生駒経済論叢　第15巻第1号　2017年7月

量子論の歴史
――ボーアの水素原子モデルから前期量子論へ

森　川　　亮

概要　本論では，ボーアの水素原子モデルがどのようにして前期量子論へと結実していったのかを見る。ボーアの理論は，ゾンマーフェルトによる量子条件のさらなる一般化とアインシュタインによる遷移確率の理論の定式化を促した。さらにまた，これらの一般化がボーアの対応原理の定式化を準備することとなる。

しかしながら，かかる理論の進展にもかかわらず，量子の過程において何が生じているのかは依然として謎なのであった。本論は，この知識の欠如がやがて哲学的問いを誘発することについても若干の考察を施すものである。

キーワード　ボーアの水素原子モデル，ゾンマーフェルトの理論，対応原理，アインシュタインの遷移確率の理論

原稿受理日　2017年5月15日

Abstract　We will see the theoretical development of Bohr's new theory about the hydrogen atom in this paper. This theory shows a new perspective on the so-called old quantum theory. His theory was a trigger for the Sommerfeld theory and the Einstein theory of transition probability. Additionally, we will see how the Bohr's correspondence principle was formulated. These theoretical developments will help to create a quantum theory in near future.

However, in spite of these developments related to the theory, nobody knows about the real quantum process. This lack of knowledge leads us to the philosophical questions about quantum. This paper implies these points in order to prompt some discussion regarding our future research, plan into the history of quantum theory.

Key words　Bohr's hydrogen model, Sommerfeld theory, Correspondence principle and Einstein's theory of the transition probability

―は　じ　め　に―

前論までで，まず黒体放射の問題のなかから量子が出現したことを見た。さらに，ミクロへと迫っていった結果として次第に形を成してきた原子モデルが黒体放射で出会った問題と根本的に同じ問題に直面したことも見た。そしてまた，これらが理論内在的に原子の大きさを導出することができないこと，――つまりは長さのディメンションを内包していないということも見てきた。

こうした困難を乗り越える第一歩がボーアによって成される。本論ではボーアによって量子論がいかに原子へと適応されたのか（あるいは言い替えれば量子がいかに原子へと導入されたのか，という表現の方が適切であろうか……），そしてそれがいかに適応範囲を広げてゆくかを見てゆくことにする。

時は二十世紀初頭であった。時代はまさに量子を懐胎し，その力学を誕生させんとしていたのである。本論，そして本論以降の論考はその生々しい創造の過程を追ってゆくことになるであろう。それは，二十世紀科学，そして二十世紀を作り上げた科学と技術の文明の原点とも言い得るのである。

１：ボーアの水素原子モデル

プランクの作用量子を原子に適応することに成功したのはボーアであったが，ボーア以前にもハースやニコルソンがこの方向でプランク定数 h を原子モデルに適応してスペクトル線を十全に説明しようと試みた（前論の第３節を参照のこと）[1]。また，ネルンスト[2] の処方[3] に従って，ビエルム[4] のようにこれを分子モデルに適応しようとする試みもあっ

⑴　森川亮，量子論の歴史――原子の物理学へ――前期量子論へのプレリュード――，（生駒経済論叢 14(1)，2016，第３節：その他の原子モデル）59～63頁。

⑵　ヴォルター・ヘルマン・ネルンスト（Walther Hermann Nernst, 1864～1941）はプロイセンもブリーゼン（現在はポーランドのヴォアンブジェジノ）生まれのドイツの化学者・物理化学者。チューリッヒ，ベルリン，グラーツの大学で物理学と数学を学び，1887年にヴュルツブルグ大学で学位をとった。その後，ライプチッヒ大学，ゲッチンゲン大学を経て1905年にベルリン大学の教授となった。熱力学の第三法則，酸化還元反応におけるネルンストの式で知られる。1920年，ノーベル化学賞を受賞。

⑶　W. Nernst, Zur Theorie der spezifischen Wärme und über die Anwendung der Lehre von der Energiequanten auf physikakisch-chemische Fragen überhaupt, Zeitschrift für Elektrochemie 17（1911）pp.265～275.

⑷　ニールス・ビエルム（Niels Bjerrum, 1879～1958）はデンマークの化学者。コペンハーゲン大↗

た[5]。しかしながら，これらの試みのいずれもが不十分な結果に終わり，決定的な一歩を踏み出すことができなかったのである。そんな状況下で，この決定的な第一歩を踏み出したのがボーアであった。しかしながら，ここには同時にそれまでの理論との決定的な断絶（あるいは飛躍とでも称すべき断絶）が必然的に入り込むこととなる。それは，黒体放射の問題で生じた断絶とまったく同質のものであった。すなわち，古典物理学の理論がもはやいかにしても，決定的に保持し得ない，ということである。

以下では，ボーアがいかにしてこれを行ったのかを彼の1913年の論文「原子および分子の構造について」[6]，をサマライズして適宜解説を加えてゆく形で具体的に見てゆくことにする。

1911年にイギリスに渡ったボーアは，まずケンブリッジのトムソンの元へ行き，一年後の1912年にはマンチェスターのラザフォードの元へ移る。一説には，トムソンがあまりにも多忙でまったく相手にしてもらえなかったからだという。彼の原子構造に関する研究はマンチェスターで行われた。

まずボーアは，それまでの原子構造のモデルでは同格に扱われていた原子核に由来する現象，つまりは放射能（放射線）と，核外電子に由来する現象（通常の物理的現象，並びに化学的現象）とを明確に分けることからスタートする。そして，彼は，ひとまずの問題を核外電子による現象に絞ったのである[7]。そしてまた，ラザフォードの原子モデルに基づく場合，古典電気力学は不適当であることを確認し，自身のモデルを提示する。

……と，こう書けば，その道のりは非常にすんなりとしたものに見えるが，もちろんこれにも特記すべき前段階があった。当時，ボーアの同僚であったダーウィン[8]は，原子構造の詳細には立入ることなく高速で入射する粒子（α粒子）のエネルギー欠損を計算する方法を考案している。それによれば，実際には原子に拘束されている電子なのではあるが，

↘学で学び，1914年にコペンハーゲンの王立農業大学の化学教授となった。

⑸　N Bjerrum, Über die ultraroten Absorptionsspektren der Gase, Nernst-Festschrift, 1912, pp.90～98.

⑹　N. Bohr, On the Constitution of Atoms and Molecules, 原子および分子の構造について, Philosophical Magazine, [6], 26, (1913), pp.1～25.（邦訳：物理学古典論文叢書 10）

⑺　広重，西尾，前提書参照のこと。

⑻　C. G. ダーウィン（Sir Charles Galton Darwin, 1887～1962）は，英国生まれの物理学者。ケンブリッジのクライスト・カレッジ，アメリカのカリフォルニア工科大学，エジンバラ大学の自然哲学教授などの職を経て，英国の国立物理学研究所の所長を務めた（1938～49年)。また戦時中にはマンハッタン計画にも参加していた。

ボーアがラザフォードの元にいた同時期に同地で研究に従事しており，その卓越した数学的解析力によって特に放射線の回折現象の解析に貢献している。

祖父は進化論で有名なチャールズ・ダーウィン（Charles Robert Darwin, 1809～1882）である。

あたかも自由電子であるかのようにみなして入射粒子との相互作用を計算することができる。しかし，その際に，ダーウィンが原子半径と解釈しようと導入したパラメーターは，まったくもって見当違いのおかしな結果を導出することとなってしまった。そこで，ボーアは，ダーウィンの推論の欠陥を補うように独自の理論を発展させたのである。ダーウィンの推論は，単純に，入射粒子と電子の距離に依存するものであったが，ボーアは，これを電子の公転周期と関連するものと解釈した（正しく解釈した）のであった。[9]

では，ボーアの理論の骨子である。

まず，原子核に拘束された質量 m の電子があるとする。この電子が回転の振動数 ω で楕円軌道を描いており，この長径を $2a$ とする。そして，この電子を核から十分遠くへ引き離すのに必要なエネルギーを W，電子と原子核の電荷をそれぞれ $-e$ と e' とする。すると，

$$\omega=\frac{\sqrt{2}}{\pi}\frac{W^{\frac{3}{2}}}{ee'\sqrt{m}} \quad \text{および，} \quad 2a=\frac{ee'}{W}$$

となる。これは，単純なケプラー[10] 問題であり，古典力学的な帰結である。これより，エネルギー W が増加すると電子の振動数が増加し，軌道の長径が減少して原子核により近づいてゆくことが分かる。ただし，これだけではなんの進歩もないことはもちろんである。電子が楕円軌道で運動を続けていると仮定したのだから（つまり，加速度運動なのだから），古典電気力学的には電子は放射としてエネルギーを出し続けてしまい，これまでと同じ困難に陥るだけだからだ。そこで，ボーアは，大胆にも（古典電気力学をまったく無視する形で）次のように仮定する。すなわち，「エネルギーの放出はない」と。正確に言葉を補うと，「電子が一定の定まった軌道にある場合にはエネルギーは放出されない」と

⑼　L. ローゼンフェルト，江沢洋，「ボーア革命 原子模型から量子力学へ」，日本評論社，（2015），16，17頁。なお，同書の13頁にあるボーアの手紙の記述「数学者ダーウィン」は本当は間違いである。ここに登場するダーウィンはまぎれもない物理学者であり，彼の父である G. H. ダーウィン（Sir George Howard Darwin, 1845～1912）が数学者である。ボーアにとってはダーウィンのような理論一辺倒の物理学者は数学者なのであった。これは，ボーアの自然科学への態度に帰着されるものである。詳細は，本論の Appendix を参照のこと。

⑽　ヨハネス・ケプラー（Johannes Kepler, 1571～1630）はドイツの天文学者，数学者，自然哲学者。チュービンゲン大学で数学を学び，グラーツで数学と天文学を講じた。1599年，ティコ・ブラーエ（1456～1601，デンマークの天文学者）の助手となり，プラハへと赴き，ティコの死後は師の残した膨大な観測データと格闘を続け，後年，ケプラーの法則と呼ばれることとなる三つの法則を定式化し，惑星が楕円軌道を描くと説いた。1609年に「新天文対話」を発表。

新プラトン主義を基盤とした神秘主義的な傾向が濃厚な人物であり，宇宙は数学的秩序（数的秩序）を内包するというピタゴラス主義の思弁的な世界観を有していた。彼の研究は，この数的秩序を証明するという動機によって為されたとされる（この時代にあってはこうした神秘的思想は珍しくはない）。そのため，例えば彼は宇宙に幾何学図形（特に正多面体）を当てはめようと試みている。なお，あらためて解説の必要もないほど有名な人物であることは言うまでもない。

仮定したのである。そして，プランクの放射理論から，エネルギーは，電子が軌道を移動する際に，

$$W = \tau h\nu$$

を放射するとして，ここに作用量子を出してくるのである（ここで，τ は整数，h はプランク定数，ν は放出されるエネルギーの振動数である）。――この仮定を設定した時のボーアの心境は本人のみが知るところではあるが，仮説の提示としてはプランクがそうであったように，いささか苦肉の策であるようにも見受けられる。しかし，決定的に確かなことは，プランクが作用量子を導入した場合と同様に，もはや誰かがこのように仮定して論を進めなければにっちもさっちもいかなくなっていた，ということである。ただし，一方でプランクと決定的に異なることは，ボーアには，理由は分からないが，そうであるに違いない，という確信があったということである。ボーアは，1912年７月と８月の日付のあるメモで，このように考えなければそもそも原子の安定性を保持できないということを，ほとんど確信を持って展開している。すなわち，原子の電子配置について，何が許されて何が許されないかを力学的考察に基づいて決定することは不可能なのではあるが，どうしても上記のような仮説を設定しなければならないのであると。そして，かかる仮説は，プランクやアインシュタインが問題にし，そして実際に彼らの提唱した放射の機構についての考え方を裏付けている一連の実験事実をぜんぶ説明してくれそうなのであると[11]。――次節では，この仮説に対する代表的な疑念と応答を検討する。

ともあれ，上記の仮説のもとでボーアは，まず１個の電子が正電荷を持った原子核に拘束される過程について，最初は電子が無限遠にあってほとんど核に対して動いていないが，やがて相互作用を行い，原子核のまわりの定常軌道に落ち着くという過程を描く（この場合，軌道は簡単化して円軌道とされる）。さらに，電子は最初の振動数０の状態から原子核に拘束され振動数 ω となり，一方で一連の過程で振動数 ν の単色光が放射されるので，この振動数を電子の振動数の半分と仮定する[12]。つまり，

