

# 博士學位論文

微視的その場計測の高精度化および  
不確定性を考慮した数値シミュレーションによる  
繊維強化複合材料の定量的強度推定に関する研究

令和5年 1月 20日

近畿大学大学院  
総合理工学研究科 メカニクス系工学専攻  
新井 悠希

# 目次

	頁
第 1 章 緒論 .....	1
1.1 複合材料 .....	1
1.2 複合材料の力学 .....	2
1.2.1 複合材料の破壊や損傷 .....	3
1.2.2 複合材料の数値シミュレーション .....	4
1.3 複合材料の実験的評価 .....	6
1.3.1 その場観察および計測 .....	7
1.4 ランダム性の評価 .....	9
1.5 本研究の目的および本論文の構成 .....	10
第 2 章 微視的その場計測手法の高精度化 .....	13
2.1 デジタル画像相関法の概要 .....	13
2.1.1 変位場計測手法 .....	15
2.1.2 ひずみ場算出手法 .....	21
2.2 Kriging 法によるひずみ場算出手法 .....	22
2.2.1 経験セミバリオグラムに基づく通常 Kriging .....	23
2.2.2 ns-Kriging 法 .....	25
2.3 領域分割による精度向上 .....	26
2.4 仮想画像による提案手法の有効性の検証 .....	29
2.4.1 仮想画像の生成方法 .....	29
2.4.2 ノイズを含む画像に対する提案手法の有効性の検討 .....	30
2.4.3 正弦波変位場に対する有効性の検討 .....	38
2.4.4 繊維強化複合材料の仮想画像 .....	41
2.4.5 計測分解能について .....	43
2.4.6 まとめ .....	45
2.5 繊維強化複合材料の微視その場観察および計測 .....	46
2.5.1 試験片 .....	46
2.5.2 試験装置 .....	47
2.5.3 試験結果 .....	49
2.6 結言 .....	54
第 3 章 数値シミュレーション .....	55
3.1 有限要素法 .....	55
3.1.1 有限要素法による解析の概要 .....	55
3.2 重合メッシュ法 .....	56

3.2.1	重合メッシュ法の解析の概要 .....	57
3.2.2	再局所化法 (re-localization) .....	58
3.2.3	再局所化法を用いた重合メッシュ法の有効性の調査 .....	59
3.2.4	数値計算結果 .....	61
3.2.5	まとめ .....	67
3.3	ペリダイナミクス .....	67
3.3.1	ペリダイナミクスによる解析の概要 .....	69
3.3.2	ペリダイナミクスによる複合材料の微視的なき裂進展解析の検証 .....	72
3.3.3	数値計算結果 .....	74
3.4	結言 .....	76
第4章	複合材料の微視的ランダム性の評価 .....	77
4.1	ランダムフィールドモデリング .....	77
4.1.1	繊維の特徴量抽出 .....	77
4.1.2	Moving window 法 .....	81
4.2	モンテカルロシミュレーションにおけるランダムフィールドに従う実 現値の組の生成 .....	82
4.3	繊維含有率のランダムフィールドを考慮した確率応力解析 .....	85
4.3.1	疑似的に生成された繊維配置の組のランダムフィールドの検証 ..	85
4.3.2	繊維配置のランダムフィールドを考慮した確率応力解析の問題設 定 .....	88
4.3.3	数値解析結果 .....	91
4.4	結言 .....	97
第5章	提案手法による繊維強化複合材料の定量的強度推定の検証 .....	98
5.1	微視的その場観察および計測とペリダイナミクス .....	98
5.1.1	臨界ストレッチの同定手法 .....	98
5.1.2	試験片 .....	99
5.1.3	実験方法 .....	99
5.1.4	微視的その場観察結果 .....	100
5.1.5	解析結果 .....	105
5.2	微視計測によるパラメータ同定とペリダイナミクスシミュレーション を用いた局所強度ランダムフィールドモデリング .....	108
5.2.1	問題設定 .....	108
5.2.2	解析結果 .....	109
5.3	局所強度ランダムフィールドモデリングを用いた繊維強化複合材料の	

強度推定 .....	110
5.3.1 問題設定 .....	110
5.3.2 解析結果 .....	111
5.4 結言 .....	113
6 章 結論 .....	114
参考文献 .....	116
謝辞 .....	126

## 第 1 章 緒論

### 1.1 複合材料

複合材料は 2 種類以上の素材を組み合わせた材料であり，元の素材にはなかった優れた特性を発現させることができ，母材としては樹脂，金属，セラミックなどがよく用いられ，それぞれ，高分子基複合材料（Polymer Matrix Composites, PMC），金属基複合材料（Metal Matrix Composites, MMC），セラミック基複合材料（Ceramic Matrix Composites, CMC）などと呼ばれる．また，強化材としては，炭化ケイ素（SiC）やガラスなどの粒子や，ガラス繊維，炭素繊維，ケブラーなどの繊維状の強化材があり，強化形態によりそれぞれ，粒子強化複合材料（Particle Reinforced Composites, PRC），繊維強化複合材料（Fiber Reinforced Composites, FRC）などと呼ばれる．また繊維強化複合材料の強化形態としては，短く切った強化繊維を樹脂と複合化させた短繊維強化複合材料や長繊維を一方向に並べた一方向材，繊維を編み物や組み物にしてから成型するファブリック材などがある．特に構造材料用複合材料の場合，繊維を強化材として用いることが多い．代表的なものとして母材にエポキシ樹脂などの熱硬化樹脂，強化材にガラス繊維や炭素繊維を用いた複合材料があり，それぞれガラス繊維強化複合材料（Glass Fiber Reinforced Plastics, GFRP），炭素繊維強化複合材料（Carbon Fiber Reinforced Plastics, CFRP）と呼ばれる [1]．

さらに，環境負荷低減の観点から，近年，セルロースや麻，バサルトなどの天然繊維やポリ乳酸（PLA）などの樹脂によってつくられた複合材料（グリーンコンポジット），リサイクル材を用いた複合材料なども注目され盛んに研究されているが，強度や耐久性の面で課題も多く残されている [2]-[5]．

複合材料の特徴としては，まず比強度（単位重量あたりの強度）・比剛性（単位重量あたりの弾性率）に優れる点が挙げられる．また，テーラードマテリアルと呼ばれ材料の異方性などの材料特性を設計できる点，素材の組み合わせによって熱的・電氣的などの様々な機能的性質を付与できる点が挙げられる．これら以外にも，成型性が良好であり一体成型できる点など多くの特徴がある．これらの特徴から航空宇宙分野や輸送機械分野の一次構造部材，スポーツ用品，医療材料など，構造の主要な部品も含めて幅広く用いられている．

しかしながら，複合材料は従来の金属材料などの均質材料と比較して，材料の微視的な不均質性に起因した，見かけの材料特性のより大きなばらつきが生じる．特に見かけの材料強度のばらつきは大きく [6]，構造安全性の確保や持続可能な社会実現（SDGs）の観点からも，材料の長寿命化や製品の交換サイクルの延長を目指すために信頼性の高い材料強度評価は重要な課題である．

## 1.2 複合材料の力学

繊維強化複合材料は高比強度・高比剛性という特徴と共に、異方性と不均質性という特徴もある。異方性については、例えば短繊維強化複合材料において、強化繊維がランダムに混入していると仮定するとほぼ等方性材料として取り扱う場合もある[7]。しかし、短繊維強化複合材料の代表的な利用例の一つである射出成型品を考えると、実際には型の流れに沿って繊維が配向するので、場所によって繊維配向角が異なり、特性評価が困難となることが指摘されている[8]。また、織物複合材料のように複数の方向に弾性特性が等しくても実際には等方性材料ではない疑似等方性材料などが存在し、一般に複合材料の力学的取扱いにおいては異方性を想定する必要があるといえる。

本研究では、最も異方性の強い一方向繊維強化複合材料を対象とする。本材料は繊維方向には強度が著しく高い一方、繊維と直角方向の強度や剛性は低いいため、一般的に積層されて積層板として用いられる。この際、繊維配向を適切に設計することで、複合材料の特性を高めることができる。

このような材料は 1960 年ごろから普及している。当時は力学的評価方法や設計方法はまだ発展途上にあり、古典的複合則[9]や植村の方法[10]など、複合材料の微視的な状態を簡略化し取扱う方法や、Halpin-Tsai[11]のなどの実験的パラメータのフィッティングに基づく方法の利用が主であった。この際、例えば繊維含有率のみが考慮されていたり、強化材の具体的な断面形状や配置までは考慮せず、およその状態が特性評価に反映されている。

これに対し、1990 年ごろより、材料の体積含有率や繊維形状とその分布、配向や微視構造などの複数の要因を考慮して特性を予測する手法が提案され、当該問題の重要性の認識が広まった。このような問題に対して、有限要素法などの数値シミュレーションを利用した評価法の研究も盛んに研究され、代表的な手法として代表体積要素法[12]や均質化法[13]などが提案され現在まで広く用いられるようになってきている。このような不均質材料の微視的な力学的挙動を考える力学を微視力学(マイクロメカニクス)と呼ぶ。詳細な実験・解析により、こういった微視的な不均質性が応力場や見かけの特性に影響を及ぼすことは知られており、複合材料の力学特性評価においては、このような異方性と不均質性を評価することも重要である。

現在、自動車や航空機の設計で積極的に用いられている数値解析によるシミュレーションに関し、有限要素法に代表される数値解析は、コンピュータの高速化、低価格化に伴って、種々の線形・非線形問題や静的・動的問題に対して適用可能となっている。さらに大規模解析やマルチスケール解析などの計算手

法の高度化により設計段階における事前検討に大きな役割を果たしている。一方で、引張試験などの見かけの応力一ひずみ関係の実験結果にも基づく非線形構成方程式を用いた力学的特性評価や、理想的な境界条件を適用したシミュレーションは、複雑な微視的状态の影響を受ける実験との比較が困難であり、平均的な特性評価にとどまる場合も多い。

こういった状況から、米国機械学会（ASME）によって、2006年に”Guide for Verification and Validation in Computational Solid Mechanics”が公開され、計算力学を用いた固体力学的評価のためのガイドラインが示されている[14]。ここでは、モデル構築とシミュレーション（Modelling & Simulation）における予測性能評価に主眼をおいており、主に

- ・ 現実の物理現象からの概念モデルの抽出
- ・ 数理モデルの構築および、作成された解析コードの検証（Code Verification）
- ・ 解析コードによって得られた結果の検証（Calculation Verification）
- ・ 解析モデルが対象とする実現象を正確に表しているか妥当性の確認（Validation）

が提示されている。こういった検証と妥当性の確認（Verification & Validation）が主眼となっておることから V&V と呼ばれている。

V&V の重要性の認識は数値シミュレーションに関する計算力学分野のみならず実験や計測分野にも広がっており、コンピュータシミュレーションによって実現象を再現し正確な結果を得るためには、実験側の検証（Experimental Verification）と実験から得られた結果を解析モデルに反映させることが重要であると考えられる。この観点から、実験の測定技術の高精度化や数値解析手法の改善が必要とされており、現在に至るまでの様々な成果が報告され、主たる研究分野の一つとなっている。

### 1.2.1 複合材料の破壊や損傷

複合材料の見かけの強度評価においては、微視的な応力状態のみならず詳細な微視的破壊過程を考慮することが重要であり、実際の破壊過程においては、母材と強化材との界面はく離や樹脂き裂などの微視的な損傷が発生し、構造物全体の巨視的な破壊に至るとされている。一方向繊維強化複合材料の繊維直角方向に引張り荷重を負荷したとき、負荷初期では複合材料は無損傷であり、繊維と樹脂は一体となって変形する。より大きな荷重が加わると、繊維/樹脂の界面または界面近傍の樹脂が損傷する。繊維/樹脂が完全に結合している場合は界面近傍の樹脂から損傷し、樹脂強度に比べて界面強度が低い場合、界面はく離が生じる[1]。

ここで、図 1.1 に示すような一方向繊維強化複合材料を繊維方向が交互に直交するように構成した積層材 (0/90/0) を考える。ここで、0 や 90 は負荷方向 (ある基準) に対する繊維配向角を表す。この場合、90° 層が先に破断し、繊維直角方向の割れであるトランスバースクラックが生じることがある。さらに、トランスバースクラックから 0° 層と 90° 層の層間はく離へと進展することがあり、積層板の剛性や圧縮強度、疲労強度の低下を引き起こす原因となるため、積層材において初期破壊であるトランスバースクラックの評価や予測は設計においても重要であると言える。

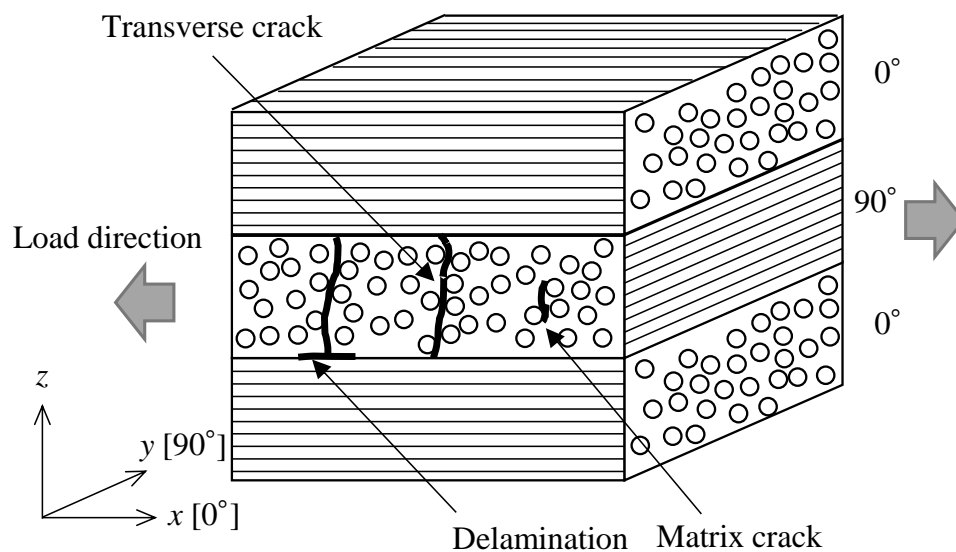


Fig.1.1 Fracture of laminated composites under tensile loading

このように、複合材料の破壊は、繊維/樹脂レベルでの界面はく離などのミクロスケール (Micro scale) から繊維束の破断および層間はく離などのメソスケール (Meso scale)、構造や部品の破壊であるマクロスケール (Macro scale) の各々を考える必要がある。これらは、それぞれのスケールで独立したものではなく、互いに関係している。そのため、これらに関連させ、微視的損傷挙動と巨視的損傷挙動を関連付けることが重要である。さらには詳細に検討するために、分子スケール (Molecular scale) での評価の重要性も指摘されている [15].

### 1.2.2 複合材料の数値シミュレーション

数値シミュレーションは、設計における安全性などの評価のための実験による試験回数を低減し、開発時間を短縮するため、複合材料のみならず様々な材料の構造特性評価に用いられている。特に、複合材料の製品設計にあたっては、



複合材料の積層構造や破壊メカニズムの複雑さ、不確実性などの多くの理由から、他の構造材料（金属など）で用いられているアプローチに加え、マクロな構造物や部品のレベルから、積層材などの部材レベル、そして強化材と母材で構成される微視構造のマイクロレベルといった複数のスケールに亘って解析される。また、それぞれのスケールに対して最適な設計を行うことによって、製品としての最適化が達成される。

本研究では前述の通り、種々の複合材料の中でも最も基本的なものの一つである一方向繊維強化複合材料（一方向 FRP プライ）を対象とし、数値シミュレーションによる定量的強度推定を試みる。一方向 FRP プライは、多くの構造用途で使用されている多方向積層板の構成要素であり、プライレベルでは、繊維の形状やサイズ、空間分布および体積含有率など材料特性に影響を与える因子が複数ある。マイクロメカニクスの観点からも、ミクロスケールでの数値シミュレーション技術はこれらの影響因子の評価において非常に有用であり、盛んに研究が行われている[16]-[19]。このような数値シミュレーション技術は、二軸または三軸負荷のような実験での再現が困難な応力状態における特性を評価するためにも有効である。

これらの解析では、特に構成材料や界面の材料特性や幾何学的な特徴のマイクロ・メゾスケールでの正確なモデリング・境界条件設定などを行い、解析に反映することが重要である。微視構造のモデリングにおいては、繊維のランダム分散アルゴリズム[20]や、繊維分布の断面画像を用いたモデリング[21]の報告が見られる。また、円形繊維に加えて、異なる繊維形状のモデルを作成し、この形状因子が機械的特性に与える影響についても研究されている[22]。さらに、ミクロスケールでの繊維/樹脂のはく離を考慮することによって損傷や破壊メカニズムを明らかにしようとする研究も行われている[23]。

このような解析を精度よく行うためには、前述の通り複合材料の微視的初期破壊に影響する繊維/樹脂界面の特性を精度よく評価し、正しく反映させることが非常に重要な課題の一つである。このために、固体力学などの連続体力学によるアプローチのみならず、第一原理計算や粗視化分子動力学などによる分子構造レベルの評価[24]や、化学的結合力および濡れ性評価および特性の向上[15]など種々の内容が盛んに研究されている。しかし、分子シミュレーションによる界面の実際の機械的特性の評価は十分とは言えず、フラグメンテーション法[25]やマイクロドロップレット法[26]などの実験的評価が近年も多く行われており、引き続き検討が必要である。

一方、これらの研究はある理想的な条件下での解析がほとんどであり、定性的な議論が主である。これに対し、実際の複合材料では、例えば繊維は規則的

に配置されておらず構成材料の物性値や界面特性にも幅があり[27]，また製品毎にその状態が異なるなど，単にある仮定された状態が精度よく解析できるだけでは実材料の特性を定量的に表すには不十分な場合もある[28]．これに対し，微視的な不確実性やランダム性を考慮した解析が近年注目されている．例えば，複合材料のモンテカルロシミュレーションなどによる確率的数値解析手法の開発と応用[29][30]や，不均質材料のためのマルチスケール確率解析法の確立に関する報告[31]-[33]は近年増えている．実用される不均質材料は一般に複雑なマイクロ構造を有し，均一材料より高い界面などの不確実性と介在物のランダム性を持つためである．不均質材料のミクロなばらつきは材料の見かけ上の機械的特性に影響するため，その影響を明らかにする確率均質化，マルチスケール確率応力解析などの確率的問題解析例も報告されている[34]-[36]．

以上のことから，本研究では，数値シミュレーションによる定量的強度推定のために，①微視的その場観察および計測による微視的な特性評価，②実際のランダムな微視構造の正確なモデリングと効率的なモデル生成，③微視的変形・破壊・応力解析に適した数値シミュレーション法の検討の課題に取り組むこととした．

### 1.3 複合材料の実験的評価

前述の通り，数値解析によるシミュレーションが機械構造物の特性評価や設計に積極的に用いられているなかにおいても V&V の観点から実験的評価のさらなる高精度化やそれを用いたシミュレーション技術や妥当性の確認の重要性が認識されつつある．例えば，複合材料の引張試験において，従来はひずみゲージを用いて材料の見かけの応力-ひずみ関係が計測されていたが，近年ではデジタル画像相関法[37]などによる非接触での全視野の変位やひずみ場計測が多く導入されている．全視野の計測結果は対象とする場が一様でなくても利用できることから，有限要素法などの CAE 解析とのより定量的な結果比較の際においても有利である．加えて，対象物がどこから損傷しているのかなどの評価や破壊プロセスを明らかにするために有用である．

全視野画像計測手法は，デジタル画像相関法のほかに，ドット重心追跡法[38]やモアレ法[39]，位相シフト法[40]などが提案されている．それらの主な違いとしては，画像計測を行う際に計測対象面に行う処理が挙げられる．また，高解像度・超高速カメラの利用により，従来では困難であった微視構造レベルの領域の計測や，衝撃などの超高速現象，大変形問題，逆解析問題に適用することも可能なりつつある[41]-[44]．このような成果は設計開発・安全性評価などに用いられており，機械分野のみならず，土木・建築分野においても盛んに利用

されている[45]-[47].

ここで、本研究で対象とする複合材料の数値シミュレーションによる定量的評価に際しては、特にマイクロレベルで不均質な材料のひずみ場計測が不可欠となる。この場合、変形前後の画像を撮影する過程においては、微小な振動による画像のランダムノイズが生じる点、また微小領域の観察において、表面に対する光の当たり方などの撮影条件は厳密に一致せず、画像のノイズ大きくなり計測精度に致命的な影響を及ぼす点などが問題となる。そのため、画像ノイズの影響の軽減や誤差を含む計測データの処理に留意した計測高精度化が非常に重要な課題となる。

### 1.3.1 その場観察および計測

工業材料の剛性や強度などの機械的特性は、材料を構成する原子や分子レベルや、微細構造の特徴（粒径や介在物の結晶組織など）のミクروسケールで起こる現象の影響を受ける。複合材料の場合、強化材の材質や繊維または粒子といった強化形態が見かけの特性に及ぼす影響は特に大きい。また、金属材料においても同じ組成であっても微視的には不均質であり、例えば熱処理により金属組織が変化し、機械的特性も変化する場合もある。この観点では、十分に小さなスケールにて考えれば、多くの材料は複合材料ともいえ、複合材料の物性の適切な評価は、材料物性の改善や最適化するために重要となる。特に、複合材料の微視的な破壊現象の本質的な理解やモデル化の必要性が指摘されている[48]。このような力学は前述の通りマイクロメカニクスと言われ、不均質な材料の力学的挙動を、微視的な立場から、固体力学を用いて解析し、材料の巨視的な変形や強度との関連を考察するために用いられている。

ここで、材料の力学的特性における微視構造が見かけの特性に及ぼす影響を調査するために、様々な種類の顕微鏡（光学、走査型および透過型電子、原子間力顕微鏡）によって、微視構造の変形や破壊状態の観察および評価が行われてきた。これらの機器は、変形や破壊の一連の現象を記録することができるものもあり、微視構造のふるまいや機械的特性に関する相互作用を定性的ではあるが理解することができる。

また、ミクروسケールにおける微視構造の変形や破壊の過程に関するより正確な定量的情報は、全視野計測技術によって得ることが期待できる。例えば、光学顕微鏡やSEM（走査型電子顕微鏡）によるその場観察とデジタル画像相関法（DIC：Digital Image Correlation）に代表される全視野計測法の組み合わせによって、比較的広い範囲の変形状態に関する情報を得ることができる。このため、近年、DICなどの全視野計測技術は実験力学の分野で、撮影された変形前

後画像から変位・ひずみ場を得るために用いられている。光学的手法は高性能・高解像度デジタルカメラが安価に入手でき、試験の準備や装置の設置などが簡単であり広く用いられている。例えば、Ti合金[41]、合金鋼[49]、アルミ発泡体[50]、コンクリート[46]などの変形・破壊メカニズムを明らかにするために、全視野計測が応用されている。

このような手法は複合材料に対しても適用されており[51]-[53]、特に繊維強化複合材料は複雑な微視構造を有し、繊維/樹脂間のミクロスケールにおける変形や破壊の評価が重要あることから、ミクロ領域での実験的評価も試みられている。例えば、2012年、CanalらはSEMとデジタル画像相関法によりGFRPの微視的ひずみ計測[54]を試み、繊維の存在による不均一な変形場と平均的なひずみの結果を得ている。また、津村らは、微視領域でのボイドの影響を調査するため繊維位置探索による画像解析[55]を行った。これはドット重心追跡法を複合材料に適用した例と言える。しかしながらこれらの先行研究は、微視構造による微視的な変形挙動の定性的評価にとどまっており、定量的な評価のためには実験および計測のさらなる高度化が必要であると考えられる。

ここで、微視的な変形やひずみ場計測には、その場観察および計測の観点からも、従来の構造物などの巨視的な計測と比べ、全視野計測を適用するためには前述の点も含めいくつかの問題点がある。具体的には、下記の点などが考えられる。

1. 微視領域でのランダムパターンなどの形成であり、繊維サイズより十分に小さいサイズで均一にランダムパターンを形成する必要がある点
2. その場実験における観察の困難さ
3. 振動などの外的環境による画像への影響が大きい点
4. 撮影機器における画像のノイズ

これらはいずれも変位・ひずみ計測における誤差の原因となる。

これに対し、これらの計測誤差を低減するための一般的な方法として、例えば平均化処理[56]が挙げられる。しかし、安易に平均化処理を行うとひずみが過小に評価されてしまうという問題点がある。そのため、撮影された画像の処理および計測データの取扱いも重要な問題である。

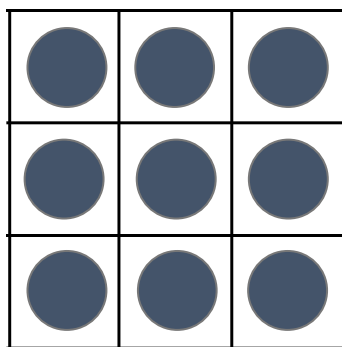
本研究では、ミクロスケールでの計測を対象としており、微小領域に対して微小なドットマークや格子線を施すことは難しいことから、ランダムパターンを形成するだけで利用可能なデジタル画像相関法を採用した。この手法の利用に際し、ノイズを含む微視観察画像に対しても、高精度かつロバストに計測できる手法の構築を試みる。

#### 1.4 ランダム性の評価

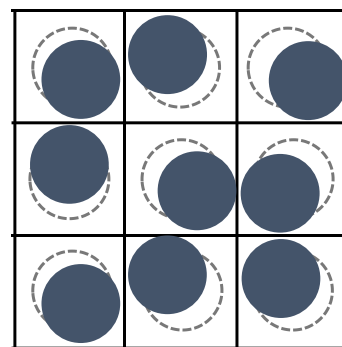
前述の通り，複合材料の巨視的な強度は，微視的な状態の影響を受け，さらにこれらの材料では微視的なばらつきが見られるため，このような微視的ばらつきが巨視的な特性に与える影響の数値シミュレーションによる評価などが，近年盛んに研究されている．当初は正方や六方など規則的な繊維配置からのばらつきの影響の調査が行われていたが[9]-[11]，実際の微視構造を反映させることはより高精度の材料特性予測に繋がると考えられ，近年の重要な課題の一つとなっており，例えば Sriramula らの不確実性のモデリング[57]などが報告されている．

一方，複合材料の数値シミュレーションにおいて，実際の複合材料の微視構造を広範囲に亘って計測し，モデリングすることは非常に大きな労力を必要とするだけでなく，未だに現実的ではない．特にマルチスケール確率解析などの確率的手法の計算コストは高く，効率的な解析手法も近年研究されている[58]．

一般的に，一方向 FRP の横断面のモデル生成における繊維配置問題は，図 1.2(a)に示されるようなユニットセル内に繊維が周期的に存在する仮定を用いたマイクロモデルを定義することが多い．この仮定に基づき代表体積要素法や均質化法を用いたマルチスケール解析が行われる．一方，実材料においては，マイクロモデル内における繊維含有率が仮定した条件から変動した場合や，繊維の位置が変動する場合等が考えられるが，図 1.2(b)に示されるように，変動量は単位構造を定義する格子の範囲による制約を受けるため，実部材に見られる空間的な偏りを表記することは容易ではない．



(a) regular fiber arrangement



(b) irregular fiber arrangement

Fig.1.2 Example of fiber arrangement in microstructure

また，他のアプローチとして，ランダムまたは何らかのアルゴリズムにより適当に繊維が配置する方法[20]が用いられることがある．しかし，実際の複合材料の微視構造は図 1.3 に示すように，小領域内の繊維が多い状態 (Fiber rich)

や樹脂の多い状態 (Matrix rich) など繊維含有率に空間的ばらつきがある。そのため、解析モデルは実際の微視構造に基づき生成されるべきであると考えられる。

この点から、本研究では、実際の微視構造に基づいた、繊維含有状態の空間的なランダム性のモデリングを行い、数値シミュレーションに反映し、解析を行う方法を提案する。

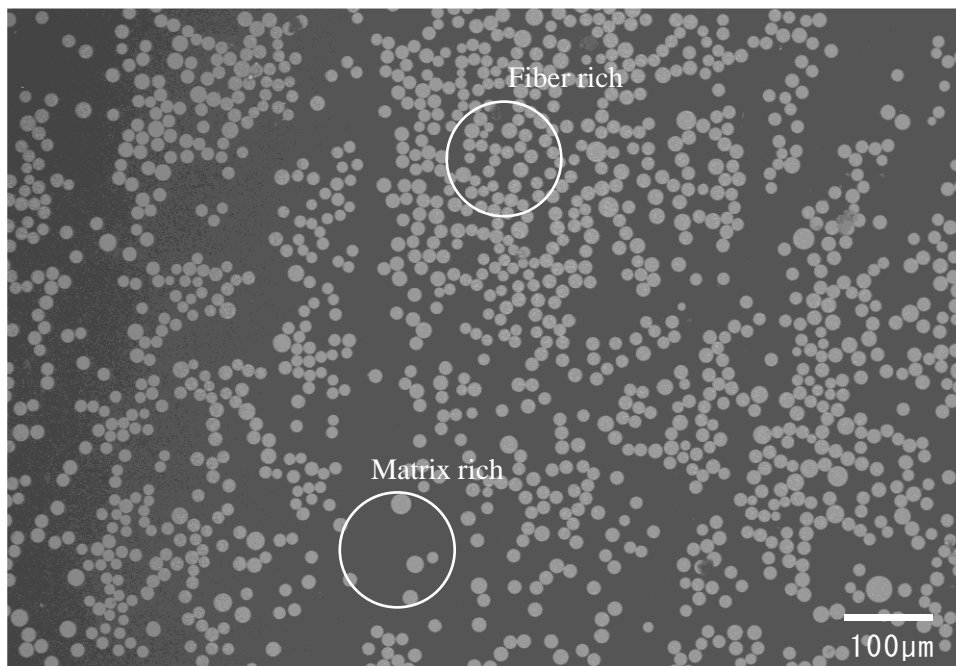


Fig.1.3 Microstructure of actual unidirectional fiber reinforced composite plate

### 1.5 本研究の目的および本論文の構成

本研究では、これまで述べた研究背景をもとに、数値シミュレーションを用いてより定量的に複合材料の強度推定を行うために、複数の視点からアプローチする必要があると考えた。特に、実際の繊維強化複合材料の見かけの強度推定に際しては、負荷環境下での微視的な挙動の評価・観察の高精度化、それを用いた数値シミュレーションの高精度化と、微視構造が複雑でかつ空間的にランダムであることに鑑み、これらのランダム性の評価法を確立することにより、当該対象物の定量的強度推定の精度向上を目指すことを本研究の目的とする。

この研究により、複合材料の高精度な微視的な全視野計測、ランダム場のモデリング、またそれらを統合した解析によりより定量的な強度推定が可能となり、複合材料の設計・製造に適用することで、複合材料利用構造物の強度面での信頼性向上に寄与できるものと考えた。

本論文は全 6 章で構成されており，その詳細を以下に示す．また，その流れを図 1.4 に示す．

## 第 1 章 緒言

- ・本研究の背景と目的について述べるほか，本論文の構成を示す

## 第 2 章 複合材料の微視的その場計測手法の高精度化

- ・繊維強化複合材料の微視的その場計測手法の高精度化手法の提案(a)
- ・仮想画像による提案手法の精度検証
- ・引張試験中の試験片の微小領域のデジタルマイクロスコープによるその場観察による提案手法の有効性の検証

## 第 3 章 複合材料の数値シミュレーション

- ・有限要素法などの種々のシミュレーション手法について調査し，その有効性の考察
- ・重合メッシュ法の精度改善手法の提案(b)
- ・ペリダイナミクスによる破壊解析(c)

## 第 4 章 複合材料のランダム性の評価手法

- ・繊維強化複合材料実試験片の微視構造のランダムフィールドモデリング
- ・ランダムフィールドを考慮した数値シミュレーション手法の提案および有効性の検証(d)

## 第 5 章 微視的その場計測および数値シミュレーション

- ・複合材料の定量的強度推定法の提案(e)
- ・その場観察および計測による数値シミュレーションのパラメータ推定
- ・実試験片の局所強度のランダムフィールドモデリング
- ・局所強度のランダムフィールドを考慮した強度推定法の提案
- ・実験による提案手法の妥当性と有効性の検証

## 第 6 章 結論

- ・各章で得られた成果を総括する

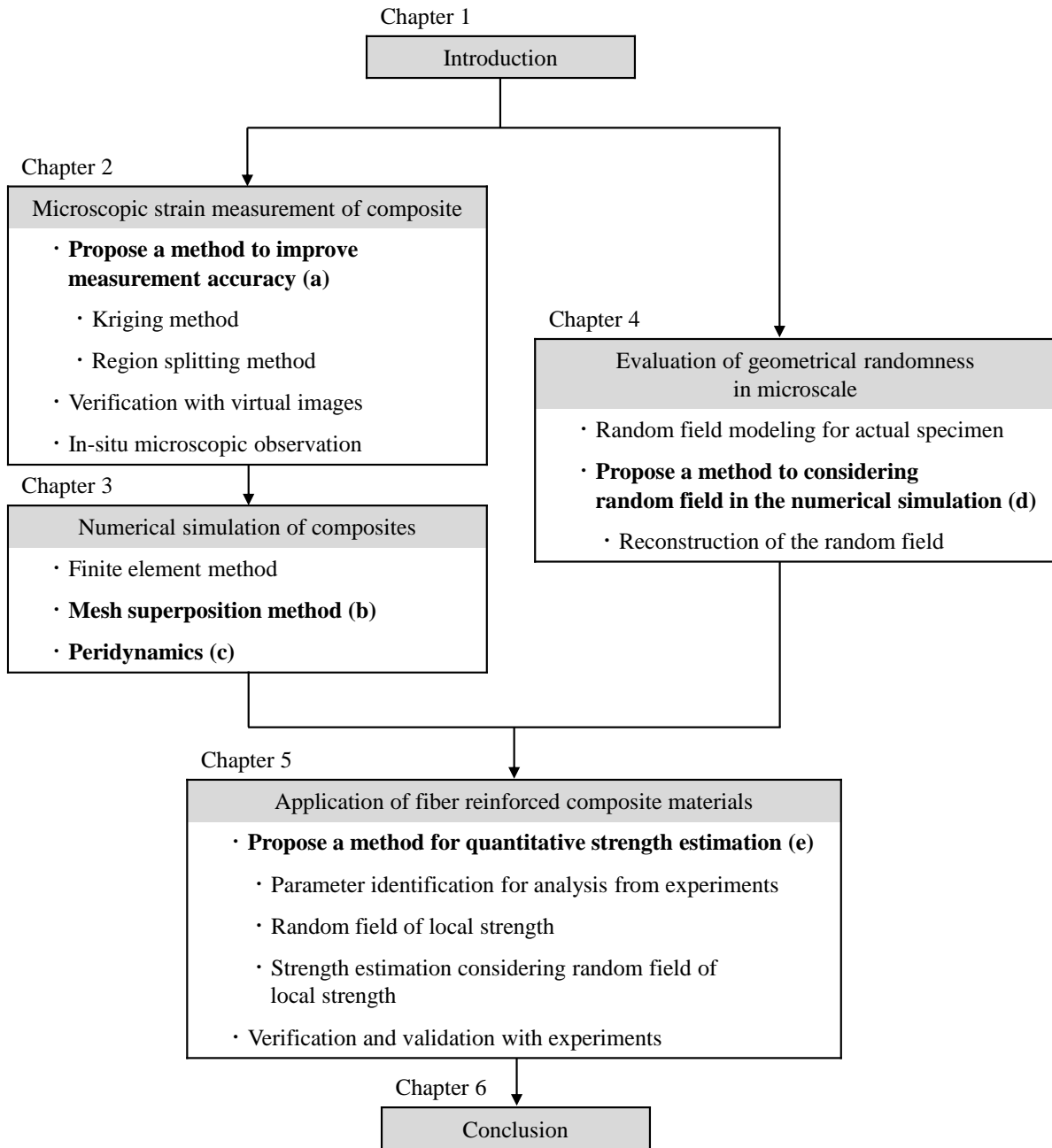


Fig.1.4 Flowchart of this study



## 第2章 微視的その場計測手法の高精度化

本章では、前節までに述べた内容のうち、数値シミュレーションによる複合材料の定量的特性推定において、実験計測技術や計測結果を解析に反映させることは強度推定精度向上に重要となる。特に、実験による不確実な微視的な物性や界面などの特性評価・同定のための微視的なひずみ場計測の高精度化手法について述べる。

### 2.1 デジタル画像相関法の概要

本研究では、前章で述べたように複合材料の微視的ひずみ場計測手法として、デジタル画像相関法 (DIC: Digital Image Correlation) [37]を用いる。DIC法は、ランダムパターンを施した試験片表面の変形前後をデジタルカメラで撮影し、画像の輝度値分布を用いて同一点探索を行い各評価点の変位を計測する手法である。また、得られた変位分布からひずみ分布を得ることができる。図2.1にデジタル画像相関法の基本原理の概要を示す。図中に示した対象領域内のある一点について、その周囲の一部領域をサブセット (Subset) とし、サブセット毎に変形後に移動した位置を探索する。探索においては、変形後画像から変形前サブセットと輝度値分布が最も類似している位置を注目点 (各評価点) の移動後の位置としている。

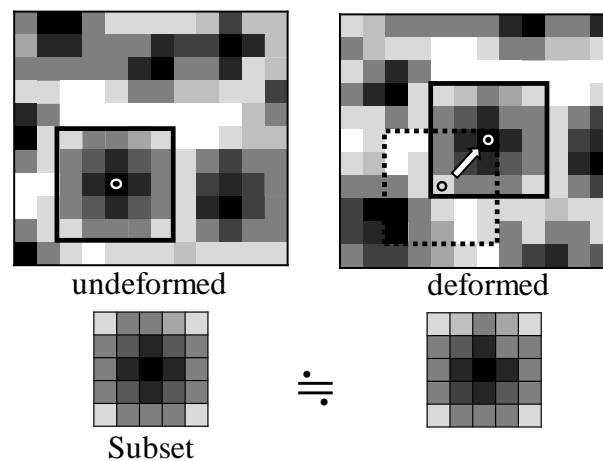


Fig.2.1 Basic principle of digital image correlation method

ここで、CCD (Charge Coupled Device) や CMOS (complementary metal-oxide semiconductor) などのイメージセンサでは、対象物のランダムパターンの情報をイメージセンサの画素毎に離散化し、輝度を整数値化することによってデジタル画像として取得している。そのためデジタル画像として得る際に情報量が

減少しているのですが、DICでは輝度値を補間し情報を復元することにより高精度化・分解能の向上を行う。

また、DICはローカルDICとグローバルDICに大別される。それぞれの概要図を図2.2に示す。ローカルDICは変形前画像からサブセットと呼ばれる小領域を取り出し、変形後画像中でサブセットの輝度値分布と最も良い相関の領域を探索する方法[37]である。グローバルDICは変形前画像を有限要素メッシュにより複数の領域に分け、変形前後画像で輝度値分布の相関が最大になる節点変位を求める方法[59]が提案されている。ローカルアプローチはグローバルアプローチより複雑な変位場を捉えることができ、サブセットサイズが11 pixel以上では、ローカルDICが優位であることが報告されていることから[60]、本研究ではサブセットを用いたローカルDIC (Subset-based local DIC)を採用する。

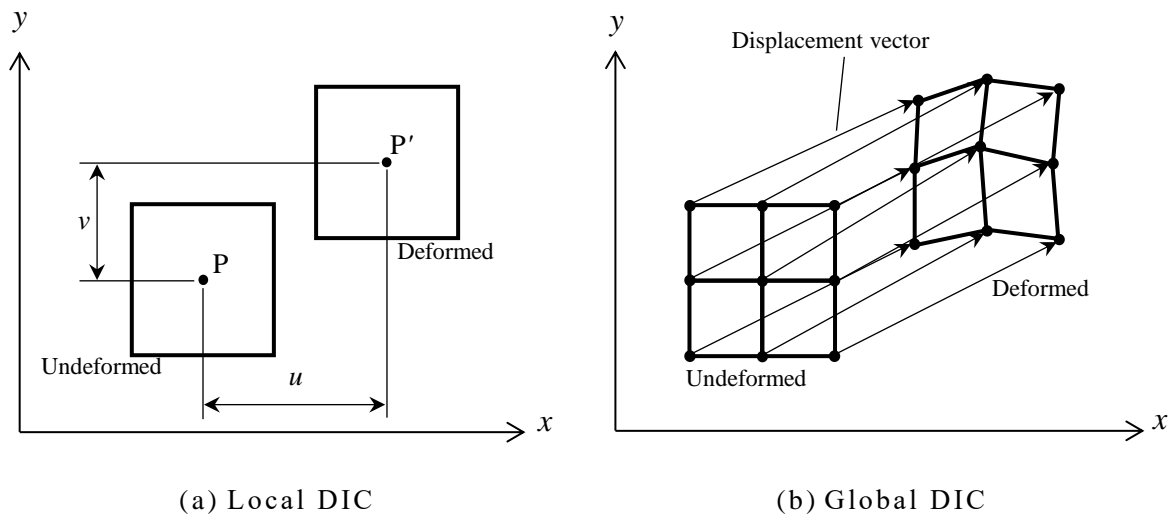


Fig. 2.2 Overview of the DIC methods

また、一般的なデジタル画像相関法の流れを図2.3に示す。図に示すように、変形前後の画像を読み込み、変位計測、ひずみ算出の順で計測を行う。

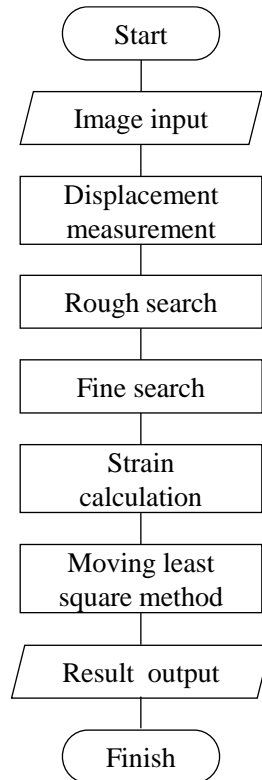


Fig.2.3 Flowchart of the DIC method

### 2.1.1 変位場計測手法

対象物の変位場は，①計測点の1画素単位の計測精度で変位量を求める粗探索（整数ピクセル変位探索），②1画素以下（サブピクセル）の精度で変位量を求める精密探索（サブピクセル変位探索）の順で計測を行う．この処理を複数の計測点に行うことで，試験片の対象領域の変位場を計測することができる．

粗探索では，サブセットと呼ばれる画像の小領域を用いて各測定点での1画素単位の变位量を求める．サブセット1辺の長さ  $N$  は  $N=2M+1$  ( $M$  は任意の自然数) とする．基準画像から測定点を中心として  $N \times N$  [pixel] のサブセットを設定し，参照画像と1ピクセルずつずらしながら相関を求め，相関が最大となる位置を移動先の位置とする．評価関数には複数の式が提案されており，本研究では，ゼロ平均正規化相互相関式 (ZNCC: Zero-mean Normalized Cross Correlation) を用いた．この式はサブセット領域内の輝度値分布を濃度分布と考え，統計量として相互相関係数を求めるため環境光の変動に強い特長を持つ[61]．

$$C_{ZNCC}(x, y, u, v) = \frac{\sum_{i=-M}^M \sum_{j=-M}^M (f(x+i, y+j) - \bar{f})(g(x+u+i, y+v+j) - \bar{g})}{\sqrt{\sum_{i=-M}^M \sum_{j=-M}^M (f(x+i, y+j) - \bar{f})^2 \sum_{i=-M}^M \sum_{j=-M}^M (g(x+u+i, y+v+j) - \bar{g})^2}} \quad (2.1)$$

ここで、 $x, y$ はサブセット中心座標、 $u, v$ はサブセット中心の $x, y$ 方向の変位、 $i, j$ はサブセット内座標、 $f, g$ は変形前後の画像の輝度値、 $\bar{f}, \bar{g}$ はサブセット内の輝度値分布の平均値であり次式で求められる。

$$\begin{aligned} \bar{f}(x, y) &= \frac{1}{N^2} \sum_{i=-M}^M \sum_{j=-M}^M f(x+i, y+j) \\ \bar{g}(x, y, u, v) &= \frac{1}{N^2} \sum_{i=-M}^M \sum_{j=-M}^M g(x+u+i, y+v+j) \end{aligned} \quad (2.2)$$

変形後におけるサブセット中心を $x', y'$ 、変形前の $x_0, y_0$ とすると、変位 $u, v$ は次式となる。

$$\begin{aligned} u &= x' - x_0 \\ v &= y' - y_0 \end{aligned} \quad (2.3)$$

精密探索では、粗探索で得られた変位を起点としてサブピクセル変位探索を行う。サブピクセル変位は近似的または反復的に求められる。変位探索を近似的に行う手法としては応答曲面法[62]があり、粗探索の相関の最も高いピクセル位置 $(x', y')$ を基準とし、その周囲の相関値を用いて、最小二乗応答曲面の極値の位置より各計測点の移動量を簡便に推定する。変位探索を反復的に行う手法としては、ニュートンラプソン法（NR：Newton Raphson method）[63]による方法が代表的であり、変形後にサブセット自体が変形することを考慮して変位を求める。図 2.4 にニュートンラプソン法の概要を示す。

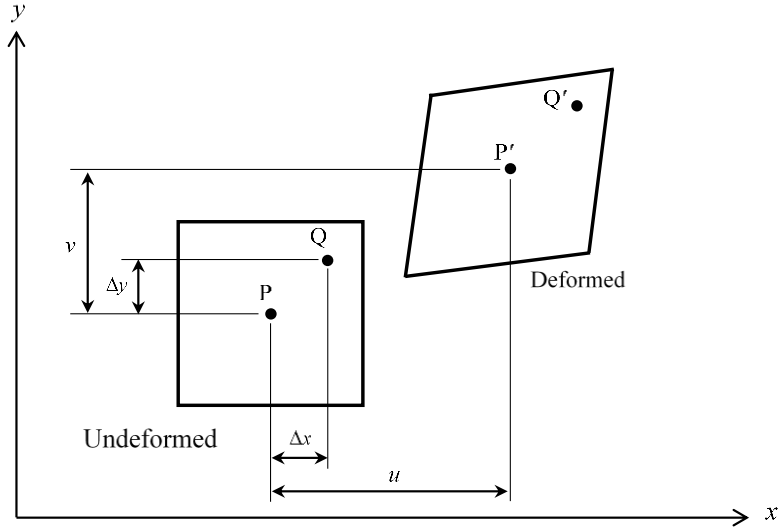


Fig. 2.4 Overview of the newton raphson method based digital image correlation method

図 2.4 は一次の変位勾配の例であるが、より複雑な変形を表すために高次の変位勾配を考慮することも可能である[64].

