{Pb}$ の場合、 $^{30}\text{Si} + ^{208}\text{Pb}$ の衝突系に比べて、融合ボックスに侵入する軌道は少なく、逆に、融合領域への侵入を妨げるかのような接触点から δ の大きい方向への軌道の動き (白矢印) が見られる。 $^{86}\text{Kr} + ^{208}\text{Pb}$ のさらに重い衝突系では、たとえば接触点が障壁のリッジに対して外側にあったとしても、揺らぎの効果によっていくつかの軌道は接触時の障壁を乗り越える。しかし、質量非対称度が $\alpha = 0.0$ に向かって緩和されるにつれて、すべての軌道は接触後に発達する内部障壁によって融合領域への侵入を妨げられる。その様子が図 6.4(i) である。

次に、さまざまなチャンネルの FF 成分と QF 成分の角度 $\theta_{c.m.}$ 分布を調べる。準弾性散乱イベントを除

いた計算結果を図 6.5 に示します。計算結果は、図 6.3(c)、(i)、(o) それぞれに対応した M_R および $\theta_{c.m.}$

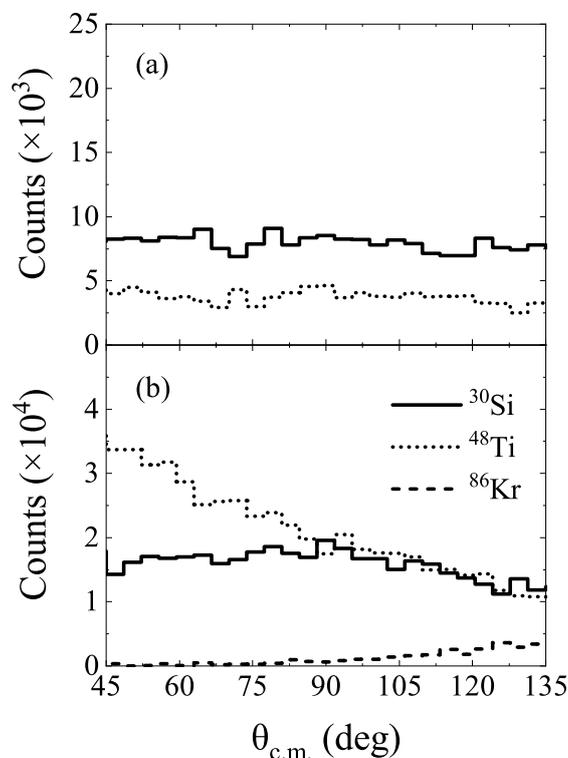


図 6.5 標的核として ^{208}Pb を使用して、さまざまな入射核を選択した際の (a) FF 成分と (b) QF 成分の角度分布。使用される M_R および $\theta_{c.m.}$ の範囲は、図 6.3(c)(i)(o) の黒い四角形のウインドウに対応している。

範囲 $\{0.19 \leq M_R \leq 0.81, 45^\circ < \theta_{c.m.} < 135^\circ\}$, $\{0.29 \leq M_R \leq 0.71, 45^\circ < \theta_{c.m.} < 135^\circ\}$ および $\{0.34 \leq M_R \leq 0.66, 45^\circ < \theta_{c.m.} < 135^\circ\}$ で実施されている。 $^{86}\text{Kr} + ^{208}\text{Pb}$ の衝突系では FF イベントは見られなかったためデータがない。他の衝突系のデータを見ると、FF が示す散乱角には異方性がない(図 6.5(a) 参照)。これは、粘着時間が長く(核分裂までに多くの回転を伴い)、その間に入射時の記憶(核構造)が消失するためである。FF とは対照的に、QF の散乱角は各入射チャンネルによって異なる異方性を持つ(図 6.5(b) を参照)。 $^{30}\text{Si} + ^{208}\text{Pb}$ の衝突系では QF の散乱角に対する異方性が弱い。この特徴は、QF イベントに含まれる遅い QF(Slow QuasiFission; SQF) の寄与によるものと考えられる。これは、SQF の場合は入射核状と標的核状の原子核がくっついたまま数回転する間に、平衡化が進むことで入口の記憶は徐々に忘れられていくためである。QF の別の成分としては速い QF (Fast QuasiFission; FQF) が存在している。FQF では、入射核状と標的核状の原子核は半回転以内に分裂することがよく起こるとされている。

図 6.5(b) より、 $^{48}\text{Ti} + ^{208}\text{Pb}$ の衝突系では前方散乱が支配的であることがわかる。これは、半回転あたりで入射核状と標的核状の原子核が分裂するためである。つまり、FQF イベントが多く寄与している証拠である。 $^{86}\text{Kr} + ^{208}\text{Pb}$ 系の QF 成分に注目すると、後方散乱が支配的である。これは、 $M_R = 0.5$ に向かう質量進化において、 V_{rot} の効果が弱くなる低い角運動量のみが寄与していることを意味している。低い角運動量(小さな衝突係数)での同様の特性は時間依存 Hartree-Fock (TDHF) モデルの計算でも報告されている

[150, 151, 152]。

6.3.2 質量ドリフトと変形核の衝突方向

FF 過程と QF 過程における衝突核間の質量ドリフトは、Shen 達 [37] によって詳細に研究されており、質量対称方向へのドリフト速度の体系化についても議論されている。ここでは、衝突核の向き（核方位）を考慮した場合の質量ドリフトへの影響を調査する。本研究では、上記の体系 [37] からの逸脱を研究し、核方位を考慮した QF 過程における質量ドリフトモードについて議論する。以下、 $E_{c.m.}/V_{bass} = 1.108$ での $^{32}\text{S} + ^{232}\text{Th}$ の衝突における変形標的核の衝突時の向きを考慮した計算への影響を調べる。ここで、 $^{32}\text{S} + ^{232}\text{Th}$ のバスバリアエネルギー V_{bass} は 158.55 MeV である [24]。計算は $0.15 < M_R < 0.85$ の範囲で実行した（準弾性散乱現象を単純に除去するため）。図 6.6 は、変形した ^{232}Th 原子核の 7 つの配向角度における $E_{c.m.}/V_{bass} = 1.108$ での $^{32}\text{S} + ^{232}\text{Th}$ の MAD を示している。図 6.6(a) では、質量非対称分裂が支配的であり、質量進化は $M_R = 0.3, 0.7$ の核分裂片の生成に限定されていることがわかる。質量進化におけるこの制限は、相互作用エネルギーが障壁を超えて十分に高いため強い殻構造の影響ではなく、狭いネック断面積によるものだと考えられる。殻効果は通常、サブバリア（障壁より低い入射エネルギー）反応に対して機能する。 ^{232}Th の配向角が大きくなるにつれて入射核と標的核は半回転以上くっつきながら、質量平衡を進める。先端衝突 (0°) の場合とは対照的に、側面衝突 (90°) の MAD (図 6.6(g) 参照) は質量対称分裂によって支配されているが、それでも質量と角度の間に有意な相関関係が見られる。この結果は、側面衝突の場合でも QF イベントが支配的であることを意味する。つまり、たとえ質量対称分裂イベントが支配的であっても、その軌道の多くは融合領域を通過しないことを意味している。

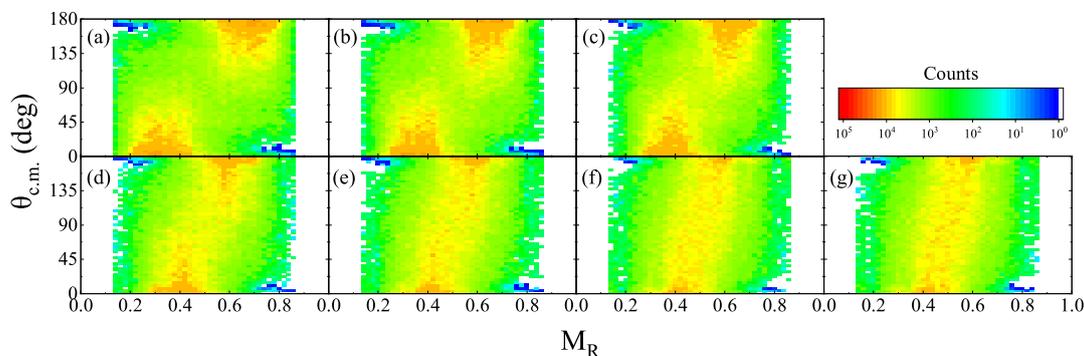


図 6.6 7 つのパネル (a) から (g) は変形した ^{232}Th 核の 7 つの核方位 ($0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ, 90^\circ$) について計算された MAD。計算結果は $^{32}\text{S} + ^{232}\text{Th}$ システム、 $E_{c.m.}/E_{bass} = 1.108$ におけるものである。MAD は、配向角 0° (先端衝突) に関連付けられた質量非対称分裂から、配向角 90° (側面衝突) に関連付けられた質量対称分裂への遷移を示している。

変形した ^{232}Th 原子核の核配向すべてを考慮した MAD および M_R 分布を図 6.7 に示す。核配向すべてを考慮した結果、質量と角度間の強い相関関係が図 6.7(a) には見られ、実験の傾向 [139] をよく再現している。図 6.7(b) は、 M_R 軸上に投影された MAD であり、実験データ [153] とよく一致していることがわかる。

次に、変形標的核の衝突時の向きによる質量平衡と融合の関係を議論していく。まず、十分な質量平衡は衝突システムの融合につながると考えられている。そして、TDHF モデルでの計算では、軌道角運動量が回転

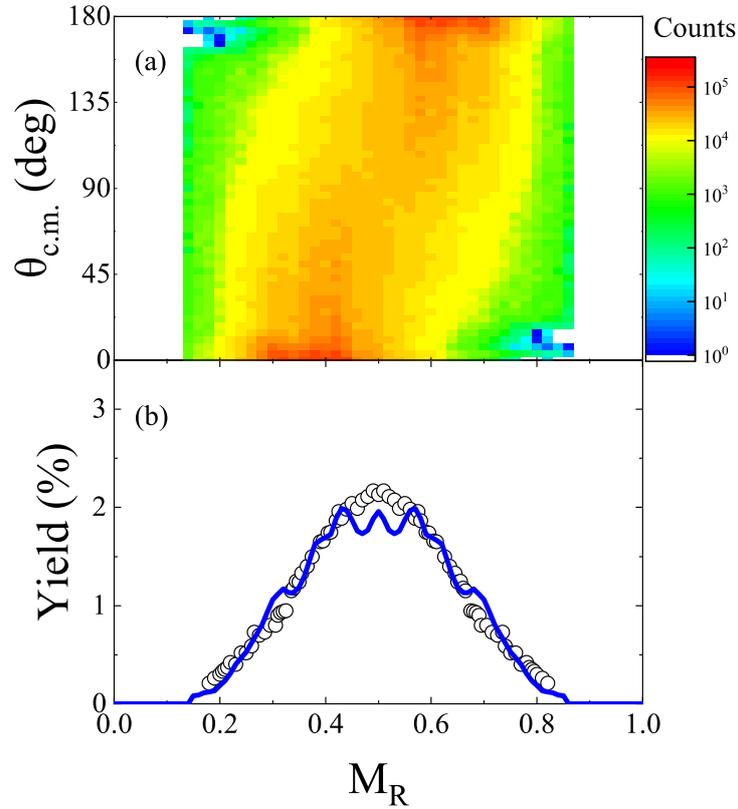


図 6.7 $^{32}\text{S} + ^{232}\text{Th}$ について $E_{\text{c.m.}}/E_{\text{bass}} = 1.108$ で計算された (a) 質量角分布および (b) M_R 分布。計算データは変形した ^{232}Th 原子核の向きが考慮されている。白丸は実験データ [153] である。

角だけでなく質量平衡にも影響を与えることが報告されている [150, 152, 154, 155]。以上を踏まえて、ここでは、 ^{232}Th 原子核の配向角に依存する融合確率 P_{CN} を推定する。融合確率 P_{CN} を軌道角運動量 L_i の関数として図 6.8 に示す。計算は ^{232}Th 標的核の 7 つの配向角で実行され、衝突時の配向角が大きいほど P_{CN} が高くなる。 P_{CN} は、どの L_i の範囲でも側面衝突 (90°) で最も高くなる。融合イベントが大きな L_i に向かって緩やかに減少する原因は、遠心力ポテンシャルエネルギー V_{rot} の増加によって構成される融合障壁の増加 [137] により、軌道が融合領域に侵入できないためである。これらの傾向から、系の平衡 (融合) の実現は、MAD における質量と回転角の進化とも相関があることがわかる。しかし、超重核領域では、 $A_{\text{CN}}/2 \pm 20$ u の範囲でも融合障害が発生することが理論的・実験的解析から確認されている [57, 14, 41]。したがって、質量平衡は必ずしも融合に直接つながるわけではないことに注意されたい。

次に、質量平衡に向かう質量ドリフトの特徴を詳細に見るために、質量進化と粘着時間の相関を調べる。質量対称への質量移行がどれだけ進むかの指標である質量ドリフト $\Delta A/\Delta A_{\text{max}}$ は時間の関数によって、次の式で与えられる；

$$\frac{\Delta A}{\Delta A_{\text{max}}} = \frac{A_t - \langle A \rangle}{A_t - A_s}. \quad (6.27)$$

ここで、 $\langle A \rangle$ は、それぞれの角運動量における標的核状の原子核の平均質量を表します。 A_s は次のように表

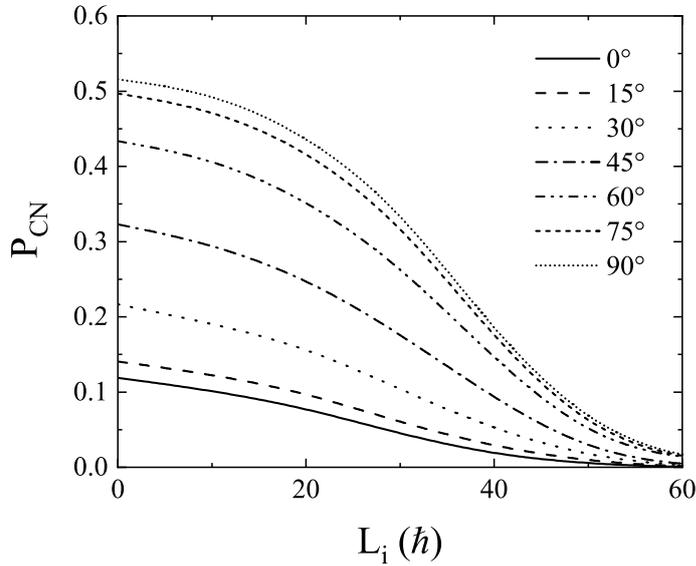


図 6.8 変形した ^{232}Th 原子核の 7 つの核方位 (0° , 15° , 30° , 45° , 60° , 75° , 90°) の融合確率 P_{CN} を軌道角運動量 L_i の関数としてプロットした図

される対称な質量数を表す；

$$A_s = \frac{1}{2}(A_p + A_t). \quad (6.28)$$

ここで、 A_p と A_t は入射核と標的核の質量数です。平均粘着時間 $\langle t_s \rangle$ の評価には、接触後にネックが十分に形成される時間と、切断前のネックの収縮時間を考慮する必要がある [37]。そこで本研究では $\langle t_s \rangle$ を次のように推定する。まず、入射核と標的核が接触した後に質量ドリフトが始まる平均ネック半径 $\langle R_n \rangle$ を計算します。次に、ネック半径が $\langle R_n \rangle$ まで増大した時点で $t = 0$ s と設定した。最後に、 t_s は、 $t = 0$ s から、ネック半径が切断前の $\langle R_n \rangle$ まで再び縮小するまでの時間として定義した。各配向角度に対して最初の質量ドリフトが始まる平均ネック半径 $\langle R_n \rangle$ を表 6.1 に示す。配向角の増加に伴う $\langle R_n \rangle$ の増加は主に 2 つの原子核間の幾何

表 6.1 接触後に最初の質量ドリフトが始まるときの変形した ^{232}Th 原子核の配向角と平均ネック半径 $\langle R_n \rangle$ 。

Orientation angle (deg)	0	15	30	45	60	75	90
Mean neck radius $\langle R_n \rangle$ (fm)	2.2	2.4	2.6	2.8	2.9	2.9	3.0

学的接触面積の違いによって引き起こされる。計算から得られた $\langle A \rangle$ と $\langle t_s \rangle$ の両方の情報を表 6.2 に示す。

図 6.9 は、表 6.2 に示す平均角運動量 $\langle L \rangle$ に対応する平均粘着時間の関数として、各配向角での $\Delta A / \Delta A_{\text{max}}$ を示している。図 6.9 に示す点線の曲線は、次の過減衰運動を仮定した質量対称に向かうドリフトモード [37] を示している；

$$\frac{\Delta A}{\Delta A_{\text{max}}} = 1 - \exp \left[\frac{-(t - t_d)}{\tau} \right]. \quad (6.29)$$

表 6.2 $^{32}\text{S} + ^{232}\text{Th}$ 系の変形した ^{232}Th 原子核の配向角、平均角運動量 $\langle L \rangle$ 、標的核状の平均質量数 $\langle A \rangle$ 、質量ドリフト $\Delta A/\Delta A_{\text{max}}$ 、平均付着時間 $\langle t_s \rangle$ の情報。

Orientation angle (deg)	$\langle L \rangle$ (\hbar)	$\langle A \rangle$	$\frac{\Delta A}{\Delta A_{\text{max}}}$	$\langle t_s \rangle$ (zs)
0	2	153	0.79	15.6
	15	154	0.78	15.1
	44	169	0.63	12.9
	77	192	0.40	11.6
	96	205	0.27	7.9
	102	206	0.26	3.5
15	12	150	0.82	15.0
	39	159	0.73	12.7
	95	197	0.35	7.9
	100	201	0.31	7.5
30	4	145	0.87	16.3
	45	158	0.74	12.1
	103	185	0.47	4.6
45	7	142	0.90	17.6
	50	158	0.74	11.2
	96	187	0.45	5.7
60	14	141	0.91	18.8
	57	161	0.71	10.4
	95	190	0.42	5.0
75	16	140	0.92	19.5
	62	165	0.67	9.3
	98	216	0.16	2.9
90	5	138	0.94	20.9
	11	139	0.93	20.3
	36	144	0.88	14.6
	49	153	0.79	11.1
	73	175	0.57	6.8
	100	197	0.35	1.6

ここで、 τ は ^{238}U の誘導反応によって得られた $\langle A \rangle$ と $\langle t_s \rangle$ の相関関係に基づいて 5.3 zs ($\text{zs} = 10^{-21} \text{ s}$) として決定されている [37]。遅延時間 t_d は、接触後の質量ドリフトを開始する際にネックが十分な成長に達する時間と、切断前に質量ドリフトを終了するネックの縮小時間の両方を考慮して 1 zs に決定されている。これらの値は標準値として使用されている [37, 142]。遅延時間に関しては、TDHF 計算では、重大な質量ドリフトの前に、 N/Z 平衡には 2 zs 以下の初期遅延が必要であると報告されている [159]。また、3 章の研究 [83]

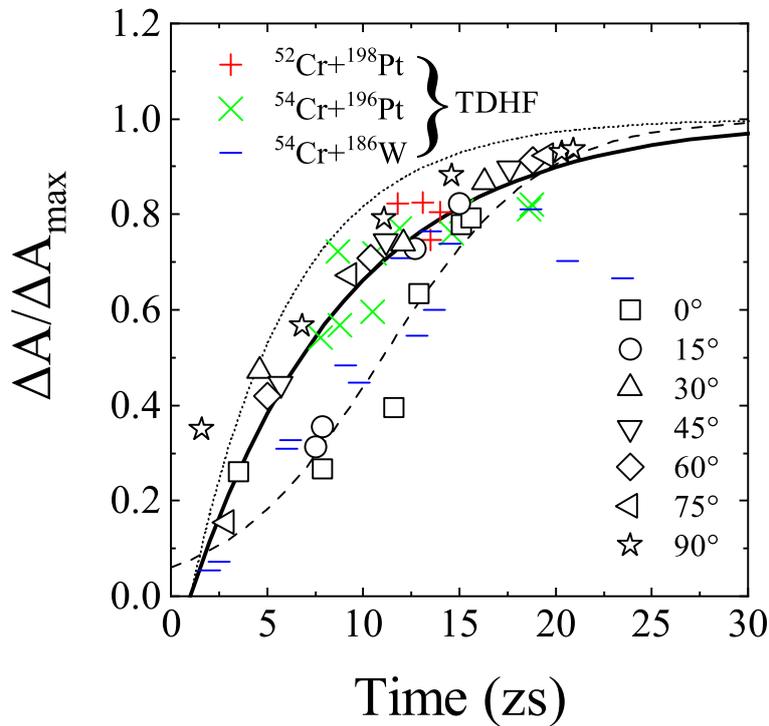


図 6.9 平均粘着時間の関数としての、変形した ^{232}Th 原子核の異なる配向核での質量ドリフト $\Delta A/\Delta A_{\text{max}}$ 。白抜きのプロット点は、表 6.2 に示されているデータ。色付きのプロット点は文献 [142, 156, 157, 158] で得られた TDHF 計算での結果を載せている。実線と点線の曲線は、それぞれ新しいシナリオのパラメータ $\tau = 8.3 \text{ zs}$ と標準パラメータ [37] $\tau = 5.3 \text{ zs}$ を使用した式 6.27 で与えられる。破線の曲線は、フェルミ型の質量ドリフトを仮定して、式 6.30 で与えられる新しい質量ドリフト関数である。

では、大規模な核子の移動が起こるまでの遅延時間は約 2 zs であり、遅延時間中にネックの断面積が $4 - 6 \text{ fm}^2$ まで増加することが確認されている。ただし、文献 [37] に従って、この研究では $t_d = 1 \text{ zs}$ を標準値として使用する。