⑾　L. ローゼンフェルト，江沢洋，前提書，18～29頁。

⑿　これは，回転の振動数０の電子が定常軌道に落ち着くことで振動数が ω となり，この過程で振動数 ν の放射があったために，簡単化して保存則の原理から半分としたものと思われる。つまり，電子が定常軌道に落ち着くまでに $3\omega/2$ の振動数を得るが，放射のエネルギーとして振動数が $\omega/2$ だけ奪われた結果として ω に落ち着く，と（ひとまずは）考えたと推測される。

$$W = \tau h \frac{\omega}{2}$$

とする。これより,

$$W = \frac{2\pi^2 me^2 e'^2}{\tau^2 h^2}, \quad \omega = \frac{4\pi^2 me^2 e'^2}{\tau^3 h^3}, \quad 2a = \frac{\tau^2 h^2}{2\pi^2 mee'}$$

を得たのである。これによって（放射を $W = \tau h\nu$ としたことで）, 理論の中に作用量子が取り込まれ，かくして長さのディメンションである $\dfrac{h^2}{me^2}$ が表れたことが見て取れる（長径を見れば明らかである）。

ところで，考えている系は，電子１個の水素原子であり，それ故に，原子核の電荷は $e' = e$ である。この電子が水素の原子核から十分に離れた場所へ持ち去られるために要するエネルギー，あるいは逆向きに言い替えて，水素の原子核が十分に離れた場所にある電子を拘束して定常軌道に落ち着かせるのに要するエネルギーは,

$$W_\tau = \frac{2\pi^2 me^4}{\tau^2 h^2}$$

である。したがって，$\tau = \tau_1$ から $\tau = \tau_2$ の状態へ系が移行する際に放出するエネルギーは，両者の差,

$$W_{\tau_2} - W_{\tau_1} = \frac{2\pi^2 me^4}{h^2}\left(\frac{1}{\tau_2^2} - \frac{1}{\tau_1^2}\right)$$

によって与えられる。これが放射の振動数を ν として，$h\nu$ に等しいはずなので,

$$\nu = \frac{2\pi^2 me^4}{h^3}\left(\frac{1}{\tau_2^2} - \frac{1}{\tau_1^2}\right)$$

を得ることとなる。これは言うまでもなくバルマーの公式そのものである（実際に，$\tau_2 = 2$ でバルマー系列，$\tau_2 = 3$ とすればパッション系列を得る）。また,

$$\frac{2\pi^2 me^4}{h^3} = Rc$$

はリュードベリ定数を与える（c は光速)。―もっとも，この説明は（筆者がここで示した単純な説明は)，スペクトル公式との単純な比較だけであって，ボーアが最初に示した説明ではない。ボーアは，これを以下のように説明する。

考察する系を電子１個がスペクトルの構成に与る水素原子だけではなく，もっと多くの電子を含む系まで一般化する。すると，リッツの結合則によるスペクトル線に対する振動数は，

$$\nu = F_r(\tau_1) - F_s(s_2)$$

と表される。ここで，F_x は，近似的に $\dfrac{K}{(\tau + a_x)^2}$ に等しい（ここで，もちろん K は $\dfrac{2\pi^2 me^4}{h^3}$ である)。今，１個以上の電子を含む系について考えているのであるが，問題とするスペクトルはやはり１個の電子を拘束することによって放射される光であり，この１個の電子を拘束するのに要するエネルギーは，水素原子の場合のそれと近似的にイコールとなりうると予想される。つまり，τ が十分に大きければ，

$$\lim_{\tau\to\infty} \tau^2 \frac{K}{(\tau + a_x)^2} \cong \frac{2\pi^2 me^4}{h^3} = Rc$$

が帰結するはずである。ここで注目すべきポイントは，この論法は，ボーアが後に「対応原理[13]」と称した方法の嚆矢だということである。

対応原理の適応は，先に $W = \tau h \dfrac{\omega}{2}$ と仮定した証明にも表れる。この説明は以下のように為される。まず，$W = f(\tau)h\omega$ と一般化しておく。すると，上記したのと同様の道筋を辿って，

$$W = \frac{\pi^2 me^2 e'^2}{2h^2 f^2(\tau)} \quad \text{および，} \quad \omega = \frac{\pi^2 me^2 e'^2}{2h^3 f^3(\tau)}$$

となる。これより，

$$\nu = \frac{\pi^2 me^2 e'^2}{2h^3}\left(\frac{1}{f^2(\tau_2)} - \frac{1}{f^2(\tau_1)}\right)$$

⒀　対応原理とは，系が非常に多くの量子から成っている場合には，量子に特有の効果が消えて古典物理学による予想と一致することを表す原理である。テクニカルには，粒子数（あるいは量子の数）である n を無限大に飛ばす，つまり $n \to \infty$ の極限で古典的記述に帰着するという原理である。詳細は本論の対応原理の節を参照のこと。

を得る。そこで，今度は，結果から逆算して（バルマー系列と同じ形式を求めるために），$f(\tau)=n\tau$ とする（n は未知の定数である）。n を決めるために，$\tau = N$，$\tau = N-1$ という隣り合った定常状態での移行を考えることにする。すると，

$$\nu=\frac{\pi^2 me^2 e'^2}{2n^2h^3}\frac{2N-1}{N^2\left(N-1\right)^2}$$

となる。また，放出の前後の電子の回転の振動数は，

$$\omega_N=\frac{\pi^2 me^2 e'^2}{2n^3h^3N^3} \quad と \quad \omega_N=\frac{\pi^2 me^2 e'^2}{2n^3h^3(N-1)^3}$$

である。ここで，N が十分に大きければ，$\dfrac{\omega_N}{\omega_{N-1}}=1$ となり，また通常の電気力学によって振動数と回転の振動数の比もまた1に等しくならねばならず，つまりは，

$$\frac{\nu}{\omega_N}=\lim_{N\to\infty}\frac{nN^3(2N-1)}{N^2(N-1)^2}=1$$

とならねばならない。これを満たすには $n=\dfrac{1}{2}$ でなければならない。かくして，$f(\tau)=\dfrac{1}{2}\tau$ と取らねばならず，本節での計算の最初の仮定は正当化されるのである。これが対応原理の適応であることは言うまでもないだろう。

最後に角運動量の量子化も論じられる。核の周りの電子の角運動量を M とすると，円軌道に対しては $\pi M = T/\omega$ である（T は電子の運動エネルギー，ω は電子の回転の振動数）。円軌道ではさらに，$T = W$ が成り立ち，$W=\dfrac{\tau h\omega}{2}$ より $M = \tau M_0$ となる。ただし $M_0=\dfrac{h}{2\pi}$ である。すなわち，角運動量もこうして量子化される。――ボーアの論文中の言葉では，「定常状態にある核のまわりの電子の角速度は，核の電荷にかかわりなく，普遍定数の整数倍である」[14] ということになる。

以上が，1913年にボーアが示した水素原子についての理論の骨子であるが，この理論の構築の為に成された重要な仮定をもう一度確認しておくと，

⒁　原論文中の p15，日本語版では「物理学古典論文叢書 10」の176～177頁を参照のこと。

⑴　定常状態にある限り電子は円軌道（もしくは楕円軌道）を描く加速度運動をしていてもエネルギーを放出しない。つまり光の放射はない。

⑵　定常状態にある系の力学的平衡は，通常の力学によって論ずることができるが，異なる定常状態間の移り変わりは，そのようなものに基づいては取り扱えない。

⑶　異なる定常状態間の移り変わりの過程には一様な（homogeneous）光の放出が伴い，放出されるエネルギーと振動数の関係はプランクの理論で与えられるものに等しい。

の3つである（このうち2番目と3番目の二つは箇条書きにしてボーアの論文中の7頁に書かれており，1番目は論文の第一部の一般的考察の中の3頁で述べられるものである。――つまり箇条書きはされていない)。言うまでもなく，いずれも古典物理学からの大胆な飛翔を述べていることが分かる。

このボーアの革命的な理論はまさしく非常なる速さで，あっという間に世界中を駆け巡ったのであった。この浸透の速さはかかる理論の出現をいかに人々が待ち望んでいたかを暗に物語っていると言える。

2：ボーア理論の衝撃と受容

非常に重要なポイントなので，いくらかしつこいが，前節の要点をここでもう一度まとめておこう。

最初にボーアは，古典物理学的には（古典電気力学的には）加速度運動をしている荷電粒子が行うはずの放射がなされず，安定していると仮定する。これによって，これまでの原子モデルが陥ってきた困難をとりあえず回避しようと試みる（しかしながら，なぜそうなるのか，という説明は後回しにして)。そして，放射は，そうした安定した軌道から別の軌道へと電子が移行する（ジャンプする）際になされ，そのエネルギー差に相当する光を原子が放射する，とした。そして，そのエネルギーと放射光の振動数との関係はプランクの関係式で表される，とした。さらに，安定した定常状態における運動は古典物理学の理論に従い，放射を伴う状態間の移動には古典物理学の理論を適応することはできない，としたのであった。

これをボーアは，1918年の論文「線スペクトルの量子論について」[15] において「基本的な仮説」として以下のように列記している。

［Ⅰ］：原子系は，そのエネルギーの一連の不連続な値に対応するある一連の状態において，そしてただそのような状態においてのみ，安定に存在することができ，従って電磁的放射の放出および吸収を含めて，系のエネルギーのいかなる変化が起こるときも必ず二つのこのような状態間の一つの完全な遷移によって起こる。これらの状態は系の“定常状態”とよばれる。

［Ⅱ］：二つの定常状態間の遷移の間に吸収または放出される放射は“単色的（unifrequentic）”であり，次のような関係式によって与えられる振動数 ν を持つ

$$E' - E'' = h\nu$$

ここで h はプランク定数，E' と E'' は考えている二つの状態におけるエネルギーの値である。

そして，ここでもボーアは論文中に箇条書きして列記してはいないが，もう一つ，

［Ⅲ］：定常状態において電子は通常の力学の法則に従って行動する。

という仮説もこの際，重要なものとして挙げられるだろう（この三番目は，朝永による付加的な記載であるが重要なので記しておく）[16]。

結局のところ，このボーアの仮説は新しい理論体系の必要性を強烈に示唆するものとならざるを得ない。なぜならば，これは新理論と古い理論との棲み分けの境界線をはっきり

⒂　N. Bohr, On the Quantum Theory of Line-Spectra, 線スペクトルの量子論について，D, Kgl. Danske Vidensk. Selsk. Skr., Naturvid. Og Mathem. Afd., 8.［Ⅳ], 1,（1918), pp.1〜36, and pp.37〜100.（邦訳：物理学古典論文叢書３）

⒃　この三つ目の仮説は，ボーアの原論文（1918）では，列記されていないが，本文中に幾度となく同様の内容のことを語っている事柄である。おそらく，当時は，粒子が古典物理学（通常の力学）に則って運動することはいわば当たり前のことであり，わざわざ列記する必要性を感じなかったものと思われる。これをあらためて列記するのは，読者に古典物理学と量子論の違いを際立たせるためである。――ここでは，朝永振一郎の前提書（99頁）の記述をそのまま使用している。

と明示するものでもあるからだ。

そしてまた，このボーアの理論は，スペクトルの問題に見通しを与えると共に，新たなる疑問と議論を生じさせることとなった。以下にこの代表的な二例を挙げる。

まず，疑問の核心を突いたのは他ならぬラザフォードであった。ラザフォードは，投稿前の論文に対して，ボーアへの手紙の中で，

あなたの説には大きな困難があります。電子が一つの軌道から他の軌道に移るとき，それがどういう振動数で振動しようとするかということを，どのようにして決めるのですか？あなたは，電子が運動をどこで止めるかを，あらかじめ知っていると，仮定しなければならないようです。[17]

と述べている[18]。——この疑問は，後々まで解き明かされず，今日では，因果性の問題として哲学的議論の対象となるものである。

また，1913年９月７日にバーミンガムで開かれたイギリスの科学振興協会第83回の会合による討論会では，ボーアの説明が終わった時，ローレンツがいささか懐疑的に

ボーアの原子は，力学的にどう説明されるのであろうか？

と述べている。これに対するボーアの回答は，自らの理論の不完全さを認めつつも，「量子論を受け入れる以上，この程度の考え方（の変化：筆者補）は必要である」というものであった。[19] ——この問いについてもまた，本当の意味で完全に解き明かされたとは言いえないであろう。