ここで、サブセット内での 1 次の変位勾配を仮定すると、サブセット内の変形後の座標は次式のように表される。

$$\begin{aligned} x' &= x + u + \frac{\partial u}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial u}{\partial y} \Delta y \\ y' &= y + v + \frac{\partial v}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial v}{\partial y} \Delta y \end{aligned} \quad (2.4)$$

ここでサブセットの変形項  $\mathbf{P}$  を以下のように定義する。

$$\mathbf{P} = \left\{ u \quad v \quad \frac{\partial u}{\partial x} \quad \frac{\partial u}{\partial y} \quad \frac{\partial v}{\partial x} \quad \frac{\partial v}{\partial y} \right\}^T \quad (2.5)$$

変形項は、サブセットの一樣ひずみを仮定しており、微分項は垂直ひずみおよびせん断ひずみ成分である。また評価関数には次式のゼロ平均二乗和 (ZNSSD : Zero-mean Normalized Sum of Squared Differences) を用いた。これは ZNCC と同様に環境光の変動に強い特徴を持つ[61].

$$C(x, y, \mathbf{P}) = \sum_{i=-M}^M \sum_{j=-M}^M \left[ \frac{f(x+i, y+i) - \bar{f}}{\sqrt{\sum_{i=-M}^M \sum_{j=-M}^M (f(x+i, y+j) - \bar{f})^2}} - \frac{g(x'+i, y'+j) - \bar{g}}{\sqrt{\sum_{i=-M}^M \sum_{j=-M}^M (g(x'+i, y'+j) - \bar{g})^2}} \right]^2 \quad (2.6)$$

式 (2.6) の関数値が 0 である場合，変形後のサブセットの変位位置を表す．この関数は非線形であり，ニュートンラプソン法を適用し反復的に求解する．ニュートンラプソン法では解の初期値は真値に近い必要があるため，粗探索の変位を初期値とし，変位勾配を 0 とした．探索の初期値を次式に示す．

$$\mathbf{P}^0 = \{u \quad v \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0\}^T \quad (2.7)$$

また， $k+1$  ステップにおける変形項の値は次式で表される．

$$\begin{aligned} \mathbf{P}^{k+1} &= \mathbf{P}^k + \Delta \mathbf{P}^k \\ \Delta \mathbf{P}^k &= -\frac{\nabla C(\mathbf{P}^k)}{\nabla \nabla C(\mathbf{P}^k)} \\ &= -\mathbf{H}(\mathbf{P}^k)^{-1} \nabla C(\mathbf{P}^k) \end{aligned} \quad (2.8)$$

ここで  $\Delta \mathbf{P}$  は修正量， $\mathbf{H}$  はヘッセ行列， $\nabla C$  は勾配ベクトルである．また勾配ベクトル，ヘッセ行列を次式に示す．

$$\nabla C = \left\{ \frac{\partial C}{\partial u} \quad \frac{\partial C}{\partial v} \quad \frac{\partial C}{\partial \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)} \quad \frac{\partial C}{\partial \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)} \quad \frac{\partial C}{\partial \left( \frac{\partial v}{\partial x} \right)} \quad \frac{\partial C}{\partial \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)} \right\}^T \quad (2.9)$$

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix}
\frac{\partial^2 C}{\partial u \partial u} & \frac{\partial^2 C}{\partial u \partial v} & \frac{\partial^2 C}{\partial u \partial \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)} & \frac{\partial^2 C}{\partial u \partial \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)} & \frac{\partial^2 C}{\partial u \partial \left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)} & \frac{\partial^2 C}{\partial u \partial \left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)} \\
\frac{\partial^2 C}{\partial v \partial u} & \frac{\partial^2 C}{\partial v \partial v} & \frac{\partial^2 C}{\partial v \partial \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)} & \frac{\partial^2 C}{\partial v \partial \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)} & \frac{\partial^2 C}{\partial v \partial \left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)} & \frac{\partial^2 C}{\partial v \partial \left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)} \\
\frac{\partial^2 C}{\partial \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right) \partial u} & \frac{\partial^2 C}{\partial \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right) \partial v} & \frac{\partial^2 C}{\partial \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right) \partial \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)} & \frac{\partial^2 C}{\partial \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right) \partial \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)} & \frac{\partial^2 C}{\partial \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right) \partial \left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)} & \frac{\partial^2 C}{\partial \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right) \partial \left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)} \\
\frac{\partial^2 C}{\partial \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right) \partial u} & \frac{\partial^2 C}{\partial \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right) \partial v} & \frac{\partial^2 C}{\partial \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right) \partial \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)} & \frac{\partial^2 C}{\partial \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right) \partial \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)} & \frac{\partial^2 C}{\partial \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right) \partial \left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)} & \frac{\partial^2 C}{\partial \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right) \partial \left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)} \\
\frac{\partial^2 C}{\partial \left(\frac{\partial v}{\partial x}\right) \partial u} & \frac{\partial^2 C}{\partial \left(\frac{\partial v}{\partial x}\right) \partial v} & \frac{\partial^2 C}{\partial \left(\frac{\partial v}{\partial x}\right) \partial \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)} & \frac{\partial^2 C}{\partial \left(\frac{\partial v}{\partial x}\right) \partial \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)} & \frac{\partial^2 C}{\partial \left(\frac{\partial v}{\partial x}\right) \partial \left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)} & \frac{\partial^2 C}{\partial \left(\frac{\partial v}{\partial x}\right) \partial \left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)} \\
\frac{\partial^2 C}{\partial \left(\frac{\partial v}{\partial y}\right) \partial u} & \frac{\partial^2 C}{\partial \left(\frac{\partial v}{\partial y}\right) \partial v} & \frac{\partial^2 C}{\partial \left(\frac{\partial v}{\partial y}\right) \partial \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)} & \frac{\partial^2 C}{\partial \left(\frac{\partial v}{\partial y}\right) \partial \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)} & \frac{\partial^2 C}{\partial \left(\frac{\partial v}{\partial y}\right) \partial \left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)} & \frac{\partial^2 C}{\partial \left(\frac{\partial v}{\partial y}\right) \partial \left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)}
\end{bmatrix} \quad (2.10)$$

ここで式 (2.9) の  $\mathbf{P}$  に対する一階微分形式を次式に示す.

$$\nabla C(x, y, \mathbf{P}) = \left( \frac{\partial C}{\partial P_k} \right)_{k=1, \dots, 6} \\
= -2 \sum_{i=-M}^M \sum_{j=-M}^M \left[ \frac{f(x+i, y+i) - \bar{f}}{\sqrt{\sum_{i=-M}^M \sum_{j=-M}^M (f(x+i, y+j) - \bar{f})^2}} - \frac{g(x'+i, y'+j) - \bar{g}}{\sqrt{\sum_{i=-M}^M \sum_{j=-M}^M (g(x'+i, y'+j) - \bar{g})^2}} \right] \\
\times \frac{1}{\sqrt{\sum_{i=-M}^M \sum_{j=-M}^M (g(x'+i, y'+j) - \bar{g})^2}} \cdot \frac{\partial g(x'+i, y'+j)}{\partial P_k} \Bigg|_{k=1, \dots, 6} \quad (2.11)$$

上記のヘッセ行列は関数の二階微分行列であり, G.Vendroux らの近似ヘッセ行列を用いた[65]. 近似ヘッセ行列の収束半径は 7 ピクセル程度と報告されている. 粗探索により初期値は真値の半径 1 ピクセル範囲内に位置し, 真値と十分に近いため近似ヘッセ行列が適用できると考えられる. また式 (2.10) の  $\mathbf{P}$

に関する近似二階微分を次式に示す.

$$\begin{aligned} \nabla\nabla C(x, y, \mathbf{P}) &= \left( \frac{\partial^2 C}{\partial P_m \partial P_n} \right)_{\substack{m=1, \dots, 6 \\ n=1, \dots, 6}} \\ &\approx \frac{2}{\sum_{i=-M}^M \sum_{j=-M}^M (g(x'+i, y'+j) - \bar{g})^2} \times \sum_{i=-M}^M \sum_{j=-M}^M \left[ \frac{\partial g(x'+i, y'+j)}{\partial P_m} \frac{\partial g(x'+i, y'+j)}{\partial P_n} \right]_{\substack{m=1, \dots, 6 \\ n=1, \dots, 6}} \end{aligned} \quad (2.12)$$

式 (2.11) (2.12) における輝度値の各変数に対する偏微分を次式に示す.

$$\begin{aligned} \frac{\partial g(x, y, \mathbf{P})}{\partial P_1} &= \frac{\partial g(x, y, \mathbf{P})}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial P_1} + \frac{\partial g(x, y, \mathbf{P})}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial P_1} = \frac{\partial g(x, y, \mathbf{P})}{\partial x} \\ \frac{\partial g(x, y, \mathbf{P})}{\partial P_2} &= \frac{\partial g(x, y, \mathbf{P})}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial P_2} + \frac{\partial g(x, y, \mathbf{P})}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial P_2} = \frac{\partial g(x, y, \mathbf{P})}{\partial y} \\ \frac{\partial g(x, y, \mathbf{P})}{\partial P_3} &= \frac{\partial g(x, y, \mathbf{P})}{\partial x} \Delta x \\ \frac{\partial g(x, y, \mathbf{P})}{\partial P_4} &= \frac{\partial g(x, y, \mathbf{P})}{\partial x} \Delta y \\ \frac{\partial g(x, y, \mathbf{P})}{\partial P_5} &= \frac{\partial g(x, y, \mathbf{P})}{\partial y} \Delta x \\ \frac{\partial g(x, y, \mathbf{P})}{\partial P_6} &= \frac{\partial g(x, y, \mathbf{P})}{\partial y} \Delta y \end{aligned} \quad (2.13)$$

ここで  $\Delta x, \Delta y$  はサブセット中心からの距離を示し, 式 (2.11) (2.12) の  $i, j$  に対応する. 式 (2.13) では任意位置での輝度値勾配が必要であり, 画像の離散的な輝度値を補間することによって求められる. 本研究では, 高い信号雑音比 (画像ノイズの影響を補間関数がどの程度受けるであり, 画像のランダムノイズに対する輝度値の補間関数のロバスト性を表す), 実装の容易さの観点 [66] から 3 次スプライン補間を用いた.

また収束条件は次の式を用いた.

$$\sqrt{(u^{k+1} - u^k)^2 + (v^{k+1} - v^k)^2} \leq 0.001 \text{ pixel} \quad (2.14)$$



### 2.1.2 ひずみ場算出手法

ひずみは変位場を微分することによって得ることができる．しかし変位場の各計測点の計測値には計測誤差が含まれているため，変位場の誤差が大きい場合，微分により誤差の拡大につながる．また，式(2.5)のサブセットの変位勾配をひずみとして用いることも可能であるが，その精度はサブセットのサイズや仮定している変位勾配の次数の影響を大きく受ける．そのため，一般的に DIC でひずみを求めるためには移動最小二乗法がよく用いられている．

移動最小二乗法（Moving Least Square Method）は，離散的に得られた変位場の各計測点を中心とする局所的な小領域に対し最小二乗法により変位場を平面（または曲面）で近似し，近似された変位場を微分することでひずみを求める手法である [56]．ここで小領域は図 2.5 で示す影響半径  $R$  で定義され，影響半径内の計測点における変位量を用いて平面の方程式の係数を求める．ここで影響半径  $R$  は計測誤差低減のパラメータとなるが，値を大きくすると計測誤差の影響は低減される一方，ピーク値が平滑化されることに注意する必要がある．

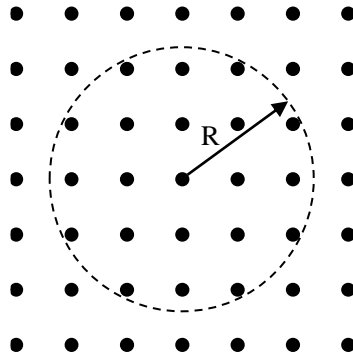


Fig.2.5 Radius of influence circle for strain calculation

本研究では，局所的な変位場は線形的であると仮定し，近似関数は 1 次関数とした． $x$  方向変位  $u$  に対する近似関数  $\hat{u}(\mathbf{P})$  を最小二乗法により求める場合，次式の最小化することで係数が求められる．

$$\hat{u}(\mathbf{P}) = p_1 + p_2x + p_3y + p_4xy \quad (2.15)$$

$$\sum_{i=1}^n (u_i - \hat{u})^2 = \sum_{i=1}^n (u_i - (p_1 + p_2x + p_3y + p_4xy))^2 \quad (2.16)$$

ここで， $\mathbf{P}$  は平面を表す関数の係数である．また，式 (2.16) を行列とベクト

ルを用いて整理すると以下に示す式となる.

$$\|\mathbf{AP} - \mathbf{b}\|^2 \quad (2.17)$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 & x_1 y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 & x_2 y_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_n & y_n & x_n y_n \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

$$\mathbf{b} = \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_n \end{Bmatrix} \quad (2.19)$$

式 (2.17) を最小とする解は唯一であり, 以下の正規方程式から求められる.

$$\mathbf{P} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{b} \quad (2.20)$$

同様に  $y$  方向変位  $v$  に対して平面の係数を求めると, ひずみは次式の変位-ひずみ関係を用いることにより求められる.

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} \quad (2.21)$$

## 2.2 Kriging 法によるひずみ場算出手法

Kriging 法は空間統計学における補間手法であり, バリオグラムに基づいて, ある地点における値を周囲の計測値から推定する方法である [67][68]. バリオグラムとは空間確率場の特性であり, 推定された空間確率場を考慮して任意の地点の値を推定する点が特徴である. Kriging 法の概念図を図 2.6 示す. 推定の過程において予測誤差分散が最小化されるようにパラメータ値が推定され, 計測データからの補間では, 図で表されるように信頼区間の中央を通るように推定される. 本研究では, 変位計測で得られた計測誤差を含む変位データを基に

Kriging 法により近似応答関数を生成し、任意の位置における変位およびひずみ値を推定する手法を提案している．これを Kriging-Digital Image Correlation (K-DIC) 法と呼ぶ．

バリオグラムを推定する方法としては、主に経験セミバリオグラム[69]または最尤推定法[70]がある．バリオグラムの計算コストは経験セミバリオグラムを用いる場合は計測点数に関わらずほぼ一定であるのに対し、最尤推定法では補間関数同定の過程において逆行列の演算を何度も行う必要があり、推定に用いる計測点数が増加するとパラメータ推定の計算コストが指数関数的に増加する問題点がある．本研究で対象とする画像計測においては多数の計測点の変位場の推定を行うため、経験セミバリオグラムを用いる手法が有利であるといえる．

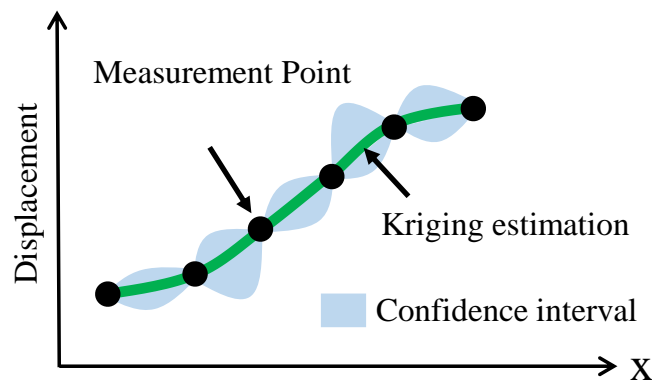


Fig.2.6 A conceptual view of the Kriging-based estimation

### 2.2.1 経験セミバリオグラムに基づく通常 Kriging

経験セミバリオグラムに基づく通常 Kriging 法[68]における任意の位置  $\mathbf{s}_0$  の値  $\hat{z}(\mathbf{s}_0)$  の線形予測量は次式で表される．

$$\hat{Z}(\mathbf{s}_0) = \sum_{i=1}^n w_i Z(\mathbf{s}_i) \quad (2.22)$$

ここで、 $n$  は測定点数、 $\mathbf{w} = \{w_1, w_2, \dots, w_n\}^T$  は重み係数である．すなわち Kriging 法は、計測データの加重平均により任意の位置の値を予測する手法といえる．ここで重み  $\mathbf{w}$  は空間内の予測誤差を最小化するように決定され次式で表される．

$$\mathbf{w} = \Gamma^{-1} \boldsymbol{\gamma}^* + \left( \frac{\mathbf{1} - \mathbf{1}^T \Gamma^{-1} \boldsymbol{\gamma}^*}{\mathbf{1}^T \Gamma^{-1} \mathbf{1}} \right) \Gamma^{-1} \mathbf{1} \quad (2.23)$$

ここで  $\boldsymbol{\Gamma}$  および  $\boldsymbol{\gamma}^*$  はセミバリオグラム行列およびベクトルであり次式で表される.

$$\boldsymbol{\gamma}^* = \{\gamma(\mathbf{s}_1 - \mathbf{s}_0), \dots, \gamma(\mathbf{s}_n - \mathbf{s}_0)\} \quad (2.24)$$

$$\boldsymbol{\Gamma} = \{\gamma(\mathbf{s}_i - \mathbf{s}_j)\}_{ij} \quad (2.25)$$

なお,  $\gamma$  は後述するセミバリオグラム関数である.

Kriging 法では, 空間内の値の分布に対して適当な確率モデルを仮定する. これはセミバリオグラムと呼ばれ, 確率場の分散を表すための関数モデルである. 本研究では, 計測データの空間の特徴からガウス型セミバリオグラムを用いた. また式(2.26)の  $\boldsymbol{\theta}$  を決めるために経験セミバリオグラムを用いた. 以下にガウス型セミバリオグラムを示す.

$$\gamma(\mathbf{h}_i; \boldsymbol{\theta}) = \begin{cases} \theta_0 + \theta_1 \left[ 1 - \exp\left(-\left\{\frac{|\mathbf{h}_i|}{\theta_2}\right\}^2\right) \right], & \mathbf{h}_i = \mathbf{s}_i - \mathbf{s}_0 : |\mathbf{h}_i| \neq 0 \\ 0 & : |\mathbf{h}_i| = 0 \end{cases} \quad (2.26)$$

ここで  $\theta_0, \theta_1, \theta_2$  はモデルパラメータである.

ひずみの計算には変位場の一次勾配の計算が必要となる. 式(2.22)の  $\mathbf{s} = \mathbf{s}_0$  における勾配成分は次式で表される [71].

$$\left. \frac{\partial \hat{Z}(\mathbf{s})}{\partial \mathbf{s}} \right|_{\mathbf{s}=\mathbf{s}_0} = \sum_{i=1}^n \left. \frac{\partial w_i}{\partial \mathbf{s}} \right|_{\mathbf{s}=\mathbf{s}_0} Z(\mathbf{s}_i) \quad (2.27)$$

$$\frac{\partial \mathbf{w}}{\partial \mathbf{s}} = \Gamma^{-1} \frac{\partial \boldsymbol{\gamma}^*}{\partial \mathbf{s}} + \left( \frac{\mathbf{1}^T \Gamma^{-1}}{\mathbf{1}^T \Gamma^{-1} \mathbf{1}} \right) \frac{\partial \boldsymbol{\gamma}^*}{\partial \mathbf{s}} \Gamma^{-1} \mathbf{1} \quad (2.28)$$

よって任意の位置  $\mathbf{s}_0 (= (x_0, y_0))$  におけるひずみは次のように表される.

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} \approx \frac{\partial \hat{Z}_u(\mathbf{s})}{\partial x} \Big|_{x=x_0} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial w_i}{\partial x} \Big|_{x=x_0} Z_u(\mathbf{s}_i) \quad (2.29)$$

$$\varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} \approx \frac{\partial \hat{Z}_v(\mathbf{s})}{\partial y} \Big|_{y=y_0} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial w_i}{\partial y} \Big|_{y=y_0} Z_v(\mathbf{s}_i) \quad (2.30)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \approx \frac{1}{2} \left( \sum_{i=1}^n \frac{\partial w_i}{\partial y} \Big|_{y=y_0} Z_u(\mathbf{s}_i) + \sum_{i=1}^n \frac{\partial w_i}{\partial x} \Big|_{x=x_0} Z_v(\mathbf{s}_i) \right) \quad (2.31)$$

### 2.2.2 ns-Kriging 法

Kriging 法は厳密な補間法であるため、推定位置とデータ計測位置が一致する場合には、推定値はその点でのデータ値と完全に一致する[72]。これはしばしば推定値の不連続性などの原因となる。そのためノイズ含むデータを用いて連続かつ滑らかな補間を行う際には、何らかの処理を必要とする。ノイズを含むデータに対して、Sakata らは、応答曲面に関するセミバリオグラム関数を修正するとともに、セミバリオグラムパラメータの決定に利用する経験セミバリオグラムにおいてデータのばらつきを考慮することで、ノイズを含むデータにも適用可能な方法（Noise-resistant Smoothed Kriging : ns-Kriging）を提案している[73]。

ns-Kriging では予測面のセミバリオグラム関数でもナゲット効果を作用させることで滑らかな予測面を得ることが可能となり、次式で表される。

$$\gamma^*(\mathbf{h}_i, \boldsymbol{\theta}) = \theta_0 + \theta_1 \left[ 1 - \exp \left( - \left\{ \frac{|\mathbf{h}_i|}{\theta_2} \right\}^2 \right) \right] \quad (2.32)$$

またパラメータの決定のために Cressie 基準[69]を修正した次式の重み付き最小二乗基準を用いる。

$$\begin{aligned}\text{WRSS}(\boldsymbol{\theta}) &= \sum_{k=1}^K \frac{|N_k|}{\gamma(\mathbf{h}_k, \boldsymbol{\theta})} \left( \hat{\gamma}^*(\mathbf{h}_k) - \gamma(\mathbf{h}_k, \boldsymbol{\theta}) \right)^2 \\ &= \sum_{k=1}^K \frac{|N_k|}{\gamma(\mathbf{h}_k, \boldsymbol{\theta})} \left( \hat{\gamma}(\mathbf{h}_k) - 8\theta_0^2 - \gamma(\mathbf{h}_k, \boldsymbol{\theta}) \right)^2\end{aligned}\tag{2.33}$$

$$\hat{\gamma}(\mathbf{h}_k) = \frac{1}{2|N_k|} \sum_{N_k} \left( Z(\mathbf{s}_i) - Z(\mathbf{s}_j) \right)^2\tag{2.34}$$

式 (2.33) を最小化させることでパラメータを決定することができる。最小化には勾配法などの最適化ルーチンなどを用いる。しかし式 (2.33) は  $\boldsymbol{\theta}$  に関する多峰性関数である場合があり、局所解に陥る可能性に注意が必要である。そのため本研究では、関数 WRSS の最小化には大域的最適化手法である粒子群最適化 (Particle Swarm Optimization, PSO) [74]を用いた。

### 2.3 領域分割による精度向上

本研究では、不均質材料である複合材料の微視構造を計測対象としている。一方、前述の通り ns-Kriging 法 (以降 Kriging 法) で与えられる分布は滑らかで連続的な分布となる。しかし、不均質材料の変位場は滑らかでないことがある。そのため Kriging 法を領域全体に適用すると、推定される変位とひずみが不正確となる場合がある。よって、Kriging 法は単一材料の領域に対して適用されることが望ましいと言える。本研究では、この問題に着目し、複合材料の微視的ひずみ計測における Kriging-DIC の精度向上のために、領域分割法 (RSM) を併用する手法を提案する。

提案手法の主要な点は、対象領域を均質材料のサブ領域に分割し、連続な各領域に対して Kriging 法を適用することである。分割手順の概要を図 2.7 に示す。また、処理の流れは次の通りである。

1. 変形前後画像から対象物の変位およびひずみ場の推定する。
2. ひずみ場からひずみ勾配を計算し、ひずみ勾配のピークを検出する。
3. サブ領域の境界は、検出されたひずみ勾配ピークに従って生成される。

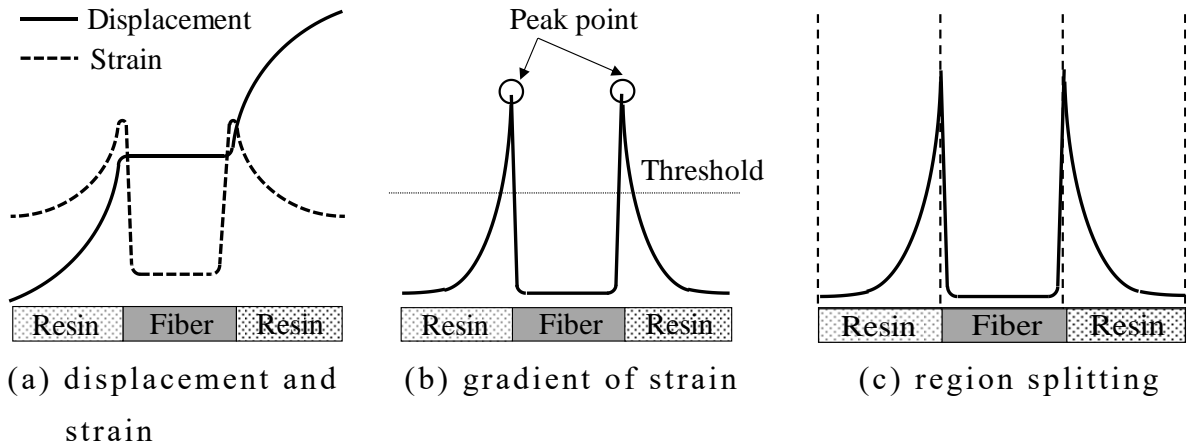


Fig.2.7 Outline of the region splitting procedure

次に領域分割手順の具体的な処理過程を図 2.8 に示す．対象計測領域（図 2.8(a)）に対して，従来の DIC により変位場を一旦推定する．次に推定された変位場とひずみ場を図 2.8(b), (c)のように作成し，ひずみ場からひずみ勾配場を図 2.8(d)のように作成する．異種材料の境界を表すひずみ勾配のピークは，図 2.8(e)のように作成される，異種材料の境界はピーク検出後の閾値によって決定される．また，図 2.8(e)を用い，異なる閉領域に対し図 2.8(f)のように番号付けする．ここで，ひずみおよびひずみ勾配は，計測された変位場から移動最小二乗法によって推定される．ひずみ勾配に対し，次式のように閾値  $\alpha$  によって二値化することでピーク検出画像を得る．ピーク検出画像は，Suzuki85[75]のアルゴリズムによりサブ領域に分割する．

$$f' = \begin{cases} 255 & f(x, y) \geq \alpha \\ 0 & f(x, y) < \alpha \end{cases} \quad (2.35)$$

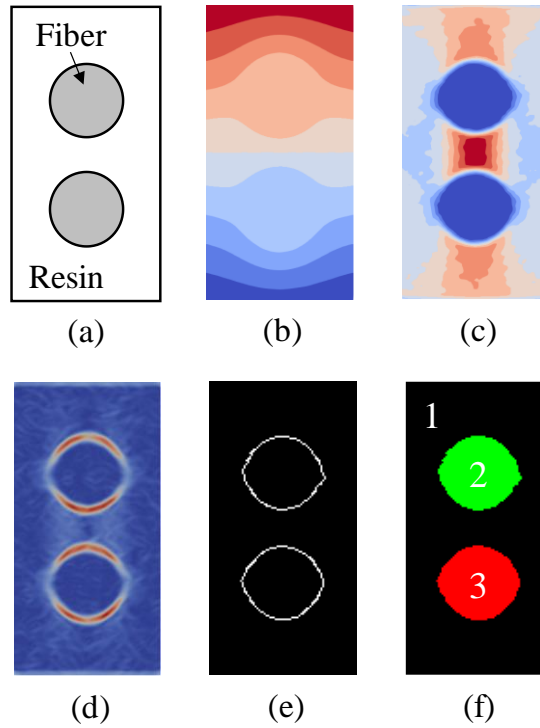


Fig. 2.8 Overview of the region splitting method

以上の K-DIC と領域分割法を併用した提案手法の計測の流れを図 2.9 に示す. なお, 本手法はひずみ勾配情報を用いて自動的に領域分割を行っているが, 手動で明示的にサブ領域を予め分け, サブ領域に ns-Kriging 法を適用してもひずみの不連続性を考慮することは可能である.



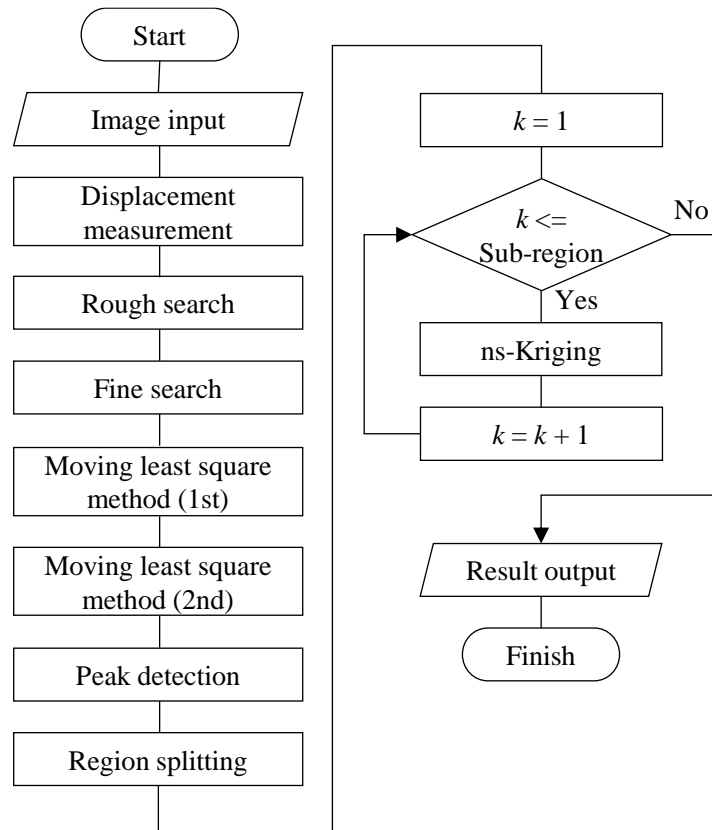


Fig. 2.9 A flowchart of Kriging-digital image correlation with region splitting method

## 2.4 仮想画像による提案手法の有効性の検証

提案手法の妥当性と有効性の検証にあたり，実験では意図しない不確定な誤差が入る可能性があり，評価が容易でない面がある．そこで本研究では，提案手法の有効性の検証のために，第一段階としてコンピュータ上で生成した仮想的な変形画像を用いて評価することとした．本検証にはオープンアクセスの画像セットである Society for Experimental Mechanics から提供されている DIC Challenge[76]および独自に作成した画像を用いる．検証問題は下記の3種類とし，変位場およびひずみ場の推定を行った．

1. 仮想変位場の画像にノイズが生じた問題
2. 正弦波変位場 (DIC Challenge sample-14)の画像
3. 繊維強化複合材料の数値シミュレーション結果から生成した仮想画像

### 2.4.1 仮想画像の生成方法

検証において，一部の画像についてはランダムパターン画像をコンピュータ上で変形，ノイズを与えることによって生成する．画像生成プログラムは python によって作成した．例として，1次元での画像の作成手順および概要を図 2.10

に示す.

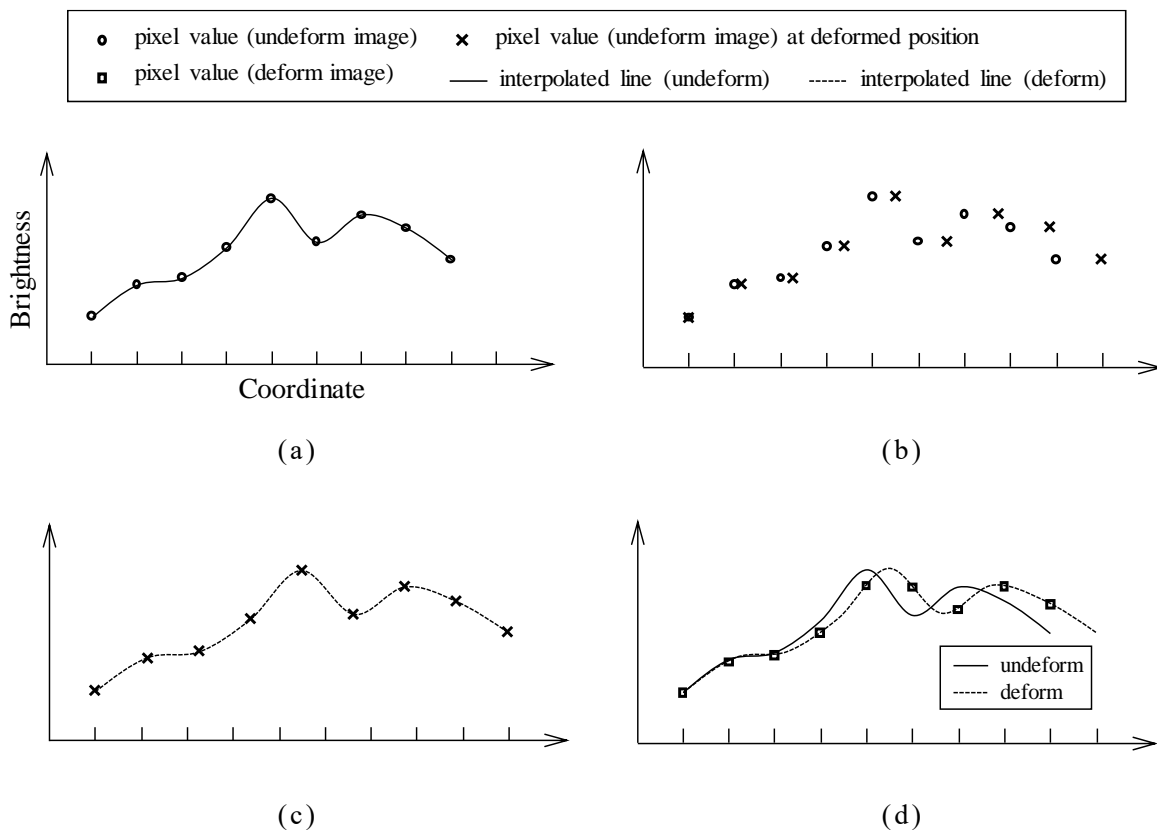


Fig.2.10 Overview of the virtual image generation

また，仮想画像生成処理の流れは次の通りである．

- (a) ランダムパターン画像，変位場データのデータを用意する．本研究では，ランダムパターン画像は DIC Challenge 内の画像，全ピクセルの変位は任意の関数または有限要素法の解析結果によって与える．
- (b) 各ピクセルの座標に変位を与える．
- (c) 三次関数によりピクセル間の値を補間する．
- (d) 補間した関数より各ピクセル位置での輝度値を求める．

以上の手順により，変形後画像を生成する．

対象画像に仮想的にノイズを与える場合，変形後画像に対してガウシアンノイズを与える．この場合，各ピクセルに平均 0，標準偏差  $\sigma$  の正規乱数を輝度値に与える．標準偏差  $\sigma$  を変えることによって，画像に対するノイズを変化させることができる．

#### 2.4.2 ノイズを含む画像に対する提案手法の有効性の検討

本節では，画像のノイズに対する K-DIC の有効性の検討を行う．ここでは仮

想画像に前述のガウシアンノイズを与え、DICおよびK-DICにより変位場・ひずみ場計測を行う。与える変位場は図 2.11 のような繊維近傍の非線形な変位場を仮定する。図中の(b)は(a)のモデルに対する  $x$  方向変位場であり、繊維近傍の領域における非線形に変位及びひずみが増加する場を想定している。

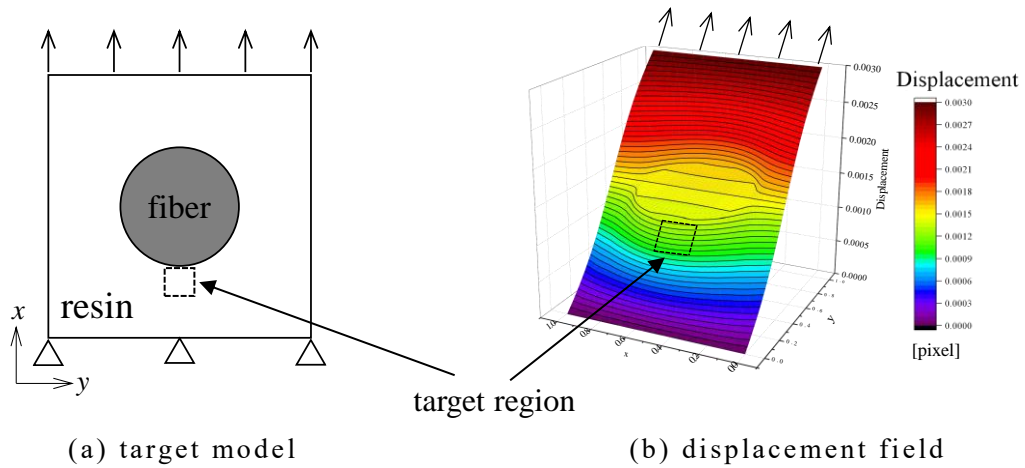


Fig.2.11 Assumed displacement field in microstructure of FRP

この考えに基づき、仮想画像の変位場は次式とした。変位関数はひずみ分布が二次関数となり、かつ画像端でのひずみが 0.01 となるように  $\alpha$  を決定した。ひずみ関数を積分することにより変位関数が得られる。また、式(2.36)の変位およびひずみ場を図 2.12 に示す。

$$\begin{aligned}
 u(x, y) &= 1/3\alpha x^3 \\
 \varepsilon(x, y) &= \alpha x^2 \\
 \alpha &= 0.01/600^2
 \end{aligned}
 \tag{2.36}$$

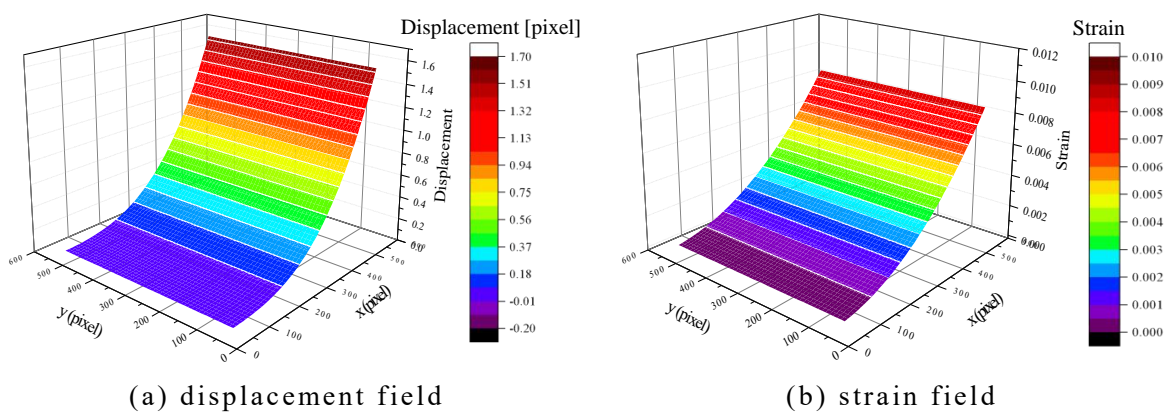


Fig.2.x Displacement and strain field in eq.2.36

今回用いた画像サイズは 600x600 pixel である．生成された変形前後の画像および計測点を図 2.13 に示す．図 2.13(c)で示すように計測点は画像の周囲 50 pixel に余白をとり，その内部について各軸方向に 51 点（計 2601 点）とし格子状に配置した．

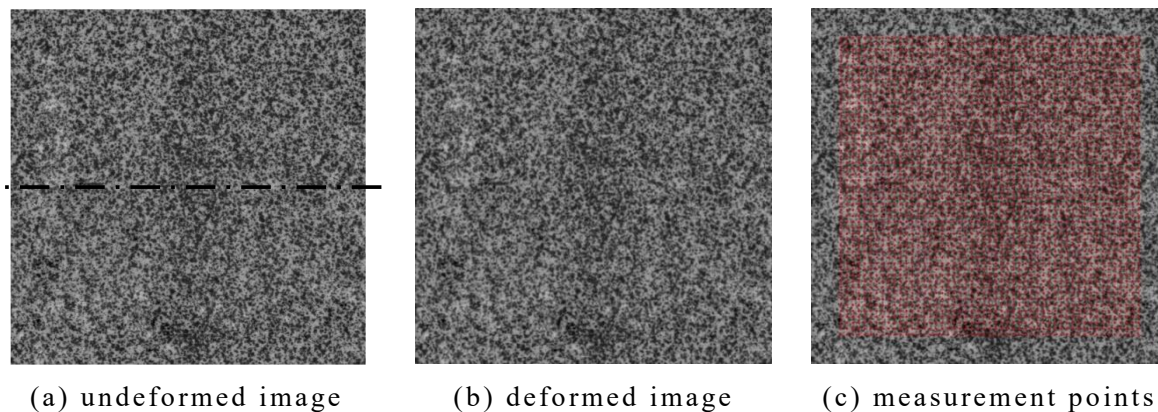


Fig.2.13 Target images

一般的なカメラでのガウシアンノイズの標準偏差は 1 から 2 程度であり，マシビジョンカメラでは 5 となることもある [76]．そこで本研究では  $\sigma=1, 3, 5$ ，そして更に大きいノイズ ( $\sigma=7$ ) についても検討を行った．変形後画像の輝度値に平均 0，標準偏差  $\sigma$  のガウシアンノイズを与えた．ノイズの例を図 2.14 に示す．図中下部はノイズ成分のプロットの例である．

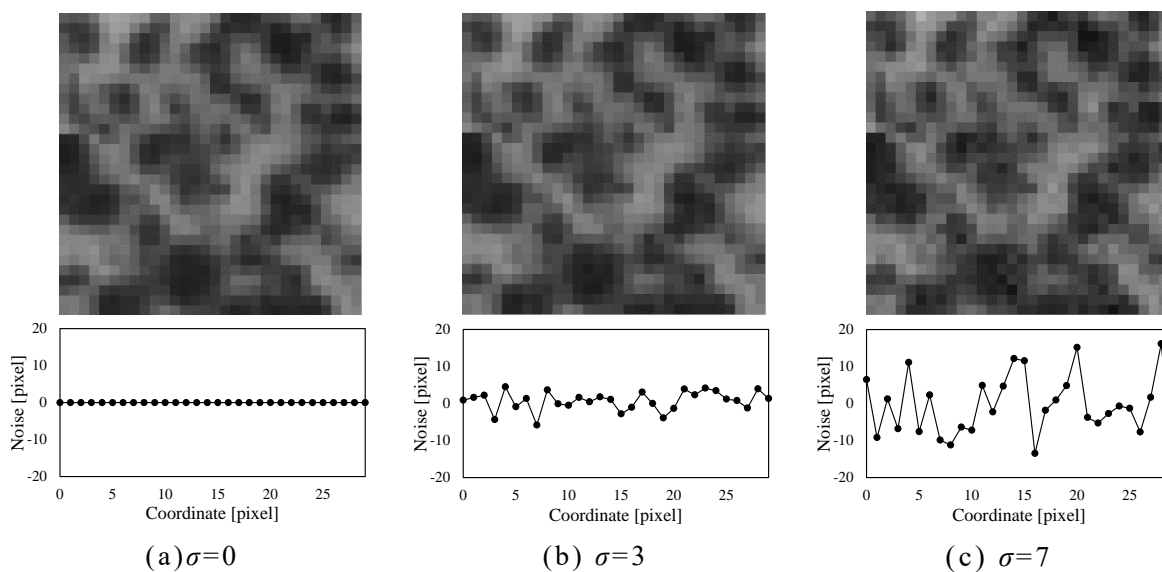


Fig.2.14 An example of gaussian-noise in the image

図 2.14 のようにノイズを与えると変形前後の輝度値分布が異なることに起因し，精密探索においてサブセットの相関値が低下し，変位計測誤差が生じる．また， $\sigma$ が大きくなると変位計測誤差が大きくなることが想定される．