図 6.9 からわかるように、計算データと標準質量ドリフト曲線 (点線) の間には偏差が見られる。この傾向は TDHF 法による計算データ [142, 156, 157, 158] でも同様である。これらの偏差は、質量対称への質量進化が、標準的な準分裂解析 [37] によって推定された質量進化よりも遅いことを意味している。特に中程度の角運動量 ($40 \leq L \leq 80$) では、計算されたすべての質量ドリフトデータは他の角運動量範囲でのデータと比較して、標準質量ドリフト曲線からより逸脱する。ここで、実験解析から中間角運動量での質量ドリフトの偏差は、中程度の角運動量で起こる FQF から高い角運動量で起こる傾向にある DIC への質量進化に大きく寄与する強い揺らぎの影響によるものであると報告されている [142]。

上述した偏差を考慮し、 $\tau = 8.3 \text{ zs}$ を使用した遅い質量ドリフトモードを実線の曲線で示す。計算データは、標準的な質量ドリフトモードよりも遅い質量ドリフトモードと一致していることがわかる。ただし、先端衝突 (0°) の質量ドリフトは依然として遅い質量ドリフト曲線から大幅に逸脱している。この大きな偏差の原因については後で説明するとする。文献 [140] では、遅い質量ドリフトを仮定し計算された M_R が実験的な M_R 分布と一致することがすでに報告されている。

さて、先端衝突の質量ドリフトが式 6.29 を使用した処方に従わない理由を議論する前に、ここで先端衝突に対する新しい質量ドリフト関数を提案する。先端衝突の場合、標準的な準分裂解析 [37] とは対照的に中程度の L での質量進化は著しく遅い。先端衝突におけるこの特徴的な質量の進化を反映した新しい質量ドリフト関数は、図 6.9 の破線の曲線で示され、次の式で与えられる。

$$\left(\frac{\Delta A}{\Delta A_{\max}} \right)_{\text{tip}} = 1 - \frac{1}{1 + \exp[(t - t_h)/\tau_s]} \quad (6.30)$$

この関数には 2 つのパラメータが含まれている。つまり、質量移行が最大値の半分に達するときのパラメータ t_h と関数の傾きを表す τ_s である。 t_h と τ_s はそれぞれ 11 zs と 4 zs として使用することにする。2 つのパラメータの値は、質量進化と粘着時間との相関関係を考慮して決定した。この関数は、図 6.9 に見られるように、質量移行が最大値の半分に達するまでの質量進化の制限を示し、質量移行が最大値の半分に達した後、質量移行は急速に進行する特徴を持っている。

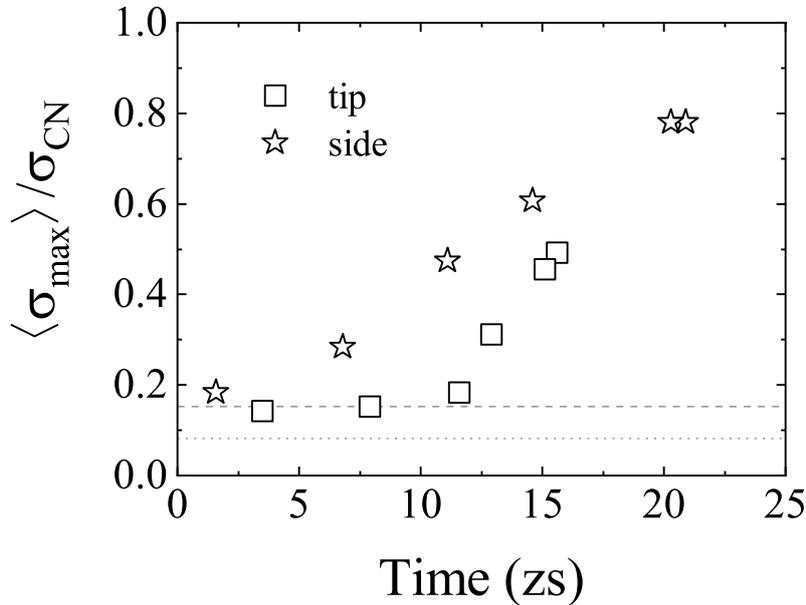


図 6.10 平均最大ネック断面積 $\langle \sigma_{\max} \rangle$ と複合核断面積 σ_{CN} の比を平均粘着時間の関数として表した図。白抜き四角形と星印は、それぞれ先端衝突の場合 (0°) と側面衝突の場合 (90°) の計算データ。水平の点線と破線は、それぞれ先端衝突と側面衝突の際の最初の質量ドリフトが始まるネック断面積に対応している。

最後に、先端衝突時に特徴的な質量ドリフトモードが現れる理由について議論を行う。先端衝突 (0°) と側面衝突 (90°) の $M_R = 0.5$ へのドリフトモードの違いは、結論接触から分離までの過程における最大ネック断面積に由来している。図 6.10 は、複合核での断面積 $\sigma_{\text{CN}} = \pi R_{\text{CN}}^2$ に対する平均最大ネック断面積 $\langle \sigma_{\max} \rangle$ の比を平均粘着時間の関数として示している。側面衝突の $\langle \sigma_{\max} \rangle$ は、時間の経過とともに直線的に増加する。一方、側面衝突と比較して、先端衝突の $\langle \sigma_{\max} \rangle$ の増加は中程度の粘着時間（中程度の L 相当）まで抑制されている。このため、中程度の L でも核子の移行に十分なネック断面積を確保することができていない。ゆえに、先端衝突では質量対称方向への質量進化が制限される特徴的な質量ドリフトモードを示す。

6.4 結言

揺動散逸定理（ランジュバン方程式）に基づく動力学モデルを用いて、ネック緩和の時間依存関数に含まれる denecking 運動の開始時間 t_0 の依存性を様々な衝突系で解析した。計算で得られた質量角度分布（MAD）は実験結果と良い一致を示し、実験で報告されているように3つのタイプに分類されることを本計算モデルでも確認できた。本研究では核分裂片の質量と散乱角の両方に着目し、実験結果との比較からネックの“delayed relaxation”が望ましいと推定し、 $t_0 = 10 \times 10^{-21}$ s を適切な値として決定した。この値が意味することは、衝突時の2つの原子核をつなぐネックが接触後すぐに拡大しないことを意味する。特に、質量と角度の強い相関の起源には、ネックの“delayed relaxation”の役割が非常に重要であることが明らかとなった。“delayed relaxation”の妥当性を支持する報告としては、水滴合体における接触後一定時間ダンベル型の形状 ($\epsilon = 1.0$) を維持している図 6.11 [74] のスナップショットがある。原子核は液滴の性質を持ち合わせることから、原子核衝突でも同様の特徴を示すことが考えられる。また、図 6.11 で示した実験のスナップショットは、1 フレームあたりの時間が $[\mu\text{s}] = [10^{-6} \text{ s}]$ である。原子核衝突の場合では、 $[10^{-22} - 10^{-19} \text{ s}]$ のタイムスケールで事象が起こる。ゆえに、図 6.11 で示されているスナップショットは、1 フレームあたりの時間をかなり小さくして、衝突時の詳細な変化を見ることでより明確に接触後一定時間ダンベル型の形状を維持している様子が確認できると考えられる。



図 6.11 接触後一定時間ダンベル型の形状 ($\epsilon = 1.0$) を維持している実験のスナップショット [74]。左から衝突速度 2; 2.5; 4.5; 6 [m/s], 衝突係数は 0.95; 0.95; 0.6; 0.9 [μm], 1 フレームあたりの時間は 111; 62.5; 56.2; 58.8 [μs] である。

この研究では、標的核の向きを考慮した MAD と核分裂片の質量比分布 (M_R) の計算も行った。標的核の向きを 0° (先端衝突の場合) から 90° (側面衝突の場合) まで変化させたときの質量移行と反応時の入射核 (または標的核) の回転角度の変化を明らかにした。標的核の向きすべてのケースを考慮した MAD と M_R は実験結果とよく一致した。さらに重要なことは、実験でも見られている強い質量-角度相関も再現されたことである。融合確率の計算に関しては、側面衝突の融合確率はどの軌道角運動量でも最も高いことがわかった。

質量ドリフトに関しては、 ^{238}U を入射核とした反応の準核分裂解析 [37] で得られた標準的な質量ドリフト曲線からは、本計算結果と差があることがわかった。この差は、質量対称に向かう質量進化が標準的な質量ドリフトモードよりも遅いことを意味している。側面衝突の場合、質量進化と粘着時間の相関は指数型の遅い質量ドリフト関数に従うが、先端衝突の場合の相関は指数型の遅い質量ドリフト関数に従わない。先端衝突と側面衝突で質量ドリフトモードが異なる理由は、質量進化の過程 (接触から核分裂まで) で現れる最大ネック断面積の特徴の違いに由来している。先端衝突では、側面衝突とは対照的に、中程度の L において経験する最大ネック断面積が不十分であるため、中程度の L における質量進化が制限される。先端衝突の場合では、中間の L に対して核子移行が制限される特徴的な質量平衡を反映し、この研究では新しい質量ドリフトモードとしてフェルミ型関数を提案した。本章では、議論するまでには至らなかったが、変形標的核の衝突方向の違いによる質量角度分布の impact parameter 依存性を議論しても興味深いと考える。例えば、先端衝突に比べて側面衝突では幾何学的に考えれば impact parameter が大きいところまで寄与すると考えられる。この寄与により先端衝突から側面衝突に向けて見かけ上の質量進化が進むのか、はたまた衝突方向の違いによる影響が純粋に大きく寄与しているのかの問いに対して、どの impact parameter 範囲で質量-角度相関が決められるのかを調べて、側面衝突の場合の方が大きい impact parameter で質量-角度相関が決まるようだと、それは後者の原因だと考えられる。この推察が正しいかを調べることを本章の展望とする。

第7章

本論文の総括

7.1 本論文の総括

まずは簡潔に、第3章から第6章までの研究をまとめておく。

第3章では、超重元素合成における準核分裂過程に2つの核子移行モードが存在することを理論的に明らかにした。その2つの核子移行モードは中程度の角運動量領域で確認され、核分裂時の原子核の形状（核分裂片の質量数や変形度）が異なることがわかった。そして、核分裂時の異なる原子核の形状は、本計算で扱ったランジュバン方程式に含まれる揺らぎの影響が2つの核子移行モードのタイムスケールに強く起因し、結果的に核子の移行を制御するネック（断面積）に違いが生まれることからきていることが明らかとなった。

第4章では、原子核衝突におけるネックの形成ダイナミクスを重点的に解析した。水滴の合体で確認されている粘性-慣性クロスオーバー現象が原子核のようなミクロな物質の合体でも確認できたことは注目に値する。さらに、原子核の粘性係数の推定に対して、水滴の合体における粘性領域でのネック形成ダイナミクスのアナロジーを原子核合体（衝突）に適用した。結果、実験データから抽出された原子核の粘性係数と近い値を示したことから、これまでになかった新しい粘性係数の推定法が妥当であることが明らかとなった。

第5章では、ネックの形成による重イオン融合反応での融合阻害を調査した。原子核衝突実験では、ネック形成による融合ダイナミクスの変化を解析することができないため、本研究で示される計算データは非常に有益なものとなっている。本理論計算から原子核同士の衝突初期にネックが拡張する場合には、系の融合を妨げることが明らかとなった。この融合阻害の本質的な原因は、衝突早期のネックの拡張により系は核子が十分に移行できるほどのネック断面積を早期に得ることで、急速に質量非対称度を緩和させるが同時に超重核合成時によく見られる内部障壁の出現によるものである。この解説を動力学的に説明した結果は世界で初めてであり、今後の超重元素合成研究に活かされる成果となった。

第6章では、第5章の結果を踏まえて、ネック拡張の開始時間を核分裂片の質量数と放出角度に着目し、理論計算結果と実験結果の比較をもって決定させた。この決定方法は体系的な解析によるものである。この解析結果から、重イオン衝突におけるネックの形成は衝突後遅延してから顕著な拡大が起こることを示唆するものであった。このダイナミクスは、質量と角度間の相関にとって非常に重要であることも明らかとなった。第5章までネック形成に関連したダイナミクスを中心に議論してきたが、第6章ではさらに変形標的核の衝突方向の向きを考慮することで質量移行（ドリフト）とタイムスケールの関係に関する新しい核反応ダイナミクスを明らかにすることとなった。これまでの計算では、変形標的核の衝突方向の向きは考慮されていなかったため、本研究では多くの有益な成果が得られた。まず、変形標的核の配向効果を考慮することで、アクチノイド原子核を用いた実験での質量と角度の強い相関が再現できることが明らかになった。これが意味するのは、ア

クチノイド原子核を用いた重イオン衝突反応での質量と角度の強い相関は変形標的核の配向効果に大きく依存しているということである。さらに、配向効果を考慮した質量ドリフトとその間のタイムスケールの関係を解析した結果、先端衝突では側面衝突の場合と違って質量ドリフトモードが大きく異なることが明らかとなった。この違いの由来は、第3章から第6章を通し議論してきた原子核のネックが関わっていた。先端衝突では、反応過程で得ることができる最大ネック断面積が、側面衝突の場合とは対照的に小さいために、核子の移行がタイムスケールの割に抑制される。ゆえに、先端衝突と側面衝突の質量ドリフトモードが異なると結論付けた。

本論文では、重核および超重核の生成における融合過程および核子移行過程に焦点を当て新たな核反応ダイナミクスの解明を目指した。入射核が無遠慮から標的核に近づく過程から相互作用を起し、核分裂を終えるまでの全融合分裂過程において、これらの全反応を統一的に記述することができる理論模型を用いて、詳細な解析および結果を論じた。本論文において、実験では直接視認することができない原子核の形状変化にともなう核反応ダイナミクスを動力的に明らかにしたことは、非常に有益な成果であると考えられる。第3章から第6章に至る理論計算による成果は、どれも本研究によって世界で初めて明らかにされた内容である。また第3章から第6章まですべてネック（原子核のくびれ）に関連した核反応ダイナミクスを議論してきた。以上を踏まえて、原子核の形状を表すパラメータの一つである ϵ パラメータが、重イオン衝突反応において重要であることを明らかにした。

原子核反応に対して原子核の形状の時間変化を詳細に追うことは、新たな核反応ダイナミクスを明らかにするうえで、最も妥当なアプローチであることは間違いない。ゆえに、本論文で特に焦点を当てることがなかった原子核の形状を表すパラメータに着目することで、新たな物理現象が発見できると考えられる。また、現理論模型では、原子核の形状を $\{z, \delta, \alpha, (\epsilon)\}$ の3(+1)つのパラメータで定義し、一般化座標に落とし込んでいる(ϵ は自由度として扱っていない)。 ϵ を自由度として扱うことはもちろんであるが、左右のフラグメントの変形度を独立に扱うことも核反応ダイナミクスを解析するうえで非常に重要である。つまり、変形度 δ を δ_1 と δ_2 に分離し、扱うことである。他にも、核分裂の様子を決定づけるとされている洋ナシ型の変形[160]、つまり八十極変形(octupole deformation)を本理論模型に導入し、原子核の形状変化を追うことで新たな核反応ダイナミクスが明らかになることは確実であろう。つまり、様々な原子核の形状を扱うことが可能な動力学模型(本理論模型)を構築できれば、世界に先駆けて新たな核反応機構・核反応ダイナミクスを明らかにすることができる。したがって、今後の展望としては上記の原子核の変形パラメータを段階的に導入することで、理論模型の拡張を図ることとする。

参考文献

- [1] Y. X. Watanabe, Y. H. Kim, S. C. Jeong, Y. Hirayama, N. Imai, H. Ishiyama, H. S. Jung, H. Miyatake, S. Choi, J. S. Song, E. Clement, G. de France, A. Navin, M. Rejmund, C. Schmitt, G. Pollarolo, L. Corradi, E. Fioretto, D. Montanari, M. Niikura, D. Suzuki, H. Nishibata, and J. Takatsu. Pathway for the production of neutron-rich isotopes around the $n = 126$ shell closure. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 115, p. 172503, Oct 2015.
- [2] 藤家洋一. 原子力-自然に学び、自然を真似る-. ERC 出版, 2005.
- [3] CFZ Von Weizäcker. Phys. 1935 96 431 von weizäcker, cf. *Z. Phys*, Vol. 96, p. 431, 1935.
- [4] Sven Gösta Nilsson, Chin Fu Tsang, Adam Sobiczewski, Zdzislaw Szymański, Slawomir Wycech, Christer Gustafson, Inger-Lena Lamm, Peter Möller, and Björn Nilsson. On the nuclear structure and stability of heavy and superheavy elements. *Nuclear Physics A*, Vol. 131, No. 1, pp. 1–66, 1969.
- [5] Alex ES Green and David F Edwards. Discontinuities in the nuclear mass surface. *Physical Review*, Vol. 91, No. 1, p. 46, 1953.
- [6] 永江知文, 永宮正治. 原子核物理学. 裳華房, 2000.
- [7] 原子核の理論. 現代物理学叢書. 岩波書店, 2001.
- [8] P. Ring and P. Schuck. *The Nuclear Many-Body Problem*. Physics and astronomy online library. Springer, 2004.
- [9] Milton Abramowitz and Irene A Stegun. Handbook of mathematical functions dover publications. *New York*, Vol. 361, , 1965.
- [10] Matthias Brack and HC Pauli. On Strutinsky’s averaging method. *Nuclear Physics A*, Vol. 207, No. 2, pp. 401–424, 1973.
- [11] V.M. Strutinsky. “shells” in deformed nuclei. *Nuclear Physics A*, Vol. 122, No. 1, pp. 1–33, 1968.
- [12] 八木浩輔. 原子核物理学. 朝倉書店, 1971.
- [13] V Zagrebaev, A Karpov, Ya Aritomo, M Naumenko, and W Greiner. Potential energy of a heavy nuclear system in fusion-fission processes. *Physics of Particles and Nuclei*, Vol. 38, No. 4, pp. 469–491, 2007.
- [14] Y. Aritomo, K. Hagino, K. Nishio, and S. Chiba. Dynamical approach to heavy-ion induced fission using actinide target nuclei at energies around the coulomb barrier. *Phys. Rev. C*, Vol. 85, p. 044614, Apr 2012.
- [15] George Raymond Satchler and W Gary Love. Folding model potentials from realistic interactions for heavy-ion scattering. *Physics Reports*, Vol. 55, No. 3, pp. 183–254, 1979.

- [16] G Bertsch, J Borysowicz, H McManus, and WG Love. 1977nupha. 284. 399b. vol. 284. *Nucl. Phys. A*, p. 399, 1977.
- [17] M Lacombe, B Loiseau, JM Richard, R Vinh Mau, J Côté, P Pires, and R De Tournel. Parametrization of the paris n- n potential. *Physical Review C*, Vol. 21, No. 3, p. 861, 1980.
- [18] N Anantaraman, H Toki, and GF Bertsch. An effective interaction for inelastic scattering derived from the paris potential. *Nuclear Physics A*, Vol. 398, No. 2, pp. 269–278, 1983.
- [19] Eiji Uegaki and Yasuhisa Abe. A molecular model for high-spin heavy-ion resonances. *Progress of theoretical physics*, Vol. 90, No. 3, pp. 615–664, 1993.
- [20] B Migdal, A. Theory of finite fermi systems and application to atomic nuclei, 1967.
- [21] Josef Speth, Ernst Werner, and Wolfgang Wild. Theory of finite fermi systems and application to the lead region. *Physics Reports*, Vol. 33, No. 3, pp. 127–208, 1977.
- [22] EG Nadjakov, KP Marinova, and Yu P Gangrsky. Systematics of nuclear charge radii. *Atomic Data and Nuclear Data Tables*, Vol. 56, No. 1, pp. 133–157, 1994.
- [23] I Angeli. Recommended values of rms charge radii. *Acta Physica Hungarica. Heavy Ion Physics*, Vol. 8, No. 1-2, pp. 23–39, 1998.
- [24] R Bass. Nuclear reactions with heavy ions, Jan 1980.
- [25] AV Ignatyuk, GN Smirenkin, and AS Tishin. Phenomenological description of energy dependence of the level density parameter. *Yadernaya Fizika*, Vol. 21, No. 3, pp. 485–490, 1975.
- [26] 米沢富美子. ブラウン運動. 共立出版, 1986.
- [27] Albert Einstein, et al. On the motion of small particles suspended in liquids at rest required by the molecular-kinetic theory of heat. *Annalen der physik*, Vol. 17, No. 549-560, p. 208, 1905.
- [28] Paul Langevin. On the theory of brownian motion. *CR Acad Sci (Paris)*, Vol. 146, p. 530, 1908.
- [29] A. D. Fokker. Fokker, A.D.: Die mittlere Energie rotierender elektrischer Dipole im Strahlungsfeld. *Ann. Physik* 43, 810-820, September 2018.
- [30] M Planck. Sitzungsber. *Preuss. Akad. Wiss. Phys. Math. Kl*, Vol. 325, No. 3, 1917.
- [31] H.A. Kramers. Brownian motion in a field of force and the diffusion model of chemical reactions. *Physica*, Vol. 7, No. 4, pp. 284–304, 1940.
- [32] Ryogo Kubo. Statistical-mechanical theory of irreversible processes. i. general theory and simple applications to magnetic and conduction problems. *Journal of the physical society of Japan*, Vol. 12, No. 6, pp. 570–586, 1957.
- [33] K. T. R. Davies, A. J. Sierk, and J. R. Nix. Effect of viscosity on the dynamics of fission. *Phys. Rev. C*, Vol. 13, pp. 2385–2403, Jun 1976.
- [34] James Rayford Nix. Further studies in the liquid-drop theory on nuclear fission. *Nuclear Physics A*, Vol. 130, No. 2, pp. 241–292, 1969.
- [35] Arnold J. Sierk and J. Rayford Nix. Fission in a wall-and-window one-body-dissipation model. *Phys. Rev. C*, Vol. 21, pp. 982–987, Mar 1980.
- [36] J Blocki, Y Boneh, J.R Nix, J Randrup, M Robel, A.J Sierk, and W.J Swiatecki. One-body dissipation and the super-viscosity of nuclei. *Annals of Physics*, Vol. 113, No. 2, pp. 330–386, 1978.
- [37] W. Q. et al. Shen. Fission and quasifission in u-induced reactions. *Phys. Rev. C*, Vol. 36, pp. 115–142, Jul 1987.