こうしたラザフォードやローレンツの疑問は非常にもっともなものではあった。両者の疑問点をもう少し解説しておこう。

ボーアの理論によると，例えば電子が一つだけ隣の軌道に移動すると（ここでは，エネ

⒄ 1913年３月20日の日付が書かれたラザフォードからボーアへの返信（ボーアからの手紙は同年３月６日であり，本章で議論してきた論文の草稿であった）。——ルース・ムーア著，ニールス・ボーア 世界を変えた科学者，1966，（藤岡由夫 訳），44頁の下段より引用。

⒅ また，同じ手紙の中でラザフォードはボーアに対して「論文が長すぎるのでもう少し短くするべきだ」と述べるのだが，これを受け取ったボーアは急いでコペンハーゲンからマンチェスターへと赴き，一言一句も削らないようにラザフォードを説き伏せたのであった。こうしたエピソードの詳細は，ボーア関係の他書にゆずり，ここではこうした事実だけを記しておくにとどめる。

⒆ ルース・ムーア前提書51頁の下段。

ルギーの高い軌道から低い軌道へと移動したと仮定する）電子は $h\nu$ のエネルギーを出すが，この隣の軌道を飛び越えてさらにその隣の隣へと移動した場合には放出するエネルギーは $2h\nu$ となって光の振動数は２倍の 2ν となる。だがしかし，どのようにして電子は一つ隣へ移動するということを決定したのか，あるいは二つ隣へと移動するということを決定したのか？　そしてその移動に見合った光をどうやってどの時点で準備したのか？ラザフォードはこうしたポイントを鋭く突いているのである。―それはあたかも電子が，あらかじめ知っているかのごとくである。そしてまた，それに見合った光を原子はあらかじめ自身の内のどこかに準備していたかのごとくである。すなわち，上記したように，よくよく考えてみれば根本的に因果性が担保されないことにならざるを得ないのである[20]。

ボーアの1913年の論文に，この機構についての記述はまったくない。それはいわば謎の機構であって，ローレンツの疑問はこうした点を非常に鋭く突いている。そして，この謎の機構についての見解が後に量子力学の論争へとつながってゆくこととなるのである。

当然ながら，もっと古典電気力学に則った反論や疑問もあった。例えば，チューリッヒで毎週行われていた物理学コロキアムにおいてボーアの理論が話題となった際にラウエ[21]はこう抗議している。

これはまったくのナンセンスだ。どんなことがあっても Maxwell の方程式は正しく，円運動をする電子は放射を出すにきまっている。

これに対しては（その場にいないボーアに替わって）アインシュタインが反論した。

非常に注目すべきことだ。この背景には何かあるに違いない。Rydberg 定数の絶対値の導出が単なる偶然であるとは私には信じられない。[22]

ことほど左様に，疑問や反論は確かに数々あった。しかしながら，とにもかくにも，

---

(20)　こうしたいささか哲学的な問いについては次稿以降で再び考察することとする。

(21)　マックス・テオドール・フェリックス・フォン・ラウエ（Max Theodor Felix von Laue, 1879～1960）はドイツの物理学者。Ｘ線回折によるラウエ斑で有名。1914年，Ｘ線が電磁波であることを証明した業績でノーベル物理学賞を受賞。ストラスブール，ゲッチンゲン，ミュンヘンの各大学で学び，チューリッヒ，フランクフルト，ヴュルツブルグ大学で教授を務めた。アインシュタインとは終生の友人であり相対性理論の発展にも寄与した。

(22)　マックス・ヤンマー，前掲書，103頁（原書，p86）。また，同書の注106と107を参照のこと。

ボーアの理論は概ね好意的に受け入れられたと言えよう（上記した機構の謎についてもひとまずは将来的な問題とされ，好意的に受け取られた)。その理由の一つは，アインシュタインも述べているように，ボーアの理論が，バルマーやリュードベリの公式を見事に導き出したことと，ピッカリングとファウラー[23] が発見した，水素からのものと思われていたスペクトル線がボーアの予想通りにヘリウムからのものであると確認されたことが挙げられる。この美しさは偶然とは思われないからである。

そして今一つは，やはり機が熟してきていた，ということである。前稿[24] で記したように，それまでに出されたいくつかの原子モデルは根本的に同じタイプの限界，つまりは古典論の限界という壁にぶち当たっていた。原子核を実験的に発見して，それによりほとんど確定的とも言える原子モデルを示したラザフォードのモデルであってもこの例外ではなかった。この事実は非常に重く当時の科学会にのしかかっていた。つまり，かつてアインシュタインが光量子論を提示した時とは相当に事情も物理学者の意識も異なってきており，古典物理学が原子のようなミクロの対象には適応できないようだ，という共通了解が醸造されつつあったのである。そして，この了解事項の広まりには，1911年の秋（10月30日から11月 3 日まで）に開かれたソルベイ会議の影響も大いにある，と言わねばならないだろう[25]。

これ以後，ボーアの理論に基づいて物理学は急速に新しい理論を豊かにしてゆき，科学史上稀に見る成功を収めることとなる。それは理論の発展の程度でもって前期量子論と量子力学の二つの段階に区別される。次節からは，このボーアの理論を元にした発展の初期段階である前期量子論と呼ばれる過渡的な理論の発展と形成について述べる。そしてもちろん，それは量子力学への重要なステップ，文字通りに量子論の前期と称すべき段階なのである。

---

(23) エドワード・チャールズ・ピッカリング（Edward Charles Pickering, 1846～1919）はアメリカの天文学者。ハーバード大学天文台の所長。分光学の手法を用いて始めて分光連星を発見したことで知られる。

アルフレッド・ファウラー（Alfred Fowler, 1868～1940）はイギリスの天文学者。長くロンドンのインペリアルカレッジ（当時のロンドン大学インペリアル校，2007年 7 月にロンドン大学から独立）の教授を務め，同校の名誉教授であった。

(24) 脚注(1)に同じ。

(25) 森川亮，量子論の歴史――アインシュタインによる光量子の実体化について――（生駒経済論叢 13(1)，2015，第 5 節：ソルベイ会議と量子（142～145頁)），を参照のこと。

３：量子条件――定常状態において力学系（の運動）が満たすべき条件

ボーアの理論が（この段階では，理論と称するより未だ仮説と表現するべきなのだろうが……），見事に成功を収めたのは事実である。だが，それが極めて限定的であったこともまた事実であった。例えば，ボーアの理論は，水素原子，そして電子配列が水素原子に似ている水素様原子（あるいは水素類似原子とも称する）にだけ適応可能なのであって，それ以外のものには無力であった。また，最初，ボーアは電子の軌道について楕円軌道を論じていたのだが，後々には，結局のところその特殊形である円軌道にしか言及しなくなった。つまり，ボーア理論は，非常に特殊な条件下でしか威力を発揮せず，これを一般化してより複雑な系に適応可能ならしめる理論へと進化させる必要があったのである。それには，ボーアの量子条件を拡張しなくてはならない。

なお，ボーアが楕円軌道ではなく，次第に円軌道にしか言及しなくなるということはいかにも示唆的ではある。また，この理論がダーウィンによる入射粒子と電子の距離の関係から，入射粒子と公転周期との関係へと正しく解釈しなおすことが一つの契機となって形を成したということもまた示唆的なのではある。公転周期は確かに現実的な存在ではある。しかしながら，すでにここで，若干の抽象化への傾向が垣間見えるのであり，後にはかかる軌道――ということは公転という概念は，その実体的な意味合いを失ってゆくからである。このことについては，後に哲学的考察として行うことになるであろう。

ともあれ，本節の以下ではまず，産声を挙げた量子の理論たる量子条件がどのように拡張されていったのかを見てゆくことにしよう。

⑴　ゾンマーフェルトの量子条件

ボーアの量子条件の拡張，――これに着手し，全般的に定式化して一般化したのがゾンマーフェルト[26]であった（もっとも，これにも様々な前史や同時期に行われた様々な研究

(26)　アーノルト・ヨハネス・ゾンマーフェルト（Arnold Johannes Sommerfeld, 1868～1951）はケーニヒスベルグ（現カリーニングラード）生まれのドイツの物理学者。量子力学の建設に多大な貢献を行った人物として知られ，二十世紀初頭のドイツを代表する大物理学者の一人であった。
　ミュンヘン大学教授として，研究のみならず多くの極めて優秀な弟子を育てたことでも知られる。――例えば，ハイトラー（ヴォルター・ハインリッヒ・ハイトラー，Walter Heinrich Heitler, 1904～1981），ハイゼンベルグ（ヴェルナー・カール・ハイゼンベルグ，Werner Karl Heisenberg, 1901～1976，本論の脚注(60)参照。なお，ハイゼンベルグについては，本論の続編で詳述することになる），パウリ（ヴォルフガング・エルンスト・パウリ，Wolfgang Ernst Pauli, 1900～1958，次稿以降に紹介する），デバイ（本論の脚注(25)に挙げてある拙論の脚注(29)を参照），ベーテ（ハンス・アルブレヒト・ベーテ，Hans Albrecht Bethe, 1906～2005）などがいる。　↗

があるのだが……[27]）。

ゾンマーフェルトの仕事は，1915年から1916年にかけて行われ，三部作[28]として公表された。彼は，以下のようにして量子条件を一般化した。

ボーアの理論は，結局のところ解析的には（数学的処理としては），角運動量の量子化だけに基づくものである（前節参照のこと）。ボーアの原論文に忠実に述べれば，角運動量の量子化だけを要請している。これは，角運動量を p_θ，n_θ を整数とすると，$p_\theta = \frac{1}{2\pi} n_\theta h$ と表されて，つまりは，

$$\oint p_\theta dq_\theta = n_\theta h$$

と表すことができる（ここで，$\oint$ は θ の一周期についての積分である。また，以下の記述

↘ 量子条件，微細構造定数，などが特に有名な業績である。
優秀な教師らしく，彼の代表的著作である「原子構造とスペクトル線」は名著の呼び声が高い。また，彼の名を冠した「ゾンマーフェルト理論物理学講座 全６巻」は俊英な物理学書として名高い。――本論の脚注[39]も参照のこと。

[27] 量子条件の一般化の前史については，第二章の第５節を参照のこと。また，ゾンマーフェルトとは独立にウィルソンと石原が同様の定式化を行っていた。ただし，両者の定式化よりゾンマーフェルトのそれは，はるかに先に進んだものであった。なお，ウィルソンと石原の量子条件については本章の最終節で議論する。
ウィリアム・ウィルソン（William Wilson, 1875～1965）は英国北西部のカンバーランドのアビータウン（Abbey town, Cumberland）生まれの物理学者。1891年から２年間，地元のアスオパトリア農業大学で学び，奨学金を得て1893年からロンドン大学の様々なカレッジ（振り出しは，インペリアルカレッジにある Royal College of Science）で化学，数学，物理学などを学ぶ。その後，ドイツへ渡り，同地の語学学校で教えながら研究に勤しんだ。英国へ帰国後は，ロンドン大学キングズ・カレッジに奉職し，1919年にはキングズ・カレッジの物理学科主任教授となり，1921年にはロンドン大学ベッドフォード・カレッジに移り物理学科の主任教授を努めた。1944年には同校の名誉教授となる。ゾンマーフェルトに先立つ量子条件の提案で今日に知られる。
石原純（いしわらあつし，――ただし，ほとんどの場合，いしはらじゅん，と呼ばれる――1881～1947）は東京生まれの日本の物理学者でアララギ派の歌人。1906年，東京帝国大学理科大学卒業。東北帝国大学の助教授となるが，歌人，原阿佐緒（はらあさお，1888～1969）と恋愛事件を起こし辞職したことは有名である。辞職後は，主に，ジャーナリスティックな方面で活躍し，科学（主に物理学）の啓蒙に努めた。明治期の日本を代表する知識人，有名人の一人である。物理学者としての業績は，日本人として初めて量子論と相対論の論文を書き，国際的な評価を得たことが挙げられる。また，日本にアインシュタインを紹介した人物としても知られている。いくつかの評伝があるが，ここでは，西尾成子氏の労作「科学ジャーナリズムの先駆者 石原純（2012 岩波書店）」，を挙げておく。他に，石原による翻訳書ではあるが，岩波新書から出ているアインシュタインとインフォルトの「物理学はいかに創られたか（1939 岩波新書）」は，現在でも容易に入手できる名著である。
面白いところでは，北杜夫の「どくとるマンボウ青春記（中公文庫）」に，石原と同じアララギ派の詩人で北の父親である斎藤茂吉が石原と原の恋愛事件のことを北とその友人に憤慨しながら話す場面が出てくる（斎藤茂吉は石原と原を引き離そうと石原を必死に説得したのであった）。明治日本にあっては，やはり石原と原の恋愛騒動は大事件だったのではあろう。