本問題設定に対し，まず従来の DIC により変位計測を行った．計測においてサブセットサイズは 29 pixel とした．得られた変位場の結果を図 2.15 に示す．

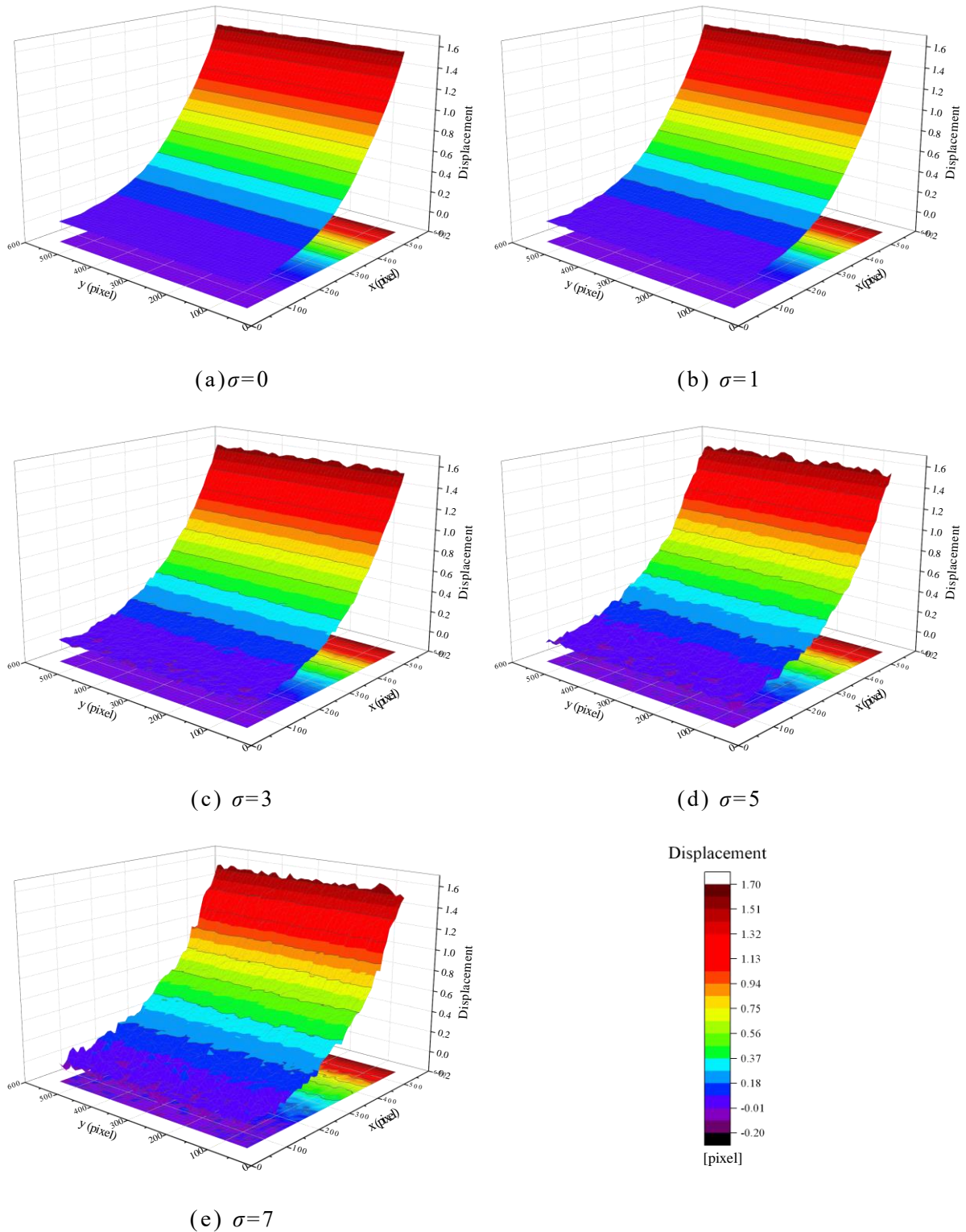


Fig.2.15 Displacement distributions obtained by DIC

図 2.15 より，ガウシアンノイズが増加するにつれて変位分布の計測誤差が増加しており，また滑らかではない変位場が得られていることがわかる．次に，移動最小二乗法で得られたひずみ分布を図 2.16 示す．

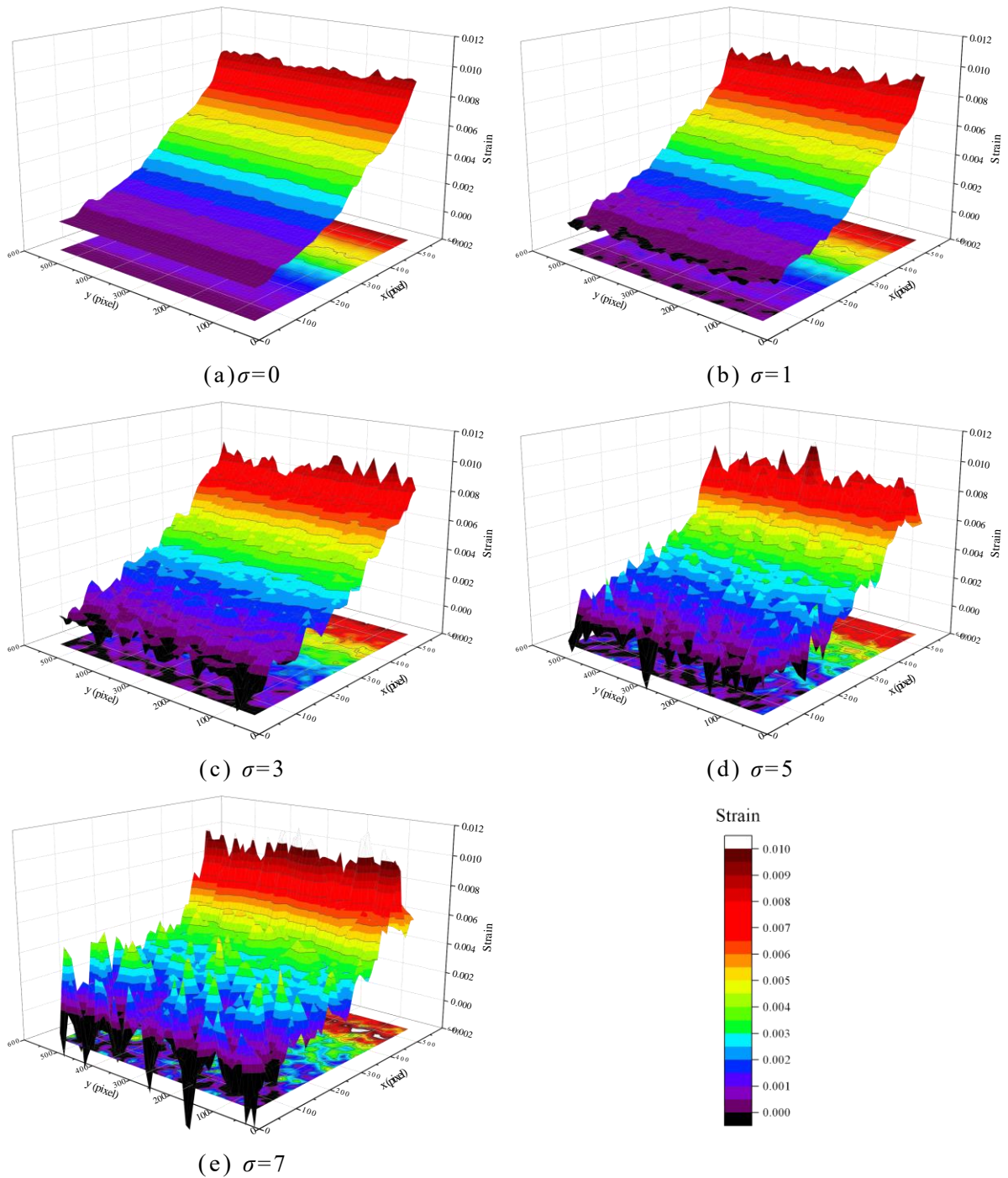


Fig.2.16 Strain distributions obtained by the moving least square method

ひずみは変位場を微分することによって得られるため，変位分布のノイズによる計測誤差が拡大される．またノイズが大きくなると変位に比べより顕著に分布が乱れる．図 2.16 は図 2.15 に比べ，分布のゆらぎが増大しており， $\sigma$  が大きくなるにつれ，そのゆらぎが大きくなっていることが確認できる．

次に，提案手法である K-DIC で得られたひずみ分布を図 2.17 示す．

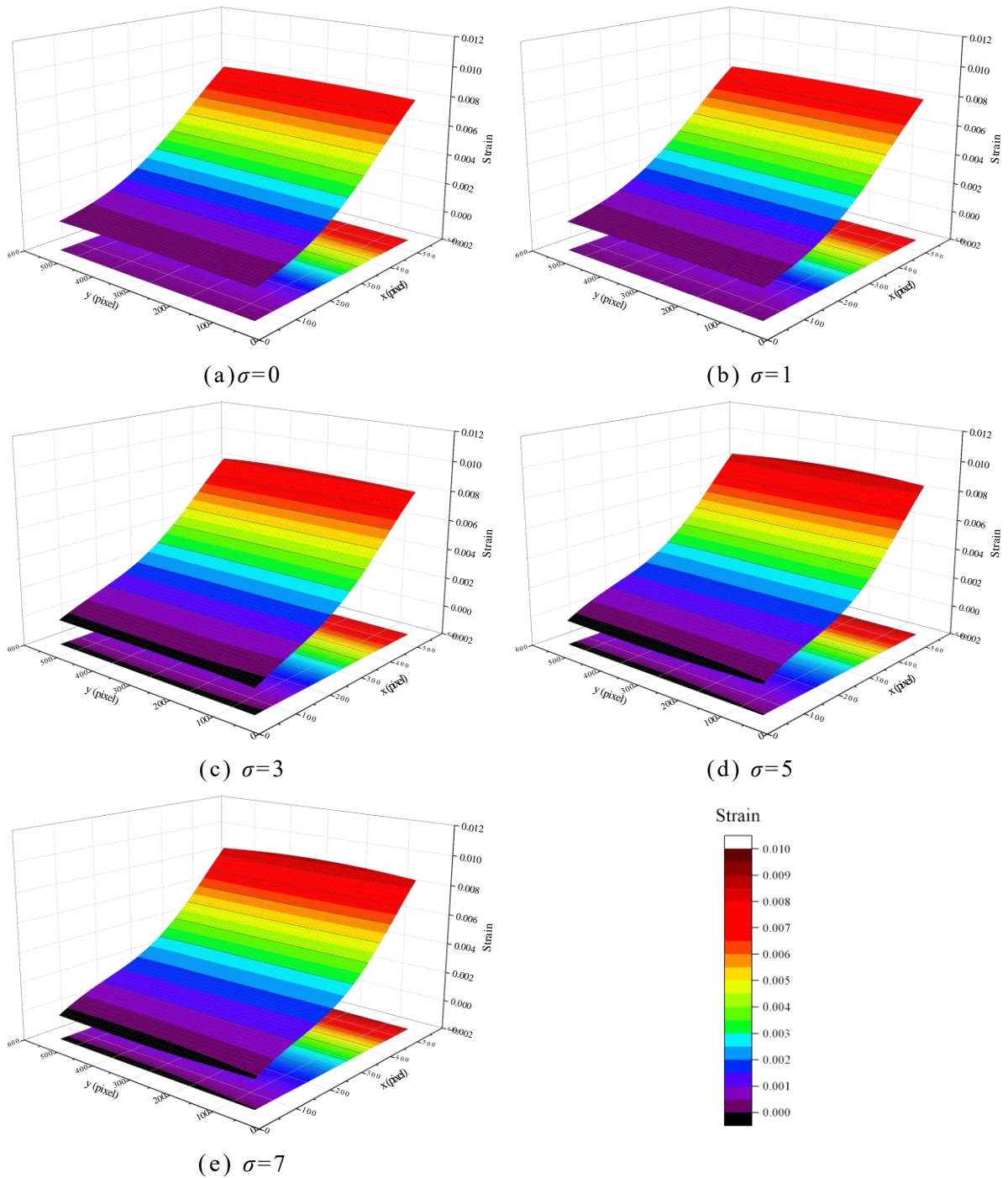
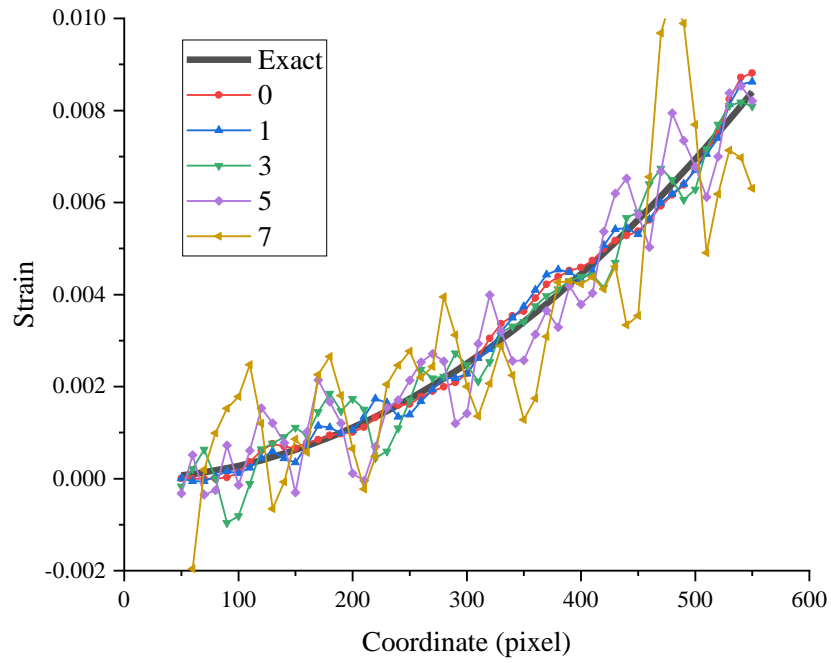


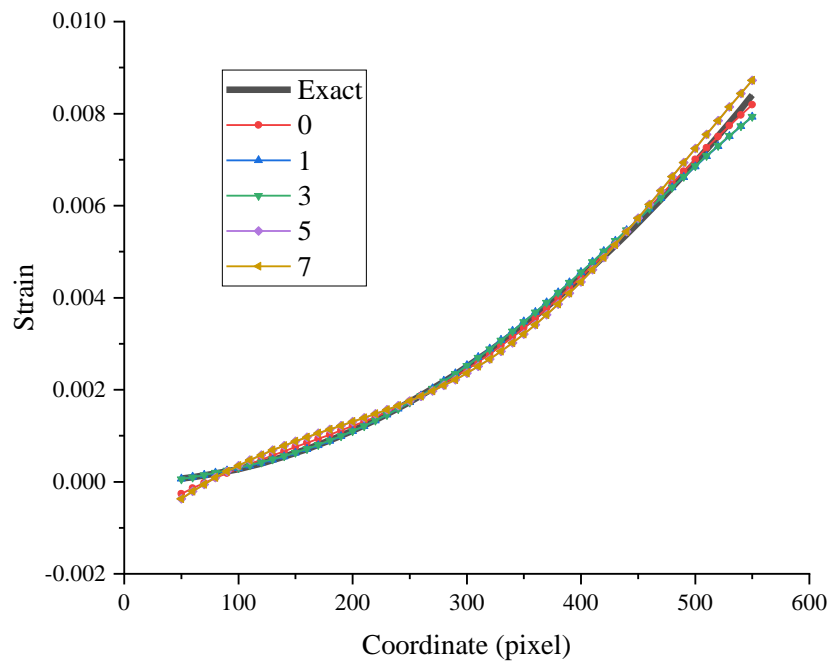
Fig.2.17 Strain distributions obtained by the Kriging method

図 2.17 より, K-DIC ではノイズの影響がほとんど見られず滑らかな分布となっている. またノイズが増加しても良好にひずみ算出を行うことができた. さらに, 図 2.13(a)の画像の中央部分 ( $y=300$  pixel) の位置での移動最小二乗法と Kriging 法で得られたひずみを比較した. 各手法における各ノイズレベルに対するプロットを図 2.18 に示す.





(a) moving least square method



(b) Kriging method

Fig. 2.18 Strain distribution estimated by each method at the center line

図 2.18 より，移動最小二乗法ではノイズの増加に従い，分布の乱れが極めて大きくなることを確認できる．その一方で，Kriging 法では分布がほとんど乱れず，ロバストにひずみの算出が行えていることが確認できた．

### 2.4.3 正弦波変位場に対する有効性の検討

次に，一般的な DIC ソフトウェアとの比較を行うことを目的として，本節ではオープンアクセスの画像セットを用いて手法の検証を行う．本検証には Society for Experimental Mechanics から提供されている DIC Challenge[76]を用いた．DIC Challenge では商用・大学・研究所の複数のソフトウェアで検証されている．このうち，Sample14 は空間的に変化する正弦変位場であり，複合材料内で想定される複雑なひずみ場を考慮して本例題を採用した． $x$  方向の変位は次式で定義されている．

$$u(x) = 2\pi\alpha \cos\left(\frac{2\pi x}{n}\right) \quad (2.37)$$

ここで  $n$  および  $\alpha$  は相対周期および振幅であり，この式は変化する周波数および一定の振幅の正弦波を生成する．また画像には  $0 \sim 5\sigma$  のノイズが含まれている点に注意する必要がある．使用した画像は，基準画像に Sample14\_Reference.tif，参照画像に Sample14\_L5 Amp0.1.tif を用いた．ここで図 2.19 に Sample14\_L5 Amp0.1.tif の変位場およびひずみ場を示す．

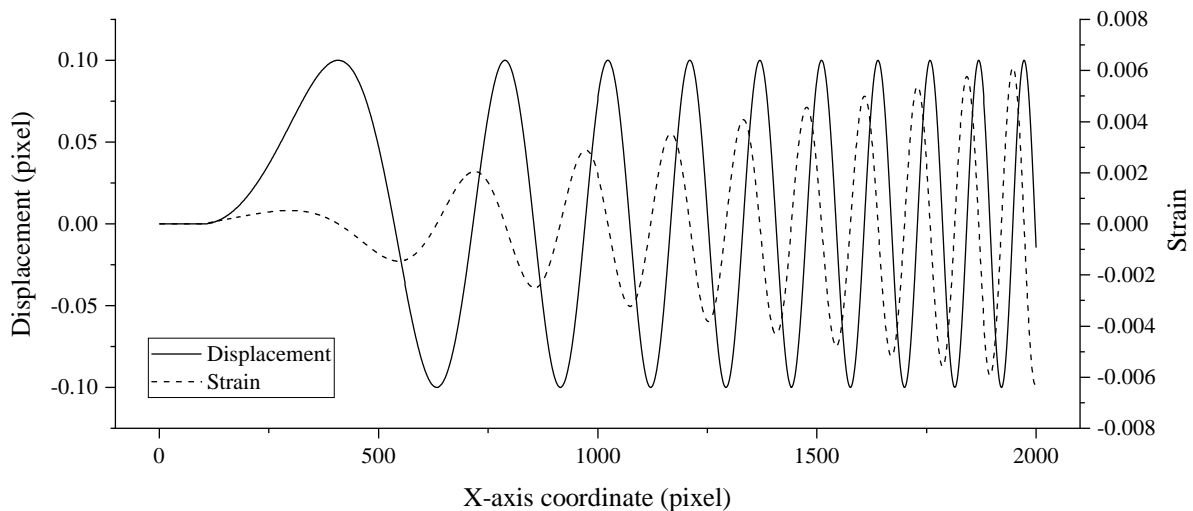


Fig.2.19 Displacement and strain fields of Sample 14 L5 Amp0.1.tif

サブセットサイズ  $N$  は 31 pixel とし，5 pixel 間隔で DIC および K-DIC により計測を行った．変位およびひずみの計測結果を図 2.20，図 2.21 に示す．

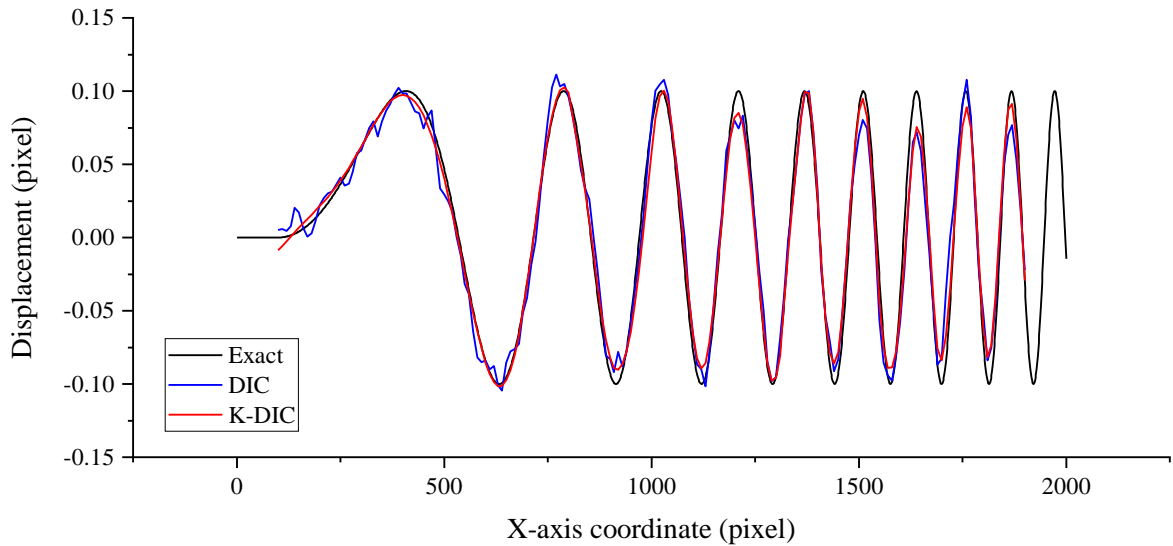


Fig.2.20 Estimated results of the displacement field by the conventional DIC and the proposed method

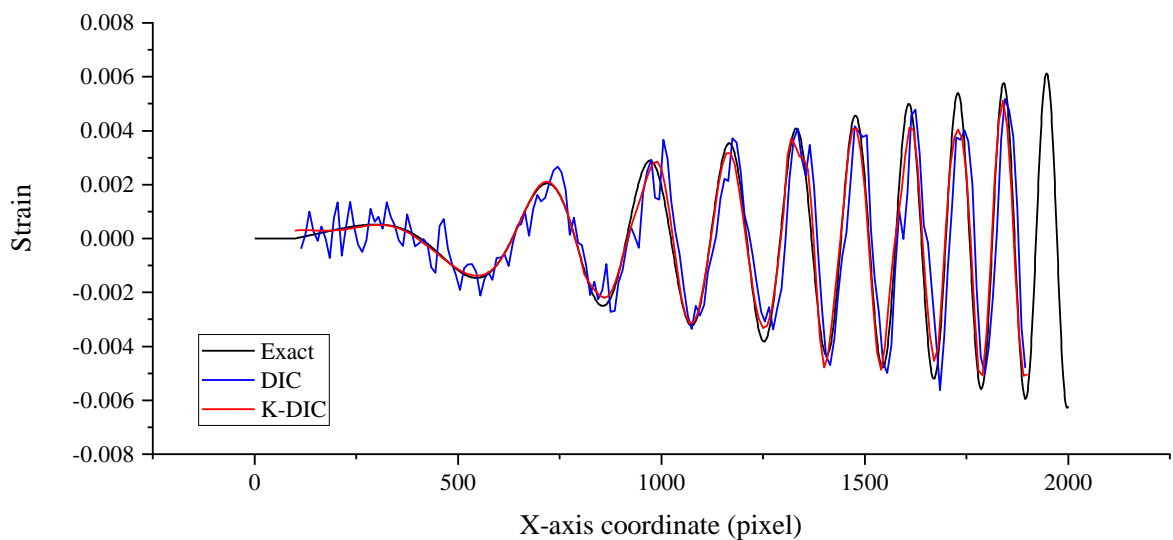


Fig.2.21 Estimated results of the strain field by the conventional DIC and the proposed method

図 2.20 より，従来の手法では所々にノイズが生じているのに対し，K-DIC で変位場を補間すると滑らかな変位場が得られ，与えられた関数に対して良好に計測することが出来ていると考えられる．また，図 2.21 に示すように DIC では 0 - 500 pixel におけるひずみのノイズが顕著であるが，K-DIC ではノイズを良好に低減し計測できていることが分かる．しかしながら，DIC および K-DIC のいずれにおいても，1500pixel 以降ではひずみの最大値が与えられた関数より小さく計測されている．この理由については，同現象が DIC および K-DIC の両方で

確認できること、また図 2.20 においても付近の変位場推定精度が低くなっていることから、変位計測の精度悪化が原因と考えられる。特に、サブセット内の変位場が一次関数で表現されるため、変位関数の周期が短くなるに従い、ピーク部分での変位場を一次関数で表現しきれないためであると考えられる。この点についてはサブセットサイズなどによる改善が必要である。

また、提案手法と他のソフトウェアの計測精度を比較するため、図 2.22 に DIC Challenge より Smapple14 のひずみ計測結果を引用する。

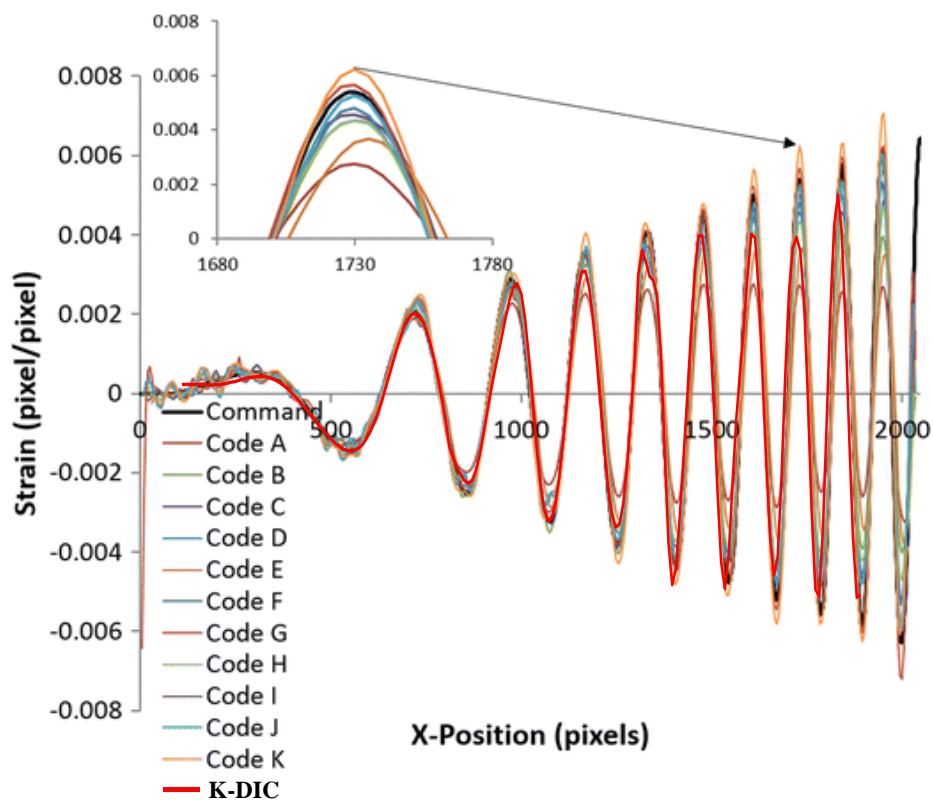


Fig.2.22 Line cut results showing the mean of the reported values and the commanded strain for all Codes[76]

図 2.22 より、提案手法と他のソフトウェアは同様の計測精度で計測できていることが確認できる。また、周期が短い部分では一部のソフトウェアより劣っている点もあるが、0-500 pixel における非常に微小なひずみについて他のソフトウェアより良好に計測できていることが確認できる。さらに、本問題のノイズは  $0-5\sigma$  であるのに対し、前項の例題は  $7\sigma$  のノイズに対しても良好にひずみを推定できていることから、本研究においては提案手法が有効であると考えられる。

#### 2.4.4 繊維強化複合材料の仮想画像

続いて、本節では、繊維強化複合材料の仮想画像により実際に不均質材料に生じる滑らかでない変位場に対する検証を行う。2本の強化繊維を含む繊維強化複合材料のモデルに1%の巨視的ひずみを与えるように有限要素法で解析を行い、変形画像を作成し、計測を行う。解析モデルを図2.23、 $y$ 方向変位・ひずみ分布を図2.24に示す。また解析に用いた物性値を表2.1に示す。

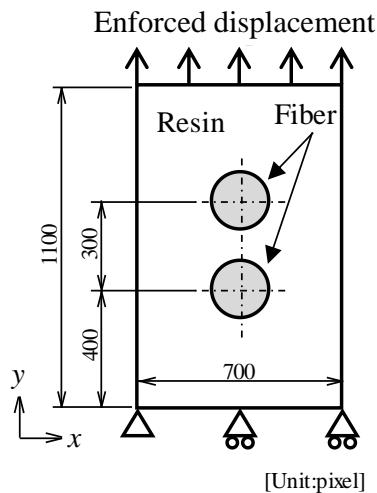


Table 2.1 Elastic properties of each component material

	$E$ [GPa]	$\nu$
Epoxy	73.0	0.22
E-glass	4.5	0.39

Fig.2.23 Analysis model

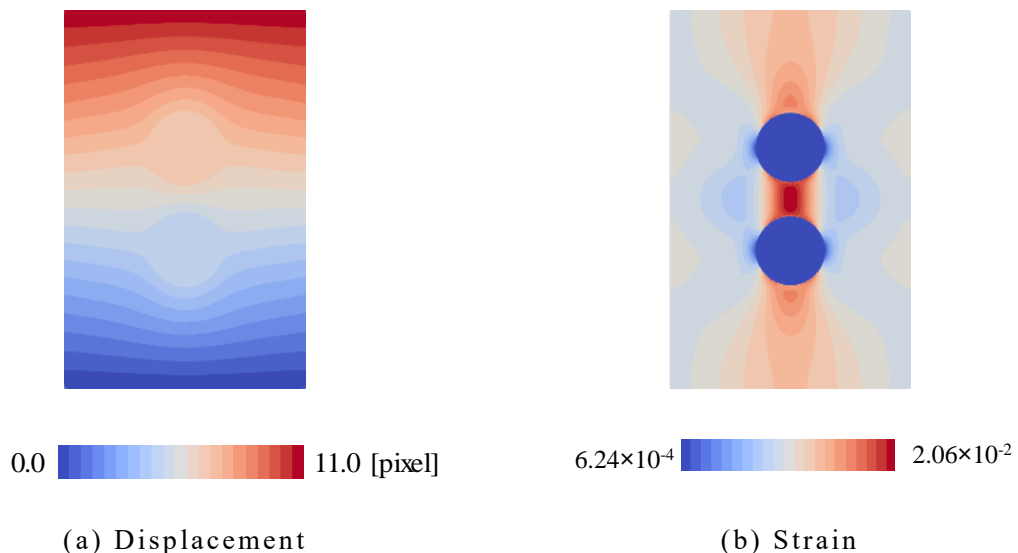
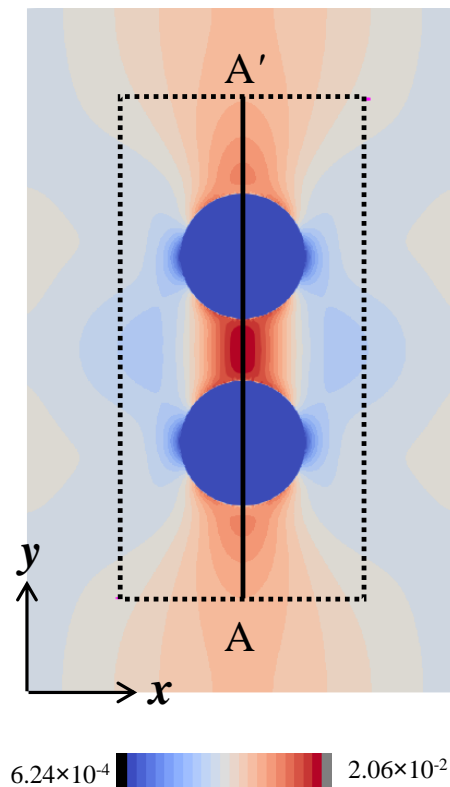


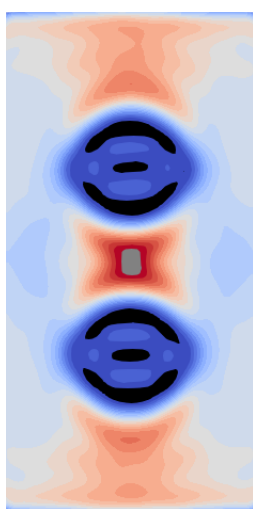
Fig.2.24 Displacement and strain fields of obtained by finite element analysis

Fig.2.24(b)において、繊維と樹脂の境界ではひずみが不連続になり、繊維間ではひずみ集中が生じていることが確認できる。このように、本節の検証問題

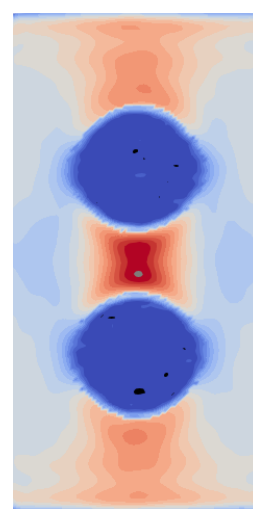
は変位場が滑らかでないため、K-DIC では不適切なひずみ分布が推定されてしまう可能性がある。そのため、K-DIC および K-DIC に領域分割法を併用した提案手法により計測を行い比較する。サブセットサイズは 21 pixel とし、5 pixel 間隔で計測を行った。計測結果を図 2.25 に示す。なお、図中の RSM は領域分割法を表す。



(a) Reference strain field



(b) K-DIC



(c) K-DIC + RSM

Fig. 2.25 Strain fields obtained by K-DIC and K-DIC + Region splitting method

図 2.25(a)において、破線内の領域が計測対象領域である。図 3.25(b)より、K-DIC では繊維部分でアンダーシュート、繊維間樹脂部分でオーバーシュートしていることが確認できる。また、繊維と樹脂境界部分でのひずみ分布が平滑化されていることが確認できる。これは K-DIC が滑らかな分布の補間を与えるため、繊維、樹脂境界の滑らかでない変位が過剰に滑らかなるためである。一方、領域分割法を併用すると、繊維部分、繊維間樹脂部分でのアンダー・オーバーシュートが大きく低減され、繊維樹脂境界でのひずみの変化も妥当な結果となっている。ここで図 2.25(a)の A-A'におけるプロットを図 2.26 に示す。

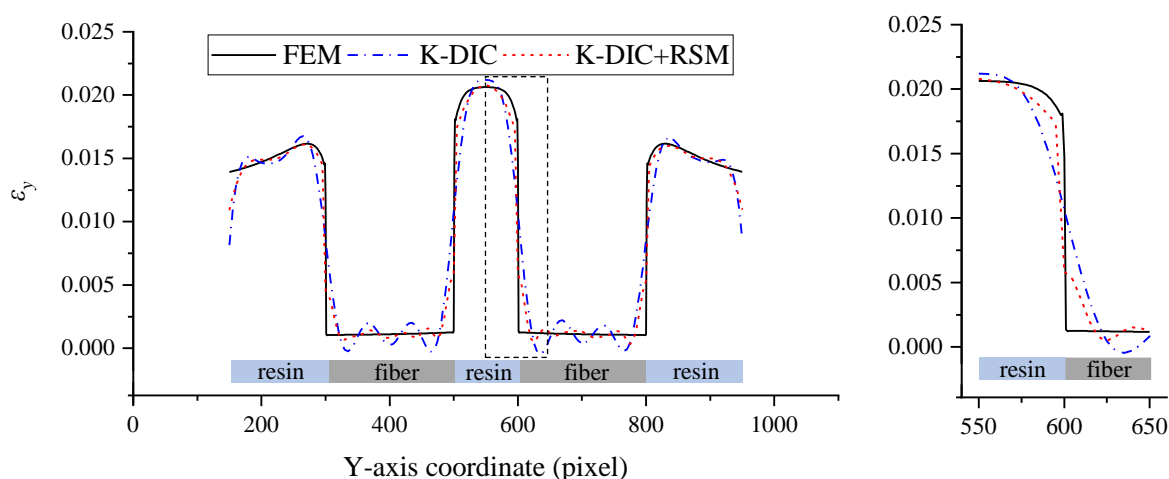


Fig.2.26 A detailed strain distribution of a fiber-embedded resin obtained from the K-DIC and the K-DIC with the region splitting method.

図 2.26 より K-DIC では繊維部で揺らぎが確認できるが、領域分割法を併用することで低減することが出来た。さらに、繊維と樹脂境界部分において K-DIC の滑らかなひずみ分布が領域分割を行うことにより、与えた不連続なひずみ分布が計測できていることが確認できた。

#### 2.4.5 計測分解能について

2.4.2 節のノイズに対する提案手法の有効性の検討に関し、ひずみ計測分解能についても調査した。移動最小二乗法および Kriging 法におけるひずみの平均絶対誤差 (MAE: Mean Absolute Error), 二乗平均平方根誤差 (RMSE: Root Mean Square Error) の結果を図 2.27 および図 2.28 に示す。

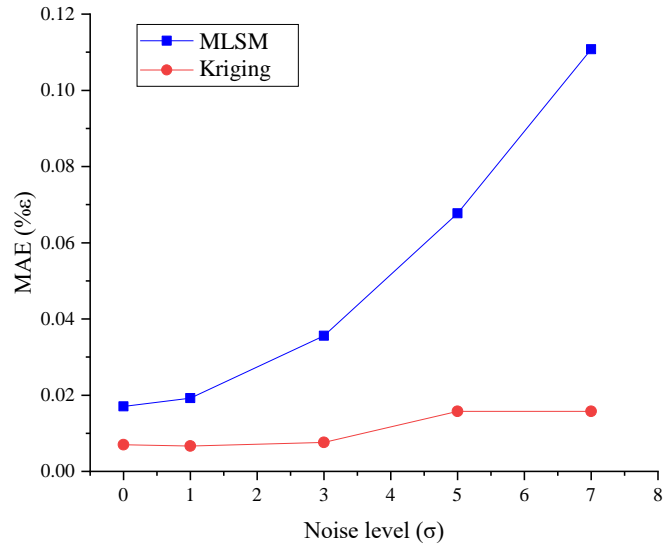


Fig.2.27 Mean absolute error for each noise level

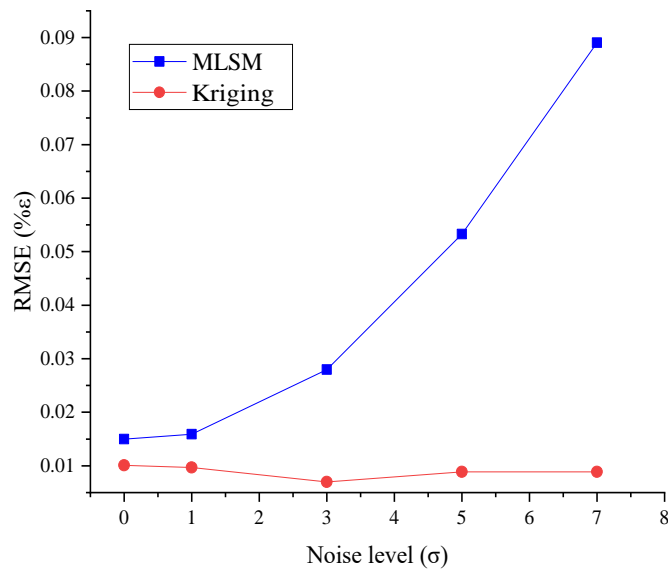


Fig.2.28 Root mean square error for each noise level

弾性率の計測では、ひずみが  $0.0005(0.05\% \epsilon)$  と  $0.0025(0.25\% \epsilon)$  の 2 点の割線弾性率もしくは回帰直線から弾性率を求めるため、 $0.2\% \epsilon$  以下の分解能が必要と言える。図 2.27, 2.28 より移動最小二乗法ではノイズレベル  $7\sigma$  で  $0.11\% \epsilon$  程度のひずみ分解能といえるが、RMSE を考えた場合、弾性率計測には適さないと言える。一方、提案手法はノイズレベル  $7\sigma$  で  $0.05\% \epsilon$  程度の分解能を有しており、誤差のばらつきも小さいため弾性率計測に適用可能な分解能を有していると考えられる。ここで、3 倍の RMSE を有効分解能とすると Kriging 法はノイズレベル  $0 \sim 7\sigma$  の範囲で  $0.05\% \epsilon$  の分解能を有しているといえる。図 2.29 に有効分解能を示す。



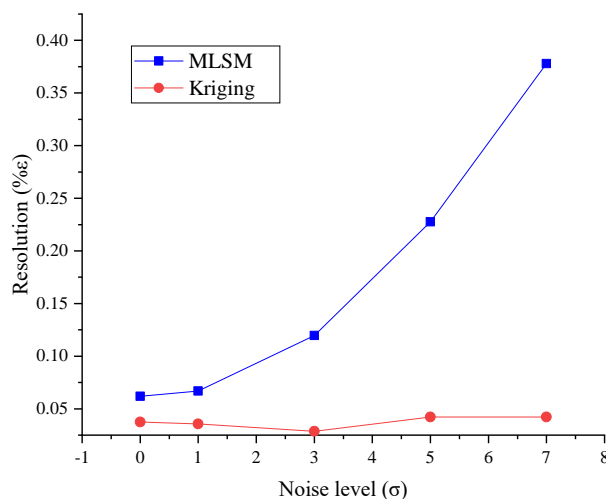


Fig.2.29 Effective resolution for each noise level

図 2.29 より，Kriging 法は広い範囲でノイズを軽減し，安定して計測することが可能であり，本研究で対象とする複合材料の微視的ひずみ場計測に有用であると考えられる．

#### 2.4.6 まとめ

本節では，デジタル画像相関法の変位およびひずみの推定に Kriging 法を用いる（Kriging-Digital Image Correlation, K-DIC）を提案し，さらに領域分割法を併用する計測手法を提案した．得られた結果を以下に示す．

- ・ノイズを与えた仮想画像において，Kriging 法によるひずみ場推定はいずれのノイズレベルにおいても誤差を低減し，高精度でひずみ場を推定し，ロバストに計測することが可能であった．
- ・繊維強化複合材料の仮想画像において，K-DIC のみでは繊維と樹脂境界部分で不連続なひずみ分布が滑らかになる問題が生じたが，領域分割法を用い，各領域に対して Kriging 法を適用する提案手法によって不連続なひずみ分布の計測も可能となった．

## 2.5 繊維強化複合材料の微視その場観察および計測

次に、提案手法を用い、ガラス繊維強化複合材料の引張試験下でのデジタルマイクروسコープによるその場観察を行い、実験による微視的ひずみ場計測を試みた。ここで、その場観察とは引張試験を行いながら試験片を観察することである。前述の通り、複合材料の試験片は不均質材料であるために介在物の周辺にひずみ集中が発生し、さらに母材と介在物の弾性率の違いによりひずみが一様になる。さらに、微視的観察において撮影された画像には不確定なノイズが含まれる。

### 2.5.1 試験片

試験片はエポキシ樹脂およびガラス繊維を用いて作製した。エポキシ樹脂は低粘度エポキシ樹脂・Z-1（日進レジン株式会社）を使用した。ガラス繊維は当研究室の実験装置の制約から、ガラス棒をバーナーで加熱し引き延ばすことで作製したものをを用いた。作成されたガラス線は直径の若干のばらつきが存在するためマイクロメーターで寸法を計測し、直径約  $100\mu\text{m}$  のものを使用した。またガラス繊維は樹脂と複合化する前に有機溶剤にて脱脂した。以下に、試験片作成手順を示す。

- (1) 樹脂を流し込む型枠を作製し、ガラス線を試験片中央部分に 10 本程度配置する。
- (2) 樹脂の主剤を  $30^{\circ}\text{C}$  程度まで温め、硬化剤を入れ十分に攪拌する。
- (3) 樹脂の気泡を取り除くため真空脱泡する。
- (4) 型枠に樹脂を流し込み、離型フィルムで厚さを均一にする。
- (5) 24 時間 ( $25^{\circ}\text{C}$ ) 以上放置し硬化させる。
- (6) 型枠を外した後、アフターキュア ( $60^{\circ}\text{C}$  で 2 時間) を行い完全硬化させる。
- (7) 切断し試験片形状にする。
- (8) 断面を研磨する。研磨は #600, #1000, #3000 の順で行う。
- (9) アルミタブを試験片両端にエポキシ接着剤で接着する。