- [38] B. B. Back, P. B. Fernandez, B. G. Glagola, D. Henderson, S. Kaufman, J. G. Keller, S. J. Sanders, F. Videbæk, T. F. Wang, and B. D. Wilkins. Entrance-channel effects in quasifission reactions. *Phys. Rev. C*, Vol. 53, pp. 1734–1744, Apr 1996.
- [39] M. G. Itkis, E. Vardaci, I. M. Itkis, G. N. Knyazheva, and E.M. Kozulin. Fusion and fission of heavy and superheavy nuclei (experiment). *Nuclear Physics A*, Vol. 944, pp. 204–237, 2015. Special Issue on Superheavy Elements.
- [40] E. M. Kozulin, G. N. Knyazheva, I. M. Itkis, M. G. Itkis, A. A. Bogachev, E. V. Chernysheva, L. Krupa, F. Hanappe, O. Dorvaux, L. Stuttgé, W. H. Trzaska, C. Schmitt, and G. Chubarian. Fusion-fission and quasifission of superheavy systems with $z = 110 - -116$ formed in ^{48}Ca -induced reactions. *Phys. Rev. C*, Vol. 90, p. 054608, Nov 2014.
- [41] E. M. Kozulin, G. N. Knyazheva, K. V. Novikov, I. M. Itkis, M. G. Itkis, S. N. Dmitriev, Yu. Ts. Oganessian, A. A. Bogachev, N. I. Kozulina, I. Harca, W. H. Trzaska, and T. K. Ghosh. Fission and quasifission of composite systems with $z = 108-120$: Transition from heavy-ion reactions involving s and ca to ti and ni ions. *Phys. Rev. C*, Vol. 94, p. 054613, Nov 2016.
- [42] E. M. Kozulin, G. N. Knyazheva, T. K. Ghosh, A. Sen, I. M. Itkis, M. G. Itkis, K. V. Novikov, I. N. Diatlov, I. V. Pchelintsev, C. Bhattacharya, S. Bhattacharya, K. Banerjee, E. O. Saveleva, and I. V. Vorobiev. Fission and quasifission of the composite system $z = 114$ formed in heavy-ion reactions at energies near the coulomb barrier. *Phys. Rev. C*, Vol. 99, p. 014616, Jan 2019.
- [43] A. Diaz-Torres, G. G. Adamian, N. V. Antonenko, and W. Scheid. Quasifission process in a transport model for a dinuclear system. *Phys. Rev. C*, Vol. 64, p. 024604, Jun 2001.
- [44] A. V. Karpov and V. V. Saiko. Modeling near-barrier collisions of heavy ions based on a Langevin-type approach. *Phys. Rev. C*, Vol. 96, p. 024618, Aug 2017.
- [45] Valery Zagrebaev and Walter Greiner. Shell effects in damped collisions: a new way to superheavies. *Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics*, Vol. 34, No. 11, pp. 2265–2277, oct 2007.
- [46] Valery Zagrebaev and Walter Greiner. Unified consideration of deep inelastic, quasi-fission and fusion–fission phenomena. *Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics*, Vol. 31, No. 7, pp. 825–844, jun 2005.
- [47] G Bertsch. The collision integral in nuclear matter at zero temperature. *Zeitschrift für Physik A Atoms and Nuclei*, Vol. 289, No. 1, pp. 103–105, 1978.
- [48] W. Cassing and W. Nörenberg. On the role of memory effects for dissipation and diffusion in slow collective nuclear motion. *Nuclear Physics A*, Vol. 401, No. 3, pp. 467–489, 1983.
- [49] A. Diaz-Torres. Modeling of compound nucleus formation in the fusion of heavy nuclei. *Phys. Rev. C*, Vol. 69, p. 021603, Feb 2004.
- [50] Joachim Maruhn and Walter Greiner. The asymmetric two center shell model. *Zeitschrift für Physik*, Vol. 251, No. 5, pp. 431–457, 1972.
- [51] K Sato, A Iwamoto, K Harada, S Yamaji, and S Yoshida. Microscopic calculation of friction in heavy ion reaction using linear response theory. *Zeitschrift für Physik A Atoms and Nuclei*, Vol. 288, No. 4, pp. 383–390, 1978.
- [52] H. J. Krappe, J. R. Nix, and A. J. Sierk. Unified nuclear potential for heavy-ion elastic scattering, fusion, fission, and ground-state masses and deformations. *Phys. Rev. C*, Vol. 20, pp. 992–1013,

Sep 1979.

- [53] S. Suekane, A. Iwamoto, S. Yamaji, and K. Harada. Potential energy surface of nuclear fission. JAERI-memo, 5918 (1993).
- [54] Akira Iwamoto, Shuhei Yamaji, Shota Suekane, and Kichinosuke Harada. Potential Energy Surfaces for the Fission of the Actinide Nuclei. *Progress of Theoretical Physics*, Vol. 55, No. 1, pp. 115–130, 01 1976.
- [55] M. Brack, J Damgaard, A. S. Jensen, H. C. Pauli, V. M. Strutinsky, and C. Y. Wong. Funny hills: The shell-correction approach to nuclear shell effects and its applications to the fission process. *Rev. Mod. Phys.*, Vol. 44, pp. 320–405, Apr 1972.
- [56] Y. Aritomo, S. Chiba, and F. Ivanyuk. Fission dynamics at low excitation energy. *Phys. Rev. C*, Vol. 90, p. 054609, Nov 2014.
- [57] Yoshihiro Aritomo and Masahisa Ohta. Dynamical calculation for fusion–fission probability in superheavy mass region, where mass symmetric fission events originate. *Nuclear Physics A*, Vol. 744, pp. 3–14, 2004.
- [58] Shuhei Yamaji, H. Hofmann, and R. Samhammer. Self-consistent transport coefficients for average collective motion at moderately high temperatures. *Nuclear Physics A*, Vol. 475, No. 3, pp. 487–518, 1987.
- [59] Y. Aritomo. Analysis of dynamical processes using the mass distribution of fission fragments in heavy-ion reactions. *Phys. Rev. C*, Vol. 80, p. 064604, Dec 2009.
- [60] P. Fröbrich and I.I. Gontchar. Langevin description of fusion, deep-inelastic collisions and heavy-ion-induced fission. *Physics Reports*, Vol. 292, No. 3, pp. 131–237, 1998.
- [61] J. R. Nix and A. J. Sierk. Dynamics of fission and heavy ion reactions. *Nuclear Physics A*, Vol. 428, pp. 161–175, 1984.
- [62] J. Randrup and W.J. Swiatecki. Dissipative resistance against changes in the mass asymmetry degree of freedom in nuclear dynamics: The completed wall-and-window formula. *Nuclear Physics A*, Vol. 429, No. 1, pp. 105–115, 1984.
- [63] H Feldmeier. Transport phenomena in dissipative heavy-ion collisions: the one-body dissipation approach. *Reports on Progress in Physics*, Vol. 50, No. 8, pp. 915–994, aug 1987.
- [64] Nicolae Carjan, Arnold J. Sierk, and J. Rayford Nix. Effect of dissipation on ternary fission in very heavy nuclear systems. *Nuclear Physics A*, Vol. 452, No. 3, pp. 381–397, 1986.
- [65] N Carjan, T Wada, and Y Abe. Two-dimensional langevin approach to nuclear fission. In *AIP Conference Proceedings*, Vol. 250, pp. 230–244. American Institute of Physics, 1992.
- [66] Takahiro Wada, Yasuhisa Abe, and Nicolae Carjan. One-body dissipation in agreement with precission neutrons and fragment kinetic energies. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 70, pp. 3538–3541, Jun 1993.
- [67] T. Asano, T. Wada, M. Ohta, S. Yamaji, and H. Nakahara. The dependency on the dissipation tensor of multi-modal nuclear fission. *Journal of Nuclear and Radiochemical Sciences*, Vol. 7, No. 1, pp. 7–11, 2006.
- [68] Y. Aritomo and S. Chiba. Fission process of nuclei at low excitation energies with a langevin approach. *Phys. Rev. C*, Vol. 88, p. 044614, Oct 2013.

- [69] Thomson Joseph John and Newall Hugh Frank. On the formation of vortex rings by drops falling into liquids, and some allied phenomena. *Proc. R. Soc. Lond*, Vol. 39, pp. 239–241, Dec 1886.
- [70] Niels Bohr and John Archibald Wheeler. The mechanism of nuclear fission. *Phys. Rev.*, Vol. 56, pp. 426–450, Sep 1939.
- [71] Dirk G. A. L. Aarts, Henk N. W. Lekkerkerker, Hua Guo, Gerard H. Wegdam, and Daniel Bonn. Hydrodynamics of droplet coalescence. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 95, p. 164503, Oct 2005.
- [72] J. C. Burton and P. Taborek. Role of dimensionality and axisymmetry in fluid pinch-off and coalescence. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 98, p. 224502, May 2007.
- [73] Joseph D. Paulsen, Justin C. Burton, and Sidney R. Nagel. Viscous to inertial crossover in liquid drop coalescence. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 106, p. 114501, Mar 2011.
- [74] JR Adam, NR Lindblad, and CD Hendricks. The collision, coalescence, and disruption of water droplets. *Journal of Applied Physics*, Vol. 39, No. 11, pp. 5173–5180, 1968.
- [75] G.G. Adamian, N.V. Antonenko, A. Diaz-Torres, and W. Scheid. Dynamical restriction for a growing neck due to mass parameters in a dinuclear system. *Nuclear Physics A*, Vol. 671, No. 1, pp. 233–254, 2000.
- [76] G. Enders, F. D. Berg, K. Hagel, W. Kühn, V. Metag, R. Novotny, M. Pfeiffer, O. Schwalb, R. J. Charity, A. Gobbi, R. Freifelder, W. Henning, K. D. Hildenbrand, R. Holzmann, R. S. Mayer, R. S. Simon, J. P. Wessels, G. Casini, A. Olmi, and A. A. Stefanini. Excitation-energy dependence of the giant dipole resonance width. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 69, pp. 249–252, Jul 1992.
- [77] T. Baumann, E. Ramakrishnan, A. Azhari, J.R. Beene, R.J. Charity, J.F. Dempsey, M.L. Halbert, P.-F. Hua, R.A. Kryger, P.E. Mueller, R. Pfaff, D.G. Sarantites, L.G. Sobotka, D.W. Stracener, M. Thoennessen, G. Van Buren, R.L. Varner, and S. Yokoyama. Evolution of the giant dipole resonance in excited 120sn and 208pb nuclei populated by inelastic alpha scattering. *Nuclear Physics A*, Vol. 635, No. 4, pp. 428–445, 1998.
- [78] M. P. Kelly, K. A. Snover, J. P. S. van Schagen, M. Kicińska Habior, and Z. Trznadel. Giant dipole resonance in highly excited nuclei: Does the width saturate? *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 82, pp. 3404–3407, Apr 1999.
- [79] P. Heckman, D. Bazin, J.R. Beene, Y. Blumenfeld, M.J. Chromik, M.L. Halbert, Felix Liang, E. Mohrmann, Takashi Nakamura, A. Navin, B.M. Sherrill, K.A. Snover, M. Thoennessen, E. Tryggestad, and R. Varner. Low-temperature measurement of the giant dipole resonance width. *Physics Letters B*, Vol. 555, pp. 43–48, 02 2003.
- [80] N. Auerbach and S. Shlomo. η/s ratio in finite nuclei. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 103, p. 172501, Oct 2009.
- [81] S.E. Koonin, R.L. Hatch, and J. Randrup. One-body dissipation in a linear response approach. *Nuclear Physics A*, Vol. 283, No. 1, pp. 87–107, 1977.
- [82] Arnold J. Sierk, Steven E. Koonin, and J. Rayford Nix. Modified one-body nuclear dissipation. *Phys. Rev. C*, Vol. 17, pp. 646–653, Feb 1978.
- [83] Shota Amano, Yoshihiro Aritomo, and Masahisa Ohta. Modes of massive nucleon transfer appearing in quasifission processes for collisions of superheavy nuclei. *Phys. Rev. C*, Vol. 106, p. 024610, Aug 2022.

- [84] Vyacheslav Saiko and Alexander Karpov. Multinucleon transfer as a method for production of new heavy neutron-enriched isotopes of transuranium elements. *The European Physical Journal A*, Vol. 58, No. 3, p. 41, 2022.
- [85] V. V. Saiko and A. V. Karpov. Analysis of multinucleon transfer reactions with spherical and statically deformed nuclei using a langevin-type approach. *Phys. Rev. C*, Vol. 99, p. 014613, Jan 2019.
- [86] Xi Xia, Chengming He, and Peng Zhang. Universality in the viscous-to-inertial coalescence of liquid droplets. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, Vol. 116, No. 47, pp. 23467–23472, 2019.
- [87] Maria Yokota and Ko Okumura. Dimensional crossover in the coalescence dynamics of viscous drops confined in between two plates. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, Vol. 108, No. 16, pp. 6395–6398, 2011.
- [88] V.S. Akella and Harinadha Gidituri. Universal scaling laws in droplet coalescence: A dissipative particle dynamics study. *Chemical Physics Letters*, Vol. 758, p. 137917, 2020.
- [89] S. T. THORODDSEN, K. TAKEHARA, and T. G. ETOH. The coalescence speed of a pendent and a sessile drop. *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 527, p. 85–114, 2005.
- [90] Joseph Paulsen, Remi Carmigniani, Anerudh Kannan, Justin Burton, and Sidney Nagel. Coalescence of bubbles and drops in an outer fluid. *Nature communications*, Vol. 5, p. 3182, 01 2014.
- [91] JENS EGGERS, JOHN R. LISTER, and HOWARD A. STONE. Coalescence of liquid drops. *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 401, p. 293–310, 1999.
- [92] L. DUCHEMIN, J. EGGERS, and C. JOSSERAND. Inviscid coalescence of drops. *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 487, p. 167–178, 2003.
- [93] ES Hernandez, WD Myers, J Randrup, and B Remaud. Quantal dynamics of charge equilibration in damped nuclear collisions. *Nuclear Physics A*, Vol. 361, No. 2, pp. 483–501, 1981.
- [94] GD Adeev, AV Karpov, PN Nadtochii, and DV Vanin. Multidimensional stochastic approach to the fission dynamics of excited nuclei. *Physics of Particles and Nuclei*, Vol. 36, No. 4, pp. 378–426, 2005.
- [95] W J Swiatecki. The dynamics of nuclear coalescence or re-separation. *Physica Scripta*, Vol. 24, No. 1B, p. 113, jul 1981.
- [96] Y. Aritomo, T. Wada, M. Ohta, and Y. Abe. Diffusion mechanism for synthesis of superheavy elements. *Phys. Rev. C*, Vol. 55, pp. R1011–R1014, Mar 1997.
- [97] T. Tokuda, K. Okazaki, T. Wada, M. Ohta, and Y. Abe. Multi-dimensional langevin approach to the fusion of massive nuclei. *AIP Conference Proceedings*, Vol. 425, No. 1, pp. 171–178, 1998.
- [98] K. Sekizawa and K. Hagino. Time-dependent hartree-fock plus langevin approach for hot fusion reactions to synthesize the $z = 120$ superheavy element. *Phys. Rev. C*, Vol. 99, p. 051602, May 2019.
- [99] D Naderi and SA Alavi. Influence of the shell effects on evaporation residue cross section of superheavy nuclei. *Nuclear Science and Techniques*, Vol. 29, No. 11, pp. 1–9, 2018.
- [100] VL Litnevsky, FA Ivanyuk, GI Kosenko, and S Chiba. Formation of superheavy nuclei in s 36+ u 238 and ni 64+ u 238 reactions. *Physical Review C*, Vol. 101, No. 6, p. 064616, 2020.
- [101] V.I. Zagrebaev and W. Greiner. Cross sections for the production of superheavy nuclei. *Nuclear*

- Physics A*, Vol. 944, pp. 257–307, 2015. Special Issue on Superheavy Elements.
- [102] C Ishizuka, X Zhang, MD Usang, FA Ivanyuk, and S Chiba. Effect of the doubly magic shell closures in sn 132 and pb 208 on the mass distributions of fission fragments of superheavy nuclei. *Physical Review C*, Vol. 101, No. 1, p. 011601, 2020.
- [103] Yuuya Miyamoto, Yoshihiro Aritomo, Shoya Tanaka, Kentaro Hirose, and Katsuhisa Nishio. Origin of the dramatic change of fission mode in fermium isotopes investigated using langevin equations. *Physical Review C*, Vol. 99, No. 5, p. 051601, 2019.
- [104] GG Adamian, NV Antonenko, SP Ivanova, and W Scheid. Problems in description of fusion of heavy nuclei in the two-center shell model approach. *Nuclear Physics A*, Vol. 646, No. 1, pp. 29–52, 1999.
- [105] Caiwan Shen, David Boilley, Qingfeng Li, Junjie Shen, and Yasuhisa Abe. Fusion hindrance in reactions with very heavy ions: Border between normal and hindered fusion. *Phys. Rev. C*, Vol. 83, p. 054620, May 2011.
- [106] Y Aritomo, S Chiba, and K Nishio. Dynamical model of surrogate reactions. *Physical Review C*, Vol. 84, No. 2, p. 024602, 2011.
- [107] Kai Zhao, Zhuxia Li, Xizhen Wu, and Zhixiang Zhao. Mass parameters for relative and neck collective motions in heavy ion fusion reactions. *Phys. Rev. C*, Vol. 79, p. 024614, Feb 2009.
- [108] Yasuhisa Abe, Caiwan Shen, David Boilley, and Bertrand G Giraud. Compound nucleus reaction theory for synthesis of super-heavy elements. In *EPJ Web of Conferences*, Vol. 2, p. 10002. EDP Sciences, 2010.
- [109] David Boilley, Hongliang Lü, Caiwan Shen, Yasuhisa Abe, and Bertrand G Giraud. Fusion hindrance of heavy ions: role of the neck. *Physical Review C*, Vol. 84, No. 5, p. 054608, 2011.
- [110] Yoshihiro Aritomo and Masahisa Ohta. Trajectory analysis for fusion path in superheavy-mass region. *Nuclear Physics A*, Vol. 753, No. 1, pp. 152–173, 2005.
- [111] Yuri Ts Oganessian and Krzysztof P Rykaczewski. A beachhead on the island of stability. *Physics Today*, Vol. 68, No. 8, pp. 32–38, 2015.
- [112] S. Hofmann and G. Münzenberg. The discovery of the heaviest elements. *Rev. Mod. Phys.*, Vol. 72, pp. 733–767, Jul 2000.
- [113] Kosuke Morita, Kouji Morimoto, Daiya Kaji, Takahiro Akiyama, Sin-ichi Goto, Hiromitsu Haba, Eiji Ideguchi, Kenji Katori, Hiroyuki Koura, Hisaaki Kudo, Tetsuya Ohnishi, Akira Ozawa, Toshimi Suda, Keisuke Sueki, Fuyuki Tokanai, Takayuki Yamaguchi, Akira Yoneda, and Atsushi Yoshida. Experiment on synthesis of an isotope 277112 by 208pb+70zn reaction. *Journal of the Physical Society of Japan*, Vol. 76, No. 4, p. 043201, 2007.
- [114] Yu. Ts. Oganessian, V. K. Utyonkov, Yu. V. Lobanov, F. Sh. Abdullin, A. N. Polyakov, R. N. Sagaidak, I. V. Shirokovsky, Yu. S. Tsyganov, A. A. Voinov, G. G. Gulbekian, S. L. Bogomolov, B. N. Gikal, A. N. Mezentsev, S. Iliev, V. G. Subbotin, A. M. Sukhov, K. Subotic, V. I. Zagrebaev, G. K. Vostokin, M. G. Itkis, K. J. Moody, J. B. Patin, D. A. Shaughnessy, M. A. Stoyer, N. J. Stoyer, P. A. Wilk, J. M. Kenneally, J. H. Landrum, J. F. Wild, and R. W. Loughheed. Synthesis of the isotopes of elements 118 and 116 in the ^{249}Cf and $^{245}\text{Cm} + ^{48}\text{Ca}$ fusion reactions. *Phys. Rev. C*, Vol. 74, p. 044602, Oct 2006.