[28] A. Sommerfeld, Zur Theorie der Balmerschen Serie, Münchener Berichte（1915), pp.425～458,
Die Feinstruktur der wasserstoff und wasserstoffähnlichen Linien, 同上 pp.459～500, Zur Quantentheorie der Spektrallinien, スペクトル線の量子論，Annalen der Physik 51（1916), pp.1～94, pp.125～167（邦訳：物理学古典論文叢書３）

とのつながりを考えて一般化座標で記したが，ボーアの量子条件そのものの場合，これは必須ではない)。これを角運動量だけではなく，任意の自由度を持った形式に変更すれば，q_k を一般化座標として，対応する一般化運動量 p_k は，

$$\oint p_k\, dq_k = n_k h$$

となる（k は自由度の数で，k ＝ 1,2,3,……である)。つまり，各座標に対する一周期の積分がプランク定数の整数倍となる。こうすればボーアの量子条件も含み，すべての運動量一般について量子化したことになるであろう。これでゾンマーフェルトの意図したことは言い尽くされているが，これは多分に単純化して結論のみを記したにすぎない。

　では，ゾンマーフェルトはどんな思考の道筋を巡ってこの結果に辿り着いたのだろうか？　ゾンマーフェルトは，その原論文において，この定式化を行うために，1911年のソルベイ会議でプランクが示した位相空間での確率の素領域についての考察からスタートしている。1911年にプランクは，位相空間上での許された線と線の囲む領域の面積が，

$$\iint dp\, dq = h$$

となる，という一般原理を提唱して，作用量子がより根源的で一般的な原理からの帰結であることを示そうとしたのであった。――そしてまた，デバイは，１自由度の周期運動について，$\oint pdq = nh$ と表したのであった(29)。これらの仕事に導かれて，ゾンマーフェルトは，運動量について，$\int dp = p_k - p_{k-1}$ と積分して，プランク（およびデバイ）によって示された式を，

$$\iint dp\, dq = \int p_n\, dq - \int p_{n-1}\, dq = h$$

とし，複数の自由度への拡張を試みた。すると，運動量の系列 $p_0, p_1, p_2,$ ……について，

$$\int p_n\, dq - \int p_{n-1}\, dq = h$$
$$\int p_{n-1}\, dq - \int p_{n-2}\, dq = h$$
$$\int p_{n-2}\, dq - \int p_{n-3}\, dq = h$$

---

(29)　これらについては，本論の脚注(25)に挙げた拙論の第５節を参照のこと。

・・・・・

・・・・・

$$\int p_2\,dq - \int p_1\,dq = h$$
$$\int p_1\,dq - \int p_0\,dq = h$$

となる。そこで，彼は，$\int p_0\,dq = 0$ と仮定し[30]，これを上から下まですべて加算して，

$$\int p_n\,dq = nh$$

を得たのである。左辺を座標 q に関する位相積分と呼び，かくしてゾンマーフェルトは，「各位相積分は各座標 q に関して作用量子の整数倍である」という一般化された量子条件を導出するに至ったのであった。ボーアの角運動量についての量子化はこの定式化に含まれる一つの座標に対応しているにすぎない。

このゾンマーフェルトの定式化は非常に明白でじつに美しい論理展開である。だが，1916年，さらにこの量子条件の物理的な意味を明白にする仕事がエーレンフェスト[31]によって行われた。

なお，ゾンマーフェルトは，上記した量子条件を具体的な問題に対して適応しているが，それについては次節で論じることとし，まずは，量子条件そのものについて見てゆこうと思う。

⑵　エーレンフェストによる断熱原理[32]

エーレンフェストの考察は，ヴィーンの変位則のいささかパラドキシカルな（パラドキ

⑶⓪　これは，位相空間内の無数の軌跡群（曲線群）の中で軌跡も何もない，零楕円が満足する条件である（ゾンマーフェルトの前提した三部作，スペクトル線の量子論，p10，［翻訳版は63頁］参照のこと）。

⑶①　ポール・エーレンフェスト（Paul Ehrenfest, 1880〜1933）はオーストリア出身の物理学者。ウィーン大学でボルツマンの薫陶を受け理論物理学を志した。黒体放射や断熱原理など量子力学の建設に多大な貢献を為した人物として知られる。本章で述べる断熱原理以外では，いわゆるエーレンフェストの定理――ポテンシャル U の中にある粒子の位置を測定した場合の期待値 $\langle \mathbf{r} \rangle$ について，$m\dfrac{d^2}{dt^2}\langle \mathbf{r} \rangle = -\langle \nabla U \rangle$ なる関係がある（Bemerkung über die angenäherte Gültigkeit der Klassischen Mechanik innerhalb der Quantenmechanik, Zeitschirift für Physik, vol. 45（1927）, pp.455〜457）――が有名である。1912年にオランダのライデン大学教授となった。
　晩年はダウン症の息子のことで苦しみ，1933年，息子の将来を憂い，息子を拳銃で射殺した後，自身も自殺するという悲劇的な最期となった。

⑶②　P. Ehrenfest, On adiabatic change of a system in connection with the quantum theory［Adia-↗

シカルに見える）性質を深く理解しようとすることから始まった，と述べても過言ではない。ヴィーンの変位則は，量子の現象へ古典物理学の原理を適応することで見出されたものである。ここに量子の概念はまったく入り込んではいない。ところが，この法則は，エーレンフェストの言葉を用いると，見事に「荒れ狂う量子論の波の真只中でびくともせずに成り立っている(33)」のである。これをどのように理解すればよいのだろうか？

ヴィーンの変位則は，結局のところ，$\lambda\vartheta(=\vartheta/\nu)$ が断熱不変であることから，$\lambda\vartheta=\lambda_0\vartheta_0$ を帰結するのであった（ここで，λ は波長，ν は振動数，ϑ は温度である)。そして，これは，ある温度 ϑ での放射の関数を $\varphi\left(\frac{\vartheta}{\nu}\right)$ とすると，振動数 ν での放射のエネルギーが，$E_\nu=\nu^5\varphi\left(\frac{\vartheta}{\nu}\right)$ と表されるのでもあって，つまりは，断熱不変量 $\frac{E_\nu}{\nu}$ と $\frac{\vartheta}{\nu}(=\lambda\vartheta)$ の間に，$\frac{E_\nu}{\nu}\propto\varphi\left(\frac{\vartheta}{\nu}\right)$ なる関係性があることを述べるものでもあった。エーレンフェストは，これと似たようなことが，調和振動に限らず，もっと一般的な運動が起こるような，より一般的な場合にも成り立っているのではないか，と考えたのである。そこで彼は，アインシュタインによる「断熱変化の過程で，許されるもとの運動の一つは，変化した運動のうちの許される一つに変移するが，この過程において断熱不変量は最初の値をそのまま保つ(34)」という断熱仮説をアリアドネの糸として，以下のように理論を展開したのである。

断熱不変量 $\frac{\overline{2T}}{\nu}$ は，運動 $\beta(a)$ がそれと断熱的に類縁関係にある運動 $\beta(a')$ に変移しても定数のままに留まっている（$\overline{T}$ は運動エネルギーの時間平均で，自由度が１の場合には，$\frac{\varepsilon}{\nu}$ に一致する)。――「断熱的な類縁関係」とは，まず始めに運動が $\beta(a)$ の状態にあって，変数（助変数）a を無限にゆっくりと緩やかに変化させて（つまりは断熱的に変化させて）a' へと至った場合の運動 $\beta(a')$ との関係のことを指す（もっとも，原理的に変数はいくつあってもかまわないが，ここでは煩雑化するのを避けるために変数を一つとして記した)。つまり，この一連の過程，$\beta(a)\leftrightarrow\beta(a')$ は断熱的につながっているのである（矢印を双方向にしたのは，変数（助変数）をどちらに向けて変化させてもよいということを示すためである。――断熱変化なのだから当たり前なのだが……)。

次に，彼は，周期運動について，$\Delta'\int_0^P dt2T=0$（Δ' は，系の断熱的に類縁的な二つの無

↘batische Invarianten und Quantentheorie]，量子論との関連での系の断熱変化について［断熱不変量と量子論]，Proceeding of Amsterdam Academy, 19,（1916), pp.576〜597, および，Annalen der Physik, 51,（1916), pp.327〜352（邦訳：物理学古典論文叢書３）

(33)　脚注(28)の論文。

(34)　A. Einstein, Beiträge zur Quantentheorie. Verh. D Deutsch. Phys. Ges.16（1914), pp.826

限に近い運動に対する値の差を意味する）より，$\int_0^p dt2T = \dfrac{\overline{2T}}{\nu}$ となり，$\dfrac{\overline{2T}}{\nu}$（自由度が 1 ならば $\dfrac{\varepsilon}{\nu}$）が定数で，確かに断熱不変量になることを示した後に，これをさらに (q,p)- 空間（位相空間）へと適応する。すなわち，周期 P において，作用積分は，

$$\int_0^P dt2T = \int_0^P dt\sum_{h=1}^{n} p_h\dot{q}_h = \sum_{h=1}^{n}\int dq_h p_h = \sum_{h=1}^{n}\iint dq_h\, dp_h$$

なので，

$$\frac{\overline{2T}}{\nu} = \sum_{h=1}^{n}\iint dq_h\, dp_h$$

となる。

自由度が 1 の場合には，

$$\frac{\overline{2T}}{\nu} = \iint dq\, dp$$

であり，これをプランクの振動数 ν_0 で調和振動する共鳴子であるとすると，

$$\varepsilon = 0, h\nu_0, 2h\nu_0, \cdots\cdots$$

なのだから，

$$\frac{\varepsilon}{\nu_0} = \frac{\overline{2T}}{\nu_0} = \iint dq\, dp = 0, h, 2h, \cdots\cdots$$

となる。

さらに，これを非調和振動子に拡張する。つまり，非線形の運動方程式

$$\ddot{q} = -\left(\nu_0^2 q + a_1 q^2 + a_2^2 q^3 + \cdots\cdots\right)$$

で表される共鳴子があったとして，今，この運動状態を $\beta\left(a_1, a_2, \cdots\cdots\right)$ とし，これを断熱的に，すなわち無限にゆっくりと断熱的な類縁関係にある運動の状態 $\beta\left(a_1', a_2', \cdots\cdots\right)$ へと変移

させることとする。そして，終状態である $\beta\left(a_1', a_2', \cdots\cdots\right)$ において，$a_1' = a_2' = \cdots\cdots = 0$ が実現されたとすると，これは調和振動に他ならないのだから，終状態について $\dfrac{\overline{2T}}{\nu_0} = \iint dq\,dp = 0, h, 2h, \cdots\cdots$ が成り立つ。ということは始状態である非調和振動をする共鳴子であっても（断熱過程を経た類縁関係にあるのだから），$\dfrac{\overline{2T}}{\nu_0} = \iint dq\,dp = 0, h, 2h, \cdots\cdots$ なのであって，かくして，振動数 ν で振動する共鳴子は非調和振動であろうが調和振動であろうが，

$$\frac{\overline{2T}}{\nu} = \iint dq\,dp = 0, h, 2h, \cdots\cdots$$

が成り立つような運動のみが量子論的に実現可能な運動である，と結論される。すなわち，量子条件

$$\iint dp\,dq = 0, h, 2h, \cdots\cdots$$

であり，これは P を積分した形で書けばゾンマーフェルトの量子条件そのものである。

以上，ゾンマーフェルトの量子条件は，断熱仮説という視点からこのようにして担保されることが示されたのである。――あるいは言い替えれば，量子論は，かような断熱仮説を満たさなければならない，ということなのである。かくして，エーレンフェストは，

量子論においては可逆的断熱過程に対して特別な地位が与えられなければならないと私は信ずる。

と1916年の論文[35]に，その結語として述べている。これは，まったくその通りなのであって，ヤンマーの言葉を借りれば，実際に，「断熱原理は量子論の発展においてそれまでに起こったことをより深く理解するのに重要な貢献を為した」のであった[36]。