試験片形状および寸法を図 2.30 に示す。また作製した試験片を図 2.31 に示す。

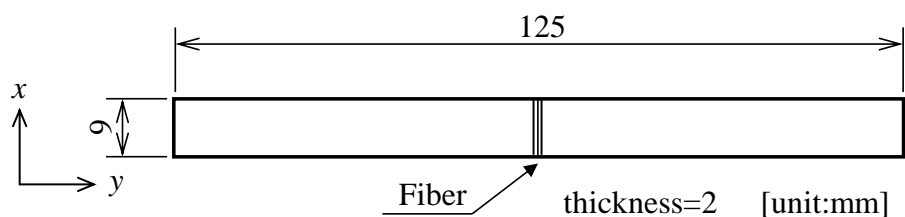


Fig.2.30 Dimension of the specimen

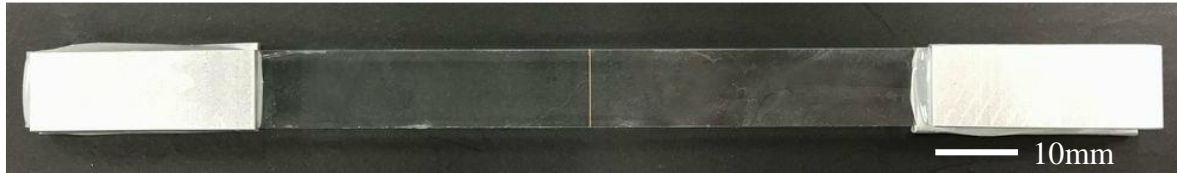
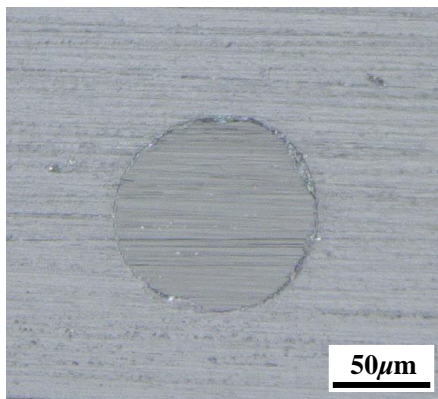


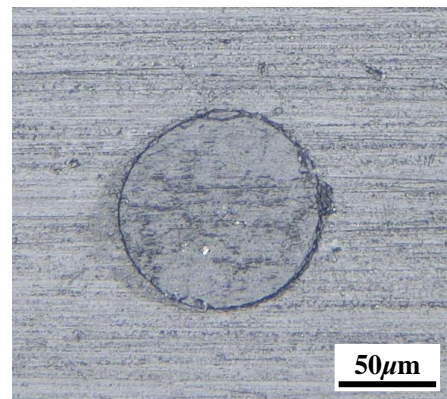
Fig.2.31 Sample of the specimen

ここで試験片両端にはアルミタブを取り付けており，チャックの締め付けによる試験片の損傷を防ぐ．

また，一般的にデジタル画像関連法ではマクロな試験片の場合，試験片表面にスプレーを用いてランダムパターンを形成するが，微小領域の観察ではランダムパターンを形成することは難しい．本研究でのランダムパターンの作製には，図 2.32 に示すように，試験片端面の研磨後の研磨跡に対して，カーボンパウダー（煤）により研磨跡にコントラストを出すことによって形成した．



(a) after polishing

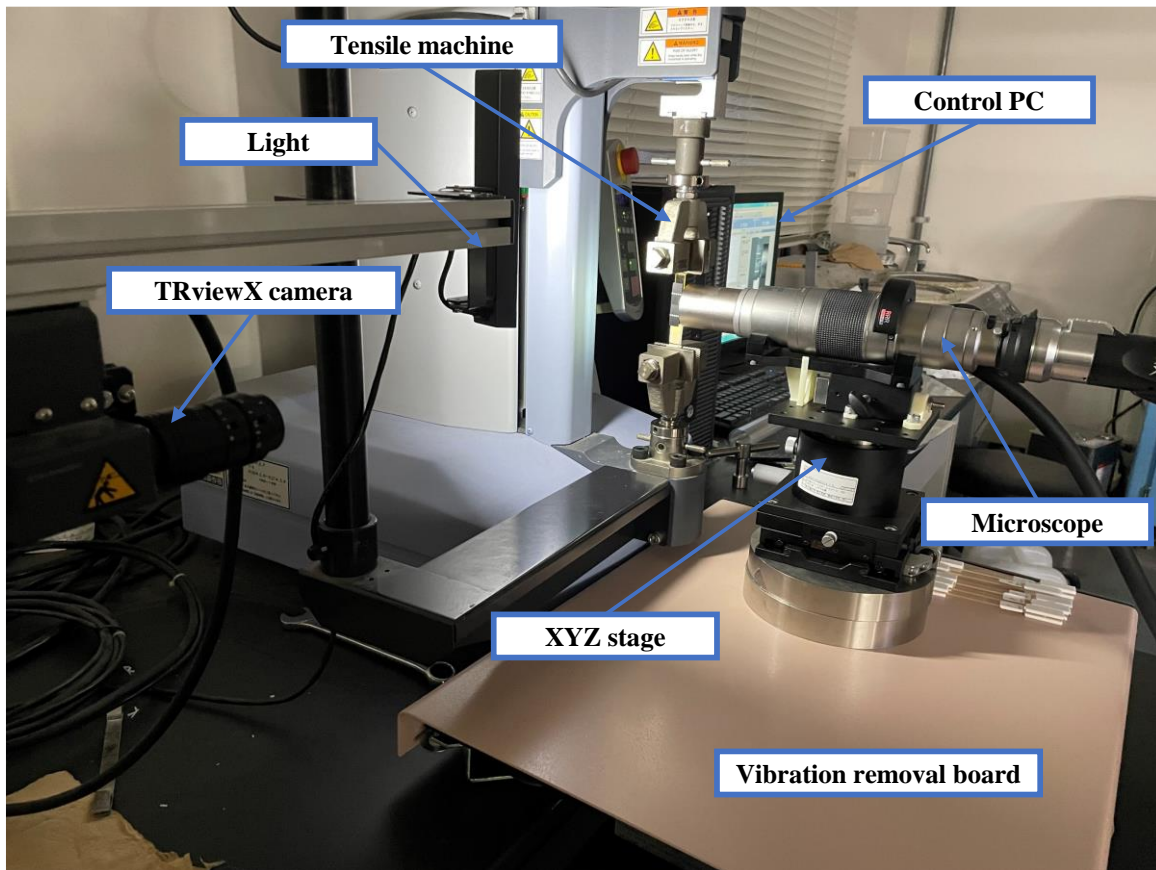


(b) random pattern

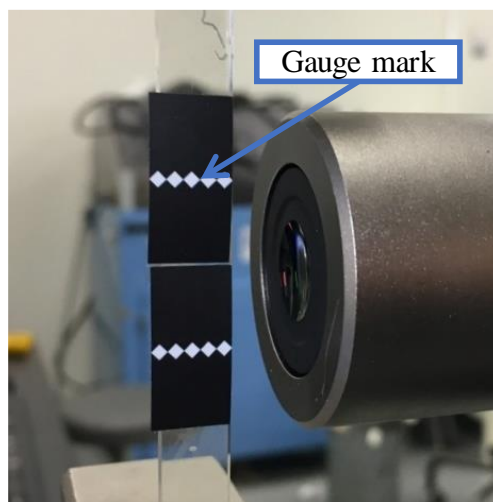
Fig.2.32 Random pattern of specimen

### 2.5.2 試験装置

本研究では，実験機器に引張試験機 EZ-LX（株式会社島津製作所），試験制御にビデオ式非接触伸び幅計 TRViewX（株式会社島津製作所）を用いた．試験片観察にはデジタルマイクロスコープ VHX-5000（株式会社キーエンス），レンズ VH-Z500T（株式会社キーエンス），またピント調整・微小移動のため XYZ ステージ TSD-1205S-M6（シグマ光機株式会社）を用いた．デジタルマイクロスコープおよび XYZ ステージは地面からの振動の影響を低減するため，除振台 AVT-0405（明立精機株式会社）の上に設置されている．試験装置の概要を図 2.33 に示す．



(a) arrangement of experiment equipment



(b) gauge marks for test control

Fig.2.33 Experiment setup

本研究では、引張試験は非接触伸び幅計による変位制御で行われる。チャックのストローク量には試験片のすべりなどの誤差が含まれるためである。このため、試験表面には図 2.33(b)に示すように、標点マーカが張り付けられている。2つの標点マーカ間の距離が標点間距離であり、この標点間の変位を TRViewX

で計測する．標点マーカを張り付けた試験片を図 2.34 に示す．

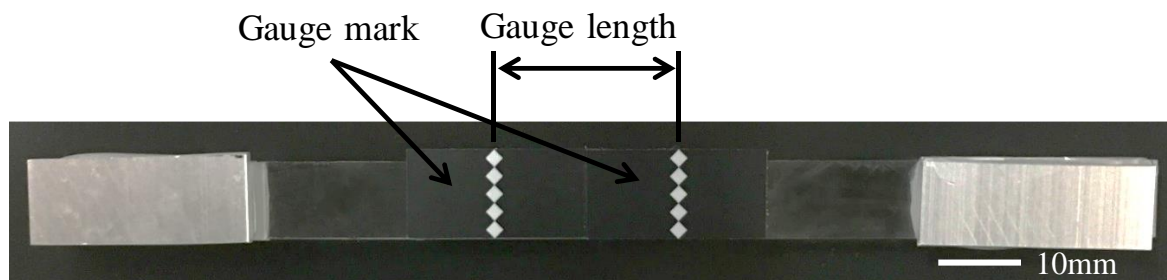


Fig.2.34 Gauge marks attached to the specimen

ここで標点マーカは繊維を中心に $\pm 10\text{mm}$ の位置に貼り付ける．本研究で使用した非接触伸び幅計は標点間距離を絶対誤差 $\pm 1.5\ \mu\text{m}$ の精度で計測できる．また試験条件を表 2.2 に示す．

Table 2.2 Test condition

Item	Setting value
Test speed	0.5 mm/min
Grip space	75 mm
Gauge length	20.0 mm
End condition	0.040 mm (Displacement between gauge marks)
Lens magnification	$\times 500$

### 2.5.3 試験結果

試験片断面の観察画像を図 2.35 に示す．観測位置は試験片の中央部分の $305 \times 305\ \mu\text{m}$ の領域である．計測点は合計 1681 点（15pixel 間隔）である．なお，図内の破線は繊維を表している．

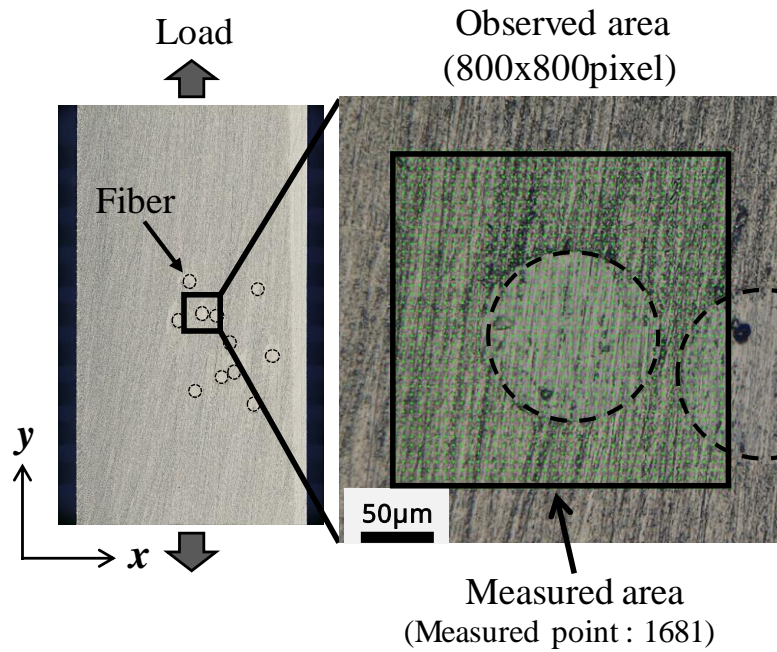


Fig 2.35 Photograph of the cross section of the specimen

試験片に含まれている繊維は，一般的な複合材料よりも数が少ないため微視構造が単純であり，容易に詳細な有限要素モデルが作成できる．図 2.36 に試験片の詳細な有限要素モデルを示す．このモデルを用いて有限要素解析を行い，得られた結果を微視的ひずみ場計測の参照解とした．解析に用いた物性値を表 2.3 に示す．

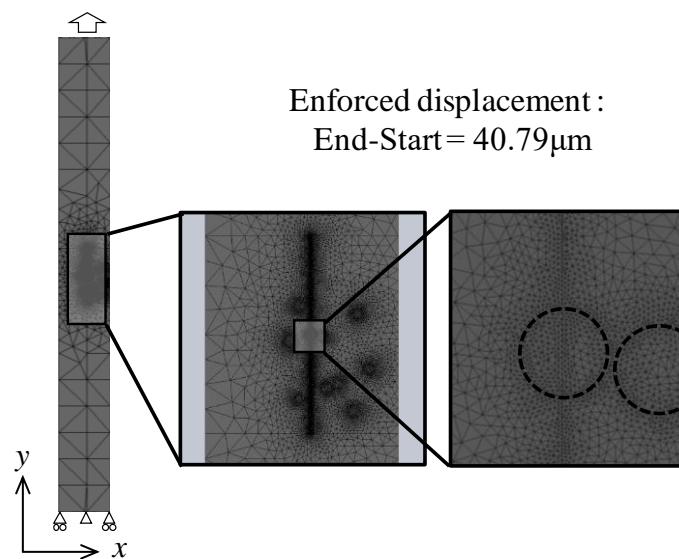


Fig 2.36 Finite element model of the specimen with considering detailed mesh of fibers

Table 2.3 Elastic property of each material

	Young's modulus [GPa]	Poisson's ratio
Epoxy	3.63	0.35
Glass	73.0	0.22

なお，樹脂の物性値を計測するための引張試験の試験片形状は図 2.30 と同様とし，試験片本数は 5 本とした．表 2.3 のヤング率は試験結果の平均値である．

#### 2.5.4 計測結果

まず，従来の DIC 法により変位場計測を行った．サブセットサイズは 31pixel である．計測結果を図 2.37 に示す．図中の破線は繊維を示している．

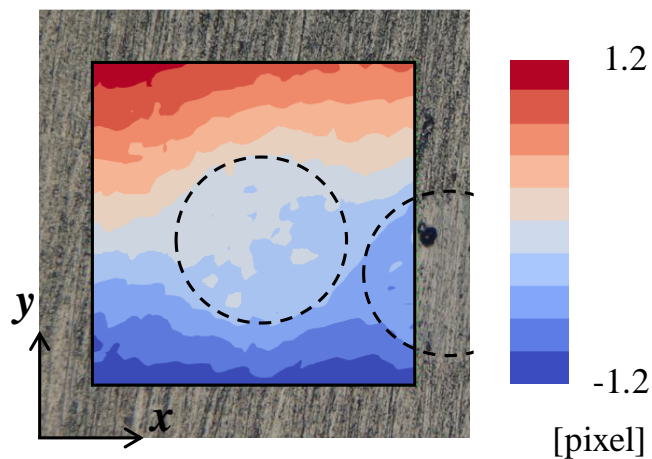


Fig.2.37 Displacement distribution obtained by DIC

得られた変位分布には計測誤差により分布が乱れていることが確認できる．この変位分布に対し，移動最小二乗法，Kriging 法，Kriging 法+領域分割より得られたひずみ分布を図 2.38 に示す．図中の破線は繊維を示している．

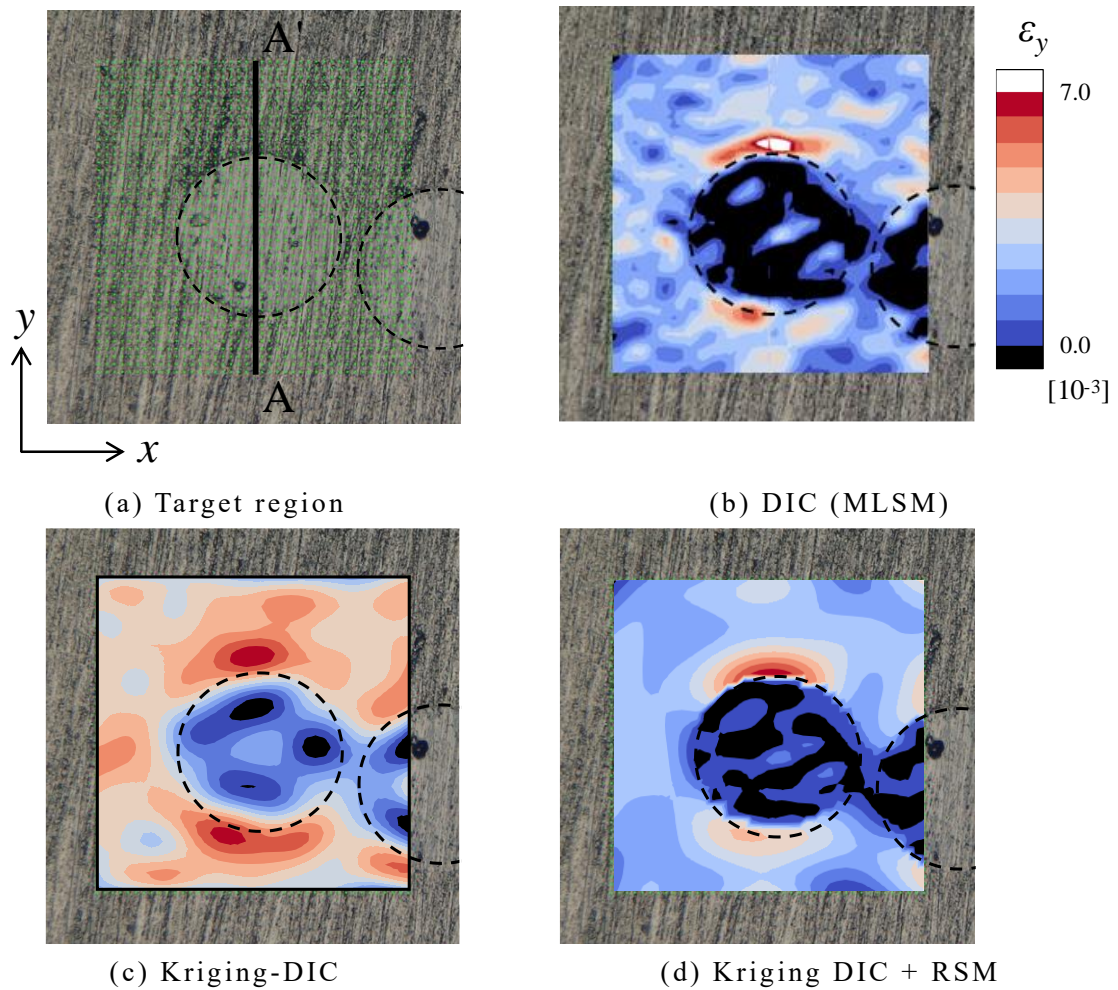


Fig.2.38 Strain distributions obtained from each method

繊維/樹脂のヤング率の差により異材界面近傍ではひずみ集中が発生する． 図 2.38 より， いずれの手法でも繊維の上下部分にひずみ集中がみられる． DIC により得られた複合材料の微小領域の変位場は前述の通り， 計測ノイズが大きいことが確認できる． このため， 最小二乗法では適切なひずみ場が得られていない． また， Kriging-DIC ではノイズが低減し， ひずみ分布は滑らかとなっているが， 全体的にひずみが高くなっている． 一方， 領域分割（RSM）を適用した場合もひずみ分布はと滑らかなっており， かつ異材界面付近で不連続的に変化していることが確認できる．

次に， より詳細な比較のため， 計測領域中央部分 A-A' 上のプロットおよび有限要素解析の結果を図 2.39 に示す．



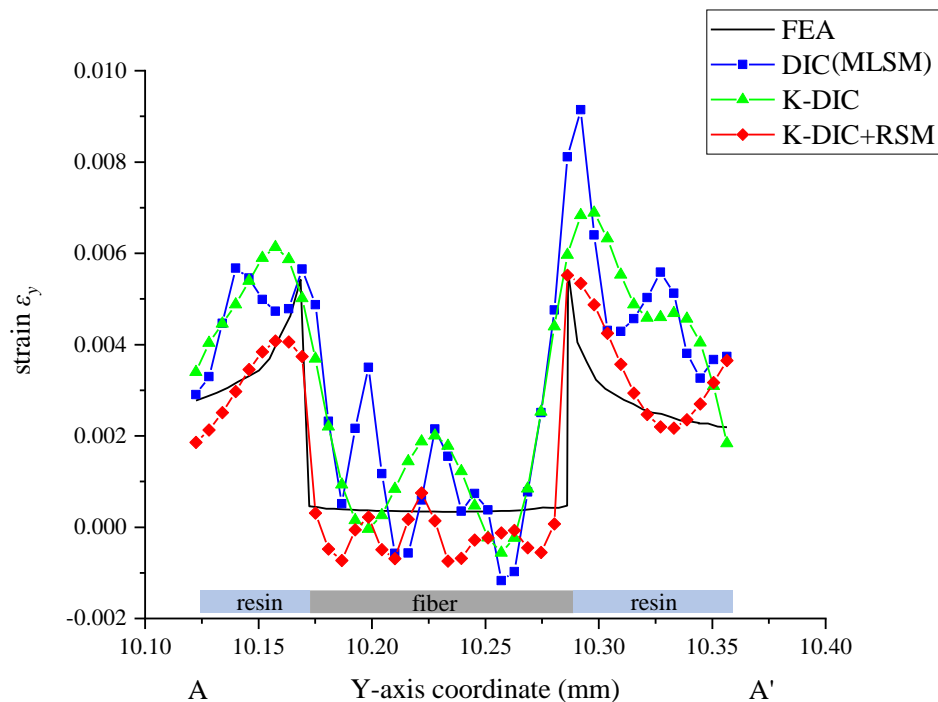


Fig. 2.39 A detailed strain distribution of experiment at the center line in measured region obtained from each method

図 2.39 の有限要素解析で示すように、プロット中央部分には繊維のヤング率は樹脂に比べ 20 倍程度であるため、ひずみが小さくなっており、繊維と樹脂の異種材近傍においては、繊維/樹脂のヤング率の差によりひずみ集中が見られる。DIC のひずみ分布が最もゆらいでおり、逆に Kriging-DIC では分布が滑らかになりすぎていることが確認できる。一方、提案手法である領域分割を併用した K-DIC 法 (K-DIC+RSM) が最も参照解に近い分布となった。なお提案手法を用いても繊維部分においてゆらぎが見られるが、これは変位のノイズがあまりにも大きく低減しきれなかったためであると考えられる。

繊維部分の変位計測誤差の原因としては、画像の焦点を樹脂に合わせて調整しているためだと考えられる。繊維と樹脂におけるポアソン効果の差により繊維と樹脂で縮み量が大きく異なる。そのため実験においては、画像の焦点を樹脂に合わせているために、繊維部の焦点がずれた状態で撮影されている。このため、繊維部分の変位計測ではより大きな誤差が生じたと考えられ、今後の改善課題である。

## 2.6 結言

本章では、デジタル画像相関法の変位およびひずみの推定に Kriging 法を用いる (Kriging-Digital Image Correlation, K-DIC) を提案し、さらに領域分割法を併用する計測手法を提案した。得られた結果を以下に示す。

### 1. 提案手法

本提案手法はデジタル画像相関法の変位およびひずみ場の推定に Kriging 法を用いる (K-DIC) を提案し、さらに対象画像を材料種類ごとに領域分割する領域分割法を併用する計測手法を提案している。

### 2. 提案手法の特徴

- ・ Kriging 法による変位およびひずみ場の計測ノイズの低減
- ・ 領域分割法による異種材料近傍の滑らかでない変位を考慮したひずみ推定

### 3. 微視その場観察および計測結果との対応

- ・ K-DIC を用いると変位計測誤差が低減でき、繊維/樹脂のヤング率の差から生じるひずみ集中を計測することができる一方、不均質材の滑らかでない変位場を滑らかにしてしまうため、不適切な推定となっている可能性がある。
- ・ 領域分割を併用した提案手法 (K-DIC+RSM) を用いると、異種材料境界近傍のひずみ集中を計測し、繊維部分のひずみが低い部分も計測されており、本提案手法は計測ノイズ低減し、より有限要素解析の値と比較しても近い分布が得られることが確認できた。

## 第3章 数値シミュレーション

本章では、本研究の目的である一方向繊維強化複合材料の見かけの強度推定のための数値シミュレーションについて述べる。前述の通り、複合材料の微視構造はランダムな配置の強化繊維と母材からなり、その微視的応力場は複雑となる。このため、数値シミュレーションを行うにあたって、実際のランダムな微視構造の正確なモデリングや効率的なモデル生成とともに、複合材料の複雑な変形・応力場および破壊状態を高精度で解析する必要がある点が重要である。

この問題に対して、種々の数値シミュレーション手法を適用し、各手法について有効性および問題点を調査した。本研究では、固体力学分野で最も用いられているシミュレーション手法である有限要素法 (Finite element method, FEM)、有限要素メッシュを重ね合わせることによって解析モデルを表現する重合メッシュ法 (Mesh superposition method, MS)、固体の破壊現象を分析することを主目的とした新たなシミュレーション手法であり対象を粒子で離散化するペリダイナミクス (Peridynamics, PD) について比較検討を行った。

なお、複合材料の力学的挙動解析には前述の古典的複合則や等価介在物法などの利用も考えられるが、介在物の断面形状や具体的な配置を考慮した微視的応力解析に適した方法は見られないため、本研究ではこれらの数値シミュレーション手法の利用を想定している。

### 3.1 有限要素法

有限要素法[77]は、構造力学および流体力学などの工学分野で最も用いられている数値解析法の一つであり、3次元CADソフトウェアとの親和性から、実際のものづくり現場においても構造挙動予測や応力評価およびそれに基づく設計に大いに活用されている。

本研究では、有限要素法を用いる場合、複合材料の幾何学的なばらつきをもつ複雑な微視構造を有限要素メッシュによりモデリングし、解析することで、複合材料の応力状態や力学的特性を評価する。

#### 3.1.1 有限要素法による解析の概要

有限要素法の概要を図3.1に示す。解析対象 $\Omega$ を有限要素によって離散化して得られる線形連立方程式に境界条件を適用し、方程式を解くことによって、対象の変位場、ひずみ場および応力場を求めることができる。なお、有限要素法において、解析精度に影響を与える大きな要因の一つとして、有限要素メッシュの分割の状態が挙げられ、応力評価に適した有限要素メッシュを生成することが重要であり、課題の一つである。

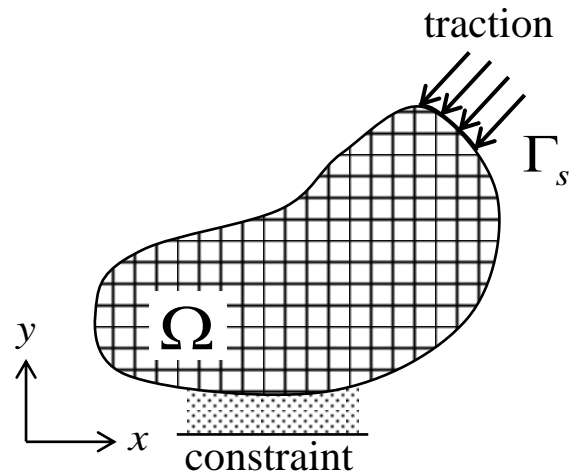


Fig.3.1 Overview of the analysis using finite element method

有限要素法の剛性方程式を次に示す.

$$[K]\{u\} = \{f\} \quad (3.1)$$

$$[K] = \sum [K_e] \quad (3.2)$$

$$[K_e] = \int_V [B][D][B] dV \quad (3.3)$$

ここで、 $[K]$ は剛性マトリクス、 $\{u\}$ は節点変位ベクトル、 $\{f\}$ は等価節点力ベクトル、 $[K_e]$ は要素剛性マトリクス、 $[B]$ はひずみ—変位マトリクスであり、要素の形状関数に基づいてひずみと変位の関係を表すマトリクスである。 $[D]$ は応力—ひずみマトリクスであり、材料特性を表すマトリクスである。また  $V$ は要素の体積である。式(3.1)の連立一次方程式を解くことで、各節点の変位が求められ、得られた変位から、各要素のひずみおよび応力が求められる。

### 3.2 重合メッシュ法

重合メッシュ法[78]とは、図 3.2 に示すように解析対象の概要部  $\Omega^G$ を表現するグローバルメッシュ、詳細部  $\Omega^L$ を表現するローカルメッシュ、それぞれの独立なメッシュを重ね合わせて解析を行う手法である。この特徴は、互いのメッシュの整合性が無視できるため、き裂進展を考える問題や不均質材料の微視構

造などの複雑な対象物のメッシングの負担を軽減することができる[79]-[82].  
 本研究においては, 複合材料の介在物位置変動を考慮したときでも容易に解析  
 モデルを生成することが可能な手法として重合メッシュ法の利用も試みた.

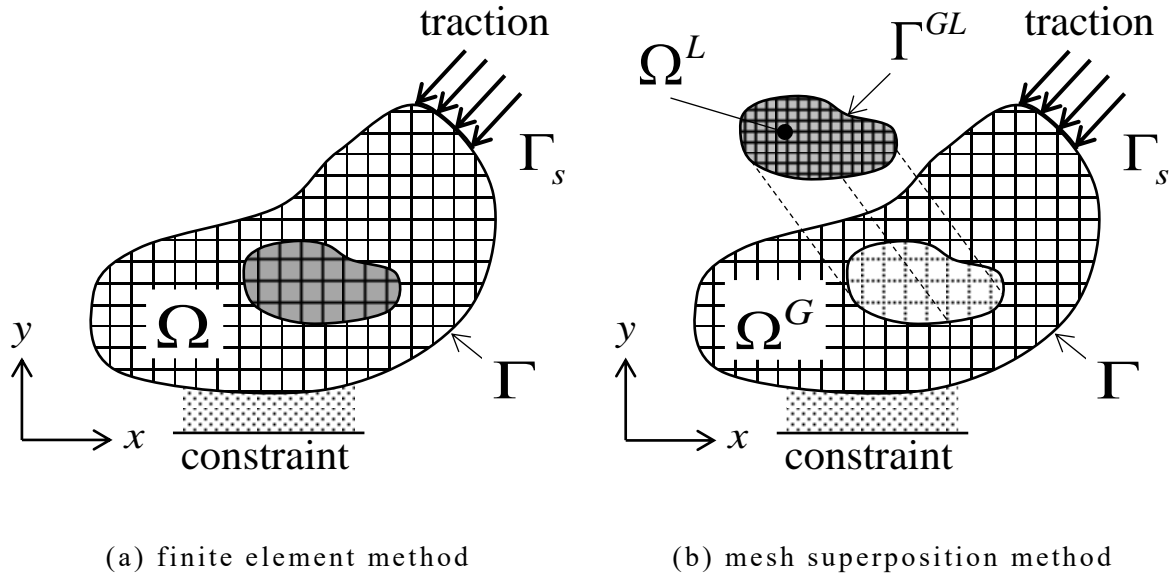


Fig.3.2 Overview of the analysis using the mesh superposition method

### 3.2.1 重合メッシュ法の解析の概要

重合メッシュの定式化を示す. 全体領域  $\Omega$  の変位場  $\{u\}$  は以下のように定義される. また, 変位場の連続性を保つ為,  $\Gamma^{GL}$  上では  $\{u^L\}=0$  とする.

$$\{u\} = \begin{cases} \{u^G\} & \text{in } \Omega^G, \text{ on } \Gamma^{GL} \\ \{u^G\} + \{u^L\} & \text{in } \Omega^L \end{cases} \quad (3.4)$$

ここで, 上添え字の  $G, L, GL$  はそれぞれグローバル領域内, ローカル領域内, グローバル領域とローカル領域の境界上で定義される量を表す. これを変位場, ひずみ場, 応力場について整理し, 仮想仕事の原理式に代入し有限要素法で離散化すれば, 式(3.5)の剛性方程式が得られる. ここで,  $K^{GL}, K^{LG}, K^L$  は Fish[78]らの定義と同様であるが,  $K^G$  については異種材料の重なりを考慮した座古ら[83]による式(3.6)を用いた.

$$\begin{bmatrix} K^G & K^{GL} \\ K^{LG} & K^L \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u^G \\ u^L \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f^G \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3.5)$$

$$\begin{aligned} [K^G] = & \int_{\Omega} [B^G][D^G][B^G]d\Omega - \int_{\Omega^L} [B^G][D^G][B^G]d\Omega \\ & + \int_{\Omega^L} [B^G][D^L][B^G]d\Omega \end{aligned} \quad (3.6)$$

$$[K^L] = \int_{\Omega^L} [B^L]^T [D^L][B^L]d\Omega \quad (3.7)$$

$$[K^{GL}] = \int_{\Omega^L} [B^G]^T [D^L][B^L]d\Omega \quad (3.8)$$

$$[K^{LG}] = \int_{\Omega^L} [B^L]^T [D^L][B^G]d\Omega = [K^{GL}]^T \quad (3.9)$$

式 (3.6) ~ (3.9) の計算には数値的な積分手順を必要とする．特に式 (3.8) においてはローカル領域  $\Omega^L$  に対する  $[B^G]$  の積分を行う必要がある．本研究では、積分領域において被積分関数が連続となるように、領域をドロネー分割によりサブ領域に分割し、各サブ領域の積分値をすべて合計することによって求めた [84].

### 3.2.2 再局所化法 (re-localization)

複合材料の確率応力解析では、繊維であるローカルメッシュが位置変動した場合の応力を評価する．この際、重合メッシュ法ではローカルメッシュの重なり具合により、得られる応力分布が揺らぐ問題が存在する．ローカル領域のひずみと応力の分布が揺らぐ原因の一つは、ローカル要素内のひずみの足し合わせによる不適切な補間である．これは、ローカル領域のひずみ場は各メッシュから算出したひずみの足し合わせから求められたものであり、節点変位から変位-ひずみマトリクスを用いて算出した連続なひずみ場と一致しなくなり、メッシュの位置変動を考慮したときのひずみ場が急激に変化する問題にもつながると考えられる．そこで、これらの問題点を解消するために、先に節点上の変位量を計算し、その変位量による要素のひずみを計算することで、要素内のひずみ場の連続性を保持する手法を提案した [85].

再局所化法の解析手順は、下記の通りである．

1. 式(3.5)を解く
2. 境界上  $\Gamma^{GL}$  の節点変位  $\{u\}_{\Gamma^{GL}}$  を式(3.10)により求める
3. 得られた境界上の変位をローカルメッシュの境界条件として式(3.11)を解く

$$\{u\}_{\Gamma^{GL}} = [N^G(\xi^L)]\{u^G\} + \{u^L\} \quad (3.10)$$

$$\begin{aligned} [K^L]\{u^*\} &= \{f\} \\ \{u^*\} &= \{u\}_{\Gamma^{GL}} \end{aligned} \quad (3.11)$$

### 3.2.3 再局所化法を用いた重合メッシュ法の有効性の調査

本節では、有限要素法と重合メッシュ法を比較し、ランダムな繊維配置を考慮した確率応力解析に対する提案手法の有効性を調査する。確率応力解析は、一般的な手法であるモンテカルロシミュレーションにより行った。モンテカルロシミュレーションの試行回数は 1000 回とし、各繊維位置を確率変数として樹脂部に生じる各方向の最大応力の確率特性を算出した。解析モデルの繊維含有率は 0.3 とし、各部寸法および境界条件を図 3.3 に示す。x 軸方向に強制変位  $\delta$  をひずみが 0.1% となるように与え、他端を固定した。なお、解析対象の材料として、エポキシ樹脂と E-ガラスからなる繊維強化複合材料を想定した。それぞれの材料定数を表 3.1 に示す。

繊維の変動の定義については、①規則的な繊維配置の初期状態から正規分布によって xy 方向に変動する場合 (small)、②各繊維が一様乱数によって変動する場合 (large) の 2 種類で行った。各手法を用いた場合の有限要素メッシュの例を図 3.4 に示す。有限要素法のメッシュは、1 つ目の変動パターンにおいては、パラメトリックなメッシュであり、繊維の変動量はセル内に限定される。2 つ目の変動パターンにおいては単位構造を用いたメッシュ生成が困難であるため、オープンソースソフトウェアの Gmsh[86]によりメッシュの生成を行った。

これに対し重合メッシュ法を用いた場合、2 種類の変動パターンにおいて、繊維周辺のみをモデル化したローカルメッシュと樹脂部全体をモデル化したグローバルメッシュは各々独立に作成でき、繊維位置が変動した際にも各々のメッシュは変更する必要がなく、ローカルメッシュの位置のみを変動させればよい。そのため、通常の有限要素法と比べ、容易にメッシュ生成することが可能である。なお、応力評価のため、介在物近傍のメッシュは有限要素法と重合メッシュ法のローカルメッシュは同様となるようにメッシュを生成した。

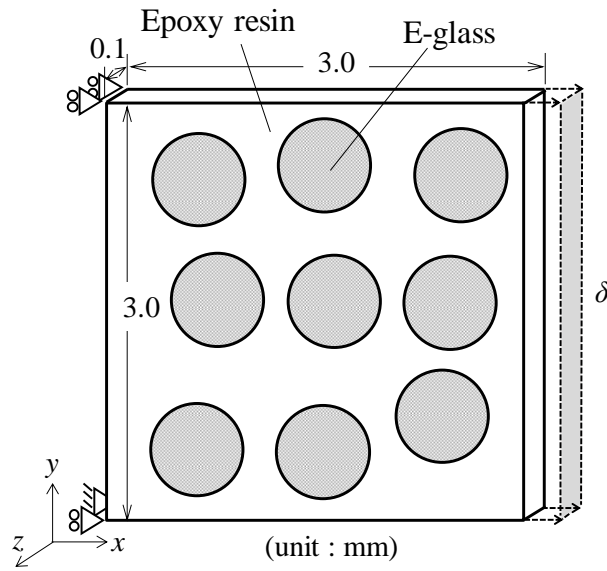


Fig.3.3 Analysis target and boundary conditions

Table 3.1 Material properties of component material

	Young's modulus [GPa]	Poisson's ratio	Density [kg/m <sup>3</sup> ]
Epoxy	4.5	0.39	1200
E-glass	73.0	0.22	2500



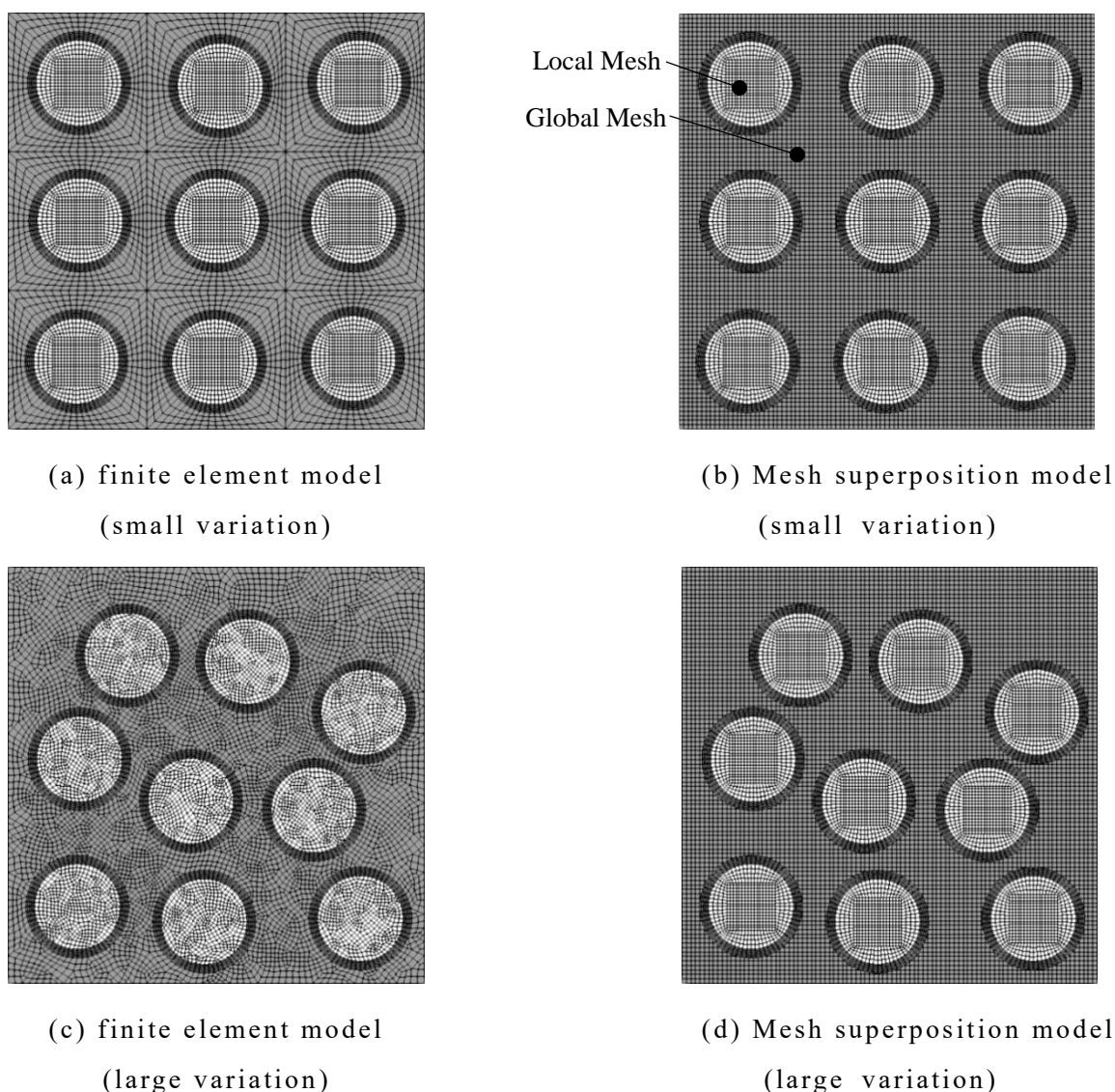


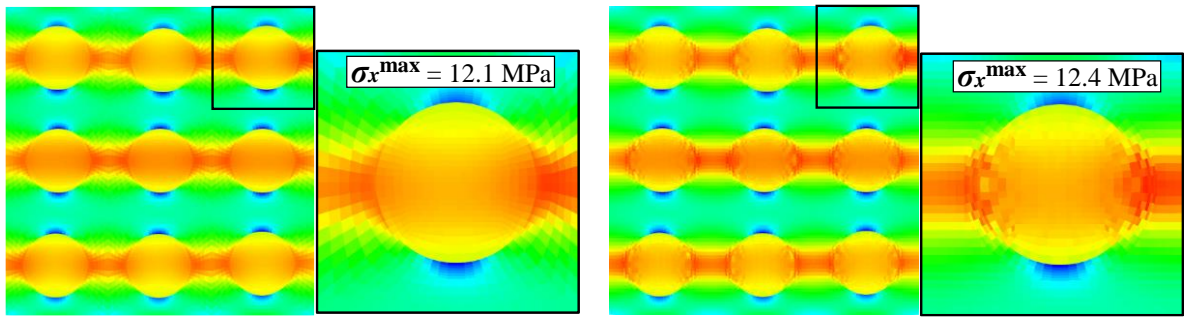
Fig.3.4 Example of meshes considering fiber variation using each method

### 3.2.4 数値計算結果

本節では、各試行における繊維位置変動に対して従来の有限要素法と通常の重合メッシュ法および再局所化法を用いてそれぞれ解析し、樹脂部に生じる最大応力の確率特性について調査した。ここで図 3.5 に図 3.4(a),(b)のメッシュに対し、図 3.6 に図 3.4(c),(d)のメッシュに対して各手法で得られた応力分布  $\sigma_x$  を示す。図 3.5, 図 3.6 より、通常の重合メッシュ法では応力が高くなっている部分で分布が乱れているが、再局所化法では滑らかな分布となっており従来の有限要素法と同様の分布となっていることが確認できる。また、図 3.7, 3.8 に小変動と大変動における最大応力の確率特性を示す。図中の CF は従来の有限要素法、MS は重合メッシュ法、MS+re-localization は再局所化法を示す。図 3.7 よ

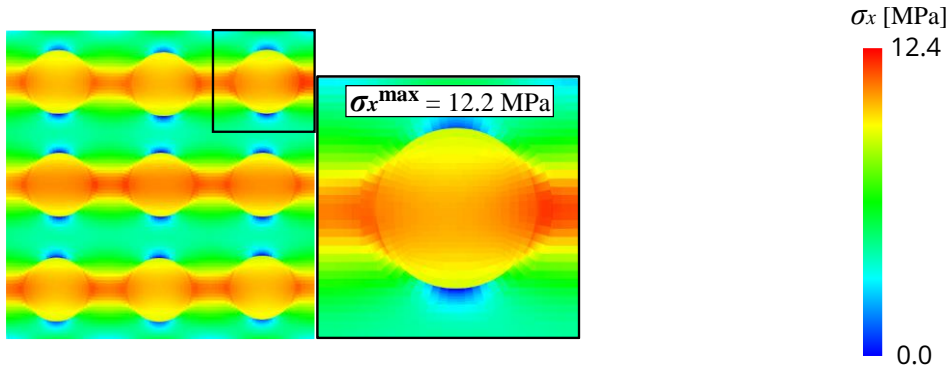
り，有限要素法の結果を参照解とすると，通常の場合メッシュ法と比べて，再局所化法により期待値および変動係数の推定精度が改善することが確認できる．図 3.8 の変動が大きい場合では，通常の場合メッシュ法と再局所化法であまり差が見られない．ここで，各試行の有限要素法との相対誤差のプロットを図 3.9 に示す．図 3.9 より，再局所化法を用いることで平均相対誤差が減少し，最大応力の解析精度が安定することが確認できる．このことから，確率特性に差がないように見えても再局所化法を用いる方がより信頼性の高い結果を得ることができると考えられる．