- [115] S Hofmann, D Ackermann, S Antalic, HG Burkhard, VF Comas, R Dressler, Z Gan, S Heinz, JA Heredia, FP Heßberger, et al. The reaction $48 \text{ ca} + 238 \text{ u} \rightarrow 286 \text{ 112}^*$ studied at the gsi-ship. *The European Physical Journal A*, Vol. 32, pp. 251–260, 2007.
- [116] S Hofmann, V Ninov, FP Heßberger, P Armbruster, H Folger, G Münzenberg, HJ Schött, AG Popeko, AV Yeremin, AN Andreyev, et al. Production and decay of 269 110 . *Zeitschrift für Physik A Hadrons and Nuclei*, Vol. 350, pp. 277–280, 1995.
- [117] Peter Armbruster. On the production of heavy elements by cold fusion: the elements 106 to 109. *Annual Review of Nuclear and Particle Science*, Vol. 35, No. 1, pp. 135–194, 1985.
- [118] G Munzenberg. Recent advances in the discovery of transuranium elements. *Reports on Progress in Physics*, Vol. 51, No. 1, p. 57, 1988.
- [119] Peng-Hui Chen, Fei Niu, Wei Zuo, and Zhao-Qing Feng. Approaching the neutron-rich heavy and superheavy nuclei by multinucleon transfer reactions with radioactive isotopes. *Phys. Rev. C*, Vol. 101, p. 024610, Feb 2020.
- [120] Long Zhu, Jun Su, Cheng Li, and Feng-Shou Zhang. How to approach the island of stability: Reactions using multinucleon transfer or radioactive neutron-rich beams? *Physics Letters B*, Vol. 829, p. 137113, 2022.
- [121] Long Zhu. Possibilities of producing superheavy nuclei in multinucleon transfer reactions based on radioactive targets. *Chinese Physics C*, Vol. 43, No. 12, p. 124103, 2019.
- [122] S Heinz and HM Devaraja. Nucleosynthesis in multinucleon transfer reactions. *The European Physical Journal A*, Vol. 58, No. 6, p. 114, 2022.
- [123] V. I. Zagrebaev and Walter Greiner. Production of heavy and superheavy neutron-rich nuclei in transfer reactions. *Phys. Rev. C*, Vol. 83, p. 044618, Apr 2011.
- [124] Valery Zagrebaev and Walter Greiner. New way for the production of heavy neutron-rich nuclei. *Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics*, Vol. 35, No. 12, p. 125103, sep 2008.
- [125] Valeriy Zagrebaev, Alexander Karpov, and Walter Greiner. Future of superheavy element research: Which nuclei could be synthesized within the next few years? *Journal of Physics: Conference Series*, Vol. 420, No. 1, p. 012001, mar 2013.
- [126] V. I. Zagrebaev and Walter Greiner. Production of heavy trans-target nuclei in multinucleon transfer reactions. *Phys. Rev. C*, Vol. 87, p. 034608, Mar 2013.
- [127] Valery Zagrebaev and Walter Greiner. Production of new heavy isotopes in low-energy multinucleon transfer reactions. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 101, p. 122701, Sep 2008.
- [128] T. Kurtukian-Nieto, J. Benlliure, K.-H. Schmidt, L. Audouin, F. Becker, B. Blank, E. Casarejos, F. Farget, M. Fernández-Ordóñez, J. Giovinazzo, D. Henzlova, B. Jurado, J. Pereira, and O. Yordanov. Production cross sections of heavy neutron-rich nuclei approaching the nucleosynthesis r-process path around $a = 195$. *Phys. Rev. C*, Vol. 89, p. 024616, Feb 2014.
- [129] J. Kurcewicz, F. Farion, H. Geissel, S. Pietri, C. Nociforo, A. Prochazka, H. Weick, J.S. Winfield, A. Estradé, P.R.P. Allegro, A. Bail, G. Bélier, J. Benlliure, G. Benzoni, M. Bunce, M. Bowry, R. Caballero-Folch, I. Dillmann, A. Evdokimov, J. Gerl, A. Gottardo, E. Gregor, R. Janik, A. Kelić-Heil, R. Knöbel, T. Kubo, Yu.A. Litvinov, E. Merchan, I. Mukha, F. Naqvi, M. Pfützner, M. Pomorski, Zs. Podolyák, P.H. Regan, B. Riese, M.V. Ricciardi, C. Scheidenberger, B. Sitar, P. Spiller,

- J. Stadlmann, P. Strmen, B. Sun, I. Szarka, J. Taïeb, S. Terashima, J.J. Valiente-Dobón, M. Winkler, and Ph. Woods. Discovery and cross-section measurement of neutron-rich isotopes in the element range from neodymium to platinum with the frs. *Physics Letters B*, Vol. 717, No. 4, pp. 371–375, 2012.
- [130] J. Taïeb, K.-H. Schmidt, L. Tassan-Got, P. Armbruster, J. Benlliure, M. Bernas, A. Boudard, E. Casarejos, S. Czajkowski, T. Enqvist, R. Legrain, S. Leray, B. Mustapha, M. Pravikoff, F. Rejmund, C. Stéphan, C. Volant, and W. Wlazlo. Evaporation residues produced in the spallation reaction $^{238}\text{U}+p$ at 1 agev. *Nuclear Physics A*, Vol. 724, No. 3, pp. 413–430, 2003.
- [131] Tian Liang Zhao, Xiao Jun Bao, and Hong Fei Zhang. Exploring the optimal way to produce $z = 100 - -106$ neutron-rich nuclei. *Phys. Rev. C*, Vol. 108, p. 024602, Aug 2023.
- [132] Valeriy Zagrebaev and WALTER GREI. Production of neutron-rich nuclei in low-energy multinucleon transfer reactions. *Acta Physica Polonica B*, Vol. 46, No. 3, 2015.
- [133] Jing-Jing Li, Na Tang, Yu-Hai Zhang, Xin-Rui Zhang, Gen Zhang, and Feng-Shou Zhang. Theoretical study on the production of neutron-rich transuranium nuclei with radioactive beams in multinucleon transfer reactions. *Phys. Rev. C*, Vol. 106, p. 014606, Jul 2022.
- [134] Zehong Liao, Long Zhu, Zepeng Gao, Jun Su, and Cheng Li. Optimal detection angles for producing $n = 126$ neutron-rich isotones in multinucleon transfer reactions. *Phys. Rev. Res.*, Vol. 5, p. L022021, May 2023.
- [135] Katsuhisa Nishio. *Multinucleon-Transfer-Induced Fission*, pp. 901–943. Springer Nature Singapore, Singapore, 2023.
- [136] S. Tanaka, K. Hirose, K. Nishio, K. R. Kean, H. Makii, R. Orlandi, K. Tsukada, and Y. Aritomo. Angular momentum transfer in multinucleon transfer channels of $^{18}\text{O} + ^{237}\text{Np}$. *Phys. Rev. C*, Vol. 105, p. L021602, Feb 2022.
- [137] Shota Amano, Yoshihiro Aritomo, and Masahisa Ohta. Dynamical mechanism of fusion hindrance in heavy ion collisions. *Physical Review C*, Vol. 108, No. 1, p. 014612, 2023.
- [138] J. Töke, R. Bock, G.X. Dai, A. Gobbi, S. Gralla, K.D. Hildenbrand, J. Kuzminski, W.F.J. Müller, A. Olmi, H. Stelzer, B.B. Back, and S. Bjørnholm. Quasi-fission — the mass-drift mode in heavy-ion reactions. *Nuclear Physics A*, Vol. 440, No. 2, pp. 327–365, 1985.
- [139] Rickard du Rietz, Elizabeth Williams, DJ Hinde, M Dasgupta, M Evers, CJ Lin, DH Luong, C Simenel, and A Wakhle. Mapping quasifission characteristics and timescales in heavy element formation reactions. *Physical Review C*, Vol. 88, No. 5, p. 054618, 2013.
- [140] E Prasad, A Wakhle, DJ Hinde, E Williams, M Dasgupta, M Evers, DH Luong, G Mohanto, C Simenel, and K Vo-Phuoc. Exploring quasifission characteristics for s 34+ th 232 forming sg 266. *Physical Review C*, Vol. 93, No. 2, p. 024607, 2016.
- [141] Rickard du Rietz, DJ Hinde, M Dasgupta, RG Thomas, LR Gasques, M Evers, N Lobanov, and A Wakhle. Predominant time scales in fission processes in reactions of s, ti and ni with w: zepetosecond versus attosecond. *Physical Review Letters*, Vol. 106, No. 5, p. 052701, 2011.
- [142] T Tanaka, DJ Hinde, M Dasgupta, E Williams, K Vo-Phuoc, C Simenel, EC Simpson, DY Jeung, IP Carter, KJ Cook, et al. Mass equilibration and fluctuations in the angular momentum dependent dynamics of heavy element synthesis reactions. *Physical Review Letters*, Vol. 127, No. 22, p. 222501,

2021.

- [143] T Tanaka, DJ Hinde, M Dasgupta, E Williams, K Vo-Phuoc, C Simenel, EC Simpson, DY Jeung, IP Carter, KJ Cook, et al. Competition between fusion and quasifission in the angular momentum dependent dynamics of heavy element synthesis reactions. *Physical Review C*, Vol. 107, No. 5, p. 054601, 2023.
- [144] W. Cassing and W. Nörenberg. On the role of memory effects for dissipation and diffusion in slow collective nuclear motion. *Nuclear Physics A*, Vol. 401, No. 3, pp. 467–489, 1983.
- [145] P. Moller, J.R. Nix, W.D. Myers, and W.J. Swiatecki. Nuclear ground-state masses and deformations. *Atomic Data and Nuclear Data Tables*, Vol. 59, No. 2, pp. 185–381, 1995.
- [146] Elizabeth Williams, DJ Hinde, M Dasgupta, R du Rietz, IP Carter, M Evers, DH Luong, SD McNeil, DC Rafferty, K Ramachandran, et al. Evolution of signatures of quasifission in reactions forming curium. *Physical Review C*, Vol. 88, No. 3, p. 034611, 2013.
- [147] Itkis MG, Bogatchev AA, Itkis IM, M Jandel, J Kliman, Kniajeva GN, Kondratiev NA, Korzyukov IV, Kozulin EM, L Krupa, et al. Fusion-fission of superheavy nuclei. *Journal of Nuclear and Radiochemical Sciences*, Vol. 3, No. 1, pp. 57–61, 2002.
- [148] Caiwan Shen, Yasuhisa Abe, Qingfeng Li, and David Boilley. Analysis of the fusion hindrance in mass-symmetric heavy ion reactions. *Science in China Series G: Physics, Mechanics and Astronomy*, Vol. 52, No. 10, pp. 1458–1463, 2009.
- [149] Y Aritomo. Fusion hindrance and roles of shell effects in superheavy mass region. *Nuclear Physics A*, Vol. 780, No. 3-4, pp. 222–246, 2006.
- [150] Aditya Wakhle, Cedric Simenel, DJ Hinde, M Dasgupta, M Evers, DH Luong, R du Rietz, and E Williams. Interplay between quantum shells and orientation in quasifission. *Physical Review Letters*, Vol. 113, No. 18, p. 182502, 2014.
- [151] A Wakhle, C Simenel, DJ Hinde, M Dasgupta, M Evers, DH Luong, and R du Rietz. Comparing experimental and theoretical quasifission mass angle distributions. In *EPJ Web of Conferences*, Vol. 86, p. 00061. EDP Sciences, 2015.
- [152] AS Umar and VE Oberacker. Time-dependent hf approach to she dynamics. *Nuclear Physics A*, Vol. 944, pp. 238–256, 2015.
- [153] EI Galkina, EM Kozulin, GN Knyazheva, IM Itkis, AA Bogachev, IN Diatlov, M Cheralu, D Kumar, NI Kozulina, KV Novikov, et al. Investigating mass–energy distributions of fragments produced in the $^{32}\text{s} + ^{232}\text{th} \rightarrow ^{264}\text{sg}$ reaction at energies below and near the coulomb barrier. *Bulletin of the Russian Academy of Sciences: Physics*, Vol. 85, pp. 1085–1089, 2021.
- [154] AS Umar, VE Oberacker, and Cedric Simenel. Fusion and quasifission dynamics in the reactions $^{48}\text{ca} + ^{249}\text{bk}$ and $^{50}\text{ti} + ^{249}\text{bk}$ using a time-dependent hartree-fock approach. *Physical Review C*, Vol. 94, No. 2, p. 024605, 2016.
- [155] K Godbey, AS Umar, and Cedric Simenel. Deformed shell effects in $^{48}\text{ca} + ^{249}\text{bk}$ quasifission fragments. *Physical Review C*, Vol. 100, No. 2, p. 024610, 2019.
- [156] Kirsten Vo-Phuoc, et al. *Microscopic approach to heavy-ion reactions*. PhD thesis, The Australian National University, 2018.
- [157] Cedric Simenel, K Godbey, and AS Umar. Timescales of quantum equilibration, dissipation and

- fluctuation in nuclear collisions. *Physical Review Letters*, Vol. 124, No. 21, p. 212504, 2020.
- [158] K Hammerton, Z Kohley, DJ Hinde, M Dasgupta, A Wakhle, E Williams, VE Oberacker, AS Umar, IP Carter, KJ Cook, et al. Reduced quasifission competition in fusion reactions forming neutron-rich heavy elements. *Physical Review C*, Vol. 91, No. 4, p. 041602, 2015.
- [159] Cédric Simenel, DJ Hinde, R Du Rietz, M Dasgupta, M Evers, CJ Lin, DH Luong, and A Wakhle. Influence of entrance-channel magicity and isospin on quasi-fission. *Physics Letters B*, Vol. 710, No. 4-5, pp. 607–611, 2012.
- [160] Guillaume Scamps and Cédric Simenel. Impact of pear-shaped fission fragments on mass-asymmetric fission in actinides. *Nature*, Vol. 564, No. 7736, pp. 382–385, 2018.
- [161] Dieter HE Gross and Helga Kalinowski. Friction model of heavy-ion collisions. *Physics Reports*, Vol. 45, No. 3, pp. 175–210, 1978.
- [162] K Nishio, S Mitsuoka, I Nishinaka, H Makii, Y Wakabayashi, H Ikezoe, K Hirose, T Ohtsuki, Y Aritomo, and S Hofmann. Fusion probabilities in the reactions $40, 48 \text{ Ca} + 238 \text{ U}$ at energies around the coulomb barrier. *Physical Review C*, Vol. 86, No. 3, p. 034608, 2012.
- [163] 近藤次郎, 高橋磐郎, 小林竜一, 小柳芳雄, 渡辺正. 微分方程式. 培風館, 1981.

謝辞

本博士学位論文「重・超重核生成における融合および核子移行過程の理論的研究」は、指導教員である有友嘉浩教授(近畿大学大学院総合理工学研究科)をはじめとする多くの方々からのご協力によって成り立っております。本博士学位論文審査の機会をお借りしてご協力いただいた皆様に対し、心より深く感謝申し上げます。

学部3年生で有友嘉浩教授の授業や研究室紹介を聴講したときに、有友教授のもとで研究をしていきたいと心から思いました。その願いも届き、学部4年生で初めて研究室配属された時から大学院博士後期課程修了の日を迎える今日までの6年間、私のすべての研究活動において終始ご指導ご鞭撻をいただきました。研究の面白さや研究に対する考え方だけでなく、物事に対する考え方もご教示していただき、人生の指針を指し示してくださいました。今思い返すと、小学生の時の卒業文集に「私の夢はノーベル物理学賞を取る」と書きました。小学生の割におおそれたことを書いていたと思います。大学に入るまではそんなことも忘れていましたし、大学は純粋な物理を学ぶ環境(物理学科)ではなく、工学を学ぶ環境で勉学に励んでいました。そんな環境の中、有友教授と出会い、勝手ではございますが運命だったのかとも思います。数十年経ち物理を突き詰める面白さを知り、まだ見ぬ現象の理解に力を注げる環境に身を置くことができ、非常に良かったと思っております。6年間有友教授のもとで研究に従事できたことは、私にとって忘れられない経験であり、思い出となっております。有友嘉浩教授の多大なるご指導ご鞭撻に心より感謝申し上げます。

野上雅伸教授(近畿大学大学院総合理工学研究科)には本論文作成にあたり主査としてご助言を賜りました。若林源一郎教授(近畿大学大学院総合理工学研究科)にも本論文におきまして副査としてご助言を賜りました。両教授方には深甚な謝意を表します。

太田雅久甲南大学名誉教授(甲南大学)には、本研究を進めるうえでの議論や数多くの知識をご教示いただき、研究の種を見出すことにつながりました。太田雅久教授との研究に関する議論の際には、研究内容を俯瞰して見ているようで違った角度でのご指摘にいつも感銘を受けておりました。私にとってこの議論の時間は非常に有意義な時間でした。ここまで成果を出せたのも、太田教授との議論の時間が楽しく、物理の面白さを身に染みて感じさせていただいたおかげです。太田雅久教授に心より感謝申し上げます。

核反応エネルギー研究室の後輩たちには研究に関する議論や雑談の機会をいただきました。精神的にも支えてくれた皆様の存在は研究を進める上で紛れもない心の支えになりました。心より感謝を申し上げます。加えて、既にご卒業された先輩方、並びに後輩諸氏をはじめとする核反応エネルギー研究室の皆様方にも感謝いたします。また、我々の研究に必要な不可欠で非常に高性能なクラスター計算機を提供してくださった、英憲悦氏(HPC システムズ)にも心より感謝申し上げます。

最後に研究生生活を応援し、経済的にも精神的にも支えてくれた父や母、妹達ならびに祖母には深く感謝し、謝辞とさせていただきます。

付録 A

慣性モーメントと接線方向の摩擦の質量角度分布における依存性

本付録では、第 6 章で議論される質量角度分布に対して、モデルのテスト計算として取り組んだ初期研究内容を記すことにする。まずは、本研究の背景に少し触れておく。重元素および超重元素の核分裂反応の質量角度分布 (Mass angle distribution: MAD) 測定は、核分裂および核融合過程のメカニズムを研究するための強力なツールの 1 つであるとされている。準核分裂現象が支配的な場合の MAD は、質量と角度の間に強い相関関係を示すことが実験的に明らかにされている。質量と角度間の強い相関は、MAD の具体的な見かけ上では斜めの相関として現れるが、あるモデルパラメータに着目する前はその斜めの相関が再現できていなかった。

本研究では、モデルに含まれる不定なモデルパラメータを系統的に評価し、実験結果を再現するようなモデルパラメータ値を決定させることで、MAD に現れる対角相関を再現することを目的とした。研究手法であるが、本論同様の動力学模型を用いている。そして、接線方向の摩擦の大きさと剛体の慣性モーメントの大きさをそれぞれ factor 倍して補正するようなモデルパラメータ f_{ina} と γ_t^0 を導入し、MAD の系統的評価を行った。選択した反応系は準核分裂が支配的な 2 つの反応系 $^{48}\text{Ti}+^{186}\text{W}$ と $^{34}\text{S}+^{232}\text{Th}$ であり、それぞれ入射エネルギー $E_{\text{c.m.}} = 187.87 \text{ MeV}$ と $E_{\text{c.m.}} = 168.75 \text{ MeV}$ の条件で計算を実施した。ここで、 $^{34}\text{S}+^{232}\text{Th}$ の反応系は標的核にアクチノイド原子核を使用しているが、衝突方向の考慮は本研究ではされていないことに注意されたい。

計算結果について、以下に述べていく。図 A.1 は、 $E_{\text{c.m.}} = 187.87 \text{ MeV}$ における $^{48}\text{Ti}+^{186}\text{W}$ の MAD の $f_{\text{ina}} = 1.5 - 5.0$ 、 $\gamma_t^0 = 1.0 - 10$ の範囲における f_{ina} と γ_t^0 パラメータに対する依存性を示している。

図 A.1(k) では、MAD に相関が見られないことから、核分裂片は 360 度全方向に放出する傾向にある。これは、系が複合核を形成することで、入射時の情報を消失するため起こる。つまり、融合核分裂が支配的であることがわかる。また、図 A.1(a) は角度と質量に相関があることから、準核分裂過程の状況を再現できていると考えられる。図 A.1(a) と (d) は実験値 [139] の特徴をよく再現している。 f_{ina} が大きい場合、分布が左上 (入射核の方) と右下 (標的核の方) に集中している。これは入射核が半回転しか標的核の周りを回転しない傾向を示している。

次に、 γ_t^0 と f_{ina} を変化させた場合の $E_{\text{c.m.}} = 168.75 \text{ MeV}$ における $^{34}\text{S}+^{232}\text{Th}$ の MAD 計算結果を図 A.2 に示す。図 A.2(j) では、質量と角度の間に相関がないことから融合核分裂が支配的であると考えられる。一方、図 A.2(l) は質量と角度に相関があることから、準核分裂現象の再現が上手くいっていると考えられる。図 A.2(i) と (l) は実験値 [139] の特徴をよく再現できている。 $^{48}\text{Ti}+^{186}\text{W}$ の場合と比較すると、剛体の慣性モーメントと接線方向の摩擦の大きさがそれぞれ大きな値で質量と角度の相関が見られている。

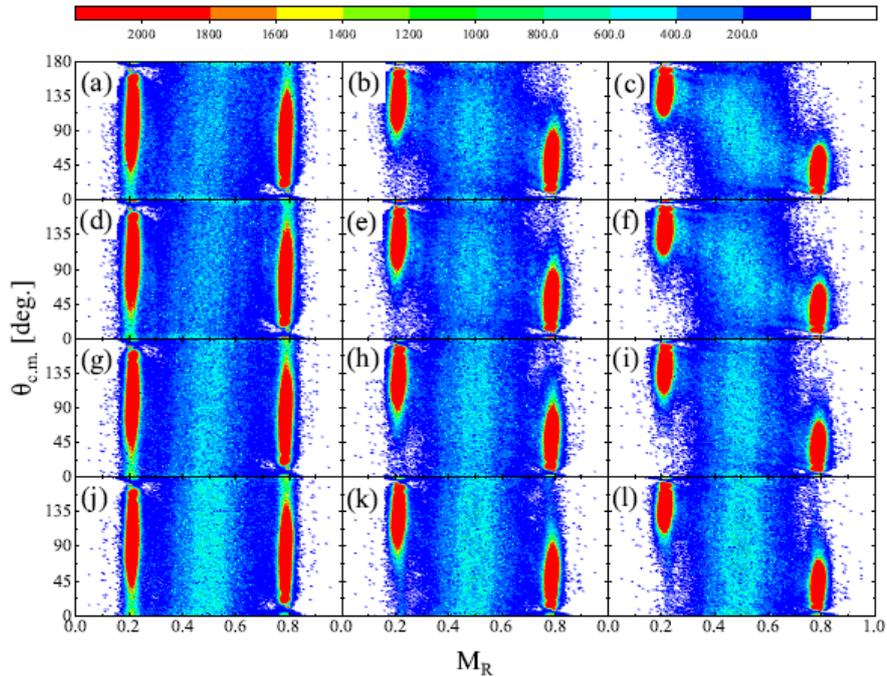


図 A.1 $^{48}\text{Ti}+^{186}\text{W}$ の質量角度分布の計算結果。(a)(d)(g)(j), (b)(e)(h)(k) および (c)(f)(i)(l) はそれぞれ $f_{\text{ina}} = 1.5, 3.0, 5.0$ を用いた場合であり、(a)-(c), (d)-(f) および (j)-(l) はそれぞれ $\gamma_t^0 = 1.0, 5.0, 10$ を用いた場合である。