---

(35)　P. Ehrenfest, 前提論文。
(36)　マックス・ヤンマー，前提書 p101（日本語版121頁）より。

4：水素および水素類似元素のスペクトル線と量子化

本節は，前節で後回しにすると述べた，ゾンマーフェルトによる量子化の具体的問題への適応についてである。もっとも，量子化の概念的に重要なポイントは上記までですべて尽くされている。したがって概念的な発展過程とその流れを大雑把につかみたいという読者は，本節を後回しにするなり飛ばすなりしてもひとまずは全体の理解の妨げにはならないということを最初に記しておく。

ただし，本節は，運動が（運動量一般が）前節のごとくすべて量子化されたことで非常に劇的な帰結をもたらすことを示すものであり，量子力学的には非常に重要な理論的結果である。そしてまた，これは前期量子論と称される理論が達成した成果の中の最高到達点の一つでもある。

量子条件を多自由度へ拡張したことで，ゾンマーフェルトは，水素原子の量子論をさらに包括的に扱うことに成功した。ボーアの理論は楕円軌道を主張していながらもその扱い方が分からず円軌道のみを扱っていた。しかし，この一般化によって楕円軌道が，許された定常状態としてごく自然に数学的な帰結として導出されたのであった。また，量子条件をすべての自由度に拡張したことで方向までもが量子化される（離散化される）という驚くべき理論的帰結も得られたのであった。なお，この方向量子化は，1922年，シュテルンとゲルラッハによる劇的でかつ印象的な実験によって理論的予測の正しさが示されることとなる(37)。

まず，以下では，上記の二つについて概観する(38)。そして最後に相対論的拡張について

(37) オットー・シュテルン（Otto Stern, 1888～1969）はドイツ生まれのアメリカの物理学者。ブレスラウ大学を卒業後，プラハ大学，チューリッヒ工科大学を経て1921年，ストックホルム大学教授，1923年，ハンブルグ大学の教授となった。1933年にはナチスによってドイツを追われ渡米し，カーネギー工科大学の教授となる。また，カリフォルニア大学バークレー校の名誉教授でもある。1933年に行った陽子の磁気モーメントの測定によって1943年にノーベル物理学賞を受賞した。
　ウォルター・ゲルラッハ（Walter Gerlach, 1889～1979）はドイツの物理学者。チュービンゲン大学を卒業して三年間をドイツ軍で過ごした後，母校の教授となった。シュテルンと行ったいわゆるシュテルン・ゲルラッハの実験が有名である。その他，空間量子化についての研究でも知られる。
　シュテルンとゲルラッハの実験については次稿を参照のこと。

(38) 以下の二点は，朝永の前提書121～130頁を参考にして，適宜，式などを補ったり，省いたり，あるいはゾンマーフェルトの記述に沿ったりして記述した。分かりやすい教科書を書いたゾンマーフェルトではあるが，彼の原論文は，ここで参考にした朝永の記述ほど分かり易くはない。
　ところで，朝永もまた極めて優秀な教育者として知られ，彼の元から巣立った物理学者は戦後日本の科学界（物理学会）を牽引する指導者となった。ゾンマーフェルトと朝永の記述の差は，偏に時代の差（ざっと四十年の差）なのかもしれない（一方は理論を創り上げる過程での記述であり，一方はできあがった理論をかみ砕いて述べている，という差)。

記す。

⑴　水素原子の定常状態と楕円軌道

まず，系の自由度を二つ，つまり，動径方向と方位角による自由度についての平面での運動として考えてみよう。すると，水素原子のハミルトニアンは（原子核は不動と見なして），

$$H=\frac{1}{2m}\left(p_r^2+\frac{p_\varphi^2}{r^2}\right)-\frac{e^2}{r}$$

なので，ハミルトンの運動方程式から，ただちに方位角成分について，

$$\dot{\varphi}=\frac{p_\varphi}{mr^2}\quad \text{および，}\quad \dot{p}_\varphi=0$$

である。$\dot{p}_\varphi=0$ なのだから，$p_\varphi=M$ と定数になって，これが角運動量である（すなわち，角運動量は保存される）。また，全エネルギーは，

$$E=\frac{1}{2m}\left(p_r^2+\frac{p_\varphi^2}{r^2}\right)-\frac{e^2}{r}$$

であり，これももちろん保存される。以上より，$p_\varphi=M$ を用いて p_r について解くと，

$$p_r=\pm\sqrt{2mE+\frac{2me^2}{r}-\frac{M^2}{r^2}}$$

である。この運動量 p の両者について，量子条件が成立するはずなので，

$$\int p_\varphi\, d\varphi=\int M\, d\varphi=2\pi M=kh$$

$$\int p_r\, dr=\int_{r_1}^{r_2}\sqrt{2mE+\frac{2me^2}{r}-\frac{M^2}{r^2}}dr=n'h\quad \text{つまり，}\quad -2\pi\left(M-\frac{me^2}{\sqrt{-2mE}}\right)=n'h$$

となるはずである。ここで，r_1 と r_2 は軌道の長径と短径で，$E=\frac{1}{2m}\left(p_r^2+\frac{p_\varphi^2}{r^2}\right)-\frac{e^2}{r}$ を，$p_\varphi=0$ について解いた解であり，k と n' はそれぞれ整数である（ k を方位量子数，n' を動径量子

数と称する)。ただし，k については，$k = 0$ とすると，楕円軌道が潰れてしまうので $k \neq 0$ の整数であるとする。また，ここでは，軌道が閉じている場合を考えているために，$E < 0$ としている（$E > 0$ の場合は閉じずに双曲線となる)。すると，これら両者を組み合わせて，

$$E = -\frac{2\pi^2 me^4}{h^2}\frac{1}{(n' + k)^2}$$

となる。そこで，$n = n' + k$ とすると，

$$E = -\frac{2\pi^2 me^4}{h^2}\frac{1}{n^2}$$

となって，これは，ボーアが導出したエネルギーについての関係式である。また，出現した二つの量子数について，$n = 1$ の時 $k = 1$，$n = 2$ の時 $k = 1,2$，$n = 3$ の時 $k = 1,2,3$，……，なる関係があることが容易に見て取れる（この時，n を主量子数，k を副量子数と称する)。

次に，軌道の長径と短径について考えてみると，

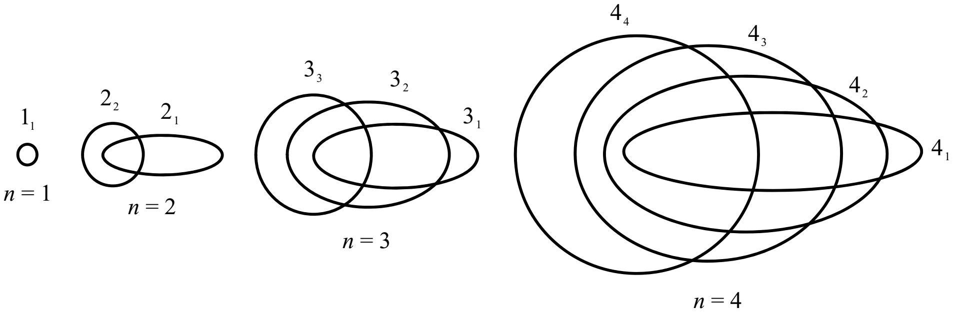
$$（長径）= r_1 + r_2 = \frac{h^2}{2\pi^2 me^2}n^2$$

$$（短径）= \sqrt{r_1 r_2} = \frac{h^2}{2\pi^2 me^2}nk$$

なので，軌道が円となるか楕円となるかは二つの量子数 n と k にかかっていることが分かる。なぜならば，両者の比 ε を取ると，$\varepsilon = \dfrac{n}{k}$ となって，$n = k$ の時のみに長径と短径の比が 1 となって円軌道となることが分かるからである。$n \neq k$ の場合には軌道は楕円となる。

以上の解析からゾンマーフェルトは，定常状態にある楕円軌道を理論的に導き出したのであった（図 5 − 1 を参照のこと)。

なお，今日的な用語では，$k = 1,2,3,$ ……，に応じて，それぞれ，s 軌道，p 軌道，d 軌道，……，と称する。



〈(図５-１)，水素原子における電子軌道――朝永振一郎「量子力学Ⅰ，125頁より」。原図は，ゾンマーフェルトの「スペクトル線の量子論（脚注(28)）」に左右反対称のものがある〉

以上は，非常に重要な理論的成果である。この理論は，ボーアによる量子数 n には，いわば自由度による内訳があることを示している。例えば，$n=2$ という量子数のエネルギーは，実際には $n'=1$，$k=1$ と $n'=0$，$k=2$ という別々の二つの状態がある，―すなわち，縮退している，ということである。図に即して述べれば，$n=2$ には二つの運動状態たる二つの軌道があり，$n=3$ には三つの運動状態たる三つの軌道があり，……，ということである。

⑵　方向量子化

上記は，動径方向と方位角方向の二つを自由度とした場合の一般化であった。しかしながら，現実の運動は三次元の中で生じているのである。そこで，ゾンマーフェルトは，さらに自由度を一つ増やして，三次元での解析を行ってみた。

まず，系のハミルトニアンは，電子の質量を μ として，

$$H=\frac{1}{2\mu}\left(p_r^2+\frac{p_\theta^2}{r^2}+\frac{p_\varphi^2}{r^2\sin^2\theta}\right)-\frac{e^2}{r}$$

である。ここから運動方程式を吟味することで，角運動量について，

$p_\varphi=M_z$　　　　　――角運動量の　成分が一定。

$p_\theta^2+\dfrac{p_\varphi^2}{\sin^2\theta}=M^2$　　――角運動量の大きさの２乗が一定（角運動量が一定）。

が導出され，かつエネルギー保存則から，

$$E=\frac{1}{2\mu}\left(p_r^2+\frac{p_\theta^2}{r^2}+\frac{p_\varphi^2}{r^2\sin^2\theta}\right)-\frac{e^2}{r}$$

である。以上より，各成分について，

$$p_\varphi=M_z$$

$$p_\theta=\pm\sqrt{M^2-\frac{M_z}{r^2\sin^2\theta}}$$

$$p_r=\pm\sqrt{2\mu E-\frac{M^2}{r^2}+\frac{2\mu e^2}{r}}$$

なので，これらすべてについて，$J_i=\int p_i\,dq_i$ とすると，

$$J_\varphi=2\pi M_z=mh \qquad -\left(k'+|m|\right)\leq m\leq\left(k'+|m|\right)$$

$$J_\theta=2\pi\left(M-|M_z|\right)=k'h \qquad k'=0,1,2,3,\cdots\cdots$$

$$J_r=-2\pi\left(M-\frac{\mu e^2}{\sqrt{-2\mu E}}\right)=n'h \qquad n'=0,1,2,3,\cdots\cdots$$

となる。したがって，エネルギーは，

$$E=-\frac{2\pi^2\mu e^4}{h^2}\frac{1}{\left(n'+k'+|m|\right)^2}$$

と表される（m は回転の方向によって正となったり負となったりするので，上記のように設定してある）。ここで，$k'+|m|=k$ および，$n'+k=n$ とすると，エネルギーについては，

$$E=-\frac{2\pi^2\mu e^4}{h^2}\frac{1}{n^2}$$

と表せて，角運動量については，それぞれ，

$$M = \frac{h}{2\pi}k$$

$$M_z = \frac{h}{2\pi}m$$

となる。k と n については前節で論じた，自由度が二つの場合と同じなので，$k \neq 0$, $n \neq 0$ である。また，上記の通り，エネルギーは n だけに依存して k と m とは独立であることも分かる。このようにして定常状態においてのエネルギー，角運動量の大きさ，そして角運動量の　成分が決定されたのである。

さて，ここで角運動量についてあらためて着目してみる。すると，$M = \frac{h}{2\pi}k$ および，$M_z = \frac{h}{2\pi}m$ ということは，角運動量ベクトルが空間の任意の方向を勝手気ままに向くことができないということを示していることに気が付く。そこで，これを吟味するために，角運動量ベクトルが　軸となす角を Θ とすると，

$$\cos\Theta = \frac{m}{k} \qquad -k \leq m \leq k$$

である。故に，例えば，

k ＝ 1 の時は，$\cos\Theta = -1, 0, 1$ より，$\Theta = 0, \frac{1}{2}\pi, \pi$

k ＝ 2 の時は，$\cos\Theta = -1, -\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}, 1$ より，$\Theta = 0, \frac{1}{3}\pi, \frac{1}{2}\pi, \frac{2}{3}\pi, \pi$