以上より，不均質材の介在物位置変動問題に対して，再局所化法は容易に微視構造のモデリングが可能であり，再局所化を行うことで，各試行における最大応力の解析精度が向上・安定し，確率特性の推定精度も改善して，有限要素法と同様の結果を得ることが確認できた．



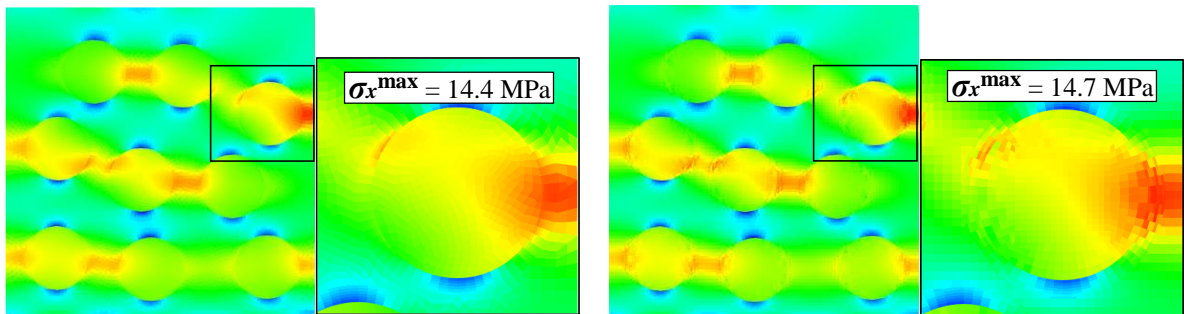
(a) finite element method

(b) mesh superposition



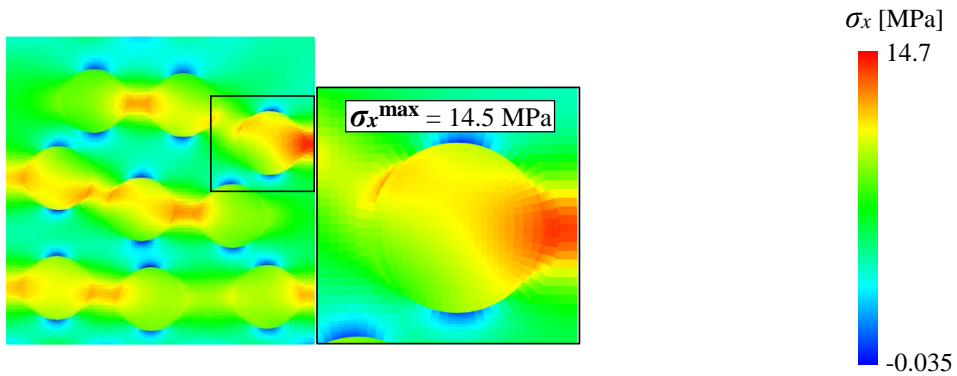
(c) mesh superposition + re-localization

Fig3.5 Stress distribution of each method for small fiber location variation



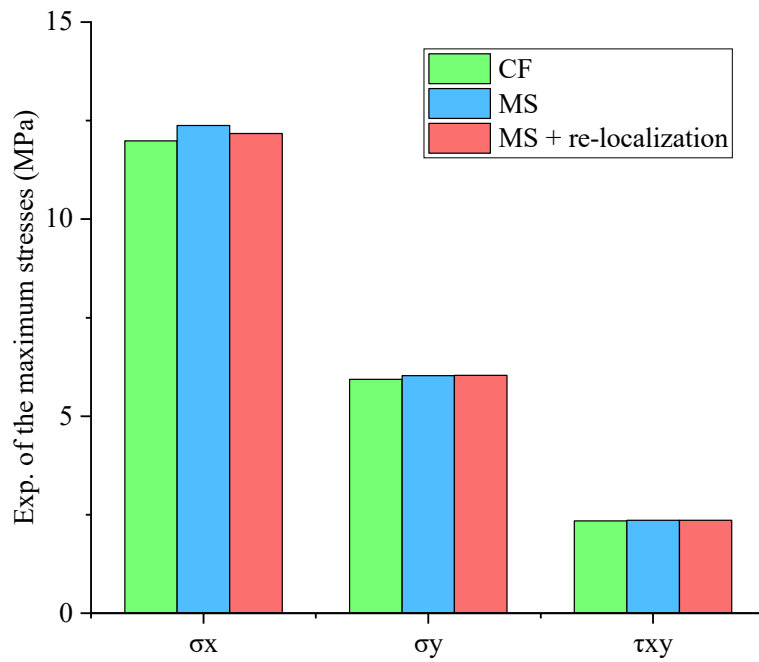
(a) finite element method

(b) mesh superposition

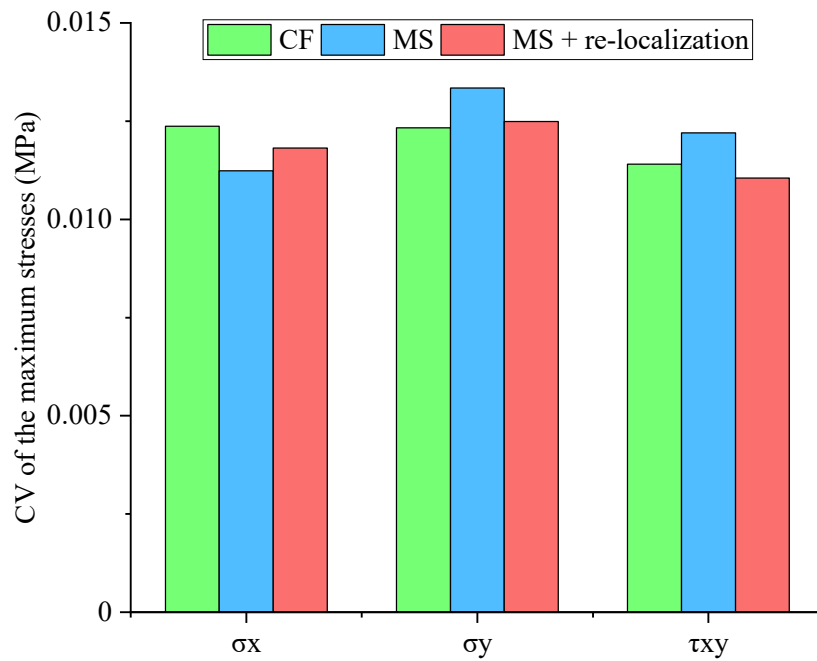


(c) mesh superposition + re-localization

Fig3.6 Stress distribution of each method for large fiber location variation

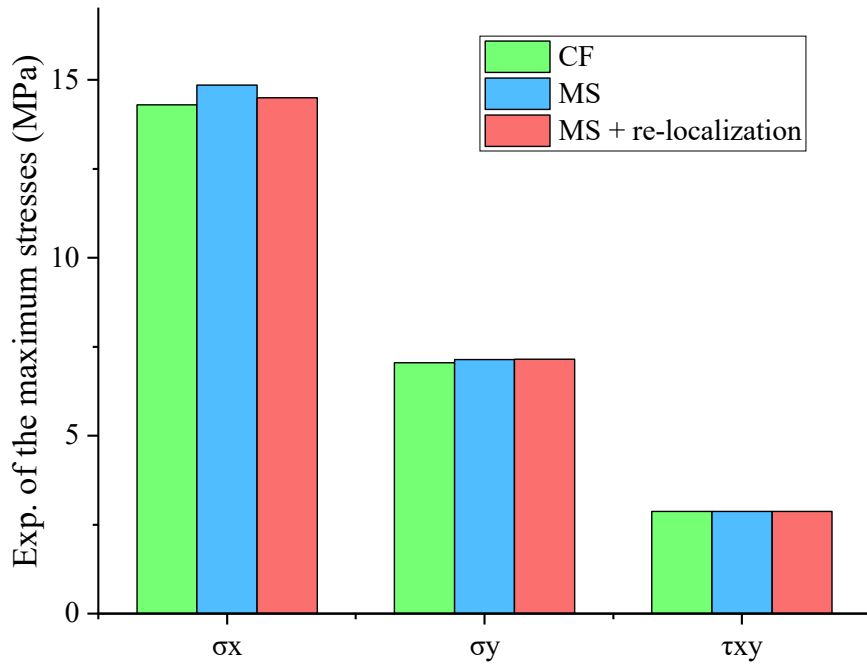


(a) expectation of the maximum stresses

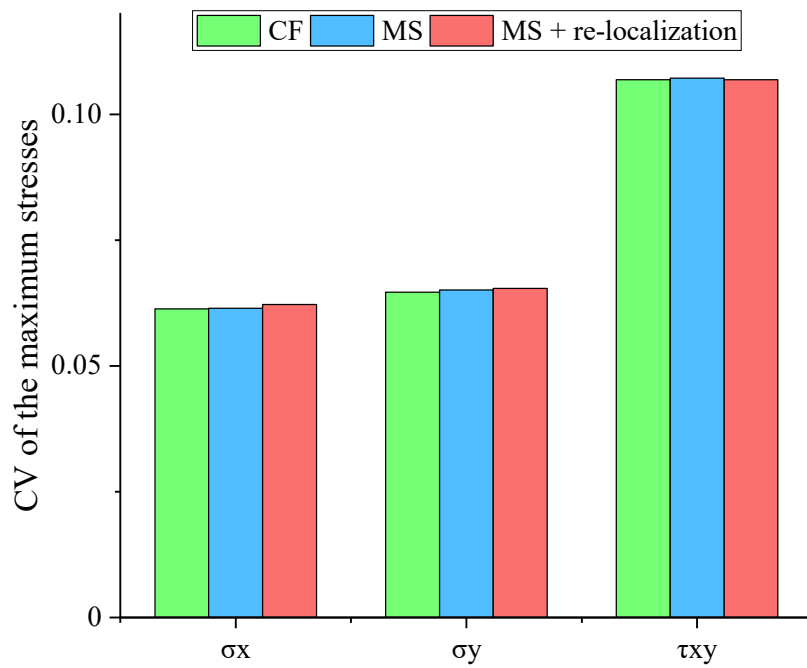


(b) CV of maximum stresses

Fig.3.7 Probabilistic characteristics of maximum stress for small fiber location variation

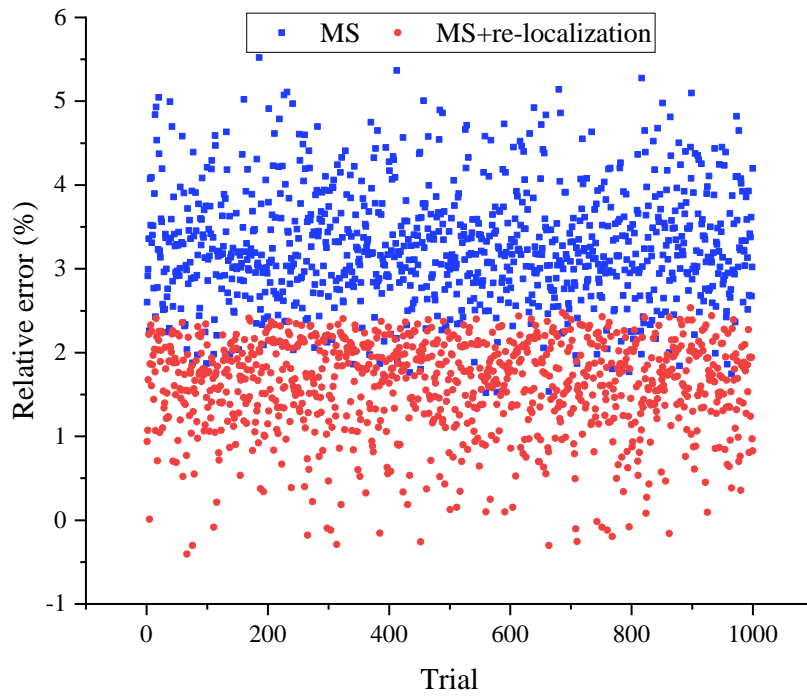


(a) expectation of the maximum stresses

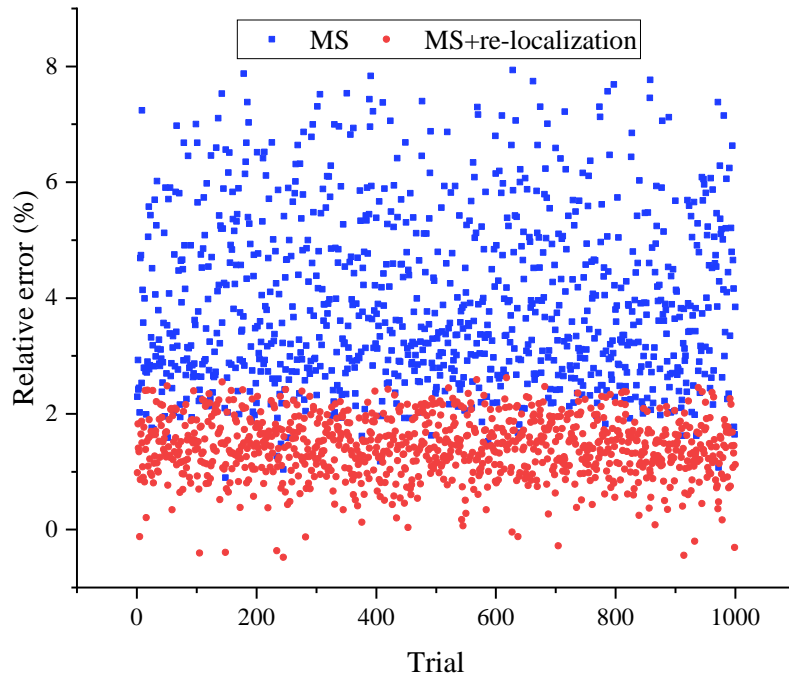


(b) CV of maximum stresses

Fig.3.8 Probabilistic characteristics of maximum stress for large fiber location variation



(a) small variation



(b) large variation

Fig.3.9 Relative error to the finite element method for each trial

### 3.2.5 まとめ

重合メッシュ法は互いのメッシュの整合性が無視できるため、複合材料の微視構造のメッシングの負担を軽減することができ、再局所化法を用いることによって、最大応力の解析精度が向上・安定し、確率応力解析においては確率特性の推定精度も改善することが確認できた。一方、図 3.10(a)に示すように、繊維が非常に近接した場合、ローカルメッシュ同士が重なりその領域において不適切な応力が生じる問題があり、未だに解決には至っていない。また、図 3.10(b)に示すように、複合材料の微視構造の強度推定を考えた場合、き裂の発生、分岐、曲折、結合を進展状態に合わせて適切にローカルメッシュを生成する必要があり、重合メッシュ法の応力解析精度は改善されたものの想定する解析対象についてはまだ課題も残されており、困難である。

以上のことから、これの手法に加え、次節に述べるペリダイナミクスを検討を試みた。

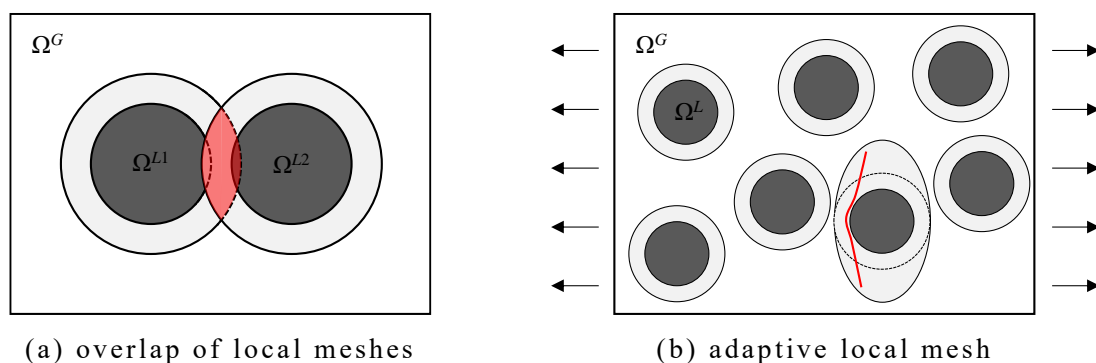


Fig.3.10 Problems with the mesh superposition method for strength estimation of composites

### 3.3 ペリダイナミクス

本研究で想定する数値シミュレーションによる複合材料の強度推定を考えた場合、初期き裂は微視的な局所領域から発生し、その後、き裂が成長し破壊に至るため、ミクロな破壊挙動の評価や理解は重要である。これに対し、従来の古典的な連続体力学に基づく手法を用いる場合、き裂など構造に不連続性がある場合には、それを表現するために二重節点や拡張有限要素法 (Extended finite element method, X-FEM) [87][88]でのエンリッチ関数などが用いられてきた。しかし、複合材料の微視構造の破壊においては、複数のき裂の発生・成長・分岐・結合など非常に複雑な破壊挙動であることが知られており、解析が困難となる。

この問題に対し、本研究では固体の破壊現象の解析を主目的に、新たなシミュレーション手法として 2000 年に Silling によって提案されたペリダイナミク

ス (Peridynamics, PD) [91]-[94]に注目した. ペリダイナミクスを用いた場合のモデル化の概要を図 3.11 に示す. また有限要素法との比較を表 3.2 に示す. ペリダイナミクスの特徴としては, 古典的弾性理論を再定式化し, 従来の有限要素法では解析対象を有限要素メッシュで離散化するのに対し, ペリダイナミクスでは粒子によって離散化する点が挙げられる. また, 有限要素法はある要素に隣接する要素からのみ直接の影響を受ける局所的な手法なのに対し, ペリダイナミクスは分子動力学のように物質点の周囲の物体点の一定範囲内の影響を受け, 物質点間の相互作用のネットワークとして扱うことによってモデル化される非局所的な手法である. また, ペリダイナミクスは分子動力学と異なり, 影響半径は有限距離である. 非局所的な手法であることから, ペリダイナミクスの支配方程式は積分方程式となり, 空間微分を含まないため, 有限要素法と比較しても, き裂に沿った再メッシュ生成やエンリッチ関数などの処理が不要であり, 粒子間の結合のみで表現することから, 亀裂などの不連続性を含む問題に対して適していると報告されている[95]. 本研究では, 本手法を複合材料の微視構造の破壊挙動を考慮した強度推定解析に適用する.

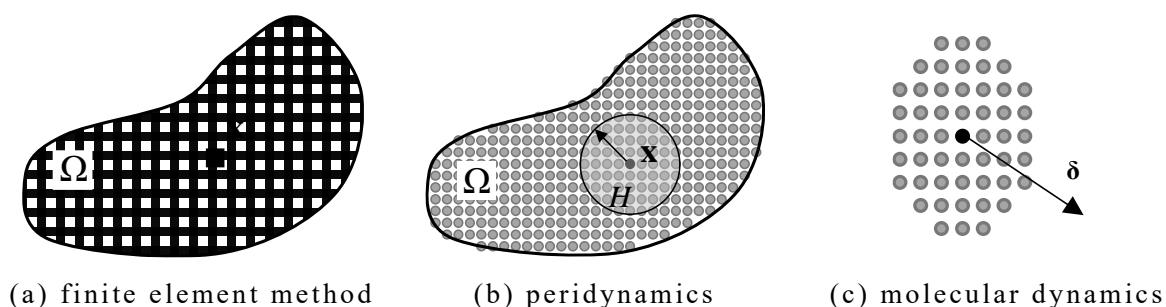


Fig.3.11 Basic concept local and nonlocal models

Table 3.2 Comparison of finite element method and peridynamics

	Finite Element Method	Peridynamics
モデリング	有限要素	粒子
支配方程式	微分方程式	積分方程式
数値解法	陰解法	陽解法
損傷・破壊 に関する条件	応力に基づく パラメータ き裂の発生と進展を 別々に扱う	粒子間の ストレッチ (ひずみ) き裂の発生と進展を 同時に扱う



### 3.3.1 ペリダイナミクスによる解析の概要

ペリダイナミクスは、積分方程式に基づく定式化、粒子による空間離散化を行う数値解析手法であり、粒子の相互作用力により運動を表現できる点が特徴である。支配方程式は次のような運動方程式で表される。また、ペリダイナミクスの概要を図 3.10 に示す。

$$\rho(\mathbf{x})\ddot{\mathbf{u}}(\mathbf{x},t) = \int_H f(\mathbf{u}' - \mathbf{u}, \mathbf{x}' - \mathbf{x}, t) dH + \mathbf{b}(\mathbf{x}, t) \quad (3.12)$$

ここで、 $\mathbf{x}$  は位置ベクトル、 $\mathbf{u}$  は変位ベクトル、 $H$  は影響領域 (Horizon と呼ばれる)、 $\rho$  は質量密度、 $f$  は時間  $t$  における  $\mathbf{x}$  から  $\mathbf{x}'$  に対する粒子の相互作用力の密度関数、 $\mathbf{b}(\mathbf{x}, t)$  は外力密度ベクトル (体積力) である。

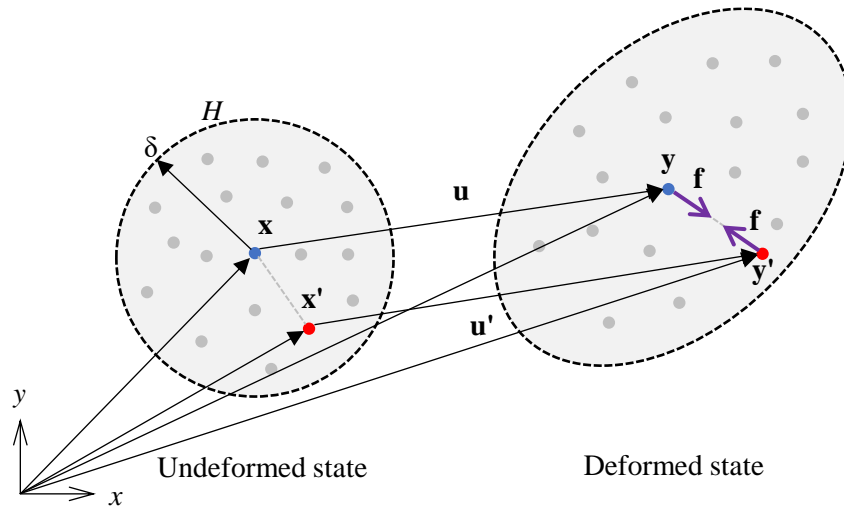


Fig.3.12 Overview of the peridynamics theory

また、粒子間の相互作用力  $f$  は次式で表される。

$$f(\mathbf{u}' - \mathbf{u}, \mathbf{x}' - \mathbf{x}, t) = c(\delta) s(\mathbf{u}' - \mathbf{u}, \mathbf{x}' - \mathbf{x}, t) M \quad (3.13)$$

ここで、 $c$  は Micro modulus でありヤング率  $E$  とポアソン比  $\nu$  により与えられる。また、粒子配置によって異なり、粒子が規則配置されている場合は式 (3.13)、不規則配置の場合は式 (3.14) を用いる。

$$c(\delta) = \begin{cases} 12K'/\pi h_2 \delta^3 & \text{(two dimensional)} \\ 18K/\pi \delta^4 & \text{(three dimensional)} \end{cases} \quad (3.14)$$

$$c(\delta) = \begin{cases} 4K'/|\xi| \cdot c_v & \text{(two dimensional)} \\ 9K/|\xi| \cdot c_v & \text{(three dimensional)} \end{cases} \quad (3.15)$$

$$c_v = \frac{\int_{H_x} dV + \int_{H_x'} dV}{\int_{H_x} dV \cdot \int_{H_x'} dV} \quad (3.16)$$

ここで  $K$  は体積弾性率であり， $K'$  は二次元問題での体積弾性率である．また  $h_2$  は板の厚さである． $K'$  は次式で表される．

$$K' = \begin{cases} E/2(1-\nu) & \text{(plane stress)} \\ E/2(1-\nu-\nu^2) & \text{(plane strain)} \end{cases} \quad (3.17)$$

また，ストレッチ  $s$  は初期粒子間距離の変化率であり，次式で表される．

$$s = \frac{|\mathbf{y}' - \mathbf{y}| - |\mathbf{x}' - \mathbf{x}|}{|\mathbf{x}' - \mathbf{x}|} \quad (3.18)$$

$M$  は  $\mathbf{x}$  から  $\mathbf{x}'$  へ力密度の方向単位ベクトルであり，次式で表される．

$$M = \frac{\mathbf{y}' - \mathbf{y}}{|\mathbf{y}' - \mathbf{y}|} \quad (3.19)$$

式(3.12)を解くことによって解析対象の変形状態を得ることができる．また，ペリダイナミクスでのき裂のモデル化は図 3.13 に示すように，粒子間の結合を消すことで表現できる．

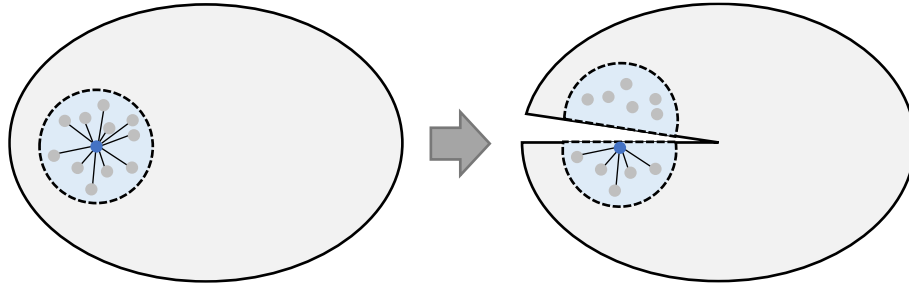


Fig.3.13 Representation of crack in peridynamics

物体の損傷を考慮するためには，状態変数  $\mu$  を式(3.13)の力密度関数に導入することによって表現され，次式で表すことができる．

$$f(\mathbf{u}' - \mathbf{u}, \mathbf{x}' - \mathbf{x}, t) = \mu c(\delta) s(\mathbf{u}' - \mathbf{u}, \mathbf{x}' - \mathbf{x}, t) M \quad (3.20)$$

$$\mu = \begin{cases} 1 & \text{intact bond, } s < s_0 \\ 0 & \text{damaged bond, } s \geq s_0 \end{cases} \quad (3.21)$$

ここで， $s_0$ は臨界ストレッチ（Critical stretch）と呼ばれ，その概要を図3.14に示す．粒子間の力は式(3.14),(3.15)のMicro modulusに比例して増加し，臨界ストレッチに達すると0となる．ペリダイナミクスでは材料の破壊特性を臨界ストレッチで与え，粒子間の距離で定義される．そのため，界面の特性が不確実な異種材料において，応力と異なり距離で定義されることから利点となる．

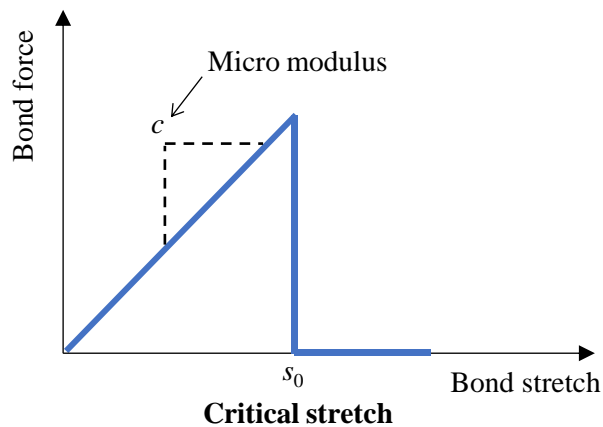


Fig.3.14 Critical stretch in peridynamics

### 3.3.2 ペリダイナミクスによる複合材料の微視的なき裂進展解析の検証

本節では、有限要素法とペリダイナミクスにより複合材料の微視的なき裂進展解析を行い、強度推定問題への適用可能を調査する。解析モデルは一方向繊維強化複合材料の断面の微視構造の SEM 画像より作成した。解析の境界条件を図 3.15 に示す。また、解析対象の材料として、エポキシ樹脂と E-ガラスからなる繊維強化複合材料を想定した。それぞれの物性値は表 3.1 を用いた。

有限要素法では強制変位を徐々に与え、要素応力が基準値に達した際にヤング率を  $10^{-4}$  倍した。繊維周囲の界面にあたる要素では主応力および主せん断応力が 17.6 MPa、樹脂の要素の主応力またはミーゼス応力が 30.0 MPa に達したとき破壊とみなした。樹脂の引張強度は同研究の引張試験結果によって得られた値を用いているが、せん断強度の試験結果を見出すことが出来なかったため、本研究ではせん断応力成分が含まれているミーゼス応力を強度基準として用いた。界面の剥離強度は十字形試験片法による界面の複合応力状態破壊基準に関する研究[96]から 90 度十字形試験片の実験結果を引用し、せん断強度は不飽和ポリエステル複合材料の界面せん断強度に及ぼす繊維処理の影響を調査した研究[97]からシラン処理された場合の強度を引用した。

ペリダイナミクスではモデル両端に一定変位速度  $v$  を与えた。解析において、粒子は 0.25mm 間隔で正方配置し、総粒子数は 120009 であった。また、Horizon は粒子間隔の 3.015 倍、臨界ストレッチは 0.0143 とした。

各手法の解析モデルの例を図 3.16 に示す。なお、前述の通り改善した重合メッシュ法を用いても実際の繊維配置を考慮したき裂進展解析は困難であると考えられるため、参照解は通常有限要素法によるものとした。有限要素法のメッシュは、オープンソースソフトウェアの Gmsh[86]により作成した。ペリダイナミクスは、粒子を正方格子配置している。

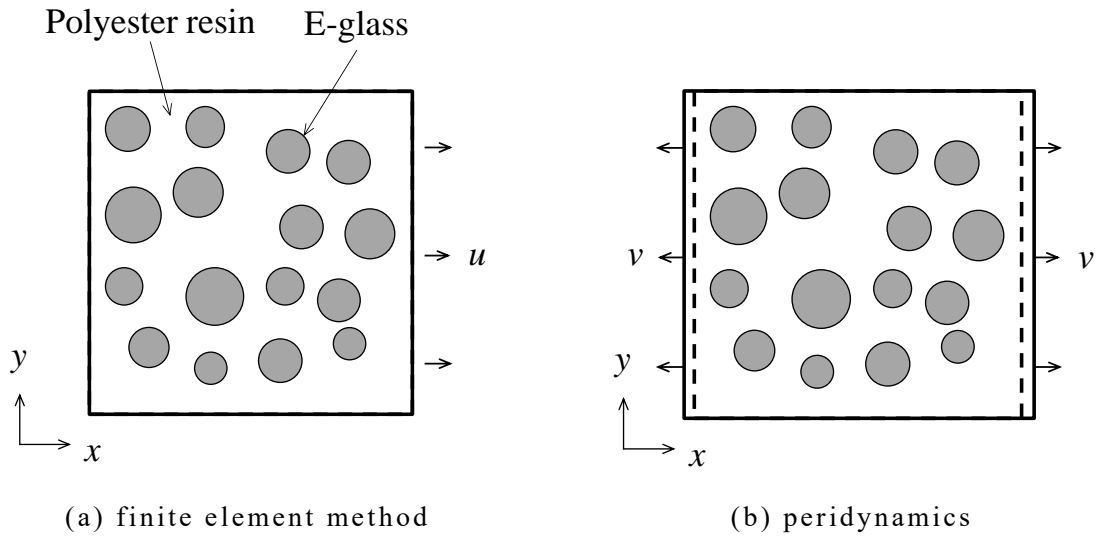


Fig.3.15 Analysis target and boundary conditions

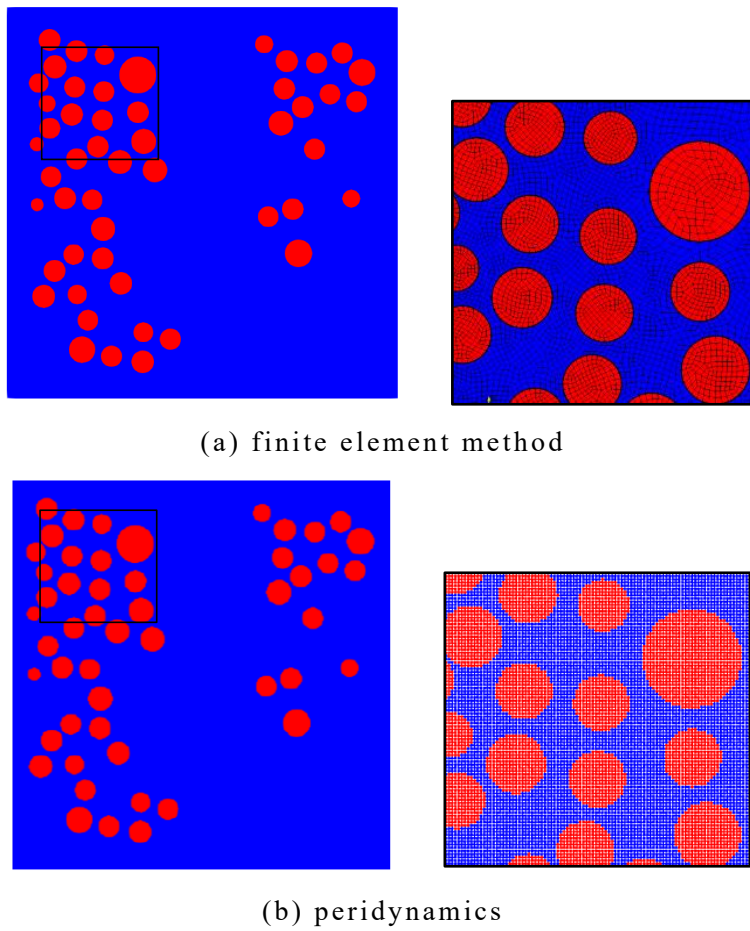
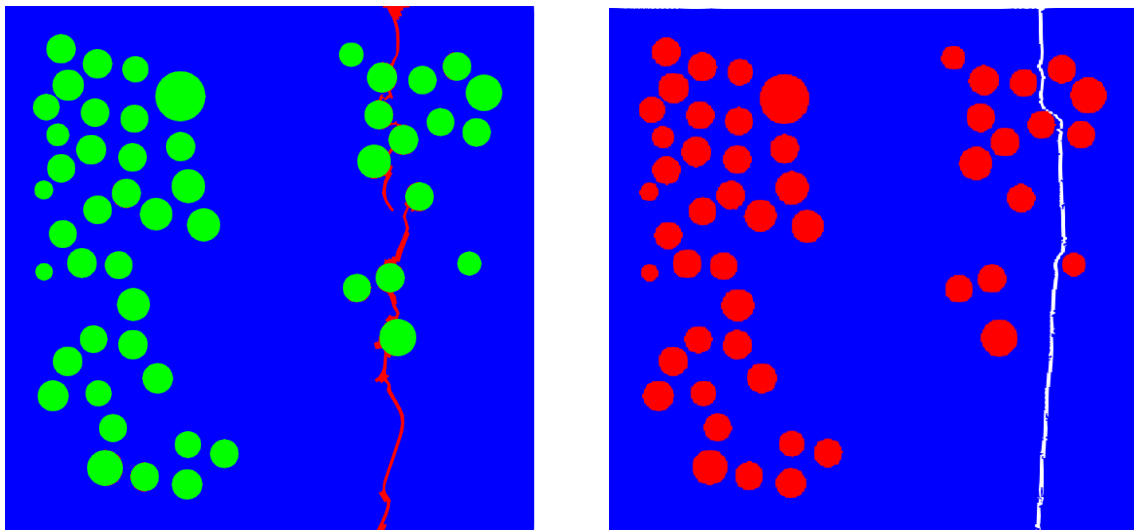


Fig.3.16 Example analysis models for each method

### 3.3.3 数値計算結果

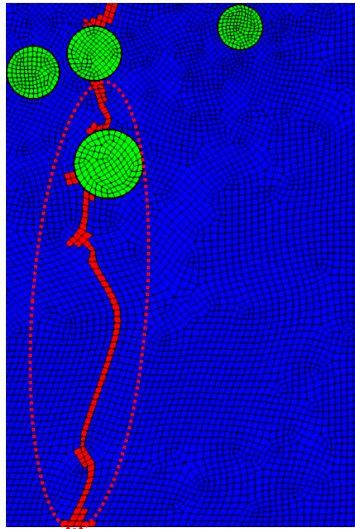
有限要素法およびペリダイナミクスにより破壊解析を行った。前述の問題設定に対し、図 3.17 に各手法により得られた最終破断状態を示す。図 3.17 よりいずれの手法においても同様の破壊傾向を示していることが確認できる。しかし、図 3.18 に示すように、樹脂部での破壊挙動については、有限要素法の場合、材料定数が一定であるにもかかわらずメッシュの影響を受けて曲折していることが確認できる。それに対して、ペリダイナミクスでは直線的な破壊挙動となっており妥当な結果が得られていると考えられる。また、見かけの応力とひずみの関係を図 3.19 に示す。図 3.19 より、ペリダイナミクスと有限要素法の破断応力は概ね一致している。一方、破断ひずみに関しては値が異なり、この差が有限要素法ではき裂がメッシュに依存しに屈曲することによる破断ひずみの増加に起因すると考えられることから、ペリダイナミクスが複合材料の強度推定に対してより有効性であると考えられる。



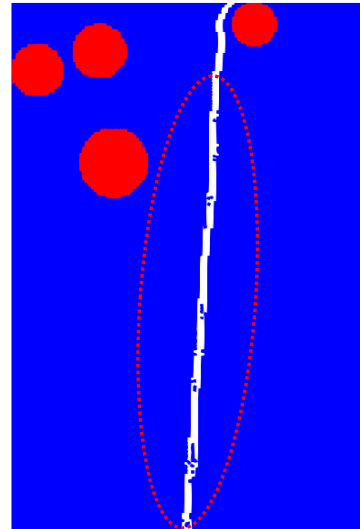
(a) finite element method

(b) peridynamics

Fig.3.17 Result of final microscopic fracture state of each method



(a) finite element method



(b) peridynamics

Fig.3.18 Crack path of each method

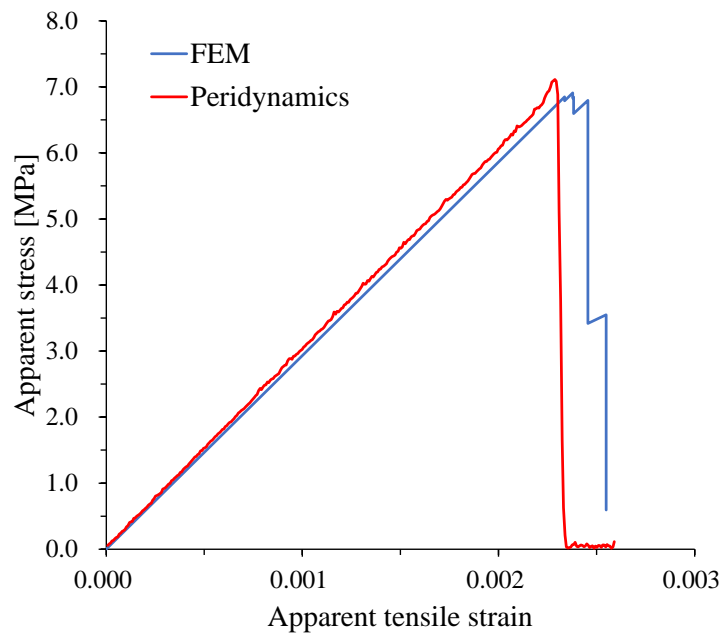


Fig.3.19 Result of stress-strain relationship of each method

### 3.4 結言

本章では、一方向繊維強化複合材料の微視構造に複数の数値シミュレーション手法を適用することによって強度推定への有効性を調査した。得られた結果を以下に示す。

#### 1. 重合メッシュ法による応力解析

- ・重合メッシュ法のローカルメッシュの解析精度の改善手法として再局所化法を提案した。
- ・再局所化法により各試行における最大応力の精度が向上・安定し、確率特性の推定精度についても改善した。
- ・重合メッシュ法では実試験片における繊維配置を考慮した微視的破壊進展解析は容易でないことが示唆された。

#### 2. ペリダイナミクスによる破壊解析

- ・複合材料の微視構造の破壊挙動が適切に予測された。
- ・有限要素法により得られた樹脂部の破壊挙動ではメッシュ依存性による不自然なき裂挙動が確認され、ペリダイナミクスがより妥当であるといえる。
- ・より現実的な解析のためには、実験などによる各種パラメータの設定を熟慮する必要がある。



## 第4章 複合材料の微視的ランダム性の評価

本章では、本研究の目的である一方向繊維強化複合材料の見かけの強度推定について、実材料の詳細は特性評価に基づく精確な数値シミュレーションと共に重要な役割を果たす「ランダム性・不確実性」の評価とそれを考慮した数値シミュレーションについて述べる。前述の通り、複合材料は不均質な材料であり、その微視的応力場は複雑である。これに対し、これまで仮定された材料特性や繊維配置の変動を考慮した解析が行われてきた。一方、実材料では微視構造が理想的に精度よく配置されていることはまれであり、微視構造の実際の空間的な変動を評価することは重要と考えられる。この観点から、本研究では複合材料の実試験片を用いた微視的な幾何学的ランダム性のモデリング法を開発し、同定したランダム場を反映した繊維の位置を決定するとともに、それに基づく数値シミュレーションにより、微細構造の確率論的特性を考慮する必要性を調査した。

### 4.1 ランダムフィールドモデリング

一方向FRPの実試験片の微視構造観測から、例えば、繊維配置などの微視的応力場に影響を及ぼすパラメータは試験片内でランダムに変化していることが確認できる。ランダムに分布している繊維の影響を決定論的に評価することは困難であり、確率的手法によって微視構造の特性を表現することで、微視構造のランダム性およびその影響の評価を行えると考えられる。

これらの理由から、微視構造の確率的特性の分布をランダムフィールド[98]として捉えモデル化を行う。モデル化にあたっては、微視構造の特徴量の抽出、特徴量のランダムフィールドの構築の手順で行われる。

#### 4.1.1 繊維の特徴量抽出

本章では、微細構造の幾何学的特徴量のうち、繊維配置にかかるパラメータの確率論的特性を調査するため、低真空SEM(SU-1510, HITACHI)を用いて、一方向ガラス繊維強化複合材料の断面画像の観察を行った。観察された微視構造を図4.1に示す。図4.1より、観察領域内に多数の繊維が存在することから、繊維の幾何学的特徴は、観察された画像に対し画像処理を行うことで取得することとした。

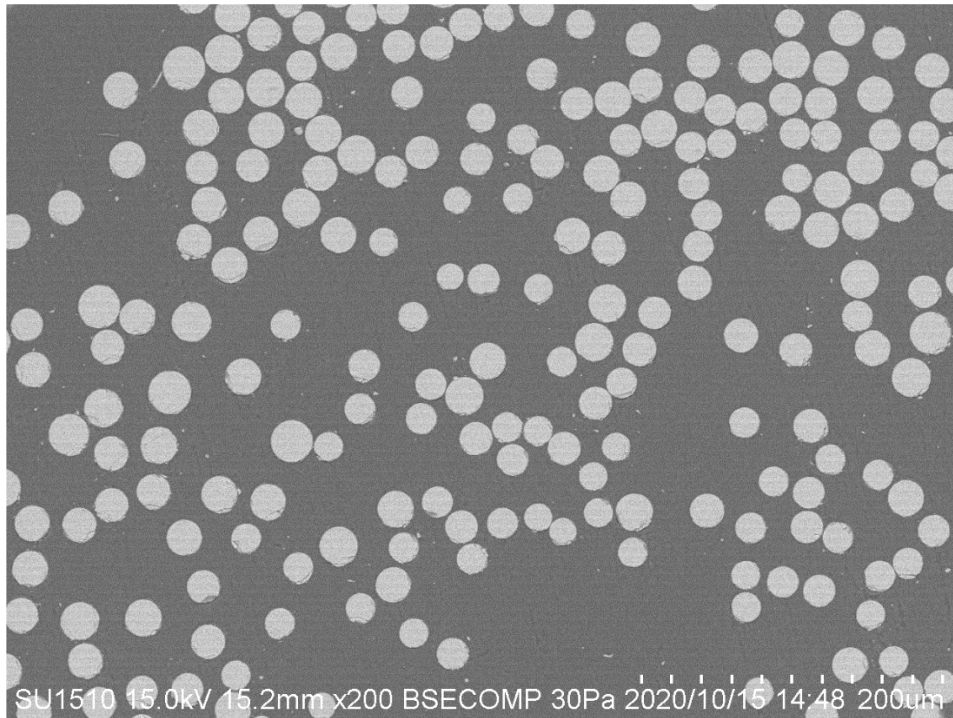
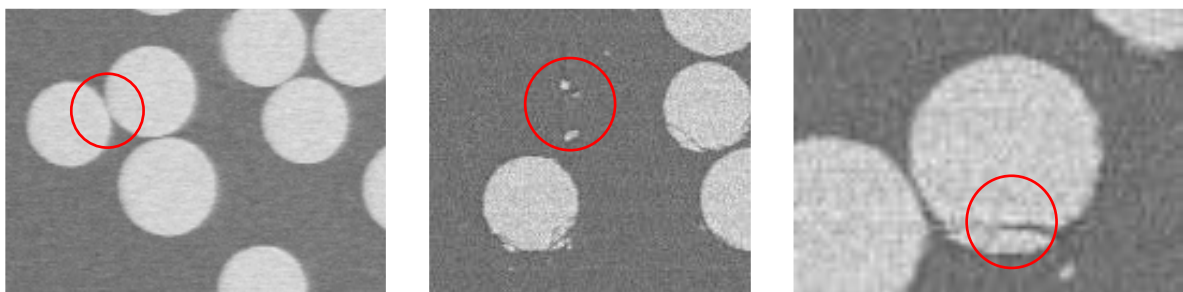