考察であるが、 $^{48}\text{Ti}+^{186}\text{W}$ のように入射系の質量非対称度が小さい反応系では、接線方向の摩擦と剛体の慣性モーメントの値が小さいことにより、実験値と同様の準核分裂に由来する相関を再現できることがわかった。一方、 $^{34}\text{S}+^{232}\text{Th}$ のように入射系の質量非対称度が大きい反応系では、接線方向の摩擦や剛体の慣性モーメントが大きい場合に準核分裂に由来する見かけ上の特徴を再現できることがわかった。これらの結果から、実験値を再現するための接線方向の摩擦や剛体の慣性モーメントの値は入射系の質量非対称度に依存すると考えられる。

以上の結果をまとめると、接線方向の摩擦と剛体の慣性モーメントは、重元素領域の準核分裂に由来する相関と強く関係していることがわかった。また、これらの物理量のバランスによって、準核分裂反応が支配的か融合核分裂反応が支配的かの特徴を示すことがわかった。不定なモデルパラメータを変化させることで、準核分裂が支配的である実験結果の特徴を再現することができたが、不定なモデルパラメータが何に依存しているかをさらに特定し断定するためには、さらなる体系的な計算が必要である。

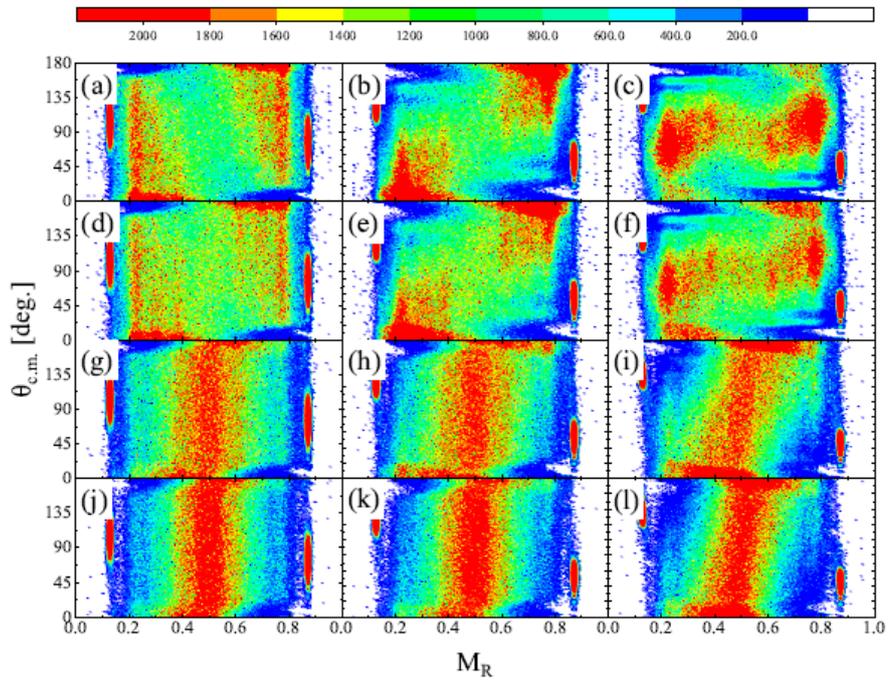


図 A.2 $^{34}\text{S}+^{232}\text{Th}$ の質量角度分布の計算結果。(a)(d)(g)(j), (b)(e)(h)(k) および (c)(f)(i)(l) はそれぞれ $f_{\text{ina}} = 1.5, 3.0, 5.0$ を用いた場合であり、(a)-(c), (d)-(f) および (j)-(l) はそれぞれ $\gamma_i^0 = 1.0, 5.0, 10$ を用いた場合である。

付録 B

融合断面積と核分裂片の全運動エネルギーに関する研究

本付録では、融合過程における原子核間に働く摩擦に焦点を当て、反応ダイナミクスを研究した結果を述べる。重イオン衝突での反応第 1 段階では、入射核と標的核が接触し始めると接触面を通じて半径方向と接線方向の摩擦が生じる。2つの摩擦の役割としては、半径方向の摩擦により系の運動エネルギーが散逸され、接線方向の摩擦によって軌道角運動量の散逸が引き起こされる [24]。接線方向の摩擦には、滑り摩擦と転がり摩擦の 2 種類が存在する。これらは表面摩擦モデル [161] によって理論的に議論されていますが、摩擦の強さはまだ決定づけられていない。また、摩擦係数はモデルにおける実験データを説明するパラメータであるが、実験データとの比較はまだ示されていない [161]。滑り摩擦の影響としては、転がり摩擦よりもはるかに反応過程に影響を与えることが知られており、転がり摩擦は滑り摩擦よりも反応断面積に与える影響が少ないことが報告されている [24]。したがって、本付録では滑り摩擦による反応のダイナミクスを調査することにする。以下、滑り摩擦を接線方向の摩擦と呼ぶことにする。接線方向の摩擦により軌道角運動量の一部が原子核のスピンの変換されることで、結果として遠心力ポテンシャルエネルギーが減少することが知られている。基本的に軌道角運動量が大い反応では、系の融合はあまり確認されないが、上述の影響による遠心力ポテンシャルエネルギーの減少が系の融合を誘発させると議論されている [24]。本付録では、さまざまな入射エネルギーで接線方向の摩擦の影響を調べることにより、接線方向の摩擦の力学的性質を明らかにする。また、重イオン融合反応で得られた実験値 (完全融合と対称核分裂に関する断面積) を再現するような接線方向の摩擦の大きさを決定づけることも目的である。これらの成果は融合過程のメカニズムの解明にもつながるため、非常に重要な研究である。

計算結果および議論について以下に述べる。まずは、核分裂片の質量数と核分裂時の全運動エネルギーに対して、接線方向の摩擦依存性を調べる。図 B.1 は、 $^{48}\text{Ca}+^{238}\text{U}$ の反応系における異なる接線方向の摩擦での核分裂片の質量分布および核分裂片の質量に対する平均の全運動エネルギー (average total kinetic energy: \overline{TKE}) を示している。接線方向の摩擦が大きい場合を仮定した反応では、質量対称な領域に核分裂片の質量収率が増加を示す。それに伴い、 \overline{TKE} の値は増加傾向を示す。この理由は、TKE の計算式を見れば明らかであるため、後述することにする。図 B.1 の左上のパネルで示されている低入射エネルギーでの核分裂片の質量分布は、接線方向の摩擦の強さがあがるにつれて、質量非対称核分裂の傾向から質量対称核分裂の傾向に劇的な変化を見せる。一方、高入射エネルギー反応では、支配的な核分裂モードが劇的に変化しないことから、接線方向の摩擦には相対速度の依存性があると考えられる。 $E_{c.m.}/E_{\text{bass}} = 0.98$ での質量分布は $\gamma_t^0 = 0.1 \text{ MeV s fm}^{-2}$ を用いる場合に実験値と良い一致を示すが、 \overline{TKE} の計算値は実験値に比べて過小評価している。一

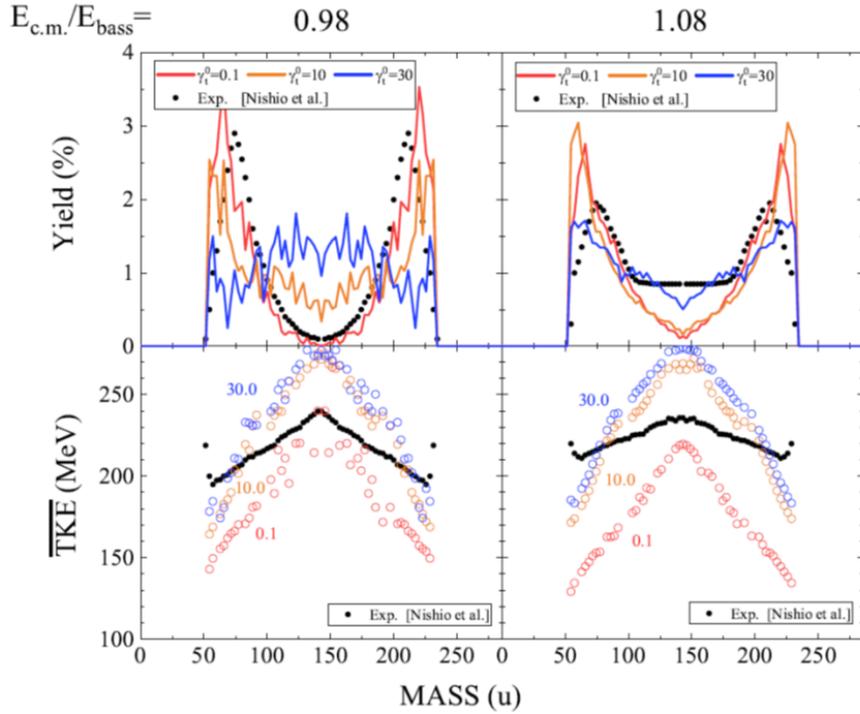


図 B.1 $^{48}\text{Ca}+^{238}\text{U}$ の反応系における異なる接線方向の摩擦での核分裂片の質量分布および核分裂片の質量に対する平均の全運動エネルギー (average total kinetic energy: \overline{TKE})。入射エネルギー $E_{c.m.}$ は E_{bass} (Bass barrier) に対して 0.98 と 1.08 倍を選択している。計算結果は質量数範囲 $54 \leq A \leq 232$ に限定している。核分裂片の質量収率と \overline{TKE} の実験値 [162] はそれぞれ黒のプロット点で示されている。

方、 $E_{c.m.}/E_{bass} = 1.08$ での質量分布は、 $\gamma_t^0 = 30 \text{ MeV s fm}^{-2}$ で実験の傾向が再現されるが、 \overline{TKE} の計算値はたとえ強い γ_t^0 の値を用いたとしても実験値と比べて、過大評価をしている。特にこの傾向は質量対称領域で顕著である。 TKE が γ_t^0 に大きく影響される理由は、これから示すように核分裂時 (切断時) のクーロンエネルギーに関係する原子核の変形の違いからきている。

どのような原子核の形状でフラグメントが切断されたかを調べるために、まずは $E_{c.m.}/E_{bass} = 0.98$ かつ $\gamma_t^0 = 0.1 \text{ MeV s fm}^{-2}$ での原子核の中心間距離と変形度 δ の平面に切断時のポイントをプロットしたものとそのポイントを δ 軸に投影し分布にしたもの (δ 分布)、同じく z 軸に投影し分布にしたもの (中心間距離分布) を図 B.2(a)-(c) にそれぞれ示している。図 B.2(a) より、切断点は $\delta \sim 0.3$ 付近に分布しており、原子核の中心間距離は約 25 fm で多くが切断されていることがわかる。これらの結果が意味することは、核分裂を起こす原子核がかなり引き伸ばされた形で2つのフラグメントに分離することを示している。

次に、強い接線方向の摩擦下での切断点の挙動を調べてみる。図 B.3(a)-(c) は、 $E_{c.m.}/E_{bass} = 1.08$ かつ $\gamma_t^0 = 30 \text{ MeV s fm}^{-2}$ での図 B.2 と同様の分布を示している。図 B.3(a) は、図 B.2(a) の場合よりも図の左下に切断点が集中する傾向にある。図 B.3(b) に示すように、 δ 分布のピークは負の領域に位置し、図 B.3(c) から約 16 fm 伸びたところで切断が発生する傾向を示している。以上の核分裂片の切断時の傾向をまとめておくと、 γ_t^0 が増加すると、切断時の変形度パラメータ δ は負の領域に向かって移動し、核分裂片の中心間距離が小さい状態で分離する。これは、コンパクトな原子核形状で核分裂が発生することを意味している。

接線方向の摩擦の強さが、切断時の原子核の形状に大きな影響を与えていることが確認できたところで、図

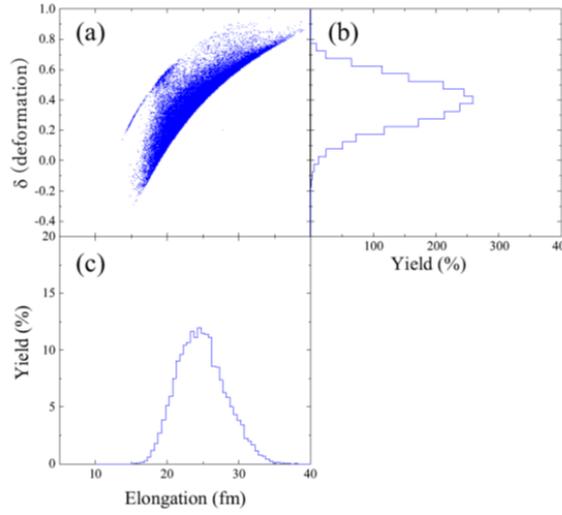


図 B.2 $E_{c.m.}/E_{\text{bass}} = 0.98$ かつ $\gamma_t^0 = 0.1 \text{ MeV s fm}^{-2}$ での原子核の中心間距離と変形度 δ の平面に切断時のポイントをプロットしたもの (a) とそのポイントを δ 軸に投影した δ 分布 (b)、同じく z 軸に投影した中心間距離分布 (c)。

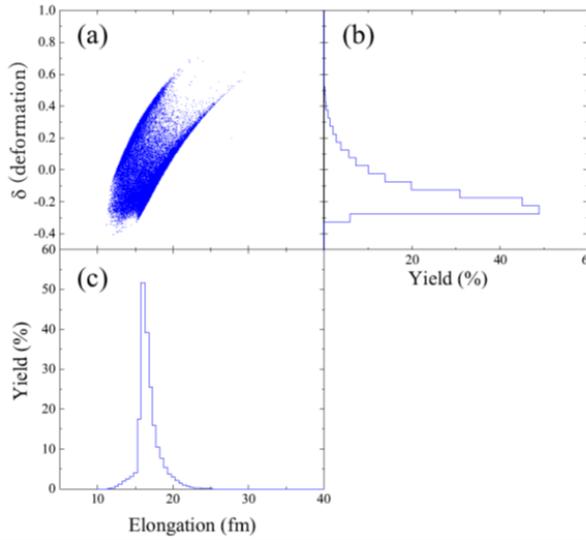


図 B.3 図 B.2 と同じであるが、 $E_{c.m.}/E_{\text{bass}} = 1.08$ かつ $\gamma_t^0 = 30 \text{ MeV s fm}^{-2}$ の条件である。

B.1 で示されている TKE の議論に戻る。まず TKE はフラグメントの切断時の原子核の形状に大きく依存している。このことは次式で表される TKE の計算式：

$$TKE = PKE + PCE, \quad (\text{B.1})$$

$$PKE = \frac{1}{2} (m^{-1})_{ij} p_i p_j, \quad (\text{B.2})$$

$$PCE = e^2 \frac{Z_1 Z_2}{d_{\text{sci}}}, \quad (\text{B.3})$$

$$(\text{B.4})$$

を参照し、論じる。上式の PKE および PCE の表記はそれぞれ切断前の運動エネルギーと切断前のクーロンエネルギーを表している。ここで、 $e^2 = 1.44 \text{ MeV fm}$ であり、 Z_1, Z_2 は切断時の軽いフラグメントと重いフラグメントそれぞれの電荷、 d_{sci} は切断時の軽いフラグメントと重いフラグメント間の中心間距離である。質量対称領域での TKE の値が増加する理由は、軽いフラグメントと重いフラグメントの質量が対称的になると、それらの質量比を Z_1, Z_2 に対応させて求めるため、 Z_1 と Z_2 の積が大きくなり、 PCE が大きく増加するためである。図 B.2 から、 γ_t^0 が小さい場合、伸びた原子核形状で切断されるため、切断距離 d_{sci} は大きな値を示す。したがって、 TKE の計算値は実験値よりも低くなると考えられる。つまり、現実よりも伸びた原子核形状での切断をシミュレートしてしまっていると考えられる。一方、 γ_t^0 が大きい場合、先ほどとは対照的に d_{sci} の値は想定よりも小さい傾向にあるため、 TKE の計算値は実験値よりも高くなってしまっていると考えられる。つまり、異なる入射エネルギー領域で TKE の計算値が実験値と良い一致を示さない原因は、切断点の挙動が接線方向の摩擦の強さに大きく依存するため、 TKE を正確に評価できなかったと考えられる。

次に、系の複合核形成の断面積 (融合断面積) の接線方向の摩擦依存性を議論する。その前に、複合核を形成するためには質量対称に向かう質量移行が行われることが必要である。理由は、基本的に質量移行を通して系の平衡化 (融合) が進むためである。まずは、接線方向の摩擦と質量対称に向かう質量移行の関係を調べる。図 B.4 は $^{48}\text{Ca} + ^{238}\text{U}$ 系の $E_{\text{c.m.}}/E_{\text{bass}} = 0.954 - 1.114$ で、核分裂片の質量数が $A_{\text{CN}}/2 \pm 20 \text{ u}$ の範囲を満たす時の反応断面積 σ_{sym} を接線方向の摩擦の強さ γ_t^0 の関数として示している。水平の黒線と灰色線は、それぞれ実験データとそのエラーバーを示している [42]。図 B.4 から E_{bass} 以上の σ_{sym} の γ_t^0 の調整可能な値を推測することができる。しかし、 E_{bass} 以下では、たとえ γ_t^0 を調整したとしても、実験値を再現できず過小評価している。つまり、このエネルギー領域に対しては、現在の計算モデルの適用外であることを意味している。

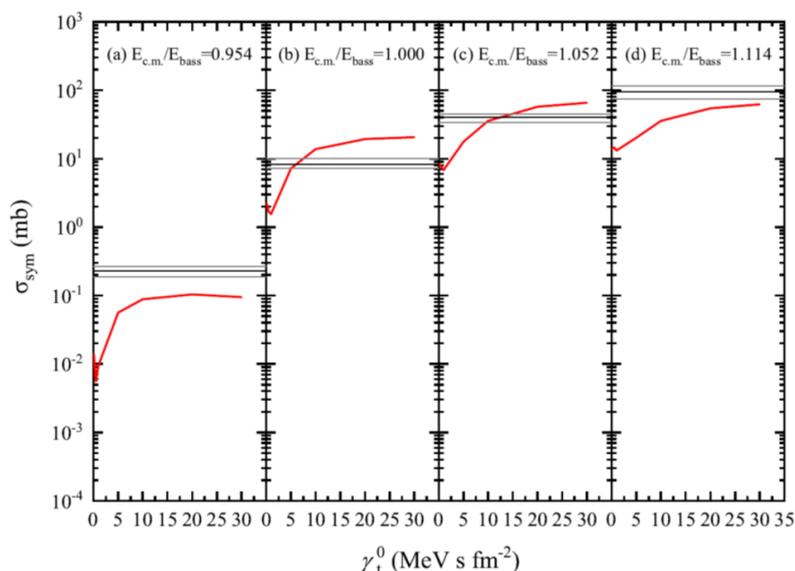


図 B.4 $^{48}\text{Ca} + ^{238}\text{U}$ 系における核分裂片の質量数が $A_{\text{CN}}/2 \pm 20 \text{ u}$ の範囲を満たす時の断面積 σ_{sym} の接線方向の摩擦 γ_t^0 の依存性。(a), (b), (c), (d) はそれぞれ $E_{\text{c.m.}}/E_{\text{bass}} = 0.954, 1.000, 1.052, 1.114$ の条件である。水平の黒線と灰色線は、それぞれ実験データとそのエラーバーを示している [42]。

質量対称に向かう断面積と接線方向の摩擦の強さとの関係が明らかにできたため、次に系の融合断面積に対する接線方向の摩擦の強さとの関係を調べていく。融合断面積は、ランジュバン計算におけ

る軌道が融合領域に入るイベントの総和によって推定される [57]。融合領域の定義は、本計算結果では $\{|\alpha| < 0.3, \delta < -0.5z + 0.5\}$ と定義している。図 B.5(a)-(c) は異なるエネルギーにおける融合断面積を接線方向の摩擦の強さ γ_t^0 の関数として示している。水平の黒線と灰色線はそれぞれ実験データとそのエラーを示す [37]。接線方向の摩擦による散逸により融合障壁が下がり、軌道が核融合ボックスに入ることができるため、融合断面積は摩擦の強さに比例して増加している。低入射エネルギーでは、接線方向の摩擦による融合断面積の変化は高エネルギーよりも大きい。この原因は、接線方向の摩擦が角運動量を散逸させることで、遠

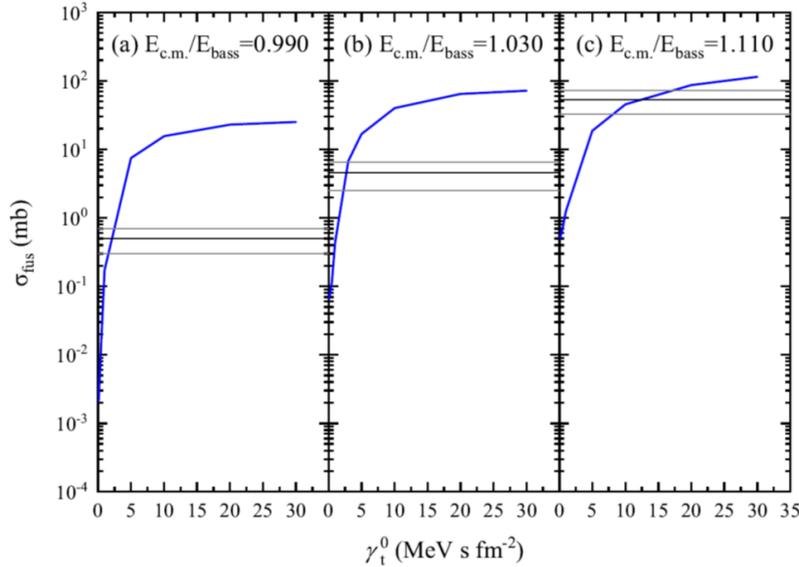


図 B.5 $^{48}\text{Ca}+^{238}\text{U}$ 系における融合断面積 σ_{fus} の接線方向の摩擦 γ_t^0 の依存性。(a), (b), (c) はそれぞれ $E_{\text{c.m.}}/E_{\text{bass}} = 0.990, 1.030, 1.114$ の条件である。水平の黒線と灰色線は、それぞれ実験データとそのエラーを示している [37]。