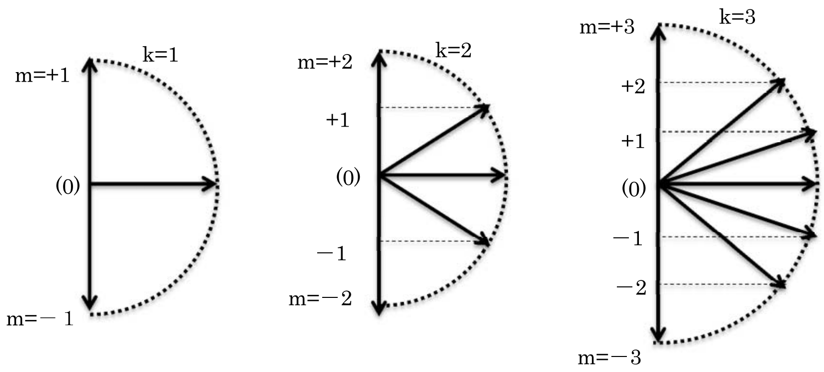
$\vdots \qquad\qquad \vdots \qquad\qquad \vdots$

$\vdots \qquad\qquad \vdots \qquad\qquad \vdots$

などとなって特定の方向しか角運動量ベクトルが向かないことが示されるのである（図５－２参照)。これを方向量子化と称する。

このようにして，すべての自由度について量子化がなされたのである。

なお，ここまでの二つは非常に重要な理論的帰結と発展ではあるが（いや，ほとんど瞠



〈(図 5－2)，**角運動量ベクトルの方向量子化**――朝永振一郎「量子力学 I 」129頁より。原図は，図 5－1 と同じゾンマーフェルトの論文にあるが，朝永の図の方が見やすいのでここでは朝永の図を用いた。〉

目すべき驚嘆の帰結であるが)，それによって何か知られた現象について新しい理論的な説明を行うものではない。ところが，これを相対論的に拡張することで事態はさらに進展を見せることとなる。

⑶　相対論的拡張

最後にゾンマーフェルトは，問題の系を相対論的に扱ってみた。

まず，系のハミルトニアンは，

$$H = mc^2\left(\gamma^{-1} - 1\right) - \frac{e^2}{r} \qquad (\ c\ \text{は光速})$$

である。ここで，$\gamma = \left(1 - \dfrac{v^2}{c^2}\right)^{1/2}$，および v は電子の速度である。

ここでも極表示（平面）で r と φ を用いると，

$$p_r^2 + \frac{p_\varphi^2}{r^2} = \frac{m^2v^2}{\gamma^2}$$

なので，ハミルトン＝ヤコビ方程式は，

$$\left(\frac{\partial S}{\partial r}\right)^2 + \frac{1}{r^2}\left(\frac{\partial S}{\partial \varphi}\right)^2 = 2mE + \frac{2me^2}{r} + \frac{1}{c^2}\left(E + \frac{e^2}{r}\right)^2$$

となる（なお，ここで展開している形式は1916年のものではなく，1919年のものであるこ

とを付記しておく(39)。これより，

$$2\pi p_\varphi = kh$$

$$-2\pi i\left(\sqrt{-p_\varphi^2+\frac{e^4}{c^2}}-\frac{me^2+\frac{e^2E}{c^2}}{\sqrt{2mE+\frac{E^2}{c^2}}}\right)=n'h$$

となって，p_φ を消去して微細構造定数 $\alpha=\dfrac{2\pi e^2}{hc}$ を入れると，

$$E=mc^2\left\{\frac{1}{\sqrt{1+\alpha^2\left(n-k+\sqrt{k^2-\alpha^2}\right)^{-2}}}-1\right\}$$

となる（ここで $n = n'k$ である）。これを，α について展開して，α^2 の項までを取ると，

$$E=-Rhc\left[\frac{1}{n^2}+\frac{\alpha^2}{n^4}\left(\frac{n}{k}-\frac{3}{4}\right)\right]$$

となる（R はもちろんリュードベリ定数である）。こうして，相対論的補正項 α^2 を含む項は，n と k の関数となり，水素のエネルギー準位が多重構造を有することが理論的に示されたのである。この結果は，わずかに見出されていた水素のスペクトル線とボーア理論との微少な差を上手く説明した。つまり，相対論的拡張を行うことで，エネルギー準位が多重構造を有することが示され，水素のスペクトル線の微細構造についての理論的説明が与えられたのであった。

さらに，この結果は，パッションによるヘリウムのスペクトル線の精密な測定によって理論的予測と完全に一致することが示された（ヘリウムの場合は，上記で微細構造定数以外を $e^2 \to Ze^2$ と置き換える）(40)。なお，余談としては，このパッションの確認は，間接的に

(39)　A. Sommerfeld, Atombau und Spektrallinien, Vieweg Braunschweig, 1919. 英訳版は，Atomic Structure and Spectral Lines, Methuen, London, 1923. 日本語版は，原子構造とスペクトル線 1 上・下 講談社1973である。なお，これは，当時の物理学者で，ゾンマーフェルトのこの本のお世話にならなかった者はいないとまで言われた名著である。――本論の脚注(26)も参照のこと。

(40)　フリードリッヒ・パッション（Friedrich Paschen, 1865～1947）はドイツの物理学者。水素原子のいわゆるパッション系列で有名。ベルリン大学，ストラースブルグ大学で学び，1893年にハノーバー工学アカデミー（Technical Academy of Hanover）の教授となり，1901年にはチュービンゲン大学の教授となった。また，1924年から1933年まではドイツ国立物理学・工学研究所↗

相対論の検証としても機能したのであった。

ところで，この光速での電子の軌道はどのようなものなのだろうか？　ゾンマーフェルトは，以下のように述べている。

無限に遠い距離から電子が核の引力によって核にどんどん近づいてゆき，核の近傍で螺旋軌道を描くのである。この過程で，まずは，電子が核の引力に捕捉されて核に近づいてゆき，電子が加速される。これによって上記したエネルギーの第二項目が露わになってくる（ちなみに，この螺旋軌道は閉じている。――光速近くにまで加速された電子が核の近傍で螺旋を描き，やがてそれと逆向きの過程を経て無限遠にある最初の一点に戻ってゆく，という過程を経る)。ところが，一方で光速近くにまで加速された物体は相対論の教えるところでは，その質量を増加する。すると，それによって，電子が核の質量に比べて著しく小さいという近似が成り立たなくなる。その結果，解析は複雑になり，電子の軌道はその極限状態において極めて複雑になるはずだが，この複雑さが結果的に水素の多線スペクトルの複雑さに結びつけられる。つまり，電子が光速に近づくにつれて，スペクトル線の分岐が露わになってくるが，さらに電子が光速に近づくと，軌道が複雑化し，さらにスペクトル線が微細化するというのである。

もちろん，今日ではこのような理解の仕方はなされない。――いや，それどころか，こうした理解，あるいはこうした描像を想い描くということは端的に間違いである。しかしながら，こうした理解の方法は，いかにも古典的であり，それ故にいかにも前期量子論的である。理論の発展と自然認識の変化の変遷を物語る好例としてここに記しておくものである。

以上の三点が，ゾンマーフェルトによる一般化のもっとも重要な理論的帰結である。とりわけ，最初に述べた二つの理論は重要であって，これによって確かにすべての自由度について量子化がなされていることは注目に値するであろう。そして，最後の三つ目は，この理論の正しさを見事に傍証する理論的説明となっている。

かくして，彼の理論化によって，微細構造はもとより，この理論を出発点としてやがて

↘(森川亮，なぜ量子の歴史を紡ぐのか？――量子論の歴史，その序論として――（商経学叢 62(1)，2015)，第 3 節参照のこと）の所長も務めている。特に分光学の実験的・観測的研究で有名である。――森川亮，量子論の歴史――原子の物理学へ――前期量子論へのプレリュード（生駒経済論叢 14(1)，2016)，第 1 節を参照のこと。

本文の該当文献は以下である。

F, Paschen, Bohr's Helium Linien, Annalen der Physik, 50（1916), pp.901～940.

は，ゼーマン効果(41)やシュタルク効果(42)について，理論的に説明することが可能となったのである。そして，この発展の進行方向がスピン(43)の認識へとつながってゆくことにもなるのである。——なお，微細構造定数 $\frac{2\pi e^2}{hc}$ は，角運動量 p_0 と p_1 の比としてごく自然に導出されるものである。

５：重要な実験—１

ここまで，実験によって理論が担保されるという科学にとっては非常に重要な点にはあまり触れずにきた。しかしながら，もちろんボーアの理論であっても例外ではなく実験的に担保されたのである。本節ではボーア理論を決定的に顕現したと目される実験の骨子を概観しておこうと思う。

ボーアの理論が提示された翌年の1914年，このエネルギーが不連続であるという理論（正確に表現すれば，エネルギーの授受が不連続的に為されるという理論）を実験的に確かめた研究が公表された。フランクとヘルツ(44)による実験である。

---

(41)　森川亮，量子論の歴史——我，不可思議で，驚嘆すべき放射線を捕捉せり！——（生駒経済論叢 13(2) 2015），第２節，電子の発見，92～100頁を参照のこと。

(42)　1913年，シュタルクによって発見された効果で，分子，原子を電場中に置くことで，スペクトル線が変化する現象のこと（ゼーマン効果は磁場による変化である）。原子の内部構造を示唆する結果となった。

シュタルク（Johannes Stark, 1874～1957）は，ドイツの物理学者。いわゆるシュタルク効果でよく知られている。アーヘン工科大学，ザルツブルグ大学などの教授職を経て，ナチス下のドイツ国立理工学研究所の所長を務めた（1933～1939）。1919年にはノーベル物理学賞を受賞している。

レーナルトと共に，アーリア的物理学（ドイツ物理学）の闘志となり（森川亮，量子論の歴史——未知なる放射線，その発見ラッシュの裏面史，生駒経済論叢 13(2)，2015，参照のこと），アインシュタイン追撃の急先鋒となった。戦後の1947年，ナチスへの協力の罪で４年の禁固刑に処せられた。

(43)　ヴォルフガング・パウリ（Wolfgang Ernst Pauli, 1900～1958）によって導入された内部自由度のこと。第六章第５節を参照のこと。

(44)　ジェイムス・フランク（James Franck, 1882～1964）はドイツの物理学者。ハンブルグでユダヤ系の銀行家の家庭に育つ。ハイデルベルグ大学，ベルリン大学でそれぞれ化学と物理学を学び，1920年にゲッチンゲン大学第二物理学研究所所長となった。その後，ナチスの台頭によってアメリカに亡命し，ジョンズ・ポプキンス大学教授，シカゴ大学教授を歴任した。

ギュスタフ・ルードビッヒ・ヘルツ（Gustav Ludwig Hertz, 1887～1975）はハンブルグ生まれのドイツの物理学者。電磁波の研究で高名なハインリッヒ・ヘルツ（本論の脚注(25)に挙げた拙論の脚注(4)を参照）の甥にあたる。ゲッチンゲン大学，ミュンヘン大学，ベルリン大学に学び，ベルリン大学でハインリッヒ・ルーベンス（森川亮，なぜ量子の歴史を紡ぐのか？——量子論の歴史，その序論として——（近畿大学商経学叢 62(1) 2015）の脚注(15)を参照）の助手を務め，その後，ハレ大学物理学研究所所長，ベルリン工科大学物理学研究所所長，などを歴任。ユダヤ系であったためにナチスの台頭によって職を追われ，戦後の1954年までソビエトに逃れていた。その後，帰国し，1961年までカール・マルクス大学（ライプチッヒ大学）の教授を務めた。

両名は，1925年，エネルギーの不連続性（不連続な授受）を証明したフランク・ヘルツの実験↗

ボーアによれば，原子は $W_1, W_2, W_3, \cdots\cdots$ のように，とびとびの離散的なエネルギーしか取らない。低い準位から高い準位へ移る場合にはこのエネルギー差の塊のエネルギーをもらい受けて（吸収して）遷移する。また，原子は電子が高いエネルギーから低いエネルギーへと移った時に，そのエネルギー差であるところの，例えば，$W_2 - W_1$ に相当する光を射出するのであった。であるならば（これが正しいのであれば），原子がエネルギー状態 W_1 にある場合にここへ $W_2 - W_1$ に満たないエネルギーしか持たない電子をいくら打ち込んでも原子は電子からエネルギーを受け取りようがない，ということである。実際には，打ち込まれた電子と衝突しても原子は，ただただ弾かれるだけで（もちろん電子も弾き返される）エネルギーのやりとりが生じない，ということである。