Fig.4.1 Cross-sectional structure observed by SU-1510

ここで、微視的な幾何学的パラメータのモデリングを行うためには、対象画像から各繊維の幾何学的特徴を正確に抽出する必要がある。しかし、通常は撮影された SEM 画像には試験片に存在する様々な欠陥が含まれている。例えば、SEM から得られる断面構造画像から直接的に繊維中心位置や繊維半径である繊維の幾何学的特徴を同定することを考えると、図 4.2 に見られるような以下の因子が問題となる。

- (a) 繊維の接触
- (b) 表面に付着した塵や研磨時に生じたと考えられる微小点
- (c) 試験片切断時に生じたと考えられる繊維断面の傷



(a) fiber contact

(b) small dot

(c) surface scratches

Fig.4.2 Examples of defects in SEM images

これらの問題を解決するために、繊維特徴量同定の前処理として画像処理を行う。本研究では、ノイズ軽減フィルタリング、モルフォロジー演算による近傍処理を行った。ここで通常、ノイズフィルタリングを行うと、物体のエッジ等の特徴も全てぼかしてしまう問題がある。特に広く用いられているガウシアンフィルタカーネルはあるピクセルの近傍領域に対し重み付け平均を行った値を畳み込むことから、注目するピクセルがエッジ付近にあることは考慮されていない。

そこで本研究では、画像から繊維を同定する際に二値化画像のピクセル値が変化した部分を繊維のエッジとするため、SEM画像のエッジ情報をできるだけ保存しつつノイズの低減を試みた。具体的には、式(4.1)に示されるバイラテラルフィルタ (bilateral filter) [94]を用いた。式(4.1)の畳み込みカーネル  $G$  は式(4.2)で示される。

$$\text{dst}(x, y) = \frac{1}{c} \sum_{i=0}^{n-1} \sum_{j=0}^{n-1} G_{\sigma}(x, y, x+i, y+j) \text{src}(x+i, y+j) \quad (4.1)$$

$$G_{\sigma}(x, y, x', y') = \exp\left(\frac{-x'^2 + y'^2}{2\sigma^2}\right) \exp\left(-\frac{(\text{src}(x, y) - \text{src}(x', y'))^2}{2\sigma^2}\right) \quad (4.2)$$

ここで、 $\text{src}$  は入力画像であり、 $\text{dst}$  は出力画像である。式(4.2)における  $c$  は畳み込みカーネルの総和を 1 とするための正規化数であり、次式で決定される。

$$c = \sum_{i=0}^{n-1} \sum_{j=0}^{n-1} G_{\sigma}(x, y, x+i, y+j) \quad (4.3)$$

バイラテラルフィルタはガウシアンフィルタの拡張版である。ガウシアンフィルタに加え、注目ピクセルと周辺の画素値の差の度合いを重みに追加している。式(4.2)右辺の第 1 項が注目ピクセルと周辺ピクセルの距離、第 2 項はピクセル間の輝度差による重みづけを反映している。

また、繊維同士が非常に接近している場合、2本の繊維が2本の繊維として認識されることがある。この問題に対して、この研究ではモルフォロジー処理を用いた。モルフォロジー処理ではあらかじめ設定したカーネルに応じて収縮、膨張、組み合わせであるオープニング、クロージング処理が含まれる。ここで、モルフォロジー処理の概要を図 4.3 に示す。

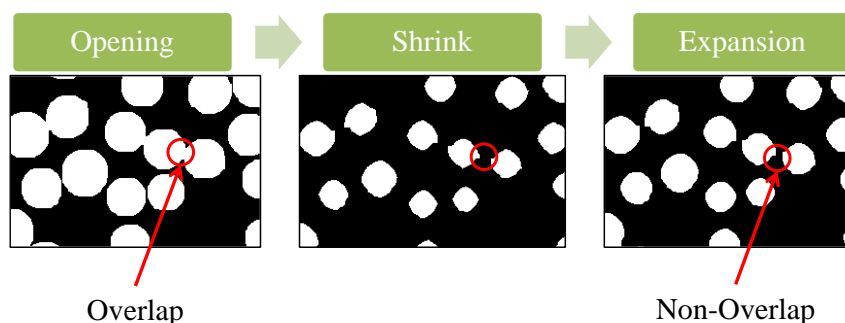


Fig.4.3 Outline of the morphological processing

これらの近接した繊維を分離させるため、収縮処理を行う。収縮処理のみを行うと、繊維外径が小さく処理されてしまう問題が同時に生じるが、膨張処理を収縮処理と適切な回数で行うことによって、繊維が分離できていることが確認できた。

次に、二値化、ノイズ軽減フィルタリング、モルフォロジー処理を行った後の断面繊維画像から、繊維の特徴量を算出する手法について述べる。

二値化後画像における画素値が1である白部それぞれを繊維とし、得られるピクセルの集合から画像モーメントを計算することで集合の重心を求め、得られた重心を繊維中心とした。画像モーメントは画像原点から $(x, y)$ 離れた画素値を  $array(x, y)$ すると以下の式で計算される。

$$m_{ji} = \sum_{x,y} array(x, y) \cdot x^j \cdot y^i \quad (4.4)$$

画像重心  $(cx, cy)$ は以下の形で定義される。

$$cx = \frac{m_{10}}{m_{00}} \quad (4.5)$$

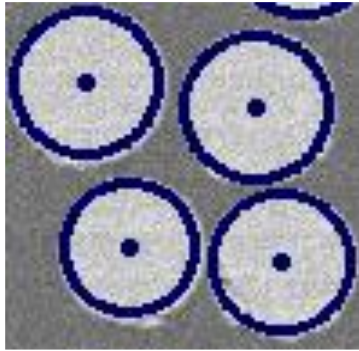
$$cy = \frac{m_{01}}{m_{00}} \quad (4.6)$$

繊維半径は繊維集合の輪郭の長さから計算した。モルフォロジー処理後の繊維輪郭は正確な円の形をしていないことがわかるが、後に収縮処理で輪郭が収縮した際の繊維半径補正を後に行うため、今回はそのまま用いた。

繊維半径  $R$ ，繊維周長  $l_{arc}$ ，繊維長補正項  $k$ を用いて定式化すると以下のよう示される。

$$R = \frac{l_{\text{arc}}}{2\pi} + k \quad (4.7)$$

$k$  は収縮，膨張処理のカーネルの大きさと iteration に依存するパラメータである．今回は  $k = 2.8$  とした．以下に画像処理を行った補正繊維の結果を示す．



(a) normal result



(b) result from partially missing fiber image

Fig.4.4 Extracted fiber edge and center position

図 4.4(a)より，断面画像中心付近の繊維近似はおよそ良好な結果が得られていることがわかる．しかし，図 4.4 (b)のように，境界付近で生じる欠けた繊維に関しては良好な結果が得られていないが，本研究では繊維含有率のランダムフィールドを対象とするため，不完全に近似された繊維も除去しないこととした．

#### 4.1.2 Moving window 法

ランダムフィールドモデリングには Moving window 法[99]を使用した．概要を図 4.5 に示す．図中の  $L$  はウィンドウサイズである．この方法は基準となるウィンドウを定義し，規定量移動したウィンドウ同士の特徴量を比較することにより対象全体の特徴量の空間的分布を取得する手法である．その後，得られた特徴量を用いてランダムフィールドを同定する．特に本研究では，繊維のランダムな分布について繊維含有率の期待値や分散に加え，その空間的な特徴を示す自己相関を同定する．

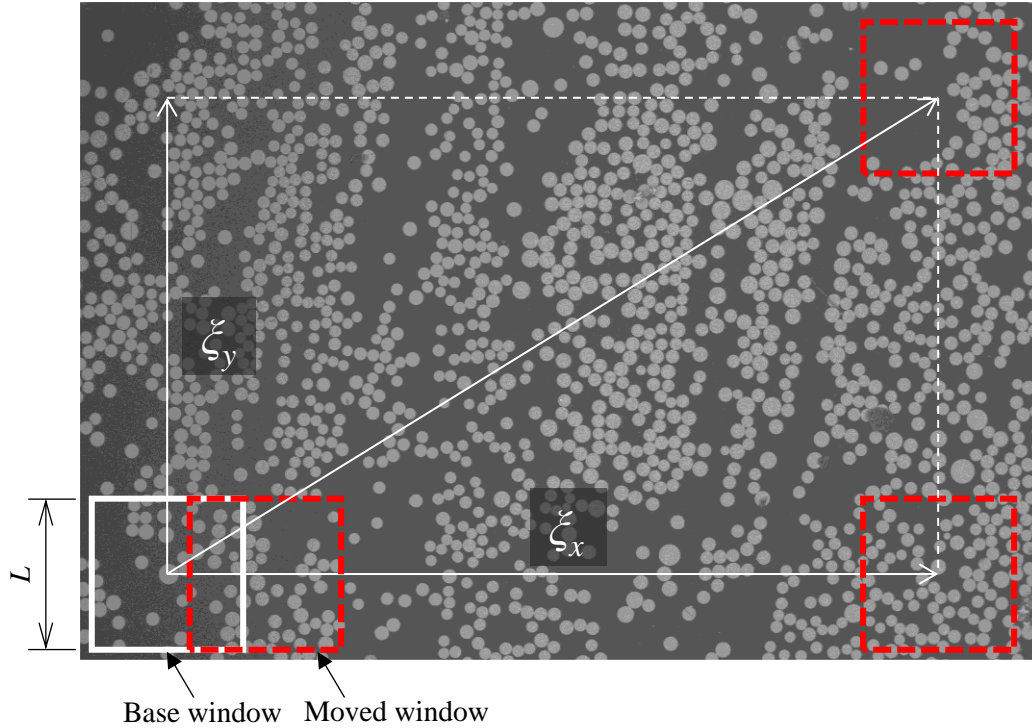


Fig.4.5 Conceptual view of the moving window method for random field modeling

繊維強化複合材料の微視構造の断面画像から抽出された繊維特徴量からランダムフィールドを同定するにあたり、本研究では自己相関関数として次式を用いた。即ち、基準となるウィンドウから $(\xi_x, \xi_y)$ 移動した先との自己相関を計算し、基準ウィンドウを移動させつつ各位置からの自己相関を求めることで、場全体の空間的自己相関を同定する手法である。

$$\rho_B^A(\xi_x, \xi_y) = \frac{1}{nw_x \times nw_y - 1} \sum_{i=0}^{nw_x} \sum_{j=0}^{nw_y} \left( \frac{A(x_i, y_i) - \bar{A}}{\sigma_A} \right) \left( \frac{B(x_i + \xi_x, y_i + \xi_y) - \bar{B}}{\sigma_B} \right) \quad (4.8)$$

ここで、 $\xi$ はウィンドウ移動ステップであり、 $n$ はウィンドウ数、 $A, B$ は対象とする特徴量、 $\bar{A}, \bar{B}$ は全ウィンドウの平均値であり、 $\sigma_A, \sigma_B$ は標準偏差である。なお、単一の特徴量のランダムフィールドを同定する場合は $\bar{A} = \bar{B}, \sigma_A = \sigma_B$ となる。

#### 4.2 モンテカルロシミュレーションにおけるランダムフィールドに従う実現値の組の生成

モンテカルロシミュレーション（MC：Monte Carlo simulation）とは、確率変数の実現値として適当な分布に従う乱数を生成し、それを用いてある入力と出

力の関係を繰り返しシミュレーションすることで応答の確率特性を求める手法である。そのため、一般に解析においては適当な確率密度関数に従って乱数の実現値が生成され、各試行における実現値が決定される。しかし、自己相関を含むランダムフィールドを考慮した MC のためには、各試行における実現値が実試験片の微視構造から同定されたランダムフィールドと同じ自己相関を持たなければならない。例えば Stefanou らの報告[100][101]では、複合材料の各ウィンドウの平均剛性などの平均量をランダム場のモデル化に考慮している。

一方、本研究では、各繊維の位置を確率変数としており、それを直接場の特徴量とすることは困難であるため、Moving window 法の適用のため間接的に局所的な繊維含有率のランダムフィールドを考えることとした。即ち、各ウィンドウの繊維の局所含有率のランダムフィールドを同定し、そのランダムフィールドに一致するように各繊維の位置を調整する。適切な繊維位置を決定するために、本研究では次の手順を提案した。具体的には、任意のランダムフィールドを持つ実現値の組を準備するために、SEM 画像から得られたランダムフィールドと同様のランダムフィールドを持ち、繊維位置を生成し、異なる局所  $V_f$  分布に対して自己相関関数の差を最小化するように、繊維配置の調整を行う。

本研究では、次の最適化問題を解くことで、任意のランダムフィールドを持つ実現値の組を生成することとした。 $V_f$  分布の決定に関する最適化問題は次式となる。

$$\left. \begin{array}{l} \text{find} \quad V_f \\ \text{to minimize} \quad \left\| RError(V_f) \right\| \\ \text{subject to} \quad V_{f\text{meanerror}} = 0 \\ \quad \quad \quad V_{f\text{vareerror}} = 0 \end{array} \right\} \quad (4.9)$$

ここで、 $RError(V_f)$  は局所  $V_f$  のランダムフィールド間の相対誤差であり、 $V_{f\text{meanerror}}$ 、 $V_{f\text{vareerror}}$  は実試験片と仮想モデルとの局所  $V_f$  の平均と分散の相対誤差である。式(4.9)において、目的関数は各ウィンドウの  $V_f$  を設計変数としたときの SEM 画像から計算したランダムフィールドと仮想的に生成された繊維配置の組から定まるランダムフィールドとの誤差ノルムであり、期待値と分散に関する等式制約が考慮されている。本研究では、本最適化問題の解法として、外点ペナルティ関数法を採用した。

一方、繊維配置を決定するための最適化問題は、式(4.10)で表される。

$$\left. \begin{array}{l} \text{find} \quad \mathbf{x} \\ \text{to minimize} \quad \left\| V_f \text{error}(V_f(\mathbf{x})) \right\| \\ \text{subject to} \quad \text{fiber distance} > \text{fiber distance} \times 1.1 \end{array} \right\} \quad (4.10)$$

$$\mathbf{x} = (x_0, y_0, \dots, x_n, y_n) \quad (4.11)$$

ここで、 $\mathbf{x}$  は各繊維位置である。繊維位置最適化では、各繊維の中心位置を設計変数とし、同定された  $V_f$  分布と各実現値の繊維位置から計算された  $V_f$  分布との相対誤差ノルムを目的関数とした。

繊維配置最適化の初期配置はランダムフィールドから生成された  $V_f$  分布に基づいて乱数により繊維が配置される。そして、最終的な繊維位置は実験モデルと仮想的に生成された  $V_f$  のランダムフィールド間の差を最小限に抑えるように、調整して決定される。なお、繊維間距離が大きく近接した場合のメッシュ生成における不安定性を回避するため、繊維間距離に制約を設けた。本研究では、繊維間距離は繊維半径の 1.1 倍より大きい事とした。

以上より、実試験片と同様の局所  $V_f$  のランダムフィールドを使用した MC は次の計算手順に従って行われる。

- (1) 局所体積含有率と繊維配列の初期値を乱数で設定する。
  - (2) 式(4.9),(4.10)の最適化問題を解くことにより、局所的な体積含有率分布および繊維配置を決定する。
  - (3) 最適化された繊維配置に基づき数値シミュレーションを行う。
  - (4) (1), (2), (3)を繰り返すことによって微視的応力の確率特性を計算する。
- 本研究で使用した一様乱数と正規乱数の乱数生成方法は、PCG64 法[102]および Box-Muller 法[103]を用いた。解析全体の流れを図 4.6 に示す。



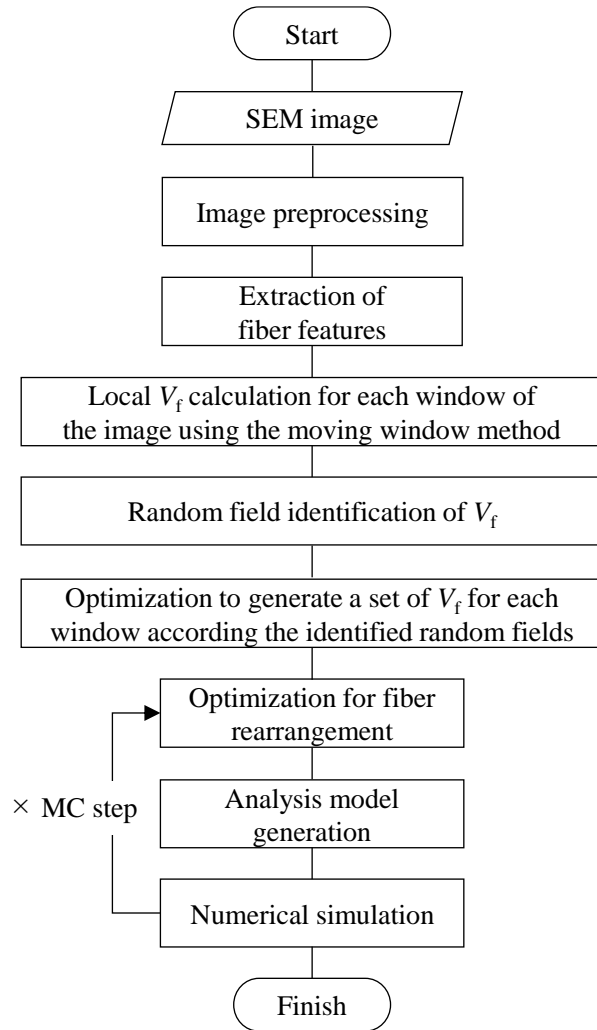


Fig.4.6 Overview of MC using identified random fields in SEM images

図 4.6 の計算プロセスでは，SEM 画像全体の前処理における，ノイズ除去やモルフォロジー処理などの画像処理に関する一部のパラメータは手動で調整され，その他の処理はウィンドウごとに自動的に処理される。

### 4.3 繊維含有率のランダムフィールドを考慮した確率応力解析

#### 4.3.1 疑似的に生成された繊維配置の組のランダムフィールドの検証

実試験片の一方向繊維強化複合材料の微視構造の観察画像から同定されたランダムフィールドと，それに基づき生成される疑似的な繊維配置のランダムフィールドを比較し，提案手法の妥当性検証を行う。

まず，SEM 画像から同定した局所  $V_f$  の自己相関関数を図 4.7 に示す。横軸はウィンドウの  $x$  方向移動量  $\xi_x$  であり，奥行きは  $y$  方向移動量  $\xi_y$  である。ランダムフィールドは  $(\xi_x, \xi_y) = (0, 0)$  の際は基準ウィンドウからと同じウィンドウを比較し続けるため，自己相関は 1 となる。ウィンドウの移動量が大きくなるほど，

相関が小さくなることが確認できる。

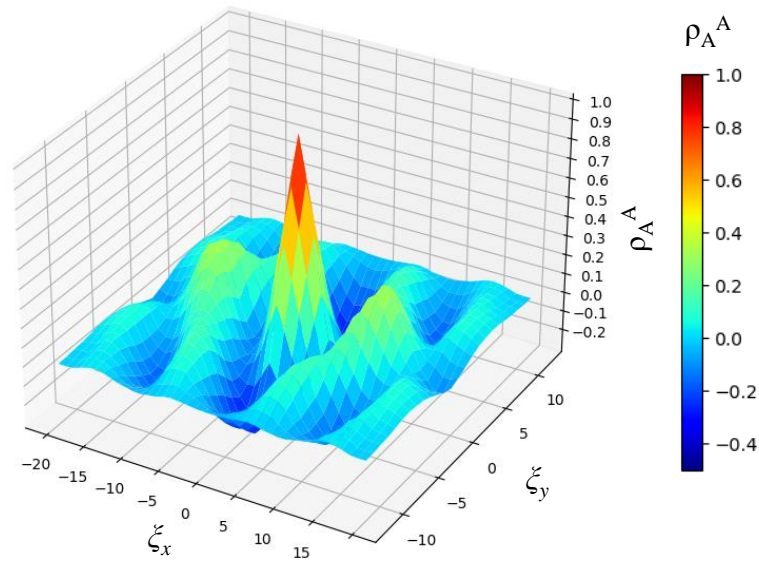


Fig.4.7 Autocorrelation function of local volume fractions of fibers identified using SEM image

このランダムフィールドに対し，同様のランダムフィールドかつ異なる局所  $V_f$  分布を持つ実現値を，提案手法により生成した．疑似的に生成した繊維配置の組の自己相関関数の一例を図 4.8 に示す．本研究の目的の一つは，実試験片から得られたランダムフィールドと同じランダムフィールドを持つ実現値のセットを生成することであることから，提案手法の有効性を確認するために，参照解である実試験片のランダムフィールドと，提案手法により生成した繊維配置のランダムフィールドとの誤差分布と最適化プロセスの履歴を図 4.9 および 4.10 に示す．

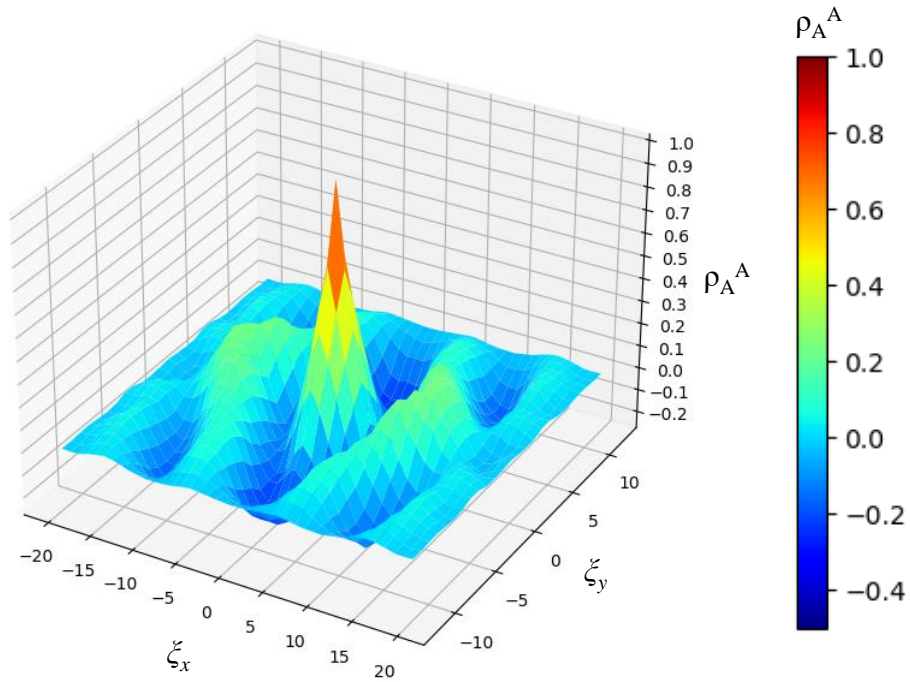


Fig.4.8 An example of autocorrelation function identified from a set of virtual fiber arrangement

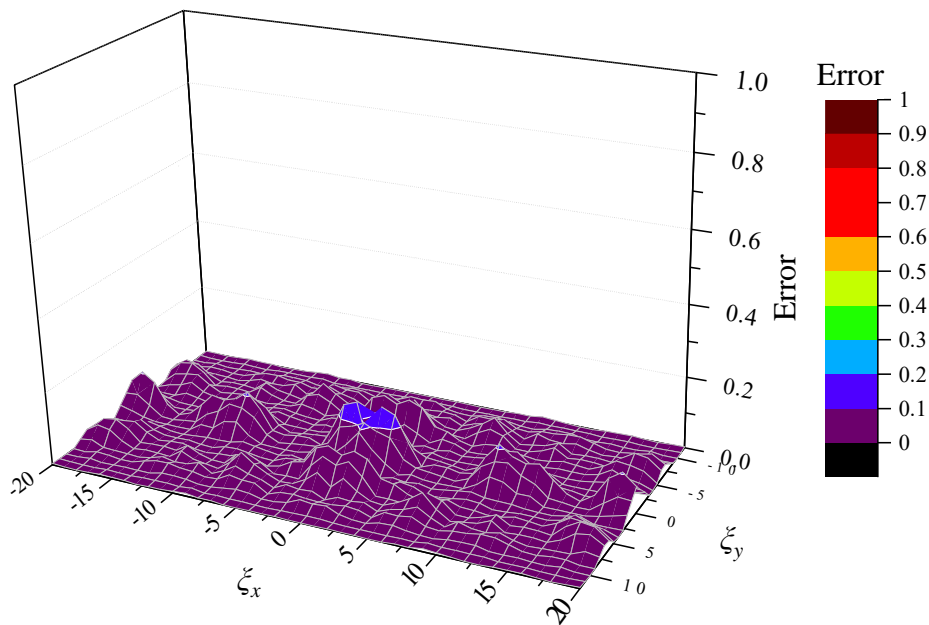


Fig.4.9 Relative error between the identified random field of the local volume fraction of fiber in actual specimen and that of a realization in MC

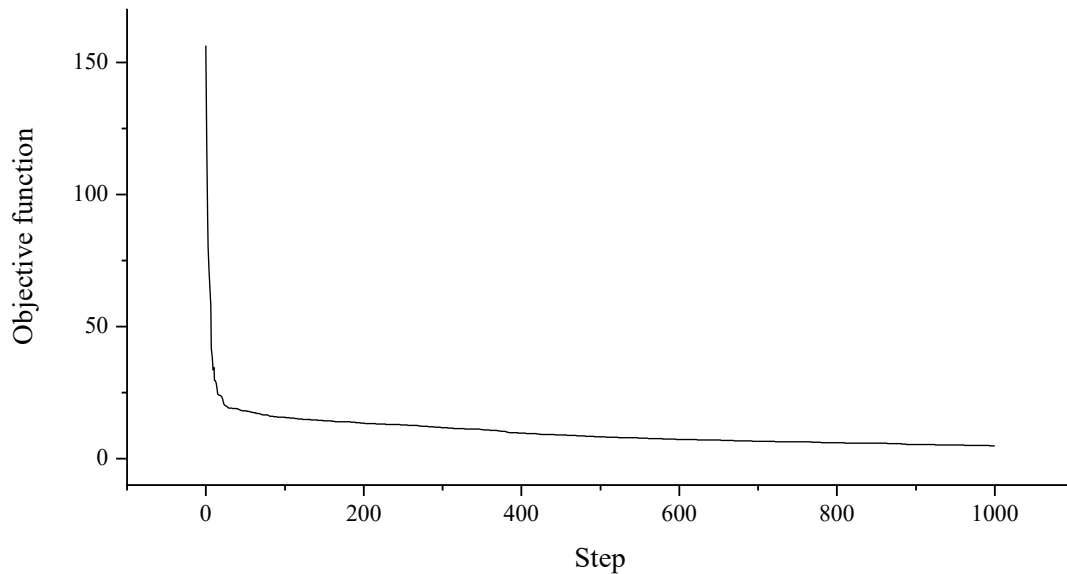


Fig.4.10 An example of the optimization history for fiber arrangement adjustment

図 4.8–4.10 から，実試験片の SEM 画像と非常に近い RF を持つ局所  $V_f$  の実現値の生成が提案手法により可能であることが確認でき，領域全体にわたって誤差が小さいことが確認できた．また，最適化処理も適切に動作しており，提案手法は目標とするランダムフィールドを持つ繊維の局所的な体積含有率の実現値を生成するために有効であると結論付けられる．

#### 4.3.2 繊維配置のランダムフィールドを考慮した確率応力解析の問題設定

本研究では，複合材料の繊維配置のばらつきを考慮した確率応力解析に対する提案手法の有効性の確認のために，微視的確率応力解析について 2 つの状態を仮定し解析を行った．1 つ目は従来のマルチスケール解析の適用の際に仮定されている微視構造が周期的な場合である．この場合，ランダムな微細構造を考慮すると，微細な周期性の仮定が適切でない場合がある．そのため 2 つ目として，材料の不均一性を考慮した場合を考えた．この場合，均質化法のようなマルチスケール解析法では適切でないことがあるため，シングルスケールでの仮想引張試験がしばしば用いられる．シングルスケール仮想引張試験解析の境界条件の模式図を図 4.11 に示す．なお，境界条件の影響を低減するために，SEM 画像全体の平均  $V_f$  の均質化解析から得られた弾性特性を持つ仮想均質化材を不均質材料領域の両側に貼り付けたモデルとしている．

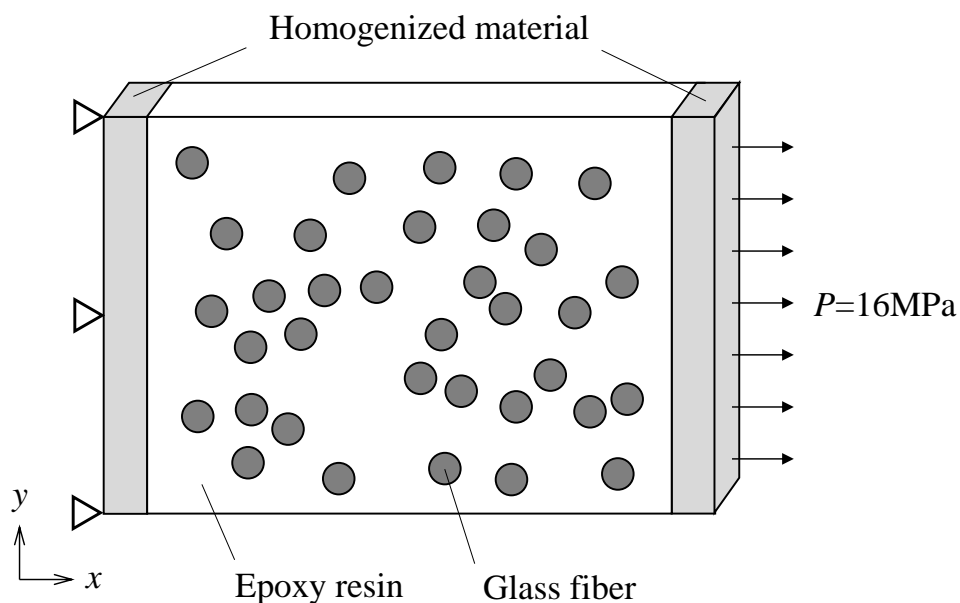


Fig.4.11 Analysis model and boundary conditions for virtual tensile testing analysis

また，解析に用いる物性値は表 3.1 を用いた． Moving window 法のパラメータを表 4.1 に示す．この例では，ランダムフィールドを生成するための総ウィンドウ数は 273 (21×13) 枚とした．

Width [pixel]	Step [pixel]
200	50

本研究では，以下の 6 つの数値モデルについて比較を行った．

- (1) SEM 画像に基づき正確に生成された均質化モデル
- (2) ガウス分布を仮定して生成した局所的な  $V_f$  を持つ均質化モデル
- (3)  $V_f$  の同定されたランダムフィールドを仮定して生成された局所  $V_f$  を持つ均質化モデル
- (4) SEM 画像に基づき正確に生成された不均質なモデル
- (5) 繊維の位置がランダムな不均質モデル
- (6) 生成したモデルと同定したモデルのランダム場の差を最小化するようにランダムな繊維位置を決定した不均質モデル

ここで、(1), (2), (3)は均質化法に基づくマルチスケール解析を適用し、(4), (5), (6)はシングルスケールでの仮想引張試験解析を適用している。図 4.12 に均質化法に基づくモデル、図 4.13 にシングルスケールの解析モデルの模式図を示す。

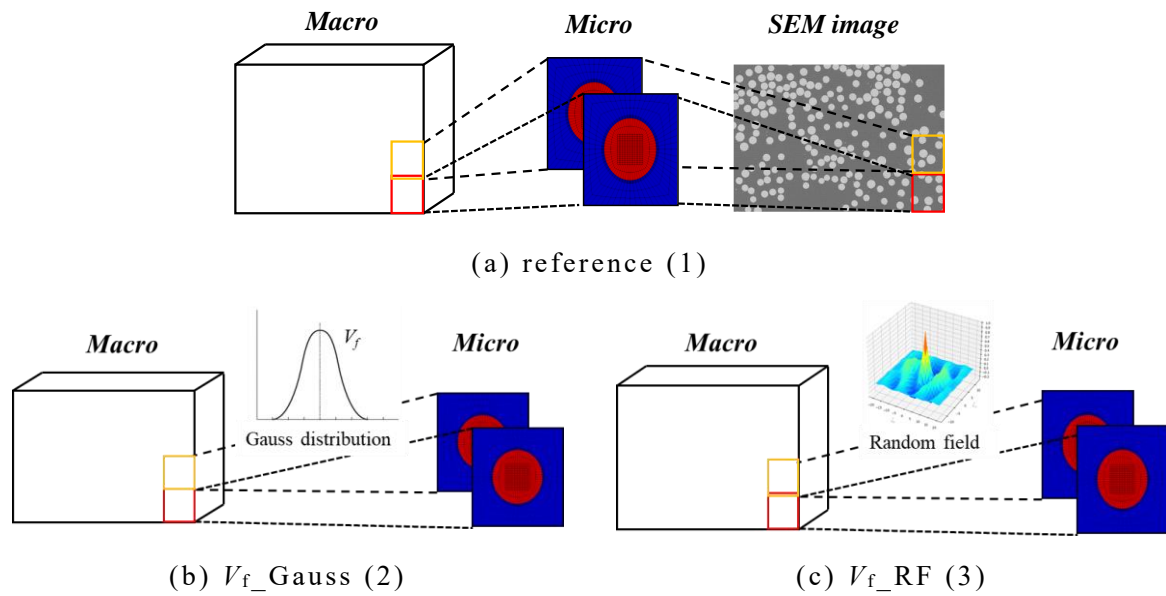


Fig.4.12 Schematic view of numerical models assuming homogenization

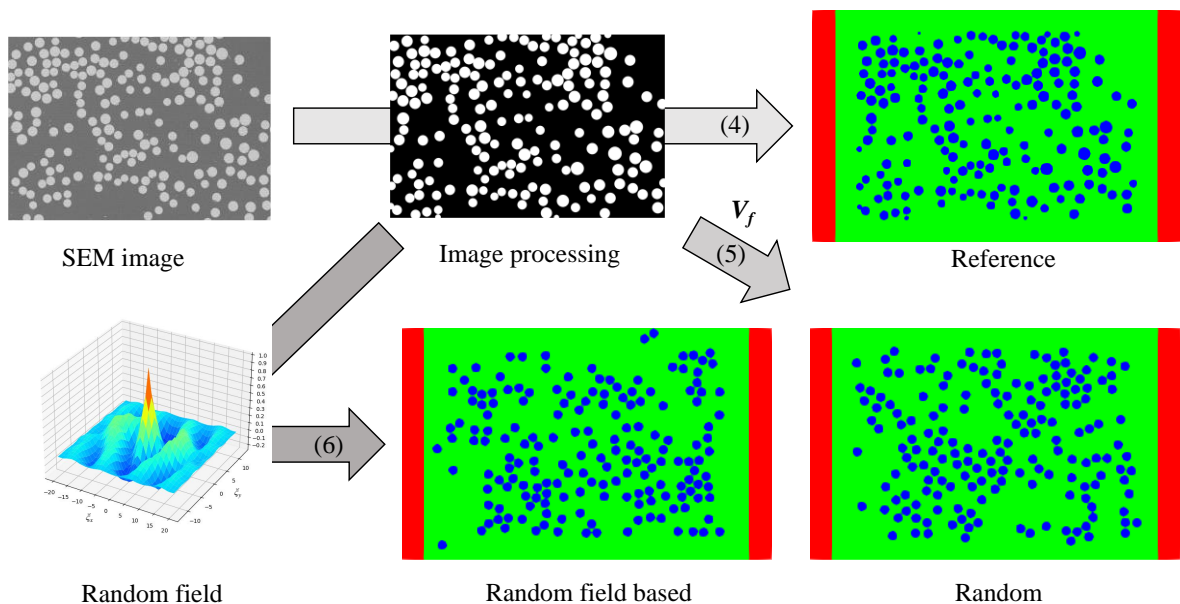


Fig.4.13 Schematic view of numerical models assuming microstructure

### 4.3.3 数値解析結果

ここでは、同定されたランダムフィールドに基づく MC によるマルチスケール確率応力解析を試み、最大応力の確率的特性の計算を行った。1 つ目は繊維の局所体積含有率の RF を考慮したマルチスケール確率応力解析、2 つ目の例は、繊維の局所体積含有率のランダムフィールドで調整された詳細な繊維配置を考慮した解析である。

まず、1 つ目の(1)~(3)の均質化モデルの数値計算結果を比較する。均質化モデルの場合、微視的応力はマクロ的なひずみ場を参照して計算される。図 4.14 にマクロなひずみ場  $\varepsilon_x^{\text{macro}}$  の例を示す。図中の右図は荷重方向のひずみ分布であり、左図はレンジの下位 1/4 (0.0017) 以下の要素を表示している。また、図 4.15 に微視的応力  $\sigma_x$  の例を示す。

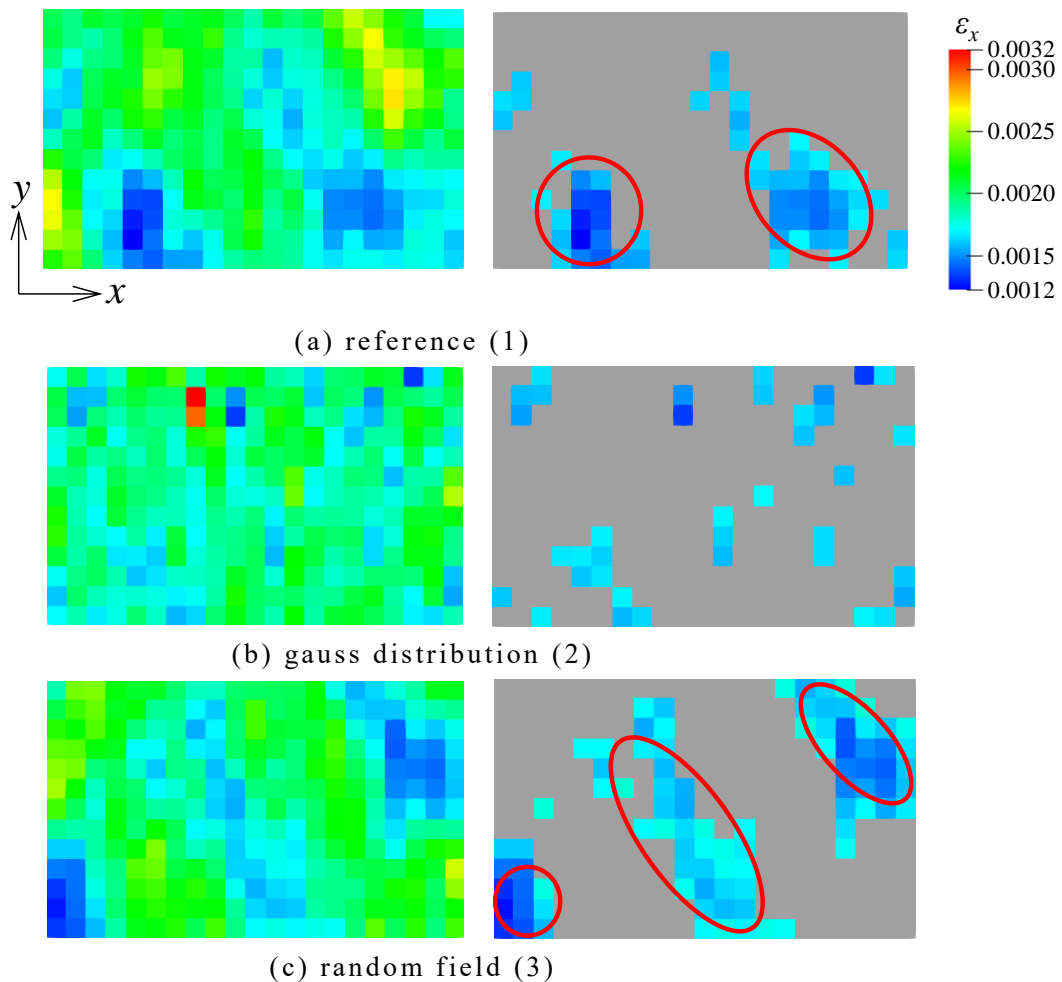


Fig.4.14 Examples of the macroscopic strain distribution of each model

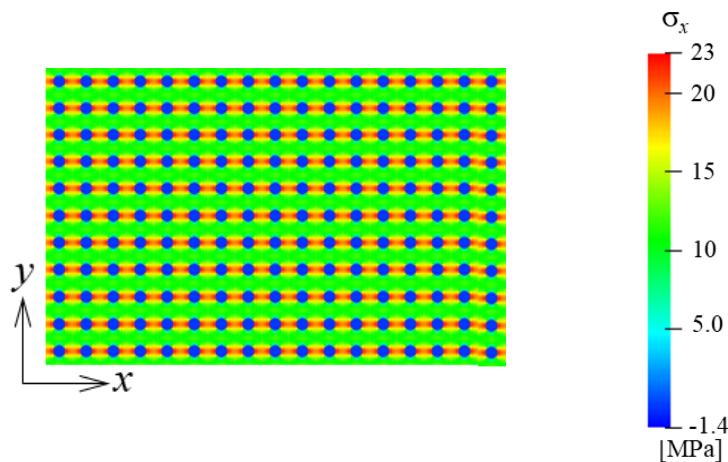
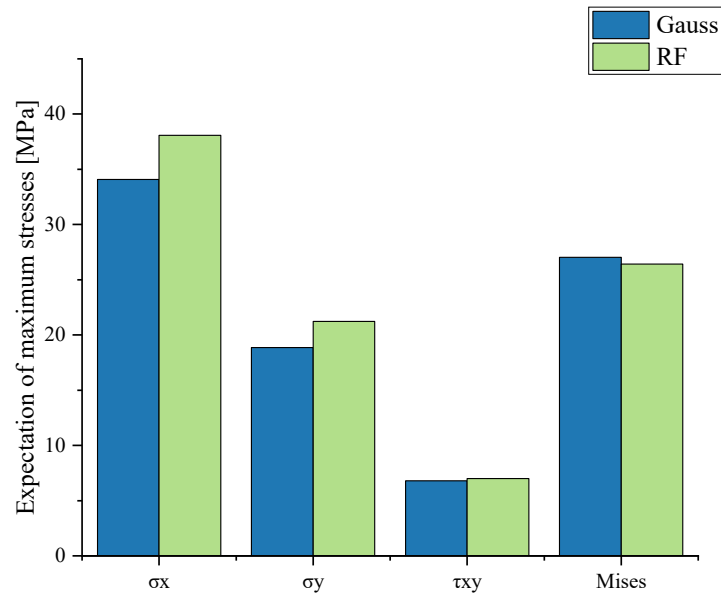


Fig.4.15 Example of the microscopic stress distribution of homogenized model

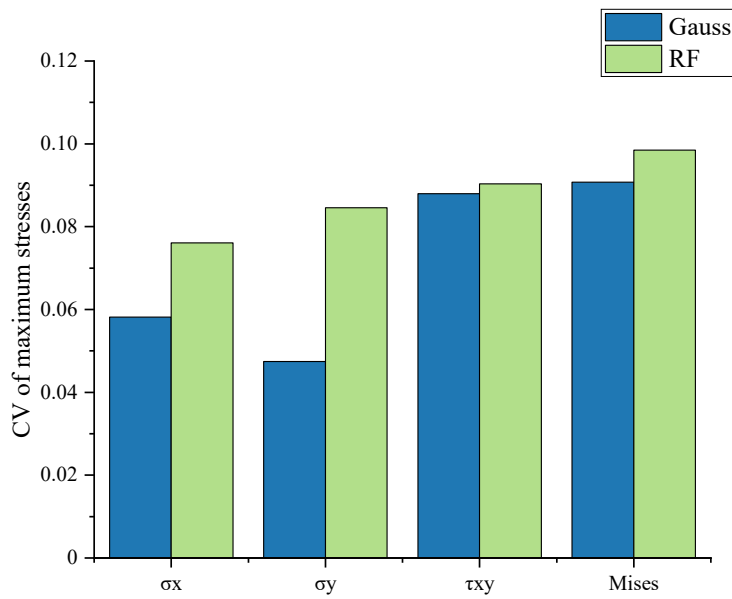
図 4.14(a)より，SEM 画像から得られた  $V_f$  分布の場合，繊維配置の不均一性に起因するマクロひずみの不均一性およびそれらのある程度の偏りが確認できる．ひずみの低い領域は繊維含有率が高いことを表しており，実試験片内において繊維リッチな領域が存在するためである．これに対し，図 4.14(b)より， $V_f$  分布にガウス分布を仮定した場合には，不均一性はあるものの，それらが細かく分散しており実材料の特徴を適切に考慮できているとは言えない．一方，図 4.14(c)に示されているように，ランダムフィールドを考慮することで図 4.14(a)と同様に一定の偏りのある低いひずみのクラスターが確認できるなど，微視構造の繊維分布の不均一性がより適切に考慮できていることが確認できる．