心力ポテンシャルエネルギーによる融合障害を緩和させるためである。一般的に遠心力ポテンシャルエネルギーによる融合障害は障壁 (E_{bass}) 近傍の入射エネルギーで顕著に作用する。一方、障壁より十分高いエネルギーでは摩擦に依存せずに複合核を形成しやすいため、接線方向の摩擦が低エネルギーの反応の時と比べて効果的に働かないと考えられる。 $E_{\text{c.m.}}/E_{\text{bass}} = 0.990$ では、図 B.5 に示すように γ_t^0 が 1 MeV s fm^{-2} 程度のときに実験値を再現する。一方、入射エネルギーが高くなると、 γ_t^0 の値が 1 桁程度高くなると実験値を再現する。

ここで、図 B.4 と図 B.5 から決定づけた γ_t^0 の値を $E_{\text{c.m.}}/E_{\text{bass}}$ の関数として、実験データとともに図 B.6 に示す。ピンクの四角、緑の星および青の三角で表されたプロット点はそれぞれ複合核形成の平均断面積、参考に示した系の捕獲断面積および質量対称核分裂 $A_{\text{CN}}/2 \pm 20 \text{ u}$ の断面積を表している。 σ_{sym} と σ_{fus} の計算結果は、図 B.6 に示した各 γ_t^0 の値で実験値と近い値を示すことがわかった。

2 種類の実験データから求めた接線方向の摩擦の強さをまとめ、 γ_t^0 の値を $E_{\text{c.m.}}/E_{\text{bass}}$ の関数として図 B.7 にプロットした。黒く塗りつぶした三角形と四角形は、それぞれ $A_{\text{CN}}/2 \pm 20 \text{ u}$ の断面積 [42] と融合断面積 [37] との比較から求めた γ_t^0 の計算値である。 γ_t^0 の値は、 $E_{\text{c.m.}}/E_{\text{bass}}$ が大きくなるほど大きくなる傾向がある。 σ_{fus} から決定される γ_t^0 の変動は、 $E_{\text{c.m.}}/E_{\text{bass}}$ に対して σ_{sym} から決定されるものよりも穏やかである。これは、融合反応が、接触から十分な質量移行を達成するまでの過程での散逸効果と強く関係しているためである。高い入射エネルギーでは、入射核と標的核の相対速度の増加により、接触面の相互作用（接線方向の摩

擦の増加) が強くなる。接線方向の摩擦が融合の促進に大きく影響することがわかる。

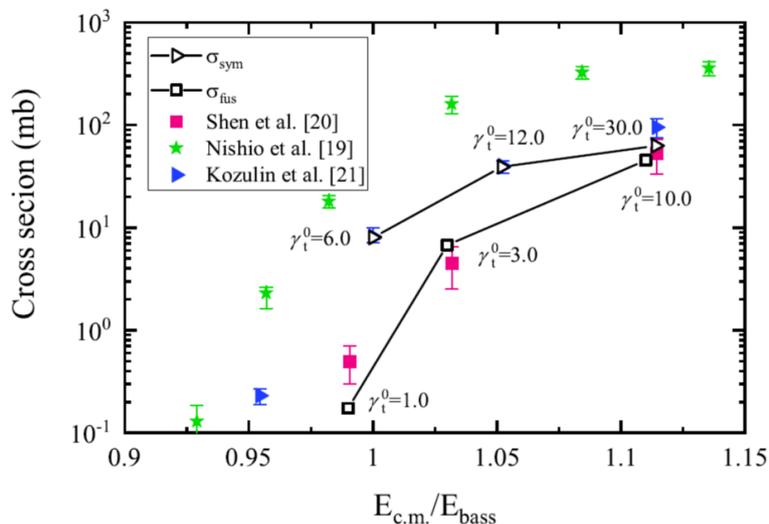


図 B.6 図 B.4 と図 B.5 を用いて、実験値を再現するような γ_t^0 に対する質量対称核分裂断面積 (黒三角) と融合断面積 (黒四角) を求めた。実験から得られた複合核を形成する断面積 (ピンク四角 [37]), $A_{CN}/2 \pm 20$ u (青三角 [42]) がプロットされている。捕獲断面積 (緑星 [162]) の実験値も参考に載せている。

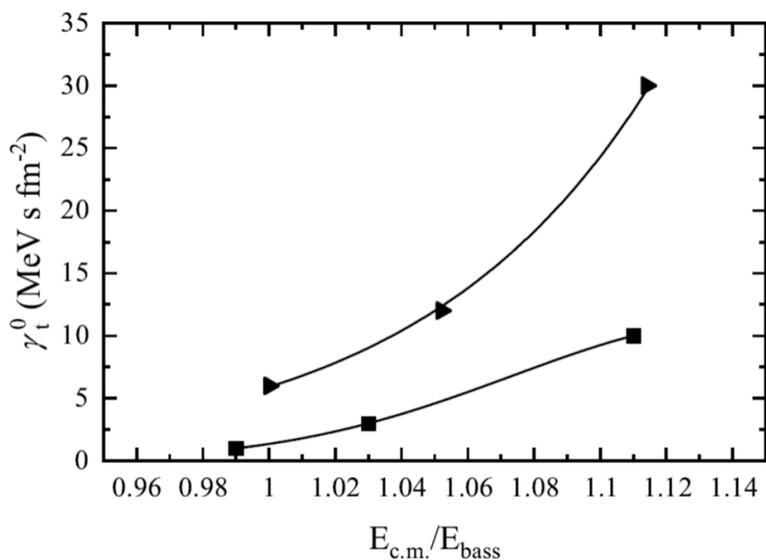


図 B.7 図 B.6 の γ_t^0 の値は、 $E_{c.m.}/E_{bass}$ の関数としてプロットされている。黒塗りの三角形と四角形は、それぞれ $A_{CN}/2 \pm 20$ u の断面積 [42] と融合断面積 [37] の実験結果と計算結果を比較して求めた γ_t^0 の値を示す。

散逸効果は融合プロセス、特に超重元素合成の反応プロセスにとって非常に繊細である。本研究では、接線方向の摩擦が融合断面積と核分裂片の $TK E$ にどのような影響を与えるかを示した。 γ_t^0 の適切な値を実験データとの比較・検討を行うことは誰も着手していなかった問題であった。本研究を通してその値を明らかに

したことは、世界で初めての成果である。 γ_t^0 の適切な値を、融合断面積 σ_{fus} の実験データと質量対称な核分裂片の断面積 σ_{sym} の両方から推定した結果、 γ_t^0 は入射エネルギーが大きくなるにつれて、入射核と標的核との相対速度のべき乗に比例して大きくなることがわかった。特に、質量対称核分裂のデータを再現するためには、系の完全融合 (融合断面積) のデータと比較すると、より大きな接線方向の摩擦が必要であることが明らかになった。これらの結果は、複合核の形成過程と (融合) と質量対称核分裂 (準核分裂) を起こす複合系の形成過程における質量移行が、入口チャンネルにおいて誘起される角運動量領域の違いに対応しており、その違いが接線方向の摩擦にどのように依存するかを示している。本研究で得られた結果は、未知の超重元素の融合断面積の予測に有用であると考えられる。

付録 C

ディラックのデルタ関数

ここでは、ディラックのデルタ (δ) 関数の性質を証明し、理解を深める。まずは以下に示す誤差関数から証明を始める。

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right) \quad (\text{C.1})$$

この関数は平均 0、標準偏差が σ の正規分布を表す確率密度関数である。ここで、 $\frac{x}{\sigma} = u$ とおくと

$$p(x) = \frac{1}{\sigma} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\left(\frac{u^2}{2}\right)} \quad (\text{C.2})$$

となる。ここで、 $\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\left(\frac{u^2}{2}\right)}$ は u の関数であることから、 $\phi(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\left(\frac{u^2}{2}\right)}$ おくと、式 C.2 は

$$p(x) = \frac{1}{\sigma} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\left(\frac{u^2}{2}\right)} = \frac{1}{\sigma} \phi(u) \quad (\text{C.3})$$

となる。 $\sigma = \frac{1}{2}, 1, 2$ の時の式 C.3 の関数は図 C.1 のようになる。次に u で表される式 C.3 を u の $-\infty$ から

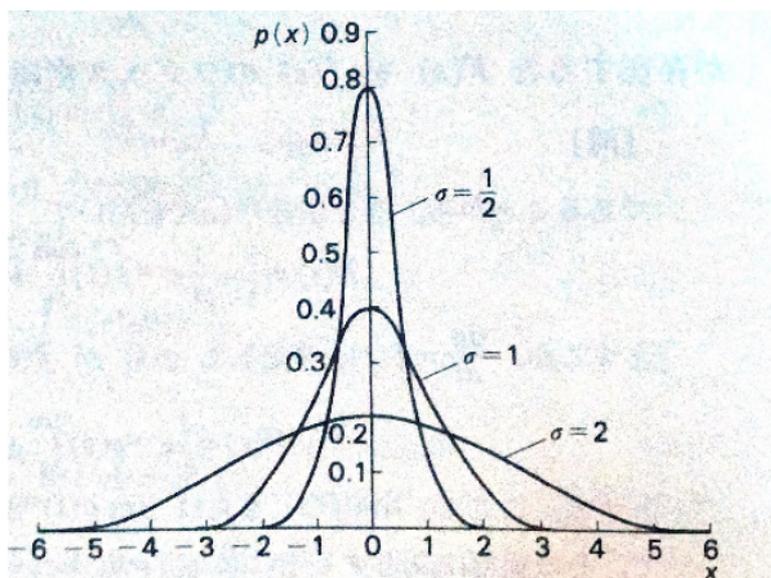


図 C.1 標準偏差 σ の値によって変わる正規分布のグラフ [163]。

u まで積分する形におき、その関数を $\Phi(u)$ と定義すると

$$\int_{-\infty}^u \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{u^2}{2}} du = \int_{-\infty}^u \phi(u) du = \Phi(u) \quad (\text{C.4})$$

となる。ここで、一旦整理すると、もとの誤差関数 $p(x)$ と $\Phi(u)$ の間には

$$\begin{aligned} p(x) &= \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right) dx \\ &= \int_{-\infty}^u \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\left(\frac{u^2}{2}\right)} du \\ &= \Phi(u (= x/\sigma)) \end{aligned} \quad (\text{C.5})$$

の関係ができる。 $p(x) = \Phi\left(\frac{x}{\sigma}\right)$ であるから、横軸を x として、 $\sigma = \frac{1}{2}, 1, 2$ のときの図 C.1 を参照すると、 $p(x) = 1$ であることがわかる。

次にもとの誤差関数について、 $x \neq 0$ で σ を限りなく 0 に近づけるとどうなるか確かめてみる。式 C.1 に対して、極限をとると

$$\lim_{\sigma \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right) \quad (\text{C.6})$$

となり、ここで、 $\sigma = \frac{1}{a}$ とおくと、近づける条件は $a \rightarrow \infty$ に変わり

$$\lim_{\sigma \rightarrow \infty} \left(\frac{a}{\sqrt{2\pi} e^{x^2 a^2 / 2}} \right) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \lim_{\sigma \rightarrow \infty} \left(\frac{a}{e^{x^2 a^2 / 2}} \right) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \lim_{\sigma \rightarrow \infty} \left(\frac{a}{e^{\frac{1}{2} x^2 a^2}} \right) \quad (\text{C.7})$$

と書き直し、ロピタルの定理から

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \lim_{\sigma \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{\frac{x^2 a}{2} e^{\frac{x^2 a^2}{2}}} \right) = \frac{2}{x^2 \sqrt{2\pi}} \lim_{\sigma \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{a e^{\frac{x^2 a^2}{2}}} \right) = 0 \quad (\text{C.8})$$

となる。一方、 $x = 0$ のときの誤差関数の極限は

$$\lim_{\sigma \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right) = \lim_{\sigma \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} = \infty \quad (\text{C.9})$$

と表される。つまり、 $p(x)$ は $\sigma \rightarrow 0$ のとき $x \neq 0$ のいたるところで 0、 $x = 0$ では $+\infty$ となり、ディラックのデルタ $\delta(x)$ 関数である。

付録 D

クーロン散乱角の理論式 (コード内に反映された式の導出)

式 6.23 の形の導出を、以下に示す第 2 章で示した式 2.163 から行う。

$$2\varphi_0 = \pi - 2\tan^{-1} \frac{b_0}{b} \quad (\text{D.1})$$

ここで、式 2.144 から $b_0 = \frac{\alpha}{2E}$, 式 2.138 から $b = \frac{L}{\sqrt{2\mu E}}$ が得られているため、これらを用いて

$$2\varphi_0 = \pi - 2\tan^{-1} \frac{\frac{\alpha}{2E}}{\frac{L}{\sqrt{2\mu E}}} \quad (\text{D.2})$$

$$= \pi - 2\tan^{-1} \sqrt{\frac{\mu\alpha^2}{2EL^2}} \quad (\text{D.3})$$

$$= \pi - 2\arctan \sqrt{\frac{\mu\alpha^2}{2EL^2}} \quad (\text{D.4})$$

となる。ここで、右辺第 2 項は $b = \frac{L}{\sqrt{2\mu E}}$ の関係を用いると、式 2.165 と一致することから、

$$2\varphi_0 = \pi - \theta \quad (\text{D.5})$$

で表すことも可能である。ここで、この式が意味しているのは、無限遠から標的核に近づく粒子がクーロン力によってある方向に散乱したときに、散乱角 θ が自明であれば、無限遠から標的核に近づく粒子がクーロン力によってどれだけ曲げられたかがわかる。純粋なクーロン力だけで曲げられる入射粒子は、標的核に最も近づく距離 (最近接距離) を示すときの角度 φ_0 からさらに同じ角度で粒子が標的核から離れるということである。この概略を図 D.1 に示す。さて、ここで整理しておくが、求めたい物理量はクーロン散乱角 φ_0 であり、クーロンによる粒子の軌道を事前に予測したいため、散乱角 θ を用いずに粒子を入射させるときの最初の情報から求めなければならない。 φ_0 を求めるために、式 D.3 をまずは以下のように式形させていく。

$$\begin{aligned} 2\varphi_0 &= \pi - 2\arctan \sqrt{\frac{\mu\alpha^2}{2EL^2}} \\ \varphi_0 &= \frac{\pi}{2} - \arctan \sqrt{\frac{\mu\alpha^2}{2EL^2}} \\ \frac{\pi}{2} - \varphi_0 &= \arctan \sqrt{\frac{\mu\alpha^2}{2EL^2}} \end{aligned} \quad (\text{D.6})$$

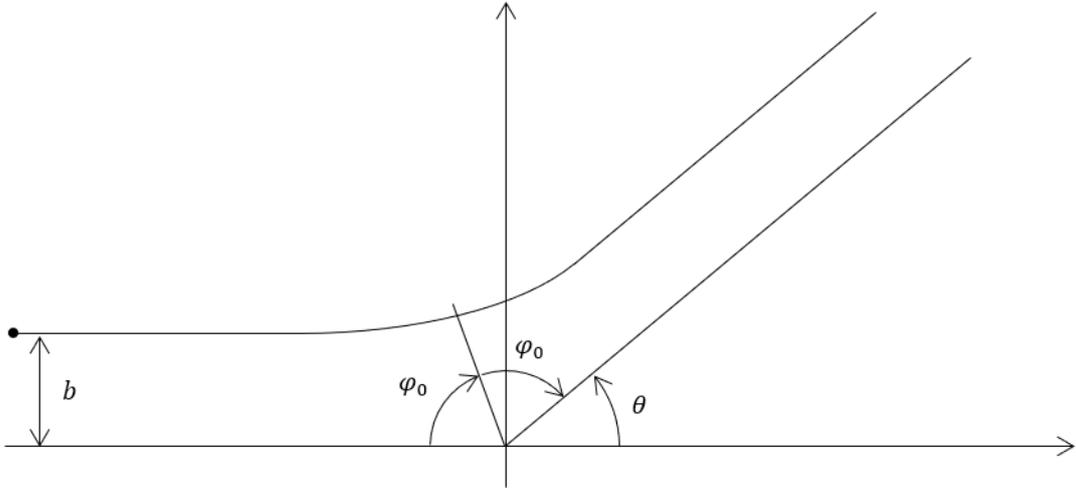


図 D.1 粒子のクーロン軌道概要図。

ここで、 \arctan を \tan 表記に戻すと

$$\tan\left(\frac{\pi}{2} - \varphi_0\right) = \sqrt{\frac{\mu\alpha^2}{2EL^2}} \quad (\text{D.7})$$

と表される。次に \tan の性質より、 $\tan(\pi/2 - \varphi_0) = 1/\tan\varphi_0$ であるため上記の式は

$$\frac{1}{\tan\varphi_0} = \sqrt{\frac{\mu\alpha^2}{2EL^2}} \quad (\text{D.8})$$

と表すことができる。そして、式の変形を行うと

$$\tan\varphi_0 = \sqrt{\frac{2EL^2}{\mu\alpha^2}} \quad (\text{D.9})$$

となり、ここで、 $\tan\varphi_0$ を逆関数で表すと

$$\varphi_0 = \arctan\sqrt{\frac{2EL^2}{\mu\alpha^2}} \quad (\text{D.10})$$

が得られ、式 6.23 と一致する (厳密には角運動量 L に対して \hbar を付ける必要がある)。入口チャンネルのクーロン散乱角は式 D.10 から求められるが、本研究では、散乱反応以外も扱っているため、純粋なクーロン散乱だけを考えれば良いわけではない。核力の範囲内に粒子が侵入すれば、純粋なクーロン力による粒子軌道が少し変化する。ゆえに、クーロン散乱角 φ の中身は以下のようにクーロン力部分から核力部分で構成されるようになる。

$$\varphi = \varphi^c - \varphi^n \quad (\text{D.11})$$

ここで、 φ^c および φ^n はそれぞれクーロン力によって曲げられる散乱角、核力によって変化する散乱角を表している。ここで、核力は引力であり、クーロン力とは対になる力であるため、角度の変化も対になることから上式右辺第二項は負の値になっている。では、 φ^c および φ^n はどのように表されるかであるが、まずクーロン力によって曲げられる散乱角 φ^c は式 D.10 を用いれば求められる。同様に核力部分 φ^n でも、式 D.10 をその

まま使用したいところだが、換算質量 μ を使っていると粒子が受ける核力による寄与を考慮できない。したがって、核力によって変化する物理量を用いる必要がある。ここで、換算質量 μ は慣性モーメント \mathcal{I} と原子核間の距離 R を用いると、

$$\mu = \mathcal{I} R^2 \quad (\text{D.12})$$

で表すことができる。ここで、 \mathcal{I} と R はどちらも核力による原子核の形状変化を伴った物理量であるため、この式を式 D.10 に代入すれば、核力による散乱角への影響を考慮できる。以上を踏まえて、式 D.11 は

$$\varphi = \varphi^c - \varphi^n \quad (\text{D.13})$$

$$= \arctan \sqrt{\frac{2EL^2}{\mu\alpha^2}} - \arctan \sqrt{\frac{2EL^2}{\mathcal{I}R^2\alpha^2}} \quad (\text{D.14})$$

と表される。この式の形は第 6 章の式 6.24 と式 6.25 で表される出口チャンネルのクーロン散乱角 θ_f であることは容易に確かめられるであろう (厳密には角運動量 L に対して \hbar を付ける必要がある)。

純粋なクーロンだけの散乱を考える場合は式 D.5 を

$$\theta = \pi - 2\varphi_0 \quad (\text{D.15})$$

$$= \pi - 2\arctan \left(\sqrt{\frac{2EL^2}{\mu\alpha^2}} \right) \quad (\text{D.16})$$

と (途中で式 D.10 を用いて) 変形すれば、 θ は $\theta_{\text{c.m.}}$ 、 φ_0 は θ_i に対応しているため、第 6 章の式 6.26 の表現と一致する。

付録 E

Bass model による Bass barrier の計算

Bass model による Bass barrier V_{bass} については文献 [24] で詳しく説明されている。ここでは、 V_{bass} が Bass model においてどのように与えられるかを記しておく。 V_{bass} は以下の式で定義される。

$$V_{\text{bass}} = V_C + V_N^{\text{bass}} \quad (\text{E.1})$$

ここで、 V_C はクーロンポテンシャル、 V_N^{bass} は Bass model による核力ポテンシャルを表している。 V_C および V_N^{bass} はそれぞれ

$$V_C = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{Z_1 Z_2}{r} \simeq 1.44 \frac{Z_1 Z_2}{r} \quad (\text{E.2})$$

$$V_N^{\text{bass}} = -\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \left[C_1 \exp\left(\frac{s}{d_1}\right) + C_2 \exp\left(\frac{s}{d_2}\right) \right]^{-1} \quad (\text{E.3})$$