さらに考察を進めると，今，打ち込む電子のエネルギーを可変的に変動できるようにしておいて低いエネルギー状態から徐々に連続的に高めてゆけば（例えば，電位差を利用して加速させ，この電位差を徐々に大きくしてゆけば電子のエネルギーを変えて打ち込める），W_1 のエネルギー状態にある原子は，打ち込まれた電子のエネルギー E が $E < W_2 - W_1$ の場合にはこれを受け取らず（受け取れず），$E = W_2 - W_1$ のレベルにまで上がって初めてこれを受け取る。さらに打ち込む電子のエネルギーを上昇させてゆくと，次は，電子のエネルギーが $E = 2(W_2 - W_1)$ に達するまで原子はエネルギーの上昇分を受け取れない，ということになる。以下，電子のエネルギーの上昇に伴ってこうした経緯が続くはずである。要するに，打ち込む電子のエネルギーを徐々に上昇させてゆくと，エネルギーが $W_2 - W_1$ の段階で最初に原子によるエネルギーの吸収があって，次に $2(W_2 - W_1)$ の段階でもう一塊多くエネルギーが吸収され，そして次に $3(W_2 - W_1)$ の段階で，……，ということになるはずである。

フランクとヘルツは，これを実際に次のような実験を行うことによって確認した[45]。まず，彼らの実験のセッティングについてである。

電子銃で検出板（もちろん金属板である）に向けて電子を打ち込む。この時，電子銃の電位は－Xで検出板の電位は0にしておく。検出板は電流計Aにつながれており，かつその前には電位がわずか0.5ボルトの金網が張ってある。電子銃と検出板との間には原子によるガスを注入しておき，電子はこの原子の中を通過して検出板に至るようにする。こうし

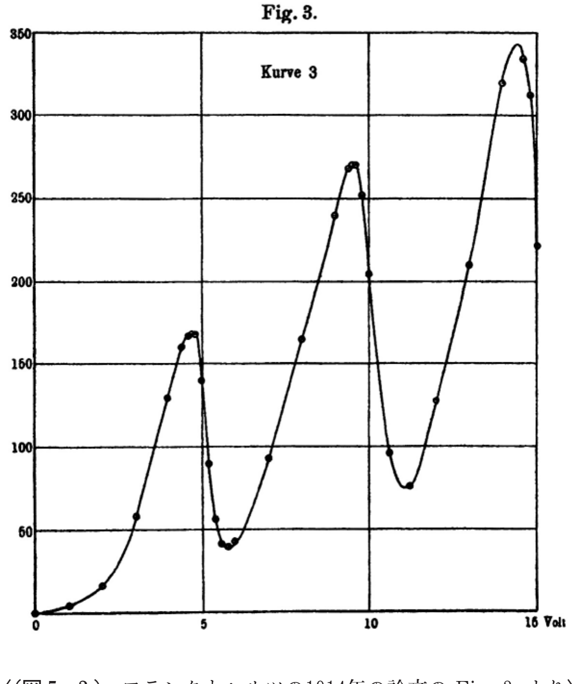
↘によってノーベル物理学賞を共同受賞している。
当該の論文は以下である。
J. Franck, G. Hertz, Über Zusammenstöße zwischen Elektronen und Molekülen des Quecksilberdampfes und die Ionisierungsspannung desselben, Verhandlungen der Deutschen Physikalischen Gesellschaft, 16 (1914), PP457～467.

(45) 朝永振一郎，前提書，131～133頁を参照のこと。

て，電子銃から打ち出される電子は，電子銃と検出板の電位差による電場で加速されて検出板に至り，電流計Ａに電流として検出されるようにしたのである。

この実験は次のような結果をもたらした。最初は，検出板の前に置いてある金網の電位0.5ボルトを乗り越えるだけのエネルギーが与えられれば電子は易々と検出板へと到達するのだから，Ｘを増加してゆくと検出板へと至る電子の数は順調に増加し，結果として電流量も順調に増加した。ところが，Ｘの増加分が $W_2 - W_1$ に相当するまでに達するとピークとなりそれ以後は電流が減少してしまう。そしてさらにＸを増加させると電流が回復してゆき，次に２（ $W_2 - W_1$ ）のところで再度ピークを迎え，それ以後はまたしても電流が減少してゆく。そして，さらにＸを増加させると次には３（ $W_2 - W_1$ ）でまたしてもピークを迎え，……，となった。この様子をグラフにして以下に示す。

これは，結局，次のような機構が生じていると考えなくてはならないことを示している。すなわち，電子が $\varepsilon = W_2 - W_1 > E$ なるエネルギーで検出板へと向かっていた時にはエネルギーの増加分がそっくりそのまま電流の増加分となっていたが，これを超えてしまうと（すなわち，$\varepsilon = W_2 - W_1 > E$ となると），原子のガスによってエネルギーを奪われてしまって，その差分である $E - \varepsilon$ のエネルギーしか電流には寄与しない。したがって，エネルギーが $\varepsilon = W_2 - W_1$ を超えると電流は著しく減少してしまう。―これを言い換えると，原子のエネルギー授受は，$\varepsilon = W_2 - W_1$ という塊でしか為されない，ということである。



〈（図５－３），フランクとヘルツの1914年の論文の Fig. 3. より〉

そして，さらにＸを挙げてゆくと，やがて電流量は回復してくるが，次に電子が原子のガスにもう一回だけエネルギーを渡すことができるだけの値，つまり $2\varepsilon = 2(W_2 - W_1)$ を超えると，今度は原子ガスの中を通過している間に二回にわたってエネルギーを原子に渡すこととなって（言い替えれば，二回にわたって，あるいは一回

で二回分のエネルギーを原子に渡すことが可能となって)，この値をピークにしてまたしても電流が減少するのである。なぜならば，電流に寄与できるエネルギーは，今回もまた原子ガスによってその大部分が奪われてしまったからである。以下，$3\varepsilon = 3(W_2 - W_1)$でもう一度ピークとなり（三回，あるいは三回分のエネルギーを原子に渡す)，その次には$4\varepsilon = 4(W_2 - W_1)$でまたピークとなり（四回，あるいは四回分のエネルギーを原子に渡す)，……，ということとなる。―すなわち，この機構はまさしくボーアが述べたことそのものである。

かようにして，ボーアの理論が述べる通りに原子のエネルギーは確かに離散的なのであって，離散的にしかエネルギーを授受しないことが実験的に確かめられたのである。そしてまた，それはボーアが名付けた定常状態なる状態が実際に存在する，ということの客観的な証拠ともなったのであった。

これは，理論の画期的な予測を実験がいち早く裏付けた最初の事例でもあった。

これ以降，実験と理論とがまさしく車の両輪のごとくに作用して補いあうようにして，新しい物理学の進展の度合いは一層，目覚ましいほどに加速してゆくのである。そしてこの新物理学の中心地はこの頃もやはりドイツであって，この画期的な実験が為されたのもまたシャルロッテンブルグのドイツ国立物理学・工学研究所であった(46)。

6：アインシュタインによる遷移確率

ボーアが量子を原子へと適応することに成功し，これをゾンマーフェルトとエーレンフェストが上記してきたごとくに基礎付けをした。そして実験的証拠も量子論に疑いを持たせないものとなっていた。これが1910年代半ばの状況であったと述べることができよう。事態はその十年ほど前のもの（物理学が破綻してしまう，といった悲観的で予断を許さない状況）からは明らかに一転しており，それなりに楽観的な空気が支配的となりつつあった。だが，新物理学は誕生したばかりであり，とても盤石であるとは言い難い基盤の上にあった。――いや，そもそもこの時点で基盤などなかったと言ってよいだろう。

この時点で，量子論ができたことは，現象を予測的に語ることだけであった。例えば，

(46) 森川亮，なぜ量子の歴史を紡ぐのか？――量子論の歴史，その序論として――（近畿大学商経学叢 62(1) 2015）を参照のこと。

原子に由来する光のスペクトルを正確に予測し，その予測に供した理論の構造をもって原子構造を憶測したのである。だが，そのミクロの世界では何が生じているのか？　つまり，その原子構造のメカニズム，あるいはダイナミズム，——つまりは，その力学的機構は，根本的にはまったくの謎であった。言い替えれば，そのダイナミズムの根幹たる光と物質の相互作用がどのような機構を有するのか，ということについてはまったくもって未知だったのである。

さらに，——あるいはそれどころか，と述べるべきであろうが，量子論の脆弱さは，そもそもその理論的・認識論的一貫性の欠如にこそあった。前論で種々見てきたように，例えばプランクの考察は，古典電気力学と量子仮説を混在させていた。ボーア理論が大きな成功を収め，量子論の確からしさがほとんど疑いようのないものとなった今こそ，すべてを量子論で書き換える必要がある。すなわち，一貫性を構築するよう試みる必要がある。

アインシュタインは，1916年に「量子論による輻射の放出と吸収」という論文を公刊し，次のように述べることから上記の試みを提示した。

理論の統一性を回復するためには，プランクを $\overline{E}=\dfrac{c^3\rho}{8\pi\nu^2}$ へと導いた電磁気的・力学的考察を，物質と輻射の相互作用についての量子論的考察でもっておきかえる必要があるように思う。[47]

こうして，アインシュタインは，この論文でプランクの分布式をまったく一貫して量子論から導出し，次の年，1917年の論文と合わせて遷移確率という概念を提示したのである。かくして，量子論はさらなる一歩を，しかも非常に重要な一歩を踏み出すこととなるのであった。

以下でこの理論の骨子を概観する[48]。

統計的平衡状態にある同種分子について考える（ここで分子と記したが，これは，アインシュタインの原論文に忠実に記していることであって，言うまでもないことだが，分子であろうが原子であろうが，以下の議論に本質的な違いはない）。この場合に，分子がエ

---

(47)　本論の脚注(48)（次の脚注）に挙げた1916年の論文，邦訳版152頁より。

(48)　A. Einstein, Strahlungs-emission und -absorption nach Quantentheorie, Deut. Phys. Gesell. Verh. 18 (1916), pp.318〜323. および，Quantentheorie der Strahlung Phys. Zeitschrift. 18 (1917), pp.121〜128. 邦訳は，アルベルト・アインシュタイン，量子論による輻射の放出と吸収（1916），および，輻射の量子論について（1917），アインシュタイン選集1，共立出版。

ネルギー ε_n の時に状態 ${}_n$ にあるとして，分子が状態 ${}_n$ の中に見出される相対的な数，すなわち確率は，

$$W_n = p_n \mathrm{e}^{-\varepsilon_n/kT}$$

である。ここで，p_n は状態 ${}_n$ に固有な，温度 T とは無関係な定数で，統計的な重みである。

次に，分子のエネルギーの放出と吸収について考える。まず，放出について，単位時間にエネルギー $\varepsilon_m - \varepsilon_\mathrm{n}$ を放出して状態 ${}_m$ から状態 ${}_n$ へ遷移する分子の数を，自然放出で[49]，

$$A_m^n N_m$$

と記す。背景の放射との相互作用によって放出する分子の数を（以下，すべて単位時間について），ρ を放射密度とすると，

$$B_m^n N_m \rho$$

と記し，同じく，放射との相互作用によってエネルギー $\varepsilon_m - \varepsilon_\mathrm{n}$ を吸収する分子の数を，

$$B_n^m N_n \rho$$

と記す。すると，系が統計的に平衡状態にあるには，放出と吸収が単位時間あたりで等しくならなくてはいけないので，

$$A_m^n N_m + B_m^n N_m \rho = B_n^m N_n \rho$$

と書ける。そして，ρ が T の増加に伴って増大すると仮定すると，$B_n^m p_n = B_m^n p_m$ が導かれ[50]，

---

(49) この自然放出とは，例えばガンマ線を放出するような場合である。

(50) $A_m^n p_m = \rho\left(B_n^m p_n - B_m^n p_m\right)$ について，$T \to \infty$ とすると，左辺が有限に留まるには，$B_n^m p_n = B_m^n p_m$ でなくてはならない。