次に，図 4.16 に推定された最大応力の期待値と変動係数（CV）を示す．図 4.16(a)は最大応力の期待値，図 4.16 (b)は最大応力の CV である．図中の"Gauss"は，ガウス分布に従って分布する確率変数の実現値のセットを使用した結果である．このケースでは，繊維は規則的な位置からランダムに移動し，移動距離の実現値はガウス分布に従っており，モデル(2)に対応する．"RF"は，同定されたランダムフィールドに基づく MC の結果である．ここでは繊維の局所体積含有率のランダムフィールドのみが参照および調整され，繊維の位置は調整されていない．すなわち，繊維の局所的な繊維含有率のみを確率変数とみなしており，モデル(3)に対応する．図 4.16 から， $V_f$  分布の RF を考慮することで，微視的応力分布が変化し，微視的応力の期待値および変動係数に差が生じることが確認できる．





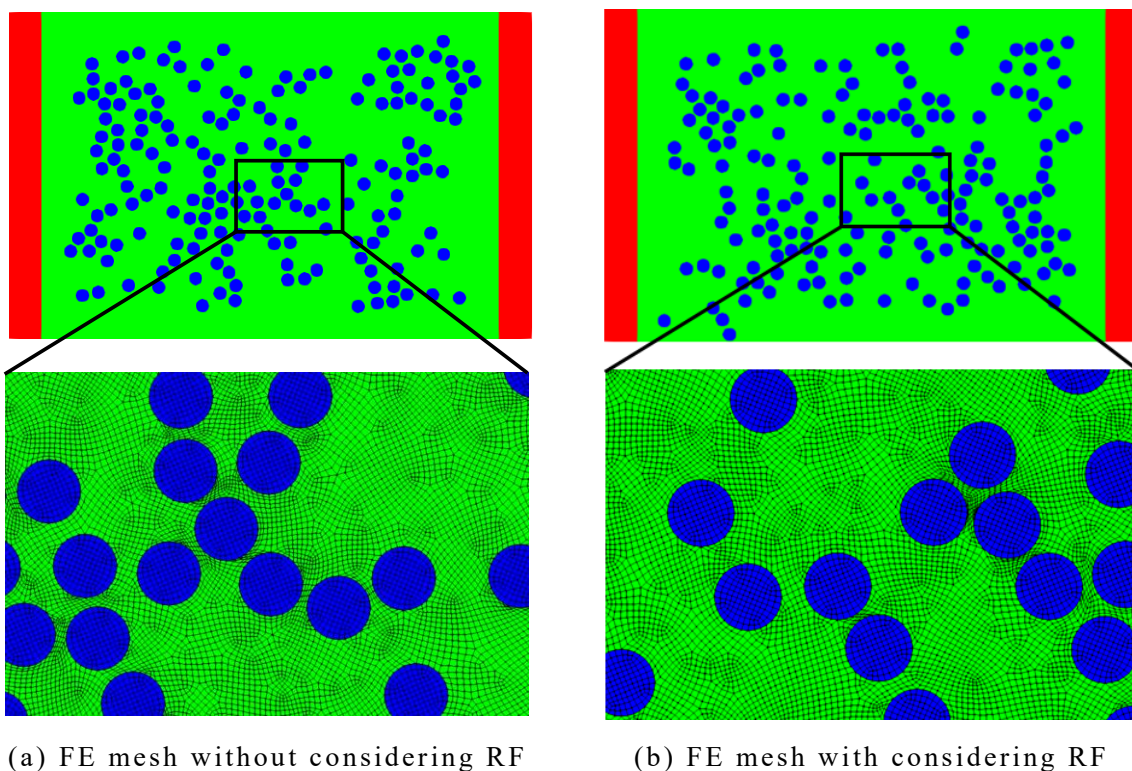
(a) estimated expectations of the maximum stresses



(b) estimated CVs of the maximum stresses

Fig.4.16 Result of multi-scale analysis reflecting only  $V_f$  distribution considering random field

次に，同定されたランダムフィールドに従って繊維位置を調整した MC の結果を示す．このケースでは，モデル(4)～(6)が比較される．各モデルは不規則な繊維配列を持ち，モデル(4)は正確な試験片の微細構造を示し，モデル(5)は同じ平均  $V_f$  を持つランダムに配置された繊維の微細構造，モデル(6)は局所  $V_f$  の同じランダムフィールドを有するランダム繊維配置の微視構造をそれぞれ示している．局所  $V_f$  のランダムフィールドを反映させる前と後の微細構造の有限要素メッシュを図 4.17 に示す．これらの有限要素メッシュは Gmsh[86]によって生成したものである．

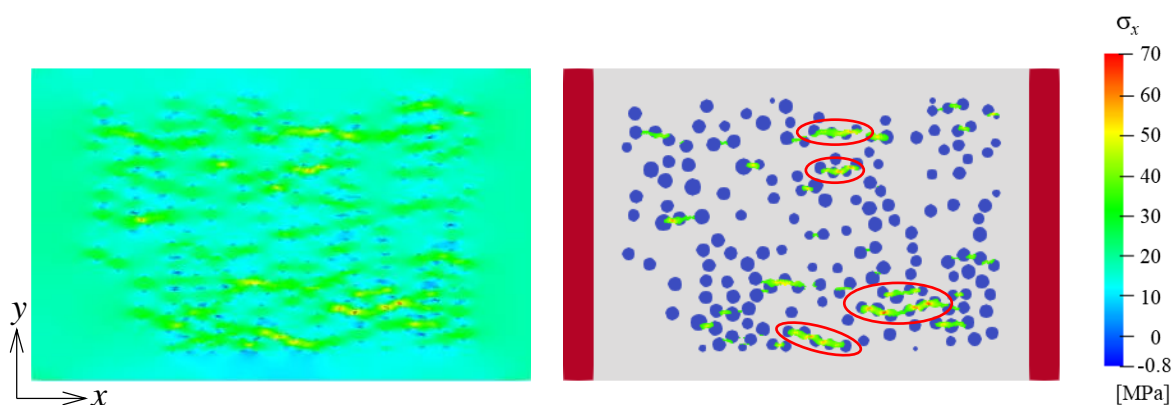


(a) FE mesh without considering RF      (b) FE mesh with considering RF  
 Fig.4.17 Examples of the finite element mesh of the microstructure with / without considering the random field of the local  $V_f$

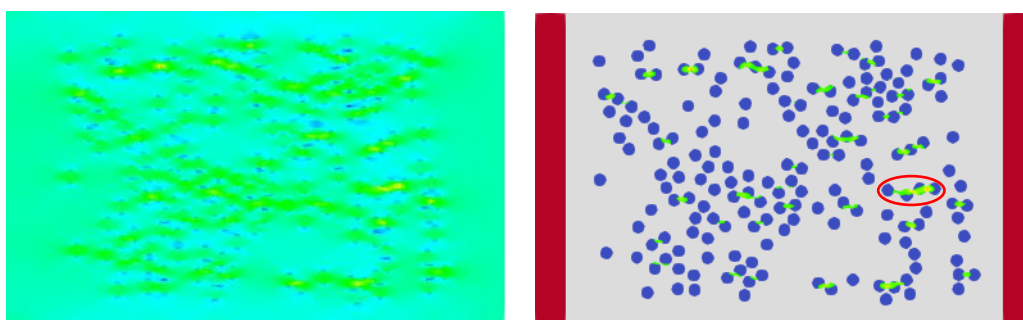
図 4.18 に各モデルの微視的応力分布  $\sigma_x$  の例を示す．図中の右図は 30MPa 以上の要素のみを表示したものである．また，4 本以上の繊維に亘って生じた応力が 30MPa 以上の領域を赤丸で囲っている．図 4.18 より，いずれのモデルにおいても不均一な繊維配置による複雑な応力分布が確認できる．

ここで，30MPa 以上の要素を表示した場合，実際の微視構造では，応力が高い連続した領域が確認できる．ランダムに配置した場合，この領域があまり見られない．一方，ランダムフィールドを考慮した場合，実際の微視構造の同様の応力が高い領域が連続している箇所を確認でき，ランダムフィールドを考

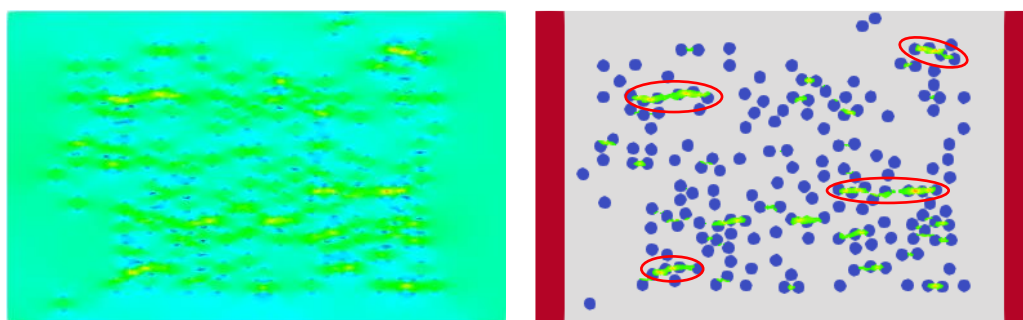
慮することで，実試験片の微視構造の応力場の特徴を表現できると考えられる．



(a) reference



(b) random arrangement

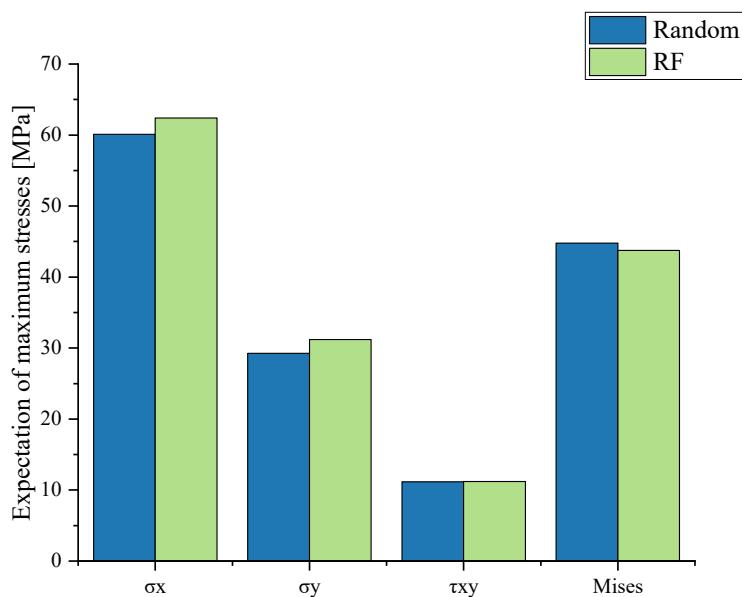


(c) RF base arrangement

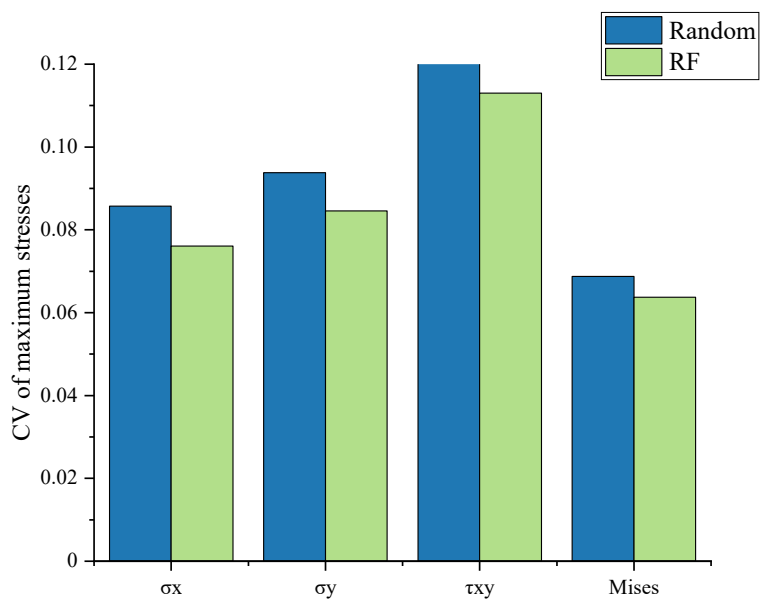
Fig.4.18 Examples of the stress distribution assuming random fiber arrangements

また，図 4.19 に最大応力の確率特性を示す．図 4.19(a)は推定された最大応力の期待値，図 4.19(b)は最大応力の変動係数を示している．このケースで，”Random”は，RF を考慮せずに一様乱数を用いて繊維を分布させたモデル，”RF”は RF を考慮し繊維を配置したモデルである．図 4.19 より，繊維位

置を考慮することによってその確率応答にも差があることが確認できる。特に、変動係数は期待値に比べて、その変化が大きいことが確認できる。



(a) estimated expectations of the maximum stresses



(b) estimated CVs of the maximum stresses

Fig.4.19 Result of multi-scale analysis with a fiber arrangement reflecting  $V_f$  distribution considering random field

#### 4.4 結言

本章では、SEMで観測された実試験片の一方向FRPの局所 $V_f$ 分布のランダムフィールドをモデリングする手法を提案し、同定されたランダム場を反映したランダム繊維配置を考慮したマルチスケール確率応力解析を試みた。得られた結果を以下に示す。

##### 1. 提案手法

実試験片のSEM観察画像を画像処理技術に繊維特徴量が抽出され、ランダムフィールドをモデリングする手法を提案し、同定されたランダムフィールドに従った局所 $V_f$ 分布を実現するために、繊維配置の決定の逆問題アプローチを提案している。

##### 2. 提案手法の特徴

- ・微視構造のSEM画像を使用したランダムフィールドが自動的に生成され、MCで同定されたRFを反映した一連の繊維配置を実現できる。
- ・複合材料の実試験片の微視構造の空間的変動を解析に考慮することが可能である。

##### 3. 数値解析結果との対応

- ・同定されたRFから生成された $V_f$ 分布を用いたマルチスケール解析においては、提案手法により実材料における局所 $V_f$ の不均一性の特徴を反映できることが確認できた。
- ・局所 $V_f$ のRFを考慮した繊維配置を用いると、実試験片の微視構造の応力場で観測される高い応力領域が確認でき、微視構造の繊維の空間分布による応力場の影響の特徴を再現することが可能であることが示唆される。
- ・繊維の局所 $V_f$ のRFを考慮すると最大応力の確率特性に対して差が生じることが確認できた。

## 第5章 提案手法による繊維強化複合材料の定量的強度推定の検証

本章では、これまでに述べた微視的その場観察および計測高精度化手法、複合材料の微視的破壊評価に適した数値シミュレーション法、実試験片におけるランダム性評価およびモデル化手法を統合して、繊維強化複合材料の定量的強度推定を試み、一連の提案手法の当該問題に対する有効性の検証を行う。

### 5.1 微視的その場観察および計測とペリダイナミクス

これまで述べてきたように、実験計測技術は数値シミュレーションの入力パラメータの同定にも用いられる。本研究で対象としている繊維強化複合材料の破壊において、最も初期の損傷は繊維/樹脂における界面はく離であると考えられる。この界面はく離が大きくなり、樹脂クラックへと繋がる。そのため、界面はく離挙動を精確に予測する必要がある。

これまでの解析においては、一般に繊維/樹脂が完全に結合している状態が仮定されており、現実の実験観察結果とは必ずしも一致しない。これに対し、本研究では、微視的破壊進展解析にペリダイナミクスを用い、繊維/樹脂間に臨界ストレットを導入し、より定量的な挙動評価を試みる。以上のことから、本節では提案した微視的その場観察および計測手法を用い、ペリダイナミクスによる数値シミュレーションに使用するパラメータ同定を行い、その有効性を調査する。

#### 5.1.1 臨界ストレッチの同定手法

前述の通り、樹脂間の界面部の挙動特性は臨界ストレッチにより定義できる。実験計測による臨界ストレットの同定においては、微視的その場観察より得られた界面はく離による開口変位量 (Interface debonding opening displacement, IDOD) を用いて決定することとした。IDODは図5.1のように定義される。任意の巨視的ひずみに対し、微視的その場計測により該当箇所の変位量とペリダイナミクスにおける該当粒子の粒子間変位量が同じになるように、繊維/樹脂間の臨界ストレッチ  $s_0$  を決定する。パラメータ同定のための最適化問題は式(6.1)で表され、ニュートン法によって目的関数を最小化することで解析に用いる臨界ストレッチを決定した。

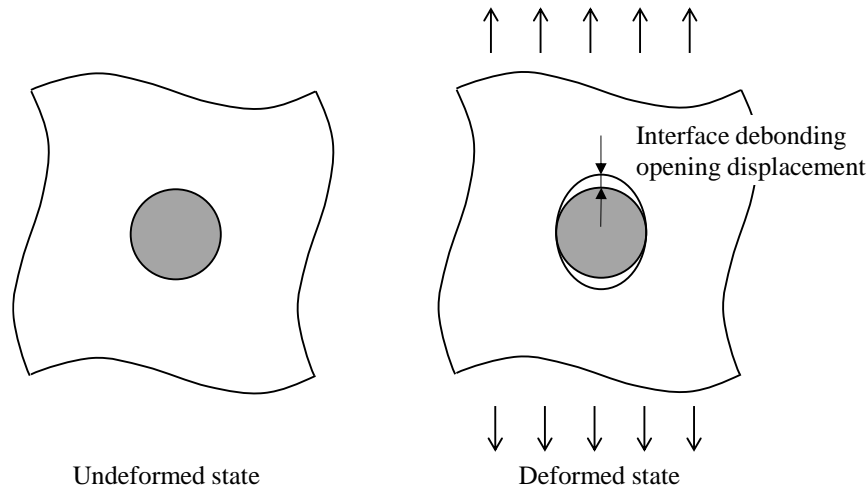


Fig.5.1 Schematic view of microscopic interface debonding

$$\left. \begin{array}{l} \text{find} \\ \text{to minimize} \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} s_0 \\ |\text{IDOD}^{pd} - \text{IDOD}^{\text{exp}}| \end{array} \right\} \quad (5.1)$$

### 5.1.2 試験片

本章では、母材に熱硬化性樹脂である不飽和ポリエステル樹脂(リゴラック, 昭和電気(株)) 介在物にガラス繊維(ガラスロッド, Hilgenberg)を使用した。ガラス繊維の繊維径は  $100\mu\text{m}$  であり、試験片中央部に十数本を含有させた。また、繊維/樹脂の化学的結合力および濡れ性の向上のため、アクリル・シランカップリング剤(昭和電気(株))を母材に 1wt% 添加する。試験片寸法は 2 章の図 2.29 と同様である。成型された平板はダイヤモンドディスクカッターで切断後、研磨紙(#1000)で研磨後、光ファイバーの端面研磨に用いるダイヤモンドラッピングフィルム(トライザクト( $2\mu\text{m}$ ,  $0.5\mu\text{m}$ ), 3M)によって研磨を行った。

### 5.1.3 実験方法

微視的その場観察の試験装置は 2 章の図 3.32 と同様とした。試験条件を表 5.1 に示す。試験において、試験速度はチャック間距離に  $1\%/min$  となるよう設定した。図 5.2 の標点間距離が  $0.1\%$  になる毎に停止し、断面撮影を行い、これを破断するまで繰り返す。なお、停止している時間は  $5\sim 10$  秒程度である。試験片は荷重が増すごとに視野が移動し、ポアソン効果により焦点位置のずれが生じる。そのため、XYZ ステージによりレンズ位置を素早く調整している。

Table 5.1 Test condition

Item	Setting value
Test speed	0.7 mm/min
Grip space	70 mm
Gauge length	20.0 mm
Pause condition	0.02 mm (Displacement between gauge marks)
Lens magnification	×500

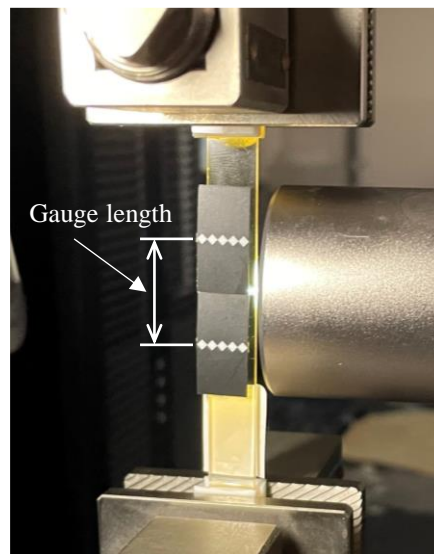
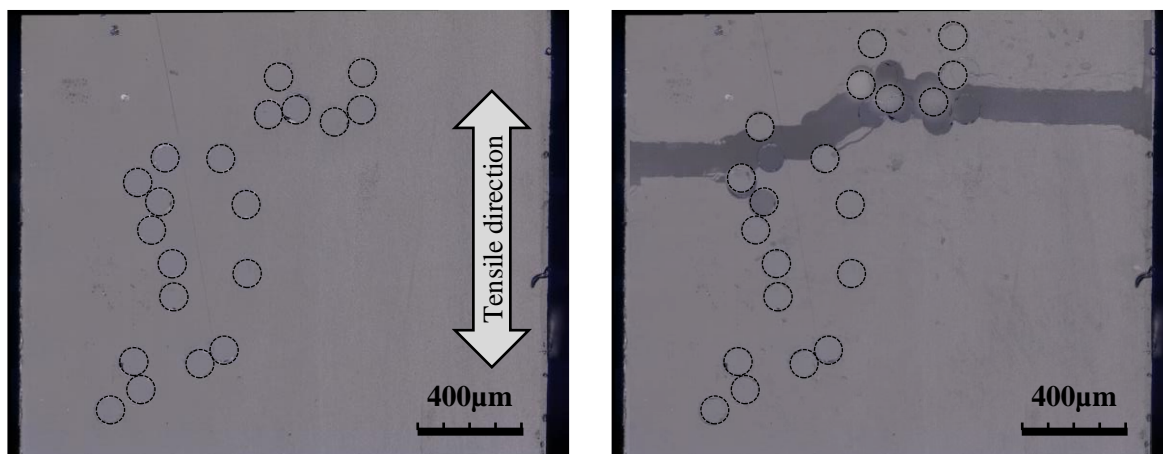


Fig.5.2 Overview of tensile test for in-situ microscopic observation

#### 5.1.4 微視的その場観察結果

試験片断面観察の顕微鏡画像を図 5.3 に示す. 図 5.3(a)は, 試験前に断面を観察した画像である. 図中の円は繊維を表しており, 試験片には 20 本の繊維が含まれている. (b)は試験前画像に破断後の画像を重ね合わせた画像である. 繊維の界面に沿うように破断していることが確認できる. また, その場観察においては, レンズ倍率の関係上, 試験片の一部の領域 ( $610 \times 457 \mu\text{m}$ ) に対しての観察を行った. ここでは, その場観察領域と破断位置が一致した試験片を例に微視的その場観察結果を示す.





(a) before the experiment

(b) after fracture

Fig.5.3 Cross-sectional microscopic observation of specimen

この時に得られた応力-ひずみ線図および標点間の変位量を図 5.4, 図 5.5 に示す. 試験片は 11 回目の計測開始直後に破断した. そのため, 10 回目の負荷終了まで結果より本図を作成した. SS 線図にはひずみが 0.1%毎に応力値が若干低下しているが, これは撮影のための停止中に応力緩和によって荷重値が低下したためである. 各試行の標点間変位量の設定値は 20μm であり, 最終合計は 200μm である. 計測された標点間変位量の累積は 197.0μm であり, 概ね条件通りに実験が行われていると考えられる. また, 初期標点間距離の計測値は 20.206mm であった.

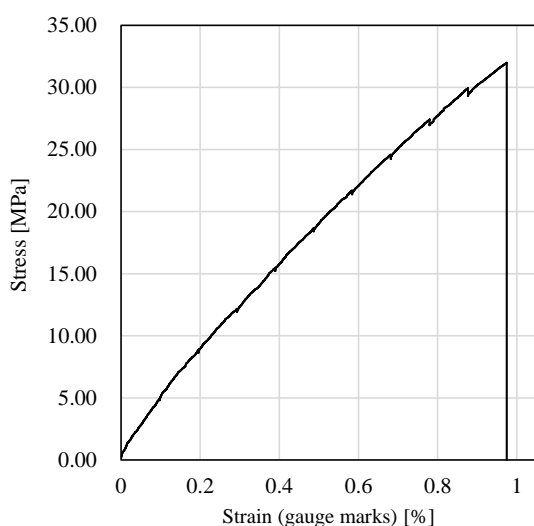


Fig.5.4 Stress-Strain curve

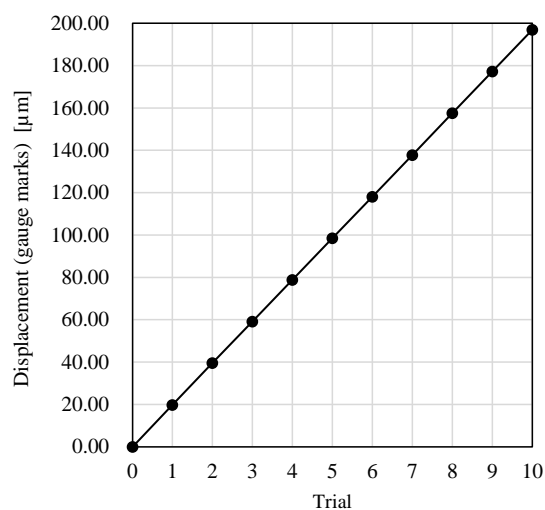


Fig.5.5 Measured displacement between gauge marks

次に、引張試験の微視的その場観察結果を図 5.6 に示す。(a)は試験片のその場観察領域を表している。(b)~(f)については、観察領域が一致するように基準位置を決め、元画像からトリミング (542×380μm) を行っている。図 5.6(b)~(f)より、荷重の増加に従って、界面はく離が進行し、樹脂クラックに繋がっていくことが確認できる。

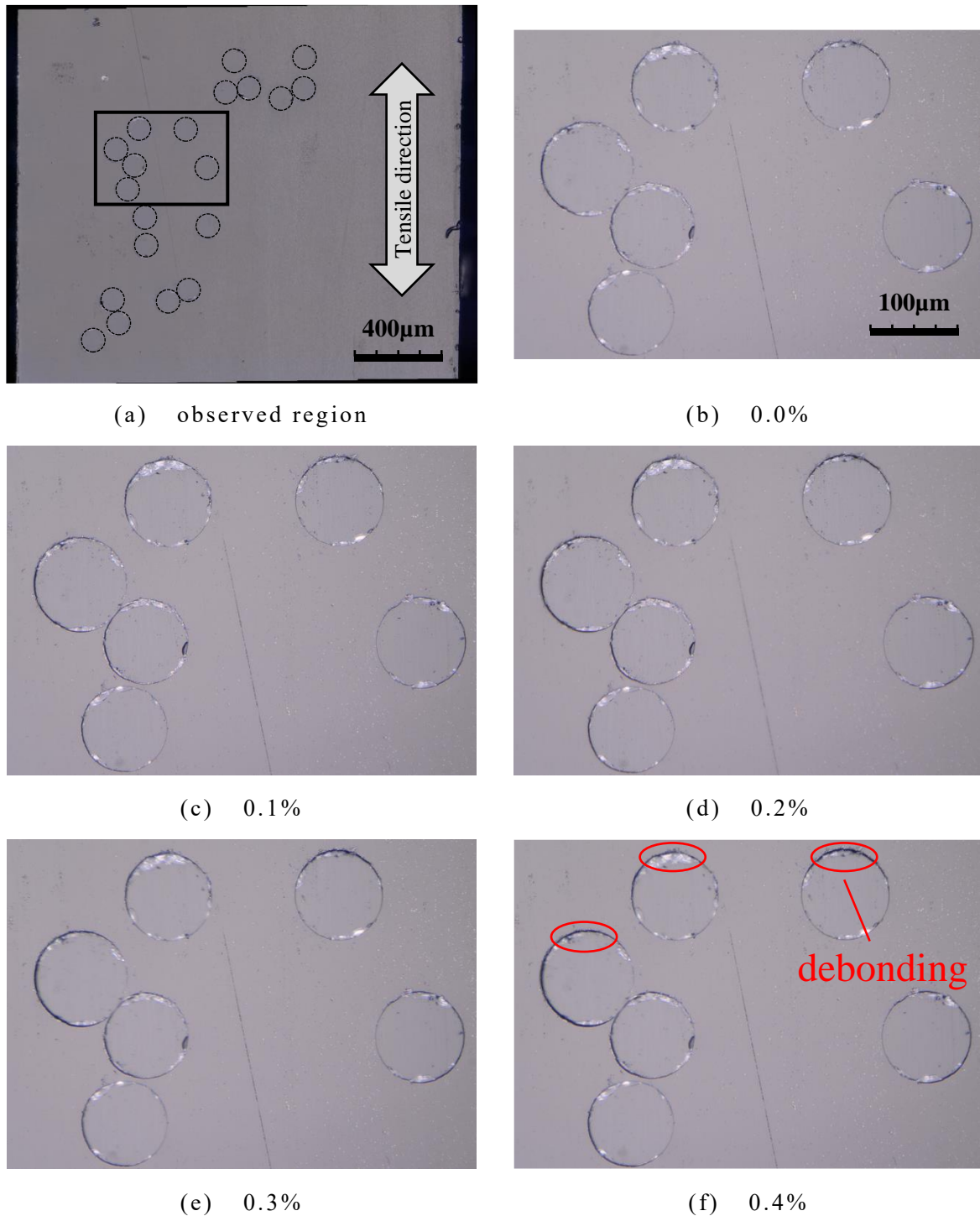
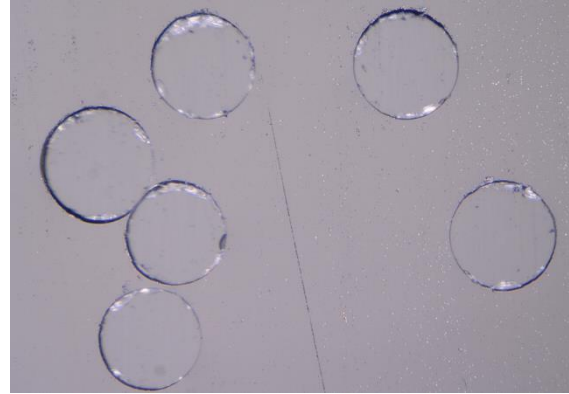


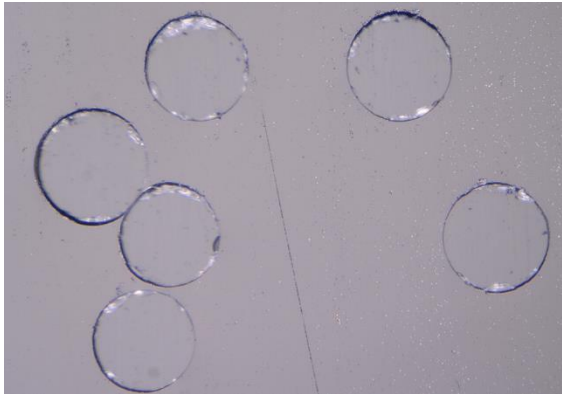
Fig.5.6 In-situ observation of damage propagation



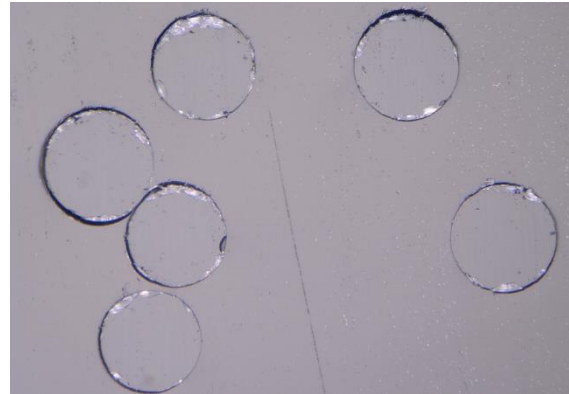
(g) 0.5%



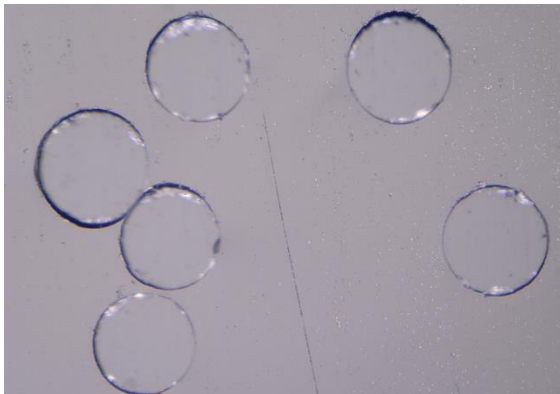
(h) 0.6%



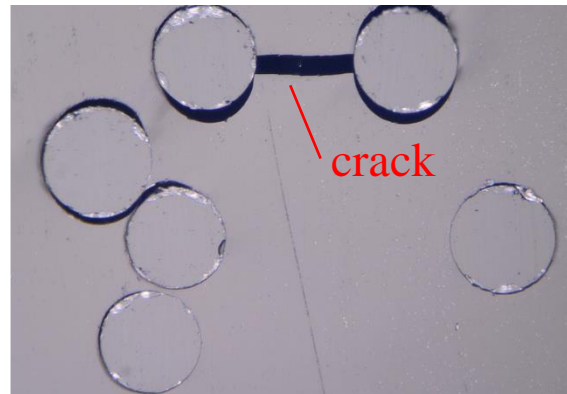
(i) 0.7%



(j) 0.8%



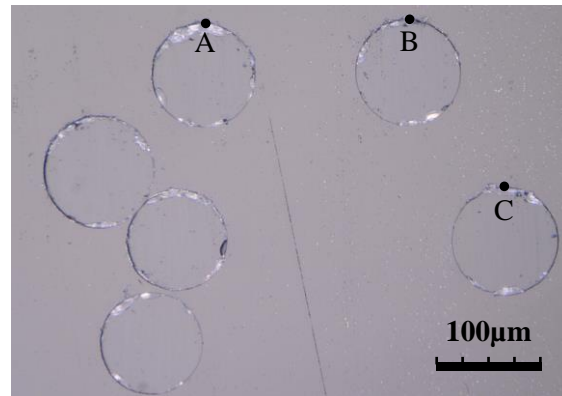
(k) 0.9%



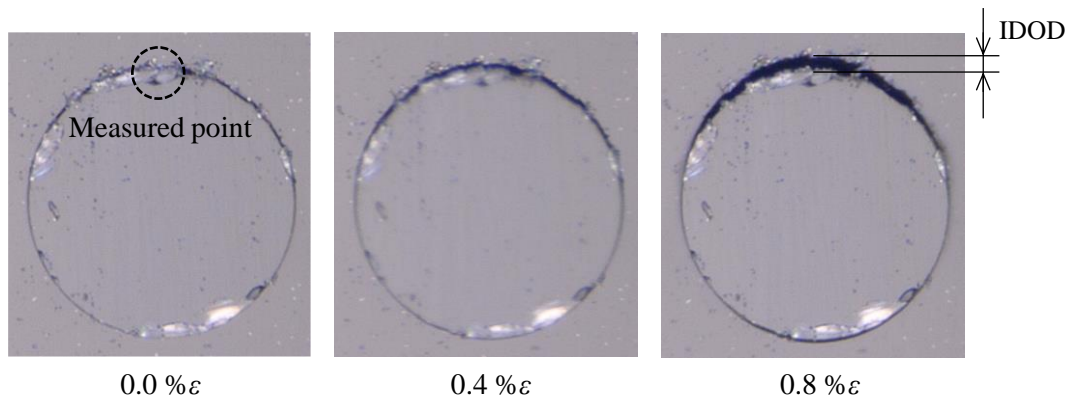
(l) 1.0%

Fig.5.6 continued

次に、この観察結果の界面はく離開口変位量を計測した。図 5.7 に計測の概要を示す。また、図 5.7(a)に示す 3 点の評価点の計測結果の平均値を図 5.8 に示す。図 5.8 より、マクロひずみと界面はく離開口変位量の関係性はほぼ線形であることが確認できる。複合材料の界面の物性も未知であり、従来のように応力を破壊基準とするより、距離（界面開口変位）を破壊基準とする方が解析精度向上に良いことが考えられる。



(a) evaluation point



(b) interface debonding

Fig.5.7 Overview of the interface debonding opening displacement measurement

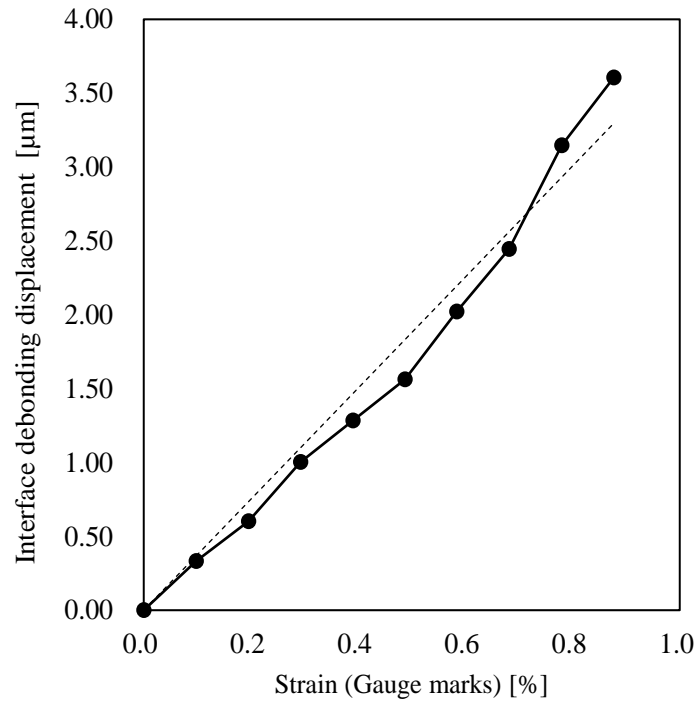
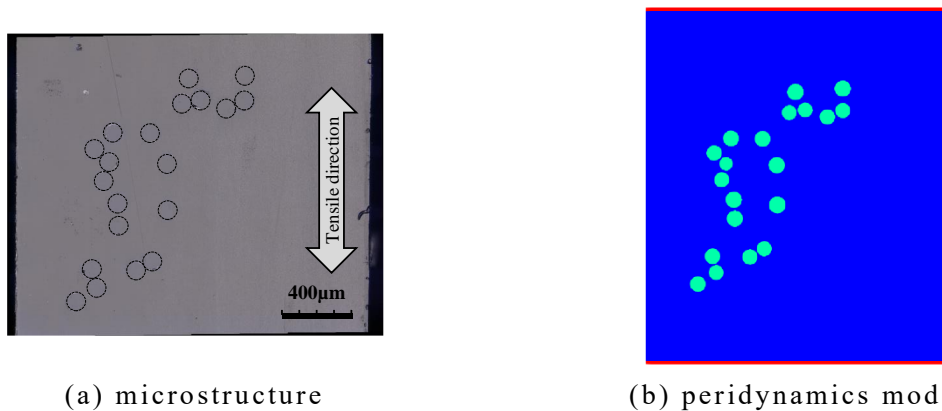


Fig.5.8 Relationship between Interface debonding displacement and macroscopic strain

### 5.1.5 解析結果

図 5.8 に示した計測結果を基に，式(6.1)に基づき最適化計算を行った．このときの解析モデルを図 5.9 に示す．

解析モデルは微視構造の観察画像から計測された繊維位置に基づいて繊維配置される．また，境界条件の影響を低減するため上下に  $500\mu\text{m}$  の樹脂領域を付加している．

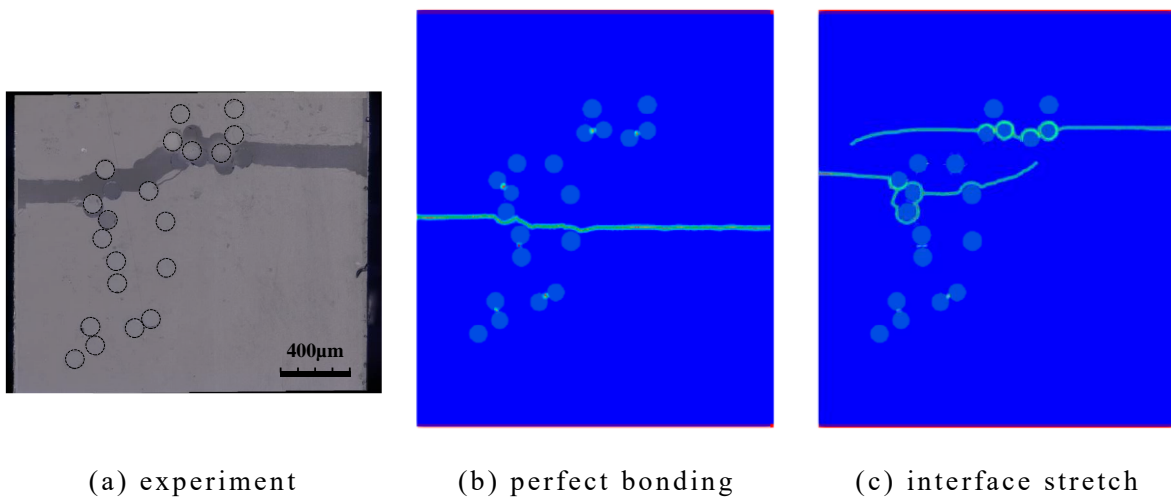


(a) microstructure

(b) peridynamics model

Fig.5.9 Numerical for microscopic fracture analysis with identified IDOD model

次に，図 5.10 に計算結果を示す．図 5.10(a)は引張試験後の試験片断面であり，(b)は繊維/樹脂の完全結合を仮定した場合，(c)は最適化した界面ストレッチを用いた場合の結果である．



(a) experiment

(b) perfect bonding

(c) interface stretch

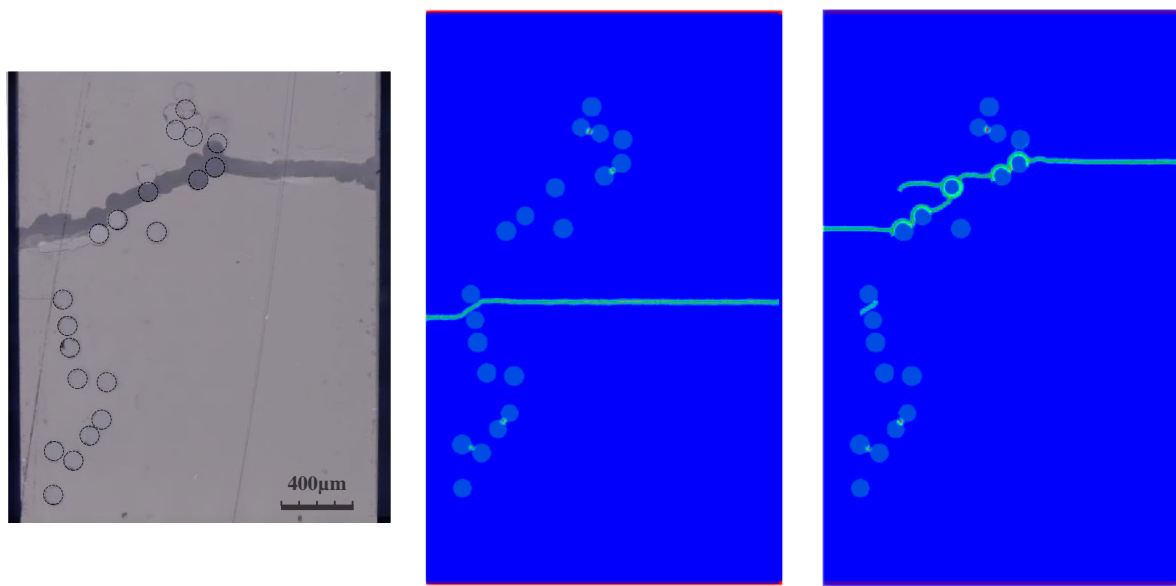
Fig.5.10 Result of fracture analysis considering interface stretch

図 5.10 より，界面の完全結合を仮定した場合には，早期に樹脂部をき裂が貫通しており実験結果と異なるが，提案手法では複数の界面はく離部を通るような破断状況となっており，最適化された界面ストレッチを考慮することにより，実験結果の破壊パスを概ね適切に予測できていることが確認できる．

また，提案手法の妥当性の確認のため，図 5.9 の時のパラメータを用いて異なる試験片についても解析を行った．解析結果を図 5.11 に示す．

図 5.11 より，界面の完全結合を仮定した場合は破断状態が実験と大きく異なる一方，提案手法では異なる繊維配置の試験片においても破壊パスを良好に予測できていることが確認できた．

次に，図 5.9 の試験片における各応力とひずみの関係を図 5.12 に示す．



(a) experiment                      (b) perfect bonding                      (c) interface stretch