で表される。ここで、 Z_1 、 Z_2 はそれぞれ入射核と標的核の電荷であり、 r はそれぞれの原子核の中心間を結ぶ距離である。途中で $\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} = 1.44 \text{ (MeV fm}^{-1}\text{)}$ の関係を用いている。 V_N^{bass} に関しては、 s は入射核と標的核の表面間の距離、 $C_1 = 0.03 \text{ MeV}^{-1} \text{ fm}$ 、 $d_1 = 3.3 \text{ fm}$ 、 $C_2 = 0.0061 \text{ MeV}^{-1} \text{ fm}$ 、 $d_2 = 0.65 \text{ fm}$ はすべて文献 [24] の中で実験値との比較をもって定められている。また、 R_1 および R_2 は入射核と標的核の半径をそれぞれ表すことから

$$R_i = r_0 A_i^{1/3} \quad i = 1 \text{ or } 2 \quad (\text{E.4})$$

で決められる。 A_i はそれぞれの原子核の質量数を表している。ここで、 r_0 は文献 [24] の中で実験値との比較によって決められた経験的なパラメータであり、

$$r_0 = 1.16 - 1.39(A_1 + A_2)^{-1/3} \quad (\text{E.5})$$

で与えられる。図 E.1 に示す幾何学的図を参照すれば、変数のイメージは容易であろう。計算コード内では、原子核の中心間を結ぶ距離 r に依存して変化する V_{bass} の値が最大値を取った時に、その値を計算時に使用するようにしている。

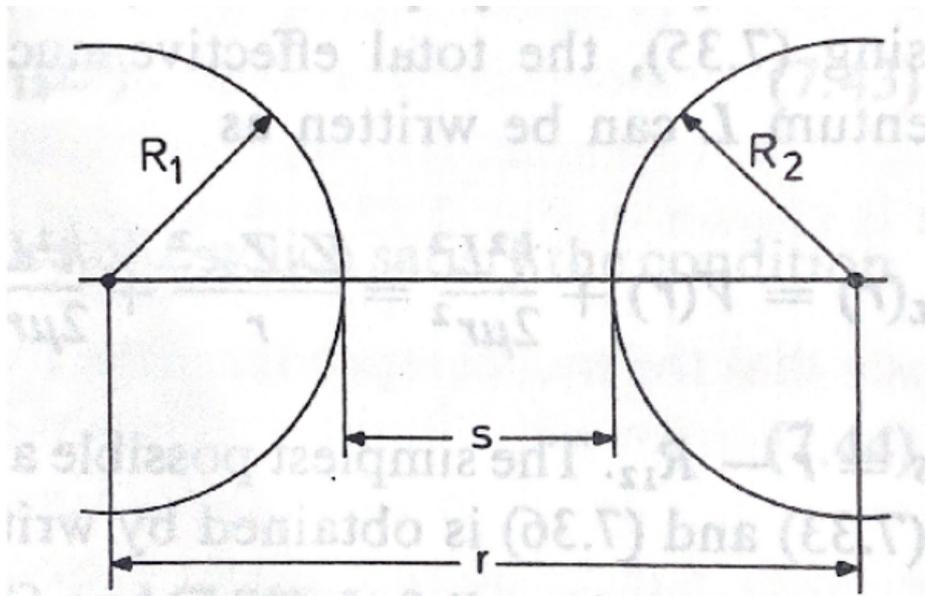


図 E.1 2つの球形核の相互作用を想定した幾何学的図 [24]。

付録 F

原子核の形状コード (conf0) の説明

ここでは、原子核の形状を視覚的に見せるためのコードの説明を行う。初めにこのコードがあるディレクトリ名は conf0 である。そのディレクトリがある場所は amano→conf1 に存在する。conf0 のディレクトリに入ると図 F.1 のようにファイルが存在している。ここから、原子核の形状を出力する計算を行うために、原子核

```

nrritomo3.3.ele.kindai.ac.jp - amano@vostok1:~/conf0 VT
ファイル(E) 編集(E) 設定(S) コントロール(O) ウィンドウ(W) ヘルプ(H)
Lamano@vostok1: conf0 $ ls
code$AMANO  code$AMANO.f  code$K  code$K1in.f  code$Kau2.f  code$K.f  fort.3450  fort.888  int114  int114b  intamano  plot1  shi  TLDE1.DAT  TOTSE3.DAT  ZCS.DAT
code$AMANO2  code$AMANO2.f  code$K1in  code$Kau2  code$Kau.f  fort.3344  fort.889  fort.9  int114a  int98a234  out1  point1  sha1.dat  TLDE.DAT  TSHE.DAT
Lamano@vostok1: conf0 $
  
```

図 F.1 ディレクトリ conf0.

がどのような状態にあるかを input データとして読み込まなければならない。その input ファイルの名前は、intamano として存在している。その input ファイルを開くと、図 F.2 のような中身になっている。ある

```

nrritomo3.3.ele.kindai.ac.jp - amano@vostok1:~/conf1/conf0 VT
ファイル(E) 編集(E) 設定(S) コントロール(O) ウィンドウ(W) ヘルプ(H)
1 A Z=184, Z=A/2 -SYSTEM Z/2 ENERGY
2 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0
3 272.00000 110.00000 136.00000 55.00000 1.00000 0.06000 0.62500 0.00000
初期 z 20.00000 0.00000 12.00000
4 1.30000 0.20000 0.20000 1.00000 0.10000 0.06000 0.70588 0.00000
6 41 1 1 3 3 300
7 数 0.06000 0.57000 0.65000 0.57000 Step alpha
8 0.65000 0.57000 0.65000 0.57000
9 0.06200 0.06200 0.06200 0.06200
10 0.26000 0.43000 0.26000 0.43000
11 0 1 1 3 1 1 2 2
12 0.00000 0.00000 0.05000 2.00000
13 1 0 0 0
14 0 0 1
15 0.00000 1.00000 0.00000 0.05000 0.00000 0.00000 0.00000
  
```

図 F.2 input ファイル: intamano(1).

時点 (状態) の原子核の形状を計算するためには、その都度変化させなければならない。主要な部分は赤枠で囲った部分である。左上から順に質量数 A、原子番号 Z、A/2、Z/2、下の行に行き、初期の重心間距離 z、

- 保存したのち、./codeK1min j intamano で計算を実行。
- TLDE.dat(図 F.4) は上から step 数の値で重心間距離 z が大きくなっており、その重心間距離 z の時の情報が同行に出力されている。ちぎれた時の情報が最後の行に出力されており、ちぎれる前の情報が最後の行の上の行(図 F.4 赤枠)にある。

	Z,	Z(重心系),	Z ₀ ,	δ,	α,	liquid,	liquid+shell,	shell
1	0.1300E+01	0.1303E+02	0.1203E+02	0.2000E+00	0.7059E+00	0.1600E+02	0.1747E+02	0.1469E+01
2	0.1400E+01	0.1398E+02	0.1295E+02	0.2000E+00	0.7059E+00	0.1331E+02	0.1382E+02	0.5086E+00
3	0.1500E+01	0.1497E+02	0.1388E+02	0.2000E+00	0.7059E+00	0.6360E+01	0.7020E+01	0.6599E+00

図 F.4 iutput ファイル: TLDE.dat(1)

- そのちぎれる前の重心間距離 z を再び input ファイルの初期の重心間距離 z に入力、step 数を 0.01 に設定する(図 F.5)。こうすることで、より詳細な接触点、scission 点がわかる。

1	A=184,Z=114-SYSTEM(ENERGY)									
2	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0
3	272.00000	110.00000	136.00000	55.00000	1.00000	0.06000	0.62500	0.00000		
4	20.00000	0.00000	12.00000							
5	1.40000	0.20000	0.20000	1.00000	0.01000	0.06000	0.70588	0.00000		
6	41	1	1	1	3	3	300			
7	0.06000	0.06500	0.06000	0.06500						
8	0.65000	0.57000	0.65000	0.57000						
9	0.06200	0.06200	0.06200	0.06200						
10	0.26000	0.43000	0.26000	0.43000						
11	0	1	1	3	1	1	2	2		
12	0.00000	0.00000	0.05000	2.00000						
13	1	0	0	0						
14	0	0	1							
15	0.00000	1.00000	0.00000	0.05000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000		

図 F.5 input ファイル: intamano(2).

- 実行した後の TLDE.dat は図 F.6 である。最後の行がちぎれた状態の情報なので上の行の赤枠が接触時、scission 時の重心間距離である。

1	0.1400E+01	0.1398E+02	0.1295E+02	0.2000E+00	0.7059E+00	0.1331E+02	0.1382E+02	0.5090E+00
2	0.1410E+01	0.1408E+02	0.1304E+02	0.2000E+00	0.7059E+00	0.1276E+02	0.1328E+02	0.5183E+00
3	0.1420E+01	0.1418E+02	0.1314E+02	0.2000E+00	0.7059E+00	0.1214E+02	0.1267E+02	0.5248E+00
4	0.1430E+01	0.1428E+02	0.1323E+02	0.2000E+00	0.7059E+00	0.1149E+02	0.1202E+02	0.5363E+00
5	0.1440E+01	0.1439E+02	0.1332E+02	0.2000E+00	0.7059E+00	0.1089E+02	0.1144E+02	0.5447E+00

図 F.6 output ファイル: TLDE.dat(2)

- 先ほどの重心間距離を再び input ファイルに入力、出力する数を 1 にする(図 F.7 参照)。

```

nrritomo3.ele.kindai.ac.jp - amano@vostok1:~/conf1/conf0 VT
ファイル(E) 編集(E) 設定(S) コントロール(Q) ウィンドウ(W) ヘルプ(H)
1 A=184,Z=114-SYSTEM(ENERGY)
2 1 1 0 0 1 1 0 0 0 0
3 272.00000 110.00000 136.00000 55.00000 1.00000 0.06000 0.62500 0.00000
4 20.00000 0.00000 12.00000
5 1.43000 0.20000 0.20000 1.00000 0.01000 0.06000 0.70588 0.00000
6 1 1 1 1 3 3 300
7 0.06000 0.06500 0.06000 0.06500
8 0.65000 0.57000 0.65000 0.57000
9 0.06200 0.06200 0.06200 0.06200
10 0.26000 0.43000 0.26000 0.43000
11 0 1 1 3 1 1 2 2
12 0.00000 0.00000 0.05000 2.00000
13 1 0 0 0
14 0 0 1
15 0.00000 1.00000 0.00000 0.05000 0.00000 0.00000 0.00000

```

図 F.7 input ファイル: intamano(3).

7. 実行後、接触時、scission 時の原子核の形状を描画するためのデータが plot1 に出力される。

• 原子核の形状コード (touching and scission point を求めるためのアルゴリズム) 概要

図 F.8(a)(b) が touching and scission point の重心間距離を求める肝となる部分である。図 F.8(a) の赤枠と緑枠が、原子核がちぎれたときに計算を終了する処理である。赤枠は NKTRL が 2 の時にする処理で今は NKTRL が 0 なのでここでは関係がない。緑枠が作動している処理で plot1 に出力する処理が含まれるサブルーチン TWOCTR にまず移動する。その後、図 F.8(b) の赤枠は plot1 に出力していく処理で、もし横軸の値が絶対値 1 以下で縦軸が 0.10 以下になると LEV = 1 とする。これが意味することは、ネックの大きさが 0.20 以下になった、つまり、touching and scission point 付近の重心間距離またはちぎれてしまった状態になったということである。もし、より細かく調べたいときには IF(YP.LT.0.10) LEV=1 を IF(YP.LT.0.01) LEV=1 などに変更する方法がある。LEV=1 となると再び図 F.8(a) の緑枠に戻ってきたときに計算が終わるようになっている。

ファイル名	編集日	設定日	コントロール	ウインドウ	ヘルプ
(a)					
185	C	Z0=Z00*(AM1+AM2)**(1.000/3.000)*1.1600			
186	C	& *(3.000+DEF1)/(3.000-2.000*DEF1))			
187	C	-----			
188		WRITE(888,*) 'ZOK,Z0,ZZ0,B0',ZOK,Z0,ZZ0,B0			
189	C	-----			
190	C	ZINTMN=-1000.100			
191	C	ZINTMX=1000.100			
192		IF(NKTRL.NE.2) GO TO 31			
193		DO 30 KP=KPMIN,KPMAX			
194		NKP=KP			
195		ZINTMN=-1000.100			
196		ZINTMX=1000.100			
197		CALL TWOCTR			
198		WRITE(3344,*) LEV			
199		IF(LEV.EQ.1) GO TO 2222			
200	C	WRITE(6,6999) IFRS			
201	C6999	FORMAT(1X,'IFRS=',15)			
202		IF(IFRS.EQ.0) CALL RESPFN			
203	c	IF(IFRS.EQ.1) CALL FROMAS			
204		IF(IFRS.EQ.2) CALL RESPFN			
205	c	IF(IFRS.EQ.2) CALL FROMAS			
206	30	CONTINUE			
207		NKTRL=3			
208	C	GO TO 31			
209		GO TO 14			
210	31	CALL TWOCTR			
211		WRITE(3344,*) LEV			
212		IF(LEV.EQ.1) GO TO 2222			
213	14	CONTINUE			
214		CALL WRHMS			
215		IF(NKTRL.EQ.3) NKTRL=2			
216		IF(ICHP.EQ.0) GO TO 15			
217		NNN=IDL*+(ICHP-1)*10			
218		WRITE(6,118) NNN,ICHP			
219	118	FORMAT(5H NNN=,110,7H ICHP=,12)			
220		WRITE(6,120) (DISKST(1),I=1,720)			
221	120	FORMAT(10E12.4)			
222	C	WRITE(3,REC=NNN) (DISKST(1),I=1,720)			
223	15	CONTINUE			
224	20	CONTINUE			
225		WRITE(6,2002)			
226	2002	FORMAT(/1X,'SC,PC,SF,CL,SL,TL,ZCR,RCEP,RCOV')			
227	2000	FORMAT(6F12.4)			
228		WRITE(9,2000) ((SCTT(NZ0, NDF1),PCTT(NZ0, NDF1),SFTT(NZ0, NDF1),			
229		1)CLTT(NZ0, NDF1),SLTT(NZ0, NDF1),TLTT(NZ0, NDF1),NDF1=1,NDF1MX),			
230		2)NZ0=1,NZOMAX)			
231		WRITE(9,2000) ((ZCR(NZ0, NDF1),RCEP(NZ0, NDF1),RCOV(NZ0, NDF1),1),			
232		1)RCOV(NZ0, NDF1,2),RCOV(NZ0, NDF1,3),RCOV(NZ0, NDF1,4),			
233		2)NDF1=1,NDF1MX,NZ0=1,NZOMAX)			
234		WRITE(6,2000) ((SCTT(NZ0, NDF1),PCTT(NZ0, NDF1),SFTT(NZ0, NDF1),			
235		1)CLTT(NZ0, NDF1),SLTT(NZ0, NDF1),TLTT(NZ0, NDF1),NDF1=1,NDF1MX),			
236		2)NZ0=1,NZOMAX)			
237		WRITE(6,2000) ((ZCR(NZ0, NDF1),RCEP(NZ0, NDF1),RCOV(NZ0, NDF1,1),			
238		1)RCOV(NZ0, NDF1,2),RCOV(NZ0, NDF1,3),RCOV(NZ0, NDF1,4),			
(b)					
1946		DO 907 J=-65,65			
1947		IF(J.EQ.0) THEN			
1948		CH(1,J)=PRD			
1949		ELSE			
1950		CH(1,J)=BLK			
1951		END IF			
1952	907	CONTINUE			
1953		END IF			
1954	905	CONTINUE			
1955		DO 901 NZC=1,NZCMX			
1956		XP=ZCSTR(NZC)			
1957		JP=FX*XP +0.500			
1958		YP=RHOSTR(NZC)			
1959		IP=EY*YP +0.500			
1960		WRITE(3998,339) XP,YP,-YP			
1961		IF(ABS(XP).LT.1.0) THEN			
1962		IF(YP.LT.0.10) LEV=1			
1963		END IF			
1964	c	IF(YP.LT.0.50) GO TO 2020			
1965	339	FORMAT(1H ,3E14.5)			
1966		DO 902 I=0,15			
1967		DO 902 J=-65,65			
1968		IF((1.EQ.IP).AND.(J.EQ.JP)) THEN			
1969		CH(1,J)=STR			
1970		CH(-1,J)=STR			
1971		END IF			
1972	902	CONTINUE			
1973	901	CONTINUE			
1974		DO 903 I=-15,-15,-1			
1975		WRITE(6,356) (CH(1,J),J=-65,65)			
1976	356	FORMAT(1H ,131A1)			
1977	903	CONTINUE			
1978		ELSE			
1979					
1980		WRITE(6,7001) (ZCSTR(NZC),RHOSTR(NZC),NZC=1,NZCMX)			
1981		END IF			
1982		CHANGED BY N. YOSHINAGA FOR PLOTTER USE 1986/SEP/2			
1983		I PLOT=0			
1984		IF(I PLOT.EQ.1) THEN			
1985		WRITE(10,*) NZCMX			
1986		WRITE(10,*) (ZCSTR(NZC),RHOSTR(NZC),NZC=1,NZCMX)			
1987		END IF			
1988		*****			
1989	7000	FORMAT(1X,'Z,RHO(Z)')			
1990	7001	FORMAT(5(8X,F8.2,F10.4))			
1991		CC			
1992		CHANGED BY N. YOSHINAGA IN ORDER TO REDUCE THE OUTPUT			
1993	C	WRITE(6,7007)			
1994	C	WRITE(6,7001) (ZCSTR(NZC),HOPSTR(NZC),NZC=1,NZCMX)			
1995	C7007	FORMAT(1X,'Z,HOP(Z)')			
1996		*****			
1997	7004	CONTINUE			
1998		IF(Z0.LT.1.0D-04) GO TO 300			
1999		RNS1=((R/X1)**2-(Z1/B1)**2*UPS)/(1.0D0+G1))			

図 F.8 code1Kmin.f

付録 G

実験系から重心系へ情報を変換するコード

図 G.1 に示すのは実験系から重心系へ情報を変換するコード LABtoCM.f である。計算手順は以下の通りである。

1. ./LABtoCM で実行する。
2. 実験系の情報を input として打ち込むようにしているので実験系の情報を入れる。その際の順番は、入射核の質量数、標的核の質量数、入射散乱核の質量数、標的散乱核の質量数、実験系の入射エネルギー E_{lab} 、実験系の散乱角度 $1\theta_{\text{lab1}}$ 、実験系の散乱角度 $2\theta_{\text{lab2}}$ 、Q 値である。
3. 出力ファイル名は、LABtoCM.dat である。LABtoCM.dat の中身は図 G.2 に示すように左から重心系の入射エネルギー E_{cm} 、 θ_{lab1} に対応する入射核の重心系の散乱角度 $\theta_{\text{c.m.1}}$ 、 θ_{lab1} に対応する標的核の重心系の散乱角度 $\theta_{\text{c.m.2}}$ 、 θ_{lab2} に対応する入射核の重心系の散乱角度 $\theta_{\text{c.m.3}}$ 、 θ_{lab2} に対応する標的核の重心系の散乱角度 $\theta_{\text{c.m.4}}$ を示している。

```

nranitomo3.ele.kindai.ac.jp - amano@vostok1:~/langtran VT
ファイル(F) 編集(E) 設定(S) コントロール(O) ウィンドウ(W) ヘルプ(H)
1 234567
2 c CHARACTER(LEN=10) FILE_NAME1
3 double precision ECM, THETACM1, THETACM2, THETACM3, THETACM4
4 double precision ELAB, THETALAB1, THETALAB2, Q
5 double precision GANMA, XX1, XX2, A1, B1, C1, A2, B2, C2
6 double precision MP, MT, MPP, MTT
7 double precision TGH
8 PI=3.141592653589793
9 open(20, file='LABtoCM.dat')
10 write (6,*) 'MP MT MPP MTT Elab THETA1ab1 THETA1ab2 Q'
11 read (5,*) MP, MT, MPP, MTT, ELAB, THETALAB1, THETALAB2, Q
12 c-----
13 ECM = (MT/(MP+MT))*ELAB
14 GANMA = dSQRT((MP*MPP*(MPP+MTT))/(MT*MTT*(MP+MT)))*(ECM/(ECM+Q))
15 c GANMA = SQRT(((MP*MPP)/(MT*MTT))*(ECM/(ECM+Q)))
16 c XX1 = dTAN(45.000*PI/180.000)
17 XX1 = dTAN(THETALAB1*PI/180.000)
18 XX2 = dTAN(THETALAB2*PI/180.000)
19 A1 = 2.000*GANMA*((XX1)**2.000)
20 B1 = dSQRT(ABS((A1**2.000)-4.000*(1.000+(XX1**2.000))
21 *(XX1**2.000)*(GANMA**2.000)-1.000)))
22 C1 = 2.000*(1.000+(XX1**2.000))
23 A2 = 2.000*GANMA*((XX2)**2.000)
24 B2 = dSQRT(ABS((A2**2.000)-4.000*(1.000+(XX2**2.000))
25 *(XX2**2.000)*(GANMA**2.000)-1.000)))
26 C2 = 2.000*(1.000+(XX2**2.000))
27 c THETACM1 = ACOS((-A1+B1)/C1)
28 c THETACM2 = ACOS((-A1-B1)/C1)
29 c THETACM3 = ACOS((-A2+B2)/C2)
30 c THETACM4 = ACOS((-A2-B2)/C2)
31 THETACM1 = dACOS((-A1+B1)/C1)*180.000/PI
32 THETACM2 = dACOS((-A1-B1)/C1)*180.000/PI
33 THETACM3 = dACOS((-A2+B2)/C2)*180.000/PI
34 THETACM4 = dACOS((-A2-B2)/C2)*180.000/PI
35 c TGH = dACOS(0.500)
36 write(20,2525) ECM, THETACM1, THETACM2, THETACM3, THETACM4
37 c write(20,2525) XX1, XX2, GANMA
38 c write(20,2525) A1, B1, C1, A2, B2, C2, TGH
39 c write(20,2525) TGH*180.000/PI, (-A1+B1)/C1
40 2525 FORMAT(1H ,6F17.9)
41 stop
42 end
"LABtoCM.f" 42L, 1798C 1,1 All