Fig.5.11 Result of fracture analysis of another specimen

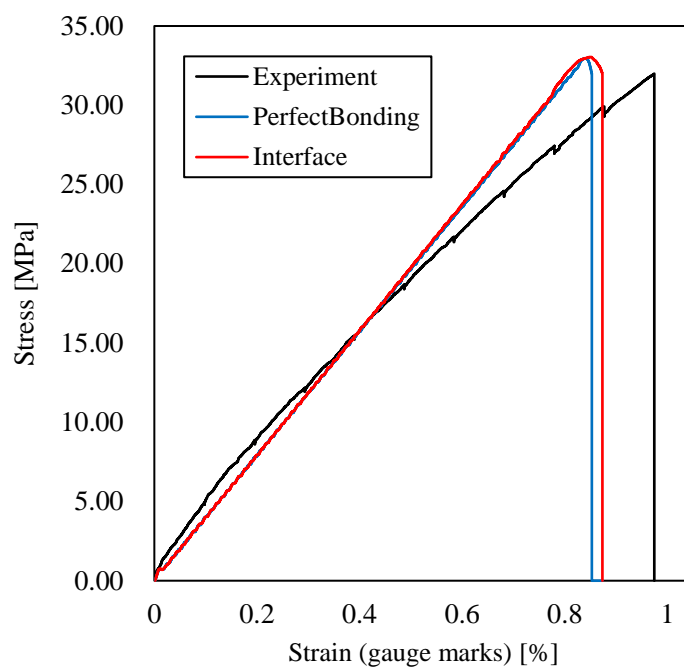


Fig.5.12 Result of macroscopic stress-strain relationship

図 5.12 より，破断応力はいずれもほぼ同じ結果を示しているが，破断ひずみは提案手法の方がやや大きい結果となった．本解析での材料は，線形材料であ

ることを仮定しているため、実験による応力-ひずみ線図とは違いがあるが、界面ストレッチを考慮することにより、破断ひずみの予測精度が向上していることが確認できる。

以上のことから、ペリダイナミクスでの複合材料の破壊解析において、微視的その場観察および計測から得られた繊維/樹脂界面の臨界ストレッチを考慮することによって、破壊状態を良好に予測することが可能であると考えられる。

なお、今回の解析では、異なる位置の臨界ストレッチが同じであると仮定し、3つの計測点の平均値を用いた。実際にはこの値もばらついていることが予測され、これらを考慮した場合や、樹脂部の材料特性の非線形性を考慮した場合の見かけの強度の定量的推定への影響について今後検討する必要があると考えられる。

## 5.2 微視計測によるパラメータ同定とペリダイナミクスシミュレーションを用いた局所強度ランダムフィールドモデリング

微視構造の空間的な繊維含有率分布は複合材料の巨視的な強度に影響を与える因子であり、非常に広範囲の微視構造から、巨視的な強度を推定することを考えた場合、空間的な局所強度の分布も影響することが考えられる。そのため、本節では、前節の同定されたパラメータとペリダイナミクスを用いて、微視構造の局所強度のランダムフィールドの構築を試みた。

### 5.2.1 問題設定

4章で示したSEM観察による微視構造画像から局所強度のランダムフィールドを生成する。ランダムフィールドモデリングにおいてはMoving window法の各ウィンドウ（合計273）に対してペリダイナミクスにより微視的破壊進展解析およびそれによる見かけの強度評価を行う。

解析モデルの境界条件を図5.13に示す。また、解析に用いる物性値は前節と同様である。破壊進展解析はペリダイナミクスにより行われ、モデル両端に一定速度 $v$ を与えた。解析において、粒子は0.25間隔で正方配置し、総粒子数は120009であった。また、Horizonは粒子間隔の3.015とした。



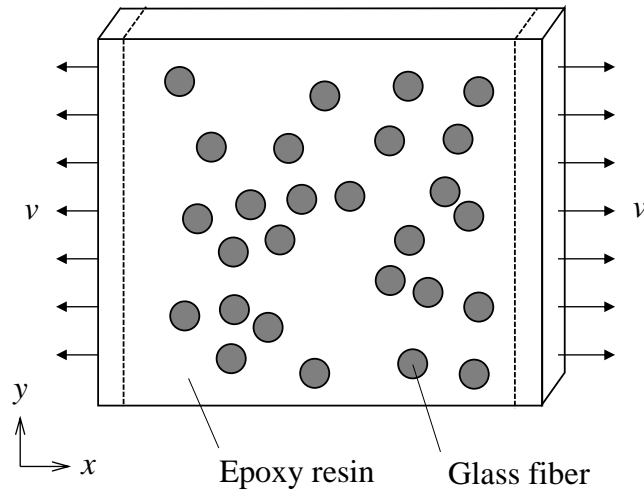


Fig.5.13 Analysis model and boundary conditions for virtual tensile testing analysis

### 5.2.2 解析結果

各ウィンドウについて破壊解析を行い，局所強度分布を求めた．計算結果を図 5.14 に示す．また，各ウィンドウの局所強度推定結果より，式(4.8)を用いてランダムフィールドを同定した．局所強度のランダムフィールドを図 5.15 に示す． $\xi = \pm 1$  は自身とその隣のウィンドウとの自己相関であり，ウィンドウ幅に対するステップ率が 0.25 であることから，注目点近傍で比較的強い自己相関を有していることがわかる．

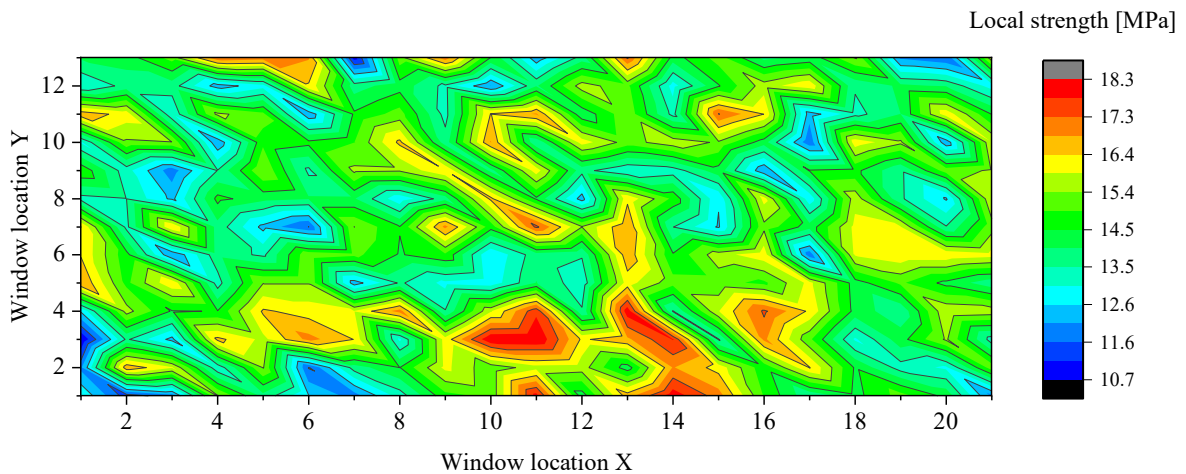


Fig.5.14 Distribution of local strength

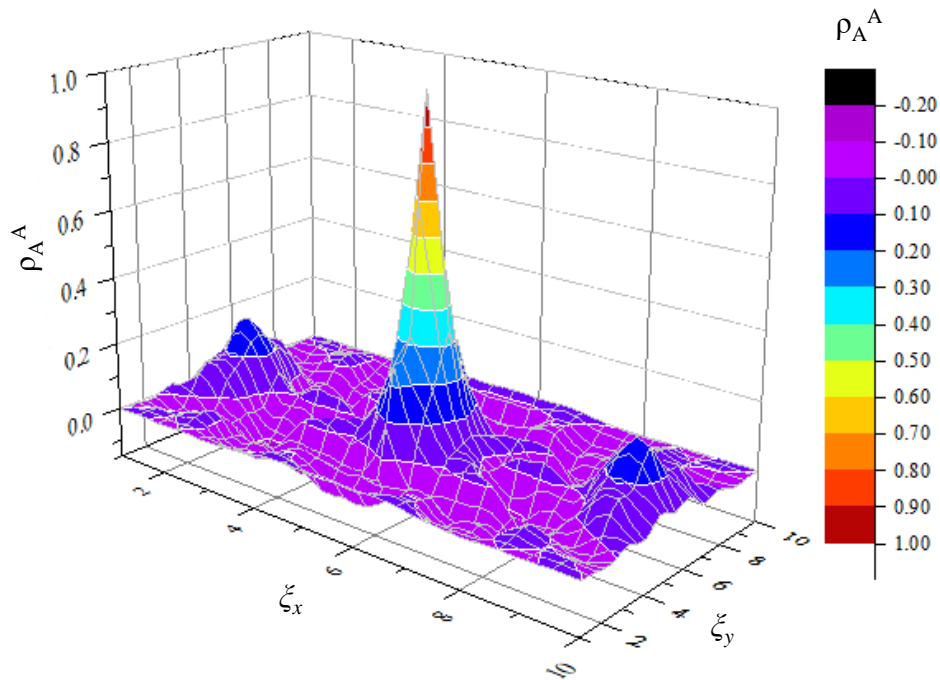


Fig.5.15 Random field of local strength

### 5.3 局所強度ランダムフィールドモデリングを用いた繊維強化複合材料の強度推定

本節では、実試験片の微視構造の空間的な繊維含有率分布とペリダイナミクスにより同定された局所強度のランダムフィールドを用いて、繊維強化複合材料の定量的強度推定を試みた。

#### 5.3.1 問題設定

5.2.2 項で同定されたランダムフィールドを用いて、有限要素法により破壊解析による見かけの強度の評価を行う。概要を図 5.16 に示す。解析モデルは、同定されたランダムフィールドを用いて、同様の局所強度ランダムフィールドになるように各要素の局所強度を決定した。また、比較対象として局所強度の平均値と標準偏差から正規分布に従うように各要素の局所強度をランダムに決定した場合も行った。後者は自己相関を考慮していない従来の例であり、各々の位置で独立に強度値が決定される。

各モデルの実現値の組に対して仮想引張試験解析を行い、解析中は強制変位を徐々に与え、要素応力が基準値に達した際に破壊したとみなし弾性率を 0.9 倍した。本手法は準静的解析における瞬間的な現象の取扱いにおける数値的な安全性を考慮したものであり、破壊要素は進展するごとに弾性率が 0.9 倍される。

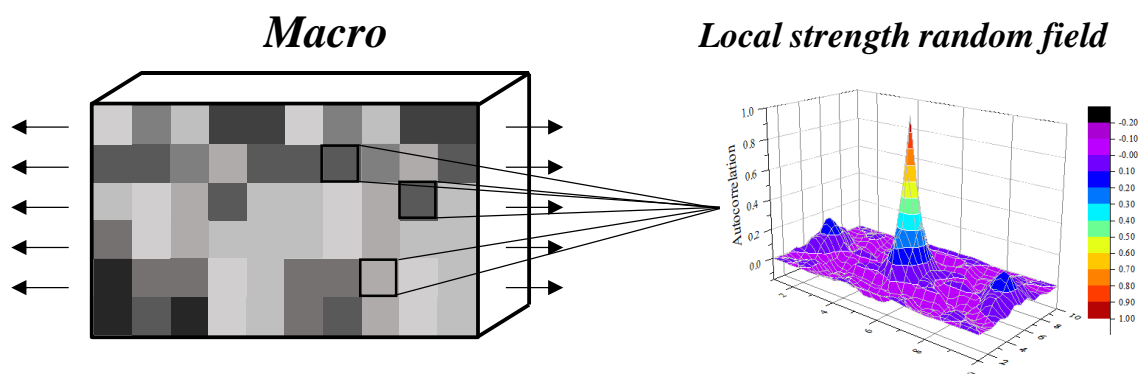
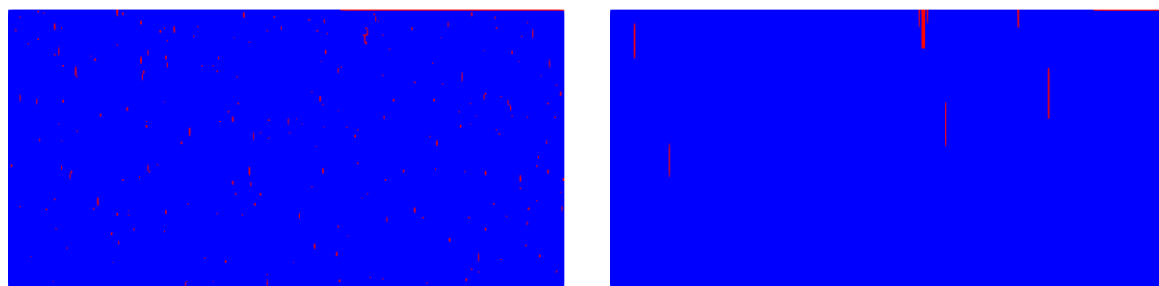


Fig.5.16 Schematic view of numerical models for strength estimation of composite structure assuming local strength random field

### 5.3.2 解析結果

各モデルについて破壊解析を行い，見かけの強度を求めた．初期の損傷状態を図 5.17 に示す．図中の赤色箇所が破壊した要素を表す．図 5.17 より正規分布でランダムに局所強度を決定した場合，多数の箇所では損傷しているのに対し，ランダムフィールドを考慮した場合には，破断箇所が限定され，ある程度の大きさのき裂による破断として確認でき，後者がより現実的と考えられる．



(a) gauss

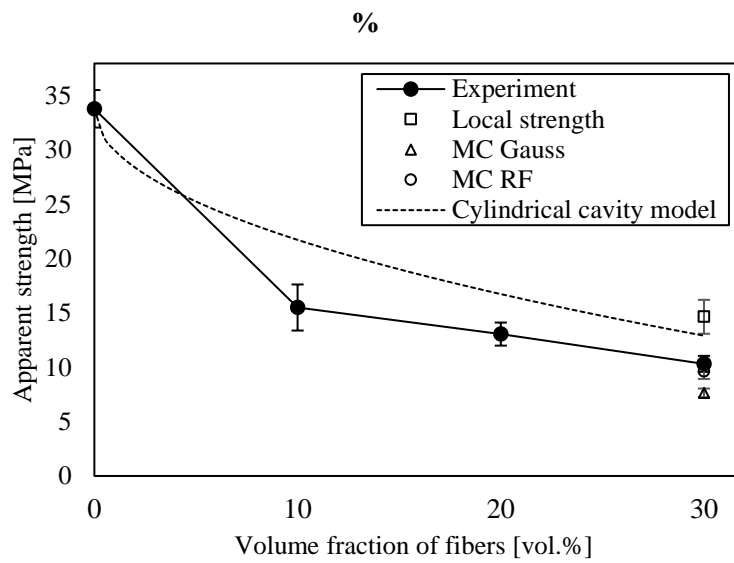
(b) random field

Fig.5.17 Result of damage state of each model

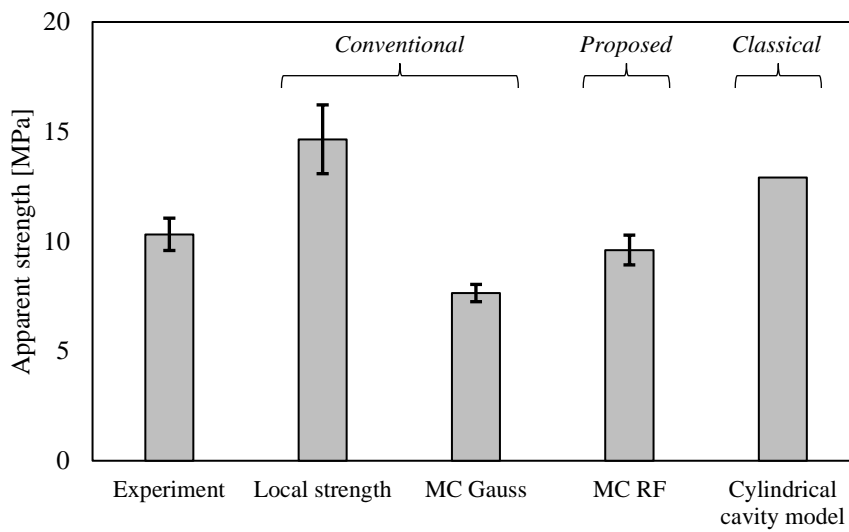
次に，各繊維体積含有率における見かけの強度の引張試験結果により解析の妥当性の確認を行う．実験結果および解析結果を図 5.18 に示す．ランダムフィールドの同定において使用した試験片の繊維体積含有率は 30.0 vol.%であったため，解析結果は実際の繊維体積含有率の位置に示している．図中の Experiment は一方向 GFRP の繊維直角方向の引張試験結果，Local strength は局所強度の平

均値および標準偏差の結果，MC Gaussは正規分布を仮定した場合の解析結果，MC RFはランダムフィールドを考慮した解析結果である．また，繊維直交方向 $\sigma_T$ の古典的な強度推定法である円筒空孔モデル[104]の結果を示す．円筒空孔モデルを下式に示す．ここで， $\sigma_m$ は母材の強度， $\pi$ は円周率である．円筒空孔モデルは複合材料中の繊維を円筒状の空孔の集まりとみなして，荷重を負担する断面積の現象を考慮することによって推定される．

$$\sigma_T = \sigma_m \left( 1 - 2\sqrt{\frac{V_f}{\pi}} \right) \quad (5.2)$$



(a) Apparent strength of each  $V_f$



(b)  $V_f = 30$  vol.%

Fig.5.18 Validation of analysis results with tensile test results

図 5.18 より、局所強度の平均値および円筒空孔モデルは実験の見かけの強度よりも高く危険側の評価となっており、また正規分布を仮定した場合は低すぎる強度評価結果となっている。一方、局所強度のランダムフィールドを考慮することによって、見かけの強度の期待値およびそのばらつきをより定量的に推定が行えたことが確認できた。

#### 5.4 結言

本章では、微視的その場観察および計測によるペリダイナミクスのパラメータ同定法の提案、同定されたパラメータとペリダイナミクスを用いて微視構造の局所強度のランダムフィールドの構築、同定された局所強度ランダムフィールドモデリングを用いた繊維強化複合材料の強度推定を試みた。以下に得られた結果を示す。

##### 1. パラメータ同定法

- ・その場観察により界面開口変位を計測することにより、ペリダイナミクスの臨界ストレッチを同定する方法を提案した。
- ・微視構造の破壊状態を良好に推定することができることが確認された。

##### 2. 局所強度のランダムフィールドの構築

- ・同定されたパラメータを用いてペリダイナミクスによる局所領域の破壊解析を行うことにより、局所強度のランダムフィールドを求められた。

##### 3. 繊維強化複合材料の強度推定法

- ・局所強度のランダムフィールドを用いて複合材料の巨視的な破壊解析による強度推定法を提案した。
- ・提案手法を用いた場合、現実的な損傷挙動が確認された。

##### 4. 実験との対応

- ・実験と提案手法の解析の見かけの強度を比較すると、局所強度のランダムフィールドを考慮することによって、より定量的に強度値およびそのばらつきを推定することが確認できた。

## 6章 結論

本論文では、繊維強化複合材料の定量的強度推定の精度改善を最終目的とし、負荷環境下での実材料内の微視的な挙動の観察・計測の高精度化、それを用いた数値シミュレーションの高精度化と、複合材料の微視構造の複雑かつ空間的なランダム性に鑑み、実材料を用いたこれらのランダム性の評価法の確立、またそれらを統合した解析手法を提案し、提案手法の妥当性および有効性の検証を行った。得られた結果を以下に示す。

### 第2章 複合材料の微視的その場計測手法の高精度化

- ・微視的な特性評価のためのひずみ場計測の高精度化手法として、Kriging-Digital Image Correlation法 (K-DIC) および領域分割法により併用する手法を提案した。
- ・仮想画像において、特に画像ノイズが大きい場合についてもロバストな計測が可能であり、さらに領域分割法を併用することで、複合材料のような不均質材料の異種材料の境界近傍においても良好にひずみ計測が行うことが可能であることを示した。
- ・繊維強化複合材料の微視的その場観察および計測において、提案手法を用いることで計測誤差を低減し、他の手法と比べ参照解とした有限要素解析の結果により近い分布が得られることが確認できた。

### 第3章 複合材料の数値シミュレーション

- ・重合メッシュ法による介在物位置変動問題に対する確率応力解析では、再局所化法を提案した。各試行における最大応力の解析精度が向上・安定し、確率特性の推定精度も改善することを示した。
- ・重合メッシュ法では実試験片における繊維配置を考慮した微視的破壊進展解析は容易でなかったことから、ペリダイナミクス of 当該問題への適用も試みた。
- ・ペリダイナミクスによる破壊解析においては、微視構造の破壊挙動が適切に予測された。また、有限要素法により得られた樹脂部の破壊挙動ではメッシュ依存性による不自然なき裂挙動が確認され、ペリダイナミクスがより妥当であることが確認できた。

### 第4章 複合材料のランダム性の評価手法

- ・複合材料の実試験片を用いた微視構造のランダム性の評価とモデル化、およびそれを考慮した数値シミュレーションについて提案した。
- ・SEMで観察された実試験片の一方向FRPの断面画像から局所繊維含有率分布のランダムフィールドをモデリングし、同定されたランダム場を反映したランダム繊維配置を考慮したマルチスケール確率応力解析を試みた。

- ・局所繊維含有率のランダムフィールドを考慮した繊維配置を用いると，実試験片の微視構造の応力場で観測される高い応力領域が確認でき，微視構造の繊維の空間分布による応力場の影響の特徴を再現することが可能であり，複合材料の実試験片の微視構造の空間的変動を評価するのに有効である．
- ・局所繊維含有率のランダムフィールドを考慮すると最大応力の確率特性に対して差が生じることが確認できた．

## 第5章 微視的その場計測および数値シミュレーション

- ・これまでに述べた微視的その場観察および計測高精度化手法，複合材料の微視的破壊評価に適した数値シミュレーション法，実試験片におけるランダム性評価およびモデル化手法を統合して，繊維強化複合材料の定量的強度推定法を提案した．
- ・提案されたパラメータ同定法を用いると，複合材料の巨視的ひずみに対する微視構造の界面はく離に伴う変形の特徴量を良好に表現できることが確認された．
- ・同定されたパラメータを用いてペリダイナミクスによる複合材料の微視構造の破壊解析を行い，局所的強度のランダムフィールドを求められた．
- ・得られた局所強度のランダムフィールドを用いて複合材料の巨視的な破壊解析を行った．
- ・実験と解析の見かけの強度を比較すると，従来の平均または最小強度を用いる方法や一様ランダム性を考慮した場合や古典的手法と比べ，局所強度のランダムフィールドを考慮することによって定量的強度推定精度が改善することが確認できた．

以上より，本論文において提案された複合材料の微視的ひずみ場計測高精度化手法，微視的な幾何学的ランダム性のモデリング法およびこれらを援用したペリダイナミクスによる強度推定法は一方向繊維強化複合材料の繊維直角方向強度の定量的推定精度改善に有効であると結論付けられる．

本研究の成果を複合材料の設計・製造に適用することで，複合材料利用構造物の強度面での信頼性向上への寄与が期待できると考える．

## 参考文献

- [1] 福田博, 邊吾一, 末益博志. 新版 複合材料・技術総覧. 産業技術サービスセンター, 2011, 860p.
- [2] D. Klemm, B. Heublein, H.P. Fink, A. Bohn. Cellulose: Fascinating Biopolymer and Sustainable Raw Material. *Angewandte Chemie International Edition*. 2005, 44(22), pp.3358-3393.
- [3] H. Hargitai, I. Rácz, R.D. Anandjiwala. Development of HEMP Fiber Reinforced Polypropylene. *Journal of Thermoplastic Composite Materials*. 2005, 21(2), pp.165-174.
- [4] T. Czigány. Basalt Fiber Reinforced Hybrid Polymer Composites. *Materials Science Forum*. 2005, 473, pp.59-66.
- [5] A. Shalwan, B.F. Yousif, In State of Art: Mechanical and tribological behaviour of polymeric composites based on natural fibres. *Materials & Design*, 48, pp.14-24.
- [6] 座古勝, 三好俊郎. 複合材料のばらつきに関する研究. *材料*. 1979, 28(304), pp.33-39.
- [7] M.C. Richard. 複合材料の力学. 共立出版. 2015. 266p.
- [8] 平井恒夫, 片山伝生, 平井三友, 米田慎. 射出成形における強化繊維の配向に関する研究. *材料*. 1985, 34(378), pp.256-261.
- [9] R. Hill. Elastic properties of reinforced solids: Some theoretical principles. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 1963, 11(5), pp.357-372.
- [10] 植村益次, 山田直樹. 炭素繊維強化プラスチックの弾性係数. *材料*. 1974, 24(257), pp.54-61.
- [11] J.C. Halpin, R.L. Thomas. Ribbon Reinforcement of Composites. *Journal of Composite Materials*. 1968, 2(4), pp.488-497.
- [12] W.J. Drugan, J.R. Willis. A micromechanics-based nonlocal constitutive equation and estimates of representative volume element size for elastic composites. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 1996. 44(4), pp.497-524.
- [13] J.M. Guedes, N.Kikuchi. Preprocessing and postprocessing for materials based on the homogenization method with adaptive finite element methods. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 1990, 83(2), pp.143-198.



- [14] American Society of Mechanical Engineers. Guide for Verification and Validation in Computational Solid Mechanics: ASME V&V 10-2006, American Society of Mechanical Engineers. 2006.
- [15] J Karger-Kocsis, H Mahmood, A Pegoretti. Recent advances in fiber/matrix interphase engineering for polymer composites. *Progress in Materials Science*, 2015, 73, pp.1-43.
- [16] F. Lene, D. Leguillon, Homogenized constitutive law for a partially cohesive composite material, *International Journal of Solids and Structures*, 1982, 18, pp.443-458.
- [17] J.M. Guedes, N. Kikuchi, Preprocessing and postprocessing for materials based on the homogenization method with adaptive finite element methods, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 1990, 83, pp.143-198.
- [18] 寺田賢二郎, 犬飼壯典, 平山紀夫. 非線形マルチスケール材料解析における数値材料実験. *日本機械学会論文集 A 編*. 2008, 74(744), pp.1084-1094.
- [19] 寺田賢二郎, 濱名康彰, 平山紀夫. 繊維強化プラスチックの粘弾性マルチスケール解析手法. *日本機械学会論文集 A 編*. 2009, 75(760), pp.1674-1683.
- [20] A.A. Gusev, P.J. Hine, I.M. Ward. Fiber packing and elastic properties of a transversely random unidirectional glass/epoxy composite. *Composites Science and Technology*. 2000, 60(4), pp.535-541.
- [21] Z. Shan, A.M. Gokhale. Digital image analysis and microstructure modeling tools for microstructure sensitive design of materials. *International Journal of Plasticity*. 2004, 20(7), pp.1347-1370.
- [22] J.R. Brockenbrough, S. Suresh, H.A. Wienecke. Deformation of metal-matrix composites with continuous fibers: geometrical effects of fiber distribution and shape. *Acta metallurgica et materialia*. 1991, 39(5), pp.735-752.
- [23] L. Mishnaevsky Jr, P. Brøndsted. Micromechanisms of damage in unidirectional fiber reinforced composites: 3D computational analysis. *Composites Science and Technology*. 2009, 69(7-8), pp.1036-1044.
- [24] Y. Han, J. Elliott. Molecular dynamics simulations of the elastic properties of polymer/carbon nanotube composites. *Computational Materials Science*. 2007, 39(2), pp.315-323.

- [25] M. Shioya, A. Takaku. Estimation of fibre and interfacial shear strength by using a single-fibre composite. *Composites science and technology*. 1995, 55(1), pp.33-39.
- [26] C.L. Schutte, W. McDonough, M. Shioya, M. McAuliffe. The use of a single-fibre fragmentation test to study environmental durability of interfaces/interphases between DGEBA/MPDA epoxy and glass fibre: the effect of moisture. *Composites*. 1994, 25(7), pp.617-624.
- [27] J. Guilleminot, C. Soize, D. Kondo, C. Binetruy. Theoretical framework and experimental procedure for modelling mesoscopic volume fraction stochastic fluctuations in fiber reinforced composites. *International Journal of Solids and Structures*. 2008, 45(21), pp.5567-5583.
- [28] M. Ostoja-Starzewski. On the admissibility of an isotropic, smooth elastic continuum. *Archives of Mechanics*. 2005, 57(4), pp.345-355.
- [29] M. Kaminski, M. Kleiber, Stochastic structural interface defects in fiber composites. *International Journal of Solids and Structures*. 1996, 33, pp.3035-3056.
- [30] S. Sakata, F. Ashida, T. Kojima, M. Zako, Influence of uncertainty in microscopic material property on homogenized elastic property of unidirectional fiber reinforced composites, *Theoretical and Applied Mechanics*. 2008, 56, pp.67-76.
- [31] S. Sakata, F. Ashida, K. Enya, Perturbation-based stochastic stress analysis of a particle reinforced composite material via the stochastic homogenization analysis considering uncertainty in material properties. *International Journal for Multiscale Computational Engineering*. 2011, 9, pp.395-408.
- [32] S. Sakata, F. Ashida, K. Ohsumimot., Multiscale stochastic stress analysis of a porous material with the perturbation-based stochastic homogenization method for a microscopic geometrical random variation. *Journal of Computer Science and Technology*. 2013, 7, pp.99-112.
- [33] S. Sakata, I. Torigoe, A successive perturbation-based multiscale stochastic analysis method for composite materials. *Finite Elements in Analysis and Design*. 2015, 102, pp.74-84.
- [34] D. Sokolowski, M. Kaminski, Computational homogenization of carbon/polymer composites with stochastic interface defects. *Composite Structures*. 2018, 183, pp.434-449.

- [35] S. Sakata, K. Okuda, K. Ikeda, Stochastic analysis of laminated composite plate considering stochastic homogenization problem. *Frontiers of Structural and Civil Engineering*. 2015, 9, pp.141-153.
- [36] S. Sakata, F. Ashida, K. Enya, A microscopic failure probability analysis of a unidirectional fiber reinforced composite material via a multiscale stochastic stress analysis for a microscopic random variation of an elastic property. *Computational Materials Science*. 2012, 62, pp.35-46.
- [37] M.A. Sutton, W.J. Wolters, W.H. Peters, W.F. Ranson, S.R. McNeill. Determination of displacements using an improved digital correlation method. *Image and Vision Computing*. 1983, 1(3), pp.133-139.
- [38] A. Iliopoulos, N. P. Andrianopoulos. An Approach to Analyse Errors Introduced in the Random Grid Strain Measurement Method. *Strain*. 2010, 46(3), pp.258 - 266.
- [39] R.P. Khetan, F.P. Chiang. Strain analysis by one-beam laser speckle interferometry. 1: Single aperture method. *Applied Optics*. 1976, 15(9), pp.2205-2215.
- [40] P.S. Huang; S. Zhang; F. Chiang. Trapezoidal phase-shifting method for three-dimensional shape measurement. *Optical Engineering*. 2005, 44(12), 123601.
- [41] F. Lagattu, F. Bridier, P. Villechaise, J. Brillaud. In-plane strain measurements on a microscopic scale by coupling digital image correlation and an in situ SEM technique. *Materials Characterization*. 2006, 56(1), pp.10-18.
- [42] 平野 義鎮 , 草野 英昭 , 青木 雄一郎 , 異なるひずみ速度における CFRP 引張破壊の高速度撮影および DIC 解析による評価 , 日本複合材料学会誌 . 2014, 40, pp.153-159.
- [43] Z. Tang, J. Liang, Z. Xiao, C. Guo. Large deformation measurement scheme for 3D digital image correlation method. *Optics and lasers in engineering*. 2012, 50(2), pp.122-130.
- [44] 鈴木尚之, 小柳潤, 有川秀一, 米山聡, 画像相関法を用いた一方向 CFRP の機械的特性逆解析における試験条件の検討, 日本複合材料学会誌 . 2014, 40, pp.160-169.

- [45] 今井道男, 太田雅彦, 露木健一郎, 今井浩, 三浦悟, 村田一仁, 高田巡. 高速撮影動画を用いたデジタル画像相関法によるコンクリート構造物の動的挙動把握. 土木学会論文集 A1 (構造・地震工学). 2016, 72(1), pp.279-289.
- [46] 車谷麻緒, 邊見哲一, 小坪祐輔, 橋口和哉. コンクリート供試体の圧縮試験に対するデジタル画像相関法の計測精度に関する基礎的検討. 土木学会論文集 A2 (応用力学). 2017, 73(2), pp.I\_447-I\_454.
- [47] 宮本文穂, 矢部明人, 工藤靖之. 橋梁ヘルスマモニタリングシステムのための新しい損傷検知手法の開発. 構造工学論文集 A. 2011, 57, pp.655-668.
- [48] S.Ghosh, K. Lee, P. Raghavan. A multi-level computational model for multi-scale damage analysis in composite and porous materials. *International journal of solids and structures*. 2001, 38(14), pp.2335-2385.
- [49] J. Kang, Y. Ososkov, J.D. Embury, D.S. Wilkinson. Digital image correlation studies for microscopic strain distribution and damage in dual phase steels. *Scripta Materialia*. 2007, 56(11), pp.999-1002.
- [50] E. Amsterdam, J.T.M. De Hosson, P.R. Onck. Failure mechanisms of closed-cell aluminum foam under monotonic and cyclic loading. *Acta materialia*. 2006, 54(17), pp.4465-4472.
- [51] S.V. Lomov, D.S. Ivanov, I. Verpoest, M. Zako, T. Kurashiki, H. Nakai, A. Vautrin. Full-field strain measurements for validation of meso-FE analysis of textile composites. *Composites Part A: Applied science and manufacturing*. 2008, 39(8), pp.1218-1231.
- [52] G. Catalanotti, P.P. Camanho, J. Xavier, C.G. Dávila A.T.Marques. Measurement of resistance curves in the longitudinal failure of composites using digital image correlation. *Composites Science and Technology*. 2010, 70(13), pp.1986-1993.
- [53] M. Tekieli, S. De Santis, G. de Felice, A. Kwiecień, R. Roscini. Application of Digital Image Correlation to composite reinforcements testing. *Composite Structures*. 2017, 160, pp.670-688.
- [54] L.P. Canal, C. González, J.M. Molina-Aldareguía, J. Segurado, J. Llorca. Application of digital image correlation at the microscale in fiber-reinforced composites. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*. 2012. 43, pp. 630-638.

- [55] 津村祐介 , 新玉重貴 , 西川雅章 , 北條正樹. CFRP の繊維位置探索によるひずみ分布画像解析手法の開発. 日本複合材料学会誌. 2014, 40, pp.71-80.
- [56] B. Wattrisse, A. Chrysochoos, J.M. Muracciole. M. Némoy-Gaillard. Analysis of strain localization during tensile tests by digital image correlation. *Experimental Mechanics*, 2001, 41, pp. 29-39.
- [57] S. Sriramula, M.K. Chryssanthopoulos. Quantification of uncertainty modelling in stochastic analysis of FRP composites. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*. 2009, 40(11), pp.1673-1684.
- [58] S. Sakata, T. Sakamoto. A Local Sensitivity-Based Multiscale Stochastic Stress Analysis of a Unidirectional Fiber-Reinforced Composite Material Considering Random Location Variation of Multifibers. *ASCE-ASME Journal of Risk and Uncertainty in Engineering Systems Part B: Mechanical Engineering*. 2019, 5(3), 030902.
- [59] Y. Sun, J.H.L. Pang, C.K. Wong, F. Su. Finite element formulation for a digital image correlation method. *Applied Optics*. 2005, 44(34), pp.7357-7763.
- [60] F. Hild, S. Roux. Comparison of Local and Global Approaches to Digital Image Correlation. *Experimental Mechanics*. 2012, 52, pp.1503-1519.
- [61] M.A. Sutton, J.J. Orteu, H. Schreier. *Image Correlation for Shape, Motion and Deformation Measurements: Basic Concepts, Theory and Applications*. Springer Science & Business Media. 2010, 322p.
- [62] W.H. Press, S.A. Teukolsky, W.T. Vetterling, B.P. Flannery. *Numerical Recipes in C*. Cambridge University Press. 1986, 1256p.
- [63] H.A. Bruck, S.R. McNeill, M.A. Sutton, W.H. Peters. Digital image correlation using Newton Raphson method of partial differential correction. *Experimental Mechanics*. 1989, 3, pp.261-267.
- [64] H. Lu, P.D. Cary. Deformation measurements by digital image correlation: Implementation of a second-order displacement gradient. *Experimental Mechanics*. 2000, 40, pp.393-400.
- [65] G. Vendroux, W.G. Knauss. Submicron Deformation Field Measurements II: Improved Digital Image Correlation. *Experimental Mechanics*. 1998, 38(2), pp.86-92.
- [66] D.Z. Turner, P.L. Reu, P. Crozier, Evaluation of various interpolants available in DICE, Sandia National Lab Technical Report. 2015.

- [67] G. Matheron. A simple substitute for conditional expectation: the disjunctive kriging. In *Advanced geostatistics in the mining industry*. 1976, pp.221-236.
- [68] 間瀬茂, 武田純. *空間データモデリング: 空間統計学の応用*. 共立出版. 2001, 208p.
- [69] N. Cressie. The origins of kriging. *Mathematical geology*. 1990, 22(3), pp.239-252.
- [70] J. Sacks, W.J. Welch, T.J. Mitchell, H.P. Wynn. Design and analysis of computer experiments. *Statistical science*. 1989, 4(4), pp.409-423.
- [71] S. Sakata, F. Ashida, M. Zako. Stabilization of parameter estimation for Kriging-based approximation with empirical semivariogram. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 2010, 199, pp.1710-1721.
- [72] H Wackernagel. *Multivariate Geostatistics An Introduction with Applications*. Springer. 2003, 403p.
- [73] S. Sakata, F. Ashida, M. Zako. On applying Kriging-based approximate optimization to inaccurate data. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 2007, 196, pp.2055-2069.
- [74] J. Kennedy, R. Eberhart, Particle Swarm Optimization, *Proceedings of the IEEE International Conference on Neural Networks*. 1995, 4, pp. 1942-1948.
- [75] S.Suzuki, K.Abe. Topological structural analysis of digitized binary images by border following. *Computer Vision, Graphics. and Image Processing*. 1985, 30(1), pp.32-46.
- [76] P.L. Reu, E. Toussaint, E. Jones, H.A. Bruck, M. Iadicola, R. Balcaen, D.Z. Turner, T. Siebert, P. Lava, M. Simonsen. DIC Challenge: Developing Images and Guidelines for Evaluating Accuracy and Resolution of 2D Analyses. *Experimental Mechanics*. 2017, pp.1-33.
- [77] O.C. Zienkiewicz, R.L. Taylor. *The finite element method: solid mechanics (Vol. 2)*. Butterworth-heinemann. 2000, 459p.
- [78] J. Fish. The s-version of the finite element method. *Computers & Structures*. 1992, 43(3), pp.539-547.
- [79] 菊池正紀, 和田義孝, 高橋真史. 重合メッシュ法を用いた疲労き裂進展シミュレーション. *日本機械学会論文集 A 編*. 2008, 74(742), pp.812-818.

- [80] 菊池正紀, 高橋真史, 和田義孝. 重合メッシュ法を用いた疲労き裂進展シミュレーション 第 2 報, 二つの段違いき裂の相互作用の検討. 日本機械学会論文集 A 編. 2008, 74(745), pp.1243-1248.
- [81] 菊池正紀, 和田義孝, 宇都宮篤, 須山ひとみ. 重合メッシュ法を用いた疲労き裂進展シミュレーション: 第 3 報, 三次元表面き裂進展シミュレーション. 日本機械学会論文集 A 編. 2009, 75(755), pp.918-924.
- [82] M. Kikuchi, Y. Wada, Y. Li. Crack growth simulation in heterogeneous material by S-FEM and comparison with experiments. *Engineering Fracture Mechanics*. 2016, 167, pp.239-247.
- [83] 座古勝, 倉敷哲生, 久保太, 松岡俊樹. マルチスケール解析における M3 法の提案(第 2 報)熱伝導問題に対する定式化. 日本機械学会論文集 A 編. 2006, 72(718), pp.843-848.
- [84] 山東篤. 自動メッシュ分割を用いて重合メッシュ法の連成項を高精度に数値積分するための積分範囲の適切な分割方法. 日本計算工学会論文集. 2011, 20110011.
- [85] S. Sakata, Y. Chan, Y. Arai. On accuracy improvement of microscopic stress/stress sensitivity analysis with the mesh superposition method for heterogeneous materials considering geometrical variation of inclusions. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. 2020, 121(3), pp.534-559.
- [86] C. Geuzaine, J.F. Remacle. Gmsh: A 3 - D finite element mesh generator with built - in pre - and post - processing facilities. *International journal for numerical methods in engineering*. 2009, 79(11), pp.1309-1331.
- [87] A. Yazid, N. Abdelkader, H. Abdelmadjid. A state-of-the-art review of the X-FEM for computational fracture mechanics. *Applied Mathematical Modelling*. 2009, 33(12), pp.4269-4282.
- [88] T. Hettich, A. Hund, E. Ramm. Modeling of failure in composites by X-FEM and level sets within a multiscale framework. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 2008, 197(5), pp.414-424.
- [89] S.A. Silling. Reformulation of elasticity theory for discontinuities and long-range forces. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 2000, 48, pp.175-209.

- [90] S.A. Silling, E. Askari. A meshfree method based on the peridynamic model of solid mechanics. *Computers & structures*. 2005, 83(17-18), pp.1526-1535.
- [91] S.A. Silling, M.Epton, O. Wechner, J. Xu and E. Askari. Peridynamic States and Constitutive Modelling. *Journal of Elasticity*. 2007, 88, pp.151-184.
- [92] E. Madenci, E. Oterkus. *Peridynamic Theory and Its Applications*, Springer. 2014, 289p.
- [93] A. Agwai, I. Guven, E. Madenci. Predicting crack initiation and propagation using XFEM, CZM and peridynamics: A comparative study. IEEE. In 2010 Proceedings 60th electronic components and technology conference. 2010, pp.1178-1185.
- [94] F. Banterle, M. Corsini, P. Cignoni, R. Scopigno. A low - memory, straightforward and fast bilateral filter through subsampling in spatial domain. In *Computer Graphics Forum*. 2011, 31(1), pp.19-32.
- [95] M. Hilaga, Y. Shinagawa, T. Kohmura, H. T.L. Kunii. Topology matching for fully automatic similarity estimation of 3D shapes. In *Proceedings of the 28th annual conference on Computer graphics and interactive techniques*. 2001, pp.203-212.
- [96] S. Ogihara, J. Koyanagi. Investigation of combined stress state failure criterion for glass fiber/epoxy interface by the cruciform specimen method. *Composites Science and Technology*. 2010, 70(1), pp.143-150.
- [97] M.A. Sawpan, K.L. Pickering, A. Fernyhough. Effect of fibre treatments on interfacial shear strength of hemp fibre reinforced polylactide and unsaturated polyester composites. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, 2011, 42(9), pp.1189-1196.
- [98] M.Ostoja-Starzewski. Random field models of heterogeneous materials. *International Journal of Solids and Structures*. 1998, 35(19), pp.2429-2455.
- [99] S.C. Baxter, L.L. Graham. Characterization of random composites using moving-window technique. *Journal of Engineering Mechanics*. 2000, 126(4), pp.389-397.



- [100] G. Stefanou, D. Savvas, M. Papadrakakis, Stochastic finite element analysis of composite structures based on mesoscale random fields of material properties. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 2017, 326, pp.319-337.
- [101] G. Stefanou. Simulation of heterogeneous two-phase media using random fields and level sets. *Frontiers of Structural and Civil Engineering*. 2015, 9(2), pp.114-120.
- [102] G.E. Box. A note on the generation of random normal deviates. *The Annals of Mathematical Statistics*. 1958, 29, pp.610-611.
- [103] M.E. O' Neill. PCG: A family of simple fast space-efficient statistically good algorithms for random number generation. *ACM Transactions on Mathematical Software*. 2014.
- [104] D. Hull, T.W. Clyne. 複合材料入門 改訂版, 培風館, 2003, 274p.

## 謝辞

本研究は、近畿大学 理工学部 機械工学科 坂田 誠一郎 教授の御指導と御教示のもとに遂行したものであります。そのことからここに記し、心より感謝の意を表します。

本論文の作成にあたり、有益な御助言と御討論を賜りました主査 近畿大学 理工学部 機械工学科 複合材料研究室 浅野 和典 教授，副主査 本学 理工学部 機械工学科 動力伝達システム研究室 東崎 康嘉 教授に対し、ここに厚く謝意を申し上げます。

本研究を行うにあたり、酒本 拓郎 氏は有限要素法解析全般および開発について、陳 日飛 氏は重合メッシュ法の精度改善についてご指導いただき、また 福田 啓太郎 氏はランダムフィールドモデリング、荒木 俊冴 氏はランダムフィールドを用いた破壊解析に関して支援をいただいたこと深く感謝致します。また、日ごろお世話になりました同研究室 学部生，大学院生，卒業生ならびにその他お世話になった方々に深く感謝致します。

そして、9年間の学生生活を支えてくれた父と祖父に深く感謝致します。