```

図 G.1 LABtoCM.f

```

nranitomo3.ele.kindai.ac.jp - amano@vostok1:~/langtran VT
ファイル(F) 編集(E) 設定(S) コントロール(O) ウィンドウ(W) ヘルプ(H)
1 150.564705882 20.668658112 162.668653103 33.640323294 151.640318285

```

図 G.2 LABtoCM.dat

付録 H

Swiatecki 方式による獲断面積および融合断面積

[D. A. Mayorov, et al. Physical Review C 90, 024602 (2014)] に記載されている Swiatecki 理論による σ_{fus} の求め方を記す。今後、重イオン衝突反応における系の捕獲断面積 σ_{cap} や融合確率 P_{CN} 、融合断面積を軸に研究を進める方に参考になれば幸いである。

$$\sigma_{cap} = \pi R^2 \frac{\nu}{2E_{cm}} \left[X (1 + \operatorname{erf} X) + \frac{1}{\sqrt{\pi}} \exp(-X^2) \right] \quad (\text{H.1})$$

$$X = \frac{E_{cm} - B}{\nu}, \quad R = 1.16 \left(A_P^{1/3} - A_T^{1/3} \right) \quad (\text{H.2})$$

$$\nu = CB \sqrt{W_1^2 + W_2^2 + W_0^2} \quad (\text{H.3})$$

$$C = 0.07767 \text{ (fm}^{-1}\text{)}, \quad W_0 = 0.41 \text{ (fm)} \quad (\text{H.4})$$

$$W_1 = \frac{R_P^2 \beta_P^2}{4\pi}, \quad R_P = 1.14 A_P^{1/3} \quad (\text{H.5})$$

$$W_2 = \frac{R_T^2 \beta_T^2}{4\pi}, \quad R_T = 1.14 A_T^{1/3} \quad (\text{H.6})$$

$$B = 0.85247Z + 0.001361Z^2 - 0.00000223Z^3 \quad (\text{H.7})$$

$$Z = \frac{Z_P Z_T}{\left(A_P^{1/3} + A_T^{1/3} \right)} \quad (\text{H.8})$$

$$P_{CN} = \zeta \left[10^{-(Z/a)^k} \right], \quad k = 3.0 \quad (\text{H.9})$$

$$a = (E_{cm} - B) + 135 \quad (\text{H.10})$$

$$\sigma_{fus} = \sigma_{cap} \times P_{CN} \quad (\text{H.11})$$

ν は Gaussian パラメータ、 B は平均相互作用障壁、 Z はクーロンパラメータ、 β_P, β_T はそれぞれ入射核の四重極変形パラメータ、標的核の四重極変形パラメータ、 R_P, R_T はそれぞれ入射核の半径、標的核の半径、 ζ はスケールパラメータ、 a はエネルギー依存パラメータを示す。以上の理論を図 H.1 に示す Swiatecki.f にプログラム化した。input ファイルは intSW である。読み込む情報は IPZ,IPA,ITZ,ITA,ECM,BETA1,BETA2 にそれぞれ対応する入射核の陽子数、入射核の質量数、標的核の陽子数、標的核の質量数、入射エネルギー $E_{c.m.}$ 、入射核の四重極変形パラメータ、標的核の四重極変形パラメータの 7 つである。実行すると、AAcross2 には入射エネルギー $E_{c.m.}$ 、 σ_{cap} 、 P_{CN} 、 σ_{fus} が順に出力されるようになっている。

```

1 C-----
2 C   THE EVAPORATION RESIDUE PRODUCTION CROSS SECTION
3 C   Swiatecki theory
4 C   PRC.90.024602(2014)
5 C   SIGxn=SIGcap*Pcn*Wxn
6 C-----
7 C   NU : Gaussian range parameter
8 C   B : mean interaction barrier
9 C   Z : Coulomb parameter
10 C   BETA1 : Quadruple deformation parameter of projectile
11 C   BETA2 : Quadruple deformation parameter of target
12 C   R1 : Radius of projectile
13 C   R2 : Radius of target
14 C-----
15   PROGRAM DIFFUSED BARRIER FORMULA
16   implicit real*8 (a-h,o-z)
17   OPEN(5002,FILE='AAcross2',STATUS='UNKNOWN')
18   OPEN(9055,FILE='intSw',STATUS='OLD')
19   READ(9055,*) IPZ,IPA
20   READ(9055,*) ITZ,ITA
21   READ(9055,*) ECM
22   READ(9055,*) BETA1,BETA2
23   CLOSE(9055)
24   PI = 3.141592653589D0
25 c   IPZ = 20
26 c   IPA = 48
27 c   ITZ = 82
28 c   ITA = 208
29 c   ECM = 182.36D0
30   RP = IPA**(1.0D0/3.0D0)
31   RT = ITA**(1.0D0/3.0D0)
32   R = 1.16D0*(RP+RT)
33   R1 = 1.14D0*RP
34   R2 = 1.14D0*RT
35   PRR = PI*R*R
36   Z = IPZ*ITZ/(RP+RT)
37   B = 8.5247E-1*Z+1.361E-3*Z*Z-2.23E-6*Z*Z*Z
38   C = 7.767E-2
39 c   BETA1=0.0D0
40 c   BETA2=0.0D0
41   W0 = 0.41D0
42   W1 = R1*BETA1/(2.0D0*PI)
43   W2 = R2*BETA2/(2.0D0*PI)
44   NU = C*B*SQRT(W1*W1+W2*W2+W0*W0)
45   XX = (ECM-B)/NU
46   PRNZE = PRR*NU/(2.0D0*ECM)
47   SIGcap=PRNZE*(XX*(1+ERF(XX))+1.0D0/SQRT(PI))*EXP(-XX*XX)
48 C-----Pcn-----
49 C   ZETA : Scaling parameter
50 C   k : Scaling parameter
51 C   a : Energy-dependent parameter
52 C-----
53   k =3.0D0
54   a =2.0D0*(ECM-B)+135.0D0
55   ZETA=2.5D0
56   ZaK = (Z/a)**k
57   Pcn =ZETA*10.0D0**(-ZaK)
58 C-----
59 C-----
60   SIGfus=SIGcap*Pcn
61   WRITE(5002,3380) ECM,SIGcap,Pcn,SIGfus,NU
62 3380 FORMAT(1H ,F10.5,12E12.4)
63   CLOSE(9055)
64   END

```

图 H.1 Swiatecki.f

業績目録

A. 原著論文 (査読有)

1. Effects of neck and nuclear orientations on the mass drift in heavy ion collisions
Physical Review C 109, 034603 (2024).
S. Amano, Y. Aritomo, M. Ohta
2. Dynamical mechanism of fusion hindrance in heavy ion collisions
Physical Review C 108, 014612 (2023).
S. Amano, Y. Aritomo, M. Ohta
3. Nuclear viscosity estimated by dynamics of neck formation in the early stage of nuclear collision
Modern Physics Letters A, 38, 2350136 (2023).
S. Amano, Y. Aritomo, M. Ohta
4. Modes of massive nucleon transfer appearing in quasifission processes for collisions of superheavy nuclei
Physical Review C 106, 024610 (2022).
S. Amano, Y. Aritomo, M. Ohta
5. Fusion cross section and total kinetic energy of fission fragments by the dynamical dissipative surface-friction model
Eurasian Journal of Physics and Functional Materials, 2022, 6(1), 6-17.
S. Amano, Y. Aritomo, M. Ohta
6. The origin of correlation between mass and angle in quasi-fission
JAEA-Conf 2021-001, p. 102 (2022).
S. Amano, Y. Aritomo, S. Ishizaki, M. Okubayashi, and S. Okugawa
7. Modeling of Nuclear Reactions with Langevin Calculations
Bulletin of the Russian Academy of Sciences: Physics, 2020, Vol. 84, No. 8, pp. 1034-1038.
S. Amano, Y. Aritomo, Y. Miyamoto, S. Ishizaki, and M. Okubayashi

B. 共著論文（査読有）

1. The fission fragments of neutron-rich nuclei by the Langevin method toward application to r-process calculations
JAEA-Conf 2021-001, p. 114 (2022).
M. Okubayashi, Y. Aritomo, S. Tanaka, S. Ishizaki, S. Amano, and N. Nishimura
2. Estimation of Synthesizing New Superheavy Elements Using Dynamical Model
Physics of Atomic Nuclei, 83, 545-549 (2020).
Y. Aritomo, S. Amano, M. Okubayashi, B. Yanagi, K. Nishio, and M. Ohta

C. 本人による学会発表

C.1 国際会議における発表（口頭）

1. Theoretical analysis of mass and angle in the superheavy element region ~the possibility of the $Z=120$ element for fusion explored from the sticking time~
S. Amano, Y. Aritomo
A3F-CNSS21, young scientist online sessions, 16-20, August 2021
2. Fusion process in transfer reactions with Langevin calculation
S. Amano, Y. Aritomo, Y. Miyamoto, S. Ishizaki and M. Okubayashi
LXIX International Conference “Nucleus-2019” on Nuclear Spectroscopy and Nuclear Structure, 1-5 July 2019 in Dubna Russia

C.2 国内学会・シンポジウム等における発表（口頭）

1. 重イオン衝突過程における原子核間をつなぐネックの拡張運動に着目した研究
天野翔太
核多体セミナー（招待講演）
2023年7月2日（金）（京都大学）
2. 動力学模型を用いた重核および超重核形成における質量角度分布の計算
天野翔太, 有友嘉浩
基礎研究会 核力に基づいた原子核の構造と反応
2021年12月7日～12月10日（京都大学基礎物理学研究所）

3. 動力学模型を用いた融合反応における接線方向の摩擦と入射エネルギーの依存性
天野翔太, 有友嘉浩
 原子核三者若手夏の学校
 2021年8月6日(金)~8月10日(火) オンライン開催

4. 核子移行反応による超重元素生成過程のダイナミクスの解析
天野翔太, 有友嘉浩, 石崎翔馬, 奧林瑞貴
 一般社団法人日本物理学会主催 日本物理学会第76回年次大会 春季大会
 2021年3月12日~15日(現地開催中止 オンライン開催)

5. 動力学模型を用いた核子移行反応による中性子過剰核の生成
天野翔太, 有友嘉浩, 宮本 裕也, 小西 柁輝
 一般社団法人日本物理学会主催 日本物理学会第74回年次大会 春季大会
 2019年3月14日~17日(九州大学 伊都キャンパス)

6. 核子移行反応による超重元素領域の融合分裂反応機構の解明
天野翔太, 宮本 裕也, 有友 嘉浩
 研究会「原子核物理でつむぐrプロセス」
 2019年5月22日~24日(京都大学基礎物理学研究所 湯川記念館・パナソニック国際交流ホール)

C.3 国内学会・シンポジウム等における発表（ポスター）

1. 動力学模型を用いた核子移行反応における放出角度とスピンの相関性の解析
天野翔太, 有友嘉浩
 日本原子力学会 2021年秋の大会
 2021年9月8日~9月10日(リモート開催)

2. 準核分裂における質量と角度の相関の起源
天野翔太, 有友嘉浩, 石崎翔馬, 奧林瑞貴, 奥川誠也
 日本原子力学会 核データ部会主催 2020年度 核データ研究会
 2020年11月26日~27日(理化学研究所 和光キャンパス)

3. 動力学模型を用いた核子移行反応による中性子過剰核の生成
天野翔太, 有友嘉浩, 宮本 裕也, 小西 柁輝
 核データと重元素合成を中心とする宇宙核物理研究会
 2019年3月6日~8日(北海道大学 学術交流会館)

D. 本人が共同研究者として含まれる学会発表

D.1 国際会議における発表（口頭）

1. Effect of neutron evaporations in fission process with dynamical model and mass distribution of fission fragments
Y. Aritomo, R. Yamasaki, S. Amano, S. Takagi, K. Nishio, K. Hirose, S. Tanaka, M. Ohta
6th Joint Meeting of the APS Division of Nuclear Physics and the Physical Society of Japan, Hawaii, the Big Island November 26 – December 1 (2023)
2. Theoretical estimation and reaction mechanism of synthesizing neutron rich nuclei in superheavy mass region
Y. Aritomo, S. Takagi, H. Maekawa, S. Amano, K. Nishio, A. Iwamoto, and M. Ohta
Fusion2023, 8th International Conference on HeavyIon Collisions at Near-Barrier Energies, Shizuoka, Japan, November 19-24 (2023)
3. Evaluation of synthesizing new superheavy element based on dynamical shell structure during fusion process
Shinya Takagi, Shota Amano, Shoma Yamamoto, Yoshihiro Aritomo
The 15th Asia Pacific Physics Conference (APPC15) South Korea (Online) 21-26, August 2022
4. Evaluation of capture cross-sections for synthesis of superheavy elements using dynamical model
Hokuto Maekawa, Shota Amano, Shinya Takagi, Yoshihiro Aritomo, Tathagata Banerjee
The 15th Asia Pacific Physics Conference (APPC15) South Korea (Online) 21-26, August 2022
5. Estimation for synthesizing New Superheavy Elements using Dynamical Model
Y. Aritomo, S. Amano, R. Murakami, R. Yamasaki, S. Hamagami, K. Endo, and M. Ohta
SHE2019 (The 4th International Symposium on Superheavy Elements), 1-5 December 2019
6. Estimation of synthesizing new superheavy elements using dynamical model
Y. Aritomo, S. Amano, M. Okubayashi, B. Ynagi, K. Nishio, M. Ohta
LXIX International Conference "Nucleus-2019" on Nuclear Spectroscopy and Nuclear Structure, 1-5 July 2019 in Dubna Russia
7. Dynamical model of the nuclear transfer reaction in heavy system
Y. Aritomo, S. Amano, S. Tanaka, Y. Miyamoto, K. Nishio
54th ASRC International Workshop Sakura-2019 "Nuclear Fission and Structure of Exotic Nuclei" 25-27 March 2019 Japan Atomic Energy Agency (JAEA), Tokai, Japan

D.2 国際会議における発表（ポスター）

1. Analysis of the shell effect of fission fragments in the quasi-fission process
H. Maekawa, S. Amano, S. Takagi, Y. Aritomo
FUSION2023 Shizuoka, Japan, 19-24, November 2023
2. Theoretical estimation of synthesizing superheavy nuclei using neutron rich targets
S. Nishikawa, Y. Aritomo, S. Amano, S. Takagi, H. Maekawa
FUSION2023 Shizuoka, Japan, 19-24, November 2023

D.3 国内学会・シンポジウム等における発表（口頭）

1. 超重元素領域における中性子過剰核の生成確率の評価
西川勝麻, 有友嘉浩, 天野翔太, 高木慎弥, 前川北斗, 芝田啓悟, 浅見明宏
日本物理学会 春季大会 (オンライン) 2023 年 3 月 22 日～25 日
2. 動力学模型による核分裂ダイナミクスの解析と今後の展望
有友嘉浩, 天野翔太, 高木慎弥, 岡寄玲也, 太田雅久, 西尾勝久, 岩本昭
理研 RIBF ミニワークショップ「理論と実験で拓く中性子過剰核の核分裂」
理化学研究所・和光キャンパス・RIBF 棟大会議室 2023 年 2 月 16 日（木） - 17 日（金）
3. 超重元素領域における中性子過剰核の生成確率の理論的評価
有友嘉浩, 天野翔太, 高木慎弥, 岡寄玲也, 太田雅久, 西尾勝久, 岩本昭
「中性子捕獲反応で迫る宇宙の元素合成」
東京大学本郷キャンパス・理学部小柴ホール
2023 年 2 月 9 日～10 日
4. 新元素合成における中性子過剰核を利用した融合反応機構の評価
高木慎弥, 天野翔太, 有友嘉浩
研究会「原子核におけるクラスター物理の新展開」
2022 年 10 月 19 日～20 日（大阪公立大学杉本キャンパス）
5. 新元素合成に向けた中性子過剰核を利用した融合反応機構の研究
高木慎弥, 天野翔太, 山本匠真, 有友嘉浩
一般社団法人日本物理学会主催日本物理学会 2022 年秋季大会
2022 年 9 月 6～8 日（岡山大学, 岡山理科大学）
6. 動力学模型を用いた超重元素合成の捕獲断面積の研究

- 前川北斗, 天野翔太, 高木慎弥, 有友嘉浩, T.Banerjee
一般社団法人日本物理学会主催日本物理学会 2022 年秋季大会
2022 年 9 月 6~8 日 (岡山大学, 岡山理科大学)
7. 融合過程における殻構造変化を利用した新元素生成可能性の評価
高木慎弥, 天野翔太, 宮堺渉, 山本匠真, 有友嘉浩
一般社団法人日本物理学会主催日本物理学会第 77 回年次大会
2022 年 3 月 15~19 日 (オンライン開催)
8. 融合ダイナミクスに起因する殻構造の変化を利用した未知超重元素生成の理論研究
高木慎弥, 天野翔太, 山本匠真, 有友嘉浩
基研研究会「核力に基づいた原子核の構造と反応」
2021 年 12 月 7 日~10 日 (京都大学基礎物理学研究所パナソニックホール)
9. アクチノイド領域における原子核の構造と反応ダイナミクスに与える影響
有友嘉浩, 天野翔太, 高木慎弥, 津野大海, 前川北斗, 西村絃志
インフォーマル zoom 研究会「核分裂を始めとする重たい核の物理」
2021 年 6 月 8 日~9 日 (オンライン開催)
10. r プロセスシミュレーションに向けた、動力学モデルによる中性子過剰核の核分裂計算
奥林瑞貴, 有友嘉浩, 田中翔也, 石崎翔馬, 天野翔太, 西村信哉
一般社団法人日本物理学会主催 日本物理学会第 76 回年次大会 春季大会
2021 年 3 月 12 日~15 日 (オンライン開催)
11. 超重核領域における蒸発残留核分布
奥川誠也, 有友嘉浩, 天野翔太, 太田雅久
一般社団法人日本物理学会主催 日本物理学会第 76 回年次大会 春季大会
2021 年 3 月 12 日~15 日 (オンライン開催)
12. 超重元素合成に関する系統的な生成確率評価手法の開発
有友嘉浩, 高木慎弥, 泉拓実, 天野翔太, 太田雅久, 西尾勝久
一般社団法人日本物理学会主催 日本物理学会第 76 回年次大会 春季大会
2021 年 3 月 12 日~15 日 (オンライン開催)
13. 動力学模型を用いた重イオン衝突反応における多核子移行反応の理論解析
宮本裕也, 天野翔太, 下川真門, 有友嘉浩
一般社団法人日本物理学会主催 日本物理学会第 74 回年次大会 秋季大会
2019 年 9 月 17 日~20 日 (山形大学 小白川キャンパス)
14. マイナーアクチノイドの核変換シミュレーション

小西 柁輝, 天野翔太, 宮本 裕也, 有友嘉浩
一般社団法人日本物理学会主催 日本物理学会第 74 回年次大会 春季大会
2019 年 3 月 14 日～17 日 (九州大学 伊都キャンパス)

15. 動力学模型による中性子過剰領域の到達可能性および核分裂生成物

有友嘉浩, 天野翔太, 石崎翔馬, 宮本裕也, 西尾勝久
核データと重元素合成を中心とする宇宙核物理研究会
2019 年 3 月 6 日～8 日 (北海道大学 学術交流会館)

16. 動力学模型を用いた多核子移行反応の解析

有友嘉浩, 天野翔太, 宮本裕也, 西尾勝久
理化学研究所主催 理論研究学会「重力波観測時代の R プロセスと不安定核」
2018 年 6 月 20 日～22 日 (理化学研究所・和光キャンパス RIBF 棟 2 階大会議室)

D.4 国内学会・シンポジウム等における発表 (ポスター)

1. Theoretical estimation of synthesizing neutron rich nuclei in superheavy mass region

S. Nishikawa, Y. Aritomo, S. Takagi, H. Maekawa, S. Amano, K. Shibata, A. Asami
核データ研究会 (Symposium on Nuclear Data 2022) 近畿大学
2022 年 11 月 17 日～18 日

2. 超重元素合成に向けた新しい反応機構の提案

有友嘉浩, 田中翔也, 天野翔太, 山崎僚太
東海・重イオン科学シンポジウム —タンデム加速器成果報告会—
2020 年 1 月 15 日～16 日 (日本原子力研究開発機構 東海村)

3. 動力学模型による中性子過剰核の核分裂計算：r プロセスシミュレーションに向けて

奥林瑞貴, 有友嘉浩, 田中翔也, 石崎翔馬, 天野翔太, 西村信哉
日本原子力学会 核データ部会主催 2020 年度 核データ研究会
2020 年 11 月 26 日～27 日 (理化学研究所 和光キャンパス)

E. その他

1. 優秀講演賞

天野翔太
近畿大学大学院 総理工マスタース 2023
2023 年 2 月 28 日

2. 動力学模型を用いた融合反応における接線方向の摩擦と入射エネルギーの依存性

天野翔太

「原子核研究」2021年夏の学校特集号 vol. 66 Supplement 3 pp.51-53 (2022).

3. Certificate-INTERNATIONAL Remote Student Training at JINR

S. Amano

Participation period: 24 May - 02 July, 2021 (Wave 4)

4. 大学院部長賞

天野翔太

近畿大学大学院

2021年3月18日

5. 日本原子力学会フェロー賞

天野翔太

一般社団法人 日本原子力学会

2021年3月17日

6. 優秀ポスター賞

準核分裂における質量と角度の相関の起源

天野翔太, 有友嘉浩, 石崎翔馬, 奥林瑞貴, 奥川誠也

日本原子力学会 核データ部会主催 2020年度核データ研究会

2020年11月26日～27日 (理化学研究所 和光キャンパス)

7. 優秀ポスター賞

動力学模型による中性子過剰核の核分裂計算：rプロセスシミュレーションに向けて

奥林瑞貴, 有友嘉浩, 田中翔也, 石崎翔馬, 天野翔太, 西村信哉

日本原子力学会 核データ部会主催 2020年度核データ研究会

2020年11月26日～27日 (理化学研究所 和光キャンパス)