$W_n = p_n \mathrm{e}^{-\varepsilon_n/kT}$ より，$\dfrac{N_n}{N_m} = \dfrac{p_n}{p_m} \mathrm{e}^{(\varepsilon_m - \varepsilon_n)/kT}$ であることを用いると，

$$\rho = \frac{A_m^n / B_m^n}{e^{(\varepsilon_m - \varepsilon_n)/kT} - 1}$$

となる。簡単化して $\dfrac{A_m^n}{B_m^n} = \alpha_m^n$ とすると，ヴィーンの変位則より，α_m^n が ν の３乗に比例せねばならず，エネルギーは ν の１乗に比例せねばならないことが導かれる。すなわち，

$$\alpha_m^n = \alpha \nu^3$$

および，

$$\varepsilon_m - \varepsilon_n = h\nu$$

となるので，

$$\rho = \alpha \nu^3 \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1}$$

となり，プランクの公式を得る。――アインシュタインの言葉を用いれば，「驚くほど簡単でかつ一般的な方法で[51]」プランクの公式を導いてしまったのである。なお，係数までしっかりと正確に記せば，$\alpha = \dfrac{8\pi h}{c^3}$ なので，$A_m^n = \dfrac{8\pi h \nu^3}{c^3} B_m^n$ という関係がある，ということである。

上記は，アインシュタインの1916年論文に従って遷移する分子の個数で記したが，これを系の全分子数で割ればまともに確率となることは言うまでもない。事実，アインシュタインは，1917年の論文においては，もっと時間発展的に記して，上記を，まともに確率として

$$A_m^n N_m \to A_m^n dt, \quad B_m^n N_m \rho \to B_m^n \rho dt, \quad B_n^m N_n \rho \to B_n^m \rho dt$$

とし，論を進めている（もちろん論理展開は同じである）。

---

(51)　アインシュタイン，前提論文（1917）p121，邦訳版159頁を参照のこと。

こうしてアインシュタインは，定常状態の間の遷移確率という概念を持ち込むことでプランクの放射公式が導き出せることを示した。もはやここには，古典物理学の面影はない。ところで，アインシュタインが，この概念を着想したのは，放射性元素の崩壊過程であった。彼は，1917年の論文中で，

われわれの仮定した統計法則は，放射性反応の法則に対応するものであり，上記の素過程（本論で自然放出と記したもの：筆者補）は，ガンマ線だけが放出されるような反応に対応している。(52)

と述べている。放射性元素がガンマ線を放出して崩壊する現象についてはすでに確率的に認識されていたのであった。こうして，アインシュタインは確率という概念を遷移へと適応したのだが，これは量子力学のできあがった形態を知っているわれわれからすると実に皮肉な結果と言わざるを得ない。というのも，アインシュタインは，その人生の最期まで量子力学の確率的な性質に反対し続けたからである。ただし，アインシュタインは，この時点において，あくまでも過渡的なものとして確率という概念を導入したのであった。彼の当該の論文には，より決定的で因果的な理論の構築，あるいはその存在を控えめではあるが排除していないと読める記述がなされている。――アインシュタインは，「外的な原因による励起がなくても（遷移が生じる）(53)」と述べており，この記述からは（いささか深読みなのではあろうが），少なくとも内的な原因によって遷移が生じる可能性を排除していないと読むことが可能なのである。

いずれにせよ，この確率をどのようにとらえるか，という見解の相違が後々のボーアとアインシュタインの論争へ，そしてひいては現在まで続く量子力学の解釈問題へと発展してゆくこととなるのである(54)。

以上がアインシュタインの提示した理論の骨子であるが，本節の最後に（いささか記述が行ったり来たりになるが理論の進展段階を明確にしておくために），以上だけではこの節の最初に述べた問いに対する十分な回答にはなっていない，ということも付言しておく。アインシュタインが行ったことは，この時点においては，古典理論と混在していたプラン

---

(52) アインシュタイン，前提論文（1917），邦訳版162頁より。
(53) アインシュタイン，前提論文（1917），邦訳版161頁より。
(54) 本論の続編において詳述する予定である。

クの考察をかくのごとく量子論で一貫性をもってリライトしたことと，そのためにエネルギー準位の遷移を確率的に理解する，ということまでであった(55)。さらに，この節の最初に述べた問いの妥当性についてまでも議論の対象となってゆくのが後々の解釈問題なのでもある，ということも付言しておく。

７：対　応　原　理

電子が定常状態にある場合，それに古典物理学を適応することが可能であることは，エーレンフェストの断熱原理によって担保された。そして定常状態間の遷移については上記したように，確率的な考え方が示されたのであったが，依然としてその機構については謎のままである。この機構は，量子力学が確立されて初めて理解されることになるのだが（厳密に述べれば，解釈によって，それは確立された量子力学においても依然として謎なのだが，とりあえず，現段階ではこう述べておこうと思う），それまでの間，量子論の指導的原理となったのが本節で述べるボーアによる対応原理である。それは，テクニカルには，古典論と量子論の間の形式的類似性によるもので，量子力学が出現するまでの過渡的な理論（方法）である。だが，確かにそれは，古典的な計算結果をじつに上手く量子論に対応させたのであった(56)。

まず，古典電磁気学によれば，多重周期運動を行う電子は，以下のように双極子能率 $\mathbf{p}$ の多重フーリエ級数

$$\mathbf{p}(t) = \frac{1}{2} \sum_{\tau_1 \cdots\cdots \tau_k = -\infty}^{+\infty} \mathbf{D}_{\tau_1 \cdots\cdots \tau_k} \exp\left\{2\pi i \left(\tau_1 \nu_1 + \cdots\cdots + \tau_k \nu_k\right) t\right\}$$

として表される。電磁波は（光は）この運動する双極子から射出されると考えられ，この時のフーリエ係数 $\mathbf{D}_{\tau_1 \cdots\cdots \tau_k}$ の絶対値の二乗が，整数 $\tau_1, \tau_2, \cdots\cdots \tau_k$ で表されるそれぞれの振動成分の強度を与え，係数ベクトルの成分が偏向の状態を決定する。――ただし，この理論が導出する結果は，実験と一致しないのであった。

---

(55)　ここで提示した問いについてしっかりとした形で答えることは前期量子論の範疇では本当は不可能である。したがって回答は量子力学の完成を待って為される事柄である。
　なお，より根本的に述べれば，ここで提示した問いについては，正統的な量子力学であっても本当の意味では答えていない，と述べることも可能であり，ここに様々な解釈や哲学が入り込んでくることとなるのである。

(56)　ゾンマーフェルトは，それを，「古典的波動論の結果を量子論でも使えるようにしてしまう魔法の杖」のごときもの，と述べている。A. Sommerfeld（1919），前提書（本論の脚注(39)）。

一方で，アインシュタインが導入した遷移確率によれば，例えば，原子が m なる状態から n なる状態へと遷移する確率 A_m^n は，前節のごとく計算できるのである。であるならば，その強度も分かるはずである。なぜならば，多数の原子から成る物質から同様の遷移が生じたとした場合，その強度はすべての原子が遷移した場合の強度に遷移の確率を掛ければ出てくるからである。かくして，この強度を原子1個あたりに換算すれば，$h\nu_{m-n}A_m^n$ でなくてはならないはずである，ということが結論される。このように考えたボーアは，アインシュタインが与えた遷移確率を，上記の多重フーリエ級数展開における係数の二乗と

$$A_m^n = \frac{(2\pi)^4 \nu_{m-n}^3}{3c^3 h} \left| \mathbf{D}_{m-n} \right|^2$$

のように対応させた(57)。こうして，古典論による計算結果をどのように量子の理論へと適応するか（対応させるか）という指針をボーアは与えたのである。

以上は，ただただテクニカルな側面だけに焦点を絞って記したのだが，物理学の理論体系全体を眺めてみればこれらが深刻な矛盾を含んでいることはもちろん否めない事実である。新しい理論である量子論は，1913年のボーアの論文でも明確な言明を得たように，そもそも古典物理学とはまったく相容れない内容を有している。ところが今や，量子論的な結果予測を行うには，まずは古典物理学に従って計算を為し，次にこれを対応原理によって量子論へとただ機能的に適応させるだけでよい，ということになる。それは論理的には，Ａ＝Ｂを述べるためにＡ≠Ｂを前提にしなくてはならないような事態である。すなわち，対応原理とは，身も蓋もなく言ってしまえば，理論的・論理的一貫性はなく，アドホックで単純な処方箋にすぎないのである。

こうした事態についてのボーアの言動は，お世辞にも首尾一貫しているとは言い難いように筆者には思われる(58)。――この根本的な論理矛盾が解決されるのは，ハイゼンベルグ(59)

---

(57) 遷移確率が自然放出 A_m^n のみとなっているのは，対応する双極子のフーリエ表記が場との相互作用を無視しているからである（場との相互作用は非常に小さいので）。

(58) ヤンマーは，この点について「ボーアが明確で不変な考えを有していたと見ることを，不可能ではないにしても，困難ならしめている」と述べている。――マックス・ヤンマー，前掲書 p117，翻訳版142頁。

(59) ヴェルナー・カール・ハイゼンベルグ（Werner Karl Heisenberg, 1901～1976）はドイツの物理学者。1925年に行列力学の形式を発表し，量子力学を創り上げげたことで知られる。業績は数多あるが，有名なところでは位置と運動量の値が同時に存在することの不可能性（原理的不可能性），あるいは言い方を変えると，その確定精度の限界を示した不確定性原理（1927），物性物理学における強磁性の理論（1928），などがある。1932年にノーベル物理学賞を受賞。詳細は下巻第七章の補章に譲ることとする。

が量子力学を作り上げるまで続くことになる[60]。しかし，ボーアの対応原理は，来るべき量子力学の誕生を直接的に準備することとなった。ヤンマーは，

物理学の歴史上，量子力学が Bohr の対応原理に負っているほど，一つの包括的な理論がただ一つの原理に多くを負っている例はまれであった。

と述べている[61]。対応原理の，そしてボーアの面目躍如たる点は，かようにして新理論誕生を準備したところにあったのである。

ただし，ここで一点だけ，この節を終えるにあたって，即座に反対のことも述べておこうと思う。それは，つい上記でハイゼンベルグの理論の出現によってあたかも一貫性が担保されたかのように書いたが，それは偏にコペンハーゲン派の解釈による見解にすぎない，ということである。ハイゼンベルグの処方でもアドホックである，という見方もやはり存在するのである。言い替えれば，それは，ボーアの対応原理の論理的な飛躍をハイゼンベルグ流に別の飛躍に置き換えただけとも言える，ということである。後に，量子力学の基礎的な部分が問題になってくるが，その問題の根幹は，結局のところ，ここで述べた対応原理の論理的妥当性に帰着するのであり，ここから量子力学の哲学的考察が出現すると述べても過言ではないのである。

8：再び量子条件について

本論の最後に，量子条件の形式論の周辺についてもう少しだけ述べておこうと思う。ゾンマーフェルトと同時期に（数ヶ月ほど早く）同様の量子条件を提示した石原の量子条件[62]とウィルソンの量子条件[63]についてである。これら二つの試みは，ゾンマーフェルトの業

---

(60) 先に筆者は，ハイゼンベルグが量子力学を創り上げた後であっても根本的な問い（遷移の機構などについて）は解決されたわけではないといった趣旨のことを述べたが，ここで述べていることは論理的一貫性のことであって，それとは別物であることを明記しておく。量子力学は首尾一貫性のある理論体系である。

(61) マックス・ヤンマー，前提書 p118，邦訳書142頁。
　ただし，この対応原理を直接の出自とはしないド・ブロイ（Louis de Broglie, 1892〜1987）からシュレーディンガー（Erwin Schrödinger, 1887〜1961）の波動力学へと至る系譜については次稿以降に考察することになる。（人物紹介も当該箇所に譲る。）

(62) 石原純，Die universelle Bedeutung des Wirkungsquantums, 東京数学物理学会記事，8 (1915), pp.106〜116.（邦訳：物理学古典論文叢書 3） ――1915年 4 月 4 日の提出となっている。

(63) W. Wilson, The Quantum-Theory of Radiation and Line Spectra, Philosophical Magazine, 29 (1915), pp.795〜802.（邦訳：物理学古典論文叢書 3） ――論文には1915年 3 月と記載されている。

績によって忘れられてしまっているが，概念の発展史においては非常に重要なトピックと目される。

なお，量子条件の導入とその骨格については上記まででつくされており，本節の内容はいくらか付加的である。したがって読み飛ばしても全体の理解を妨げるものではないことを最初に記しておく。

⑴　石原の量子条件

石原は，

物質の構成要素あるいは非常に多くの構成要素からなる系が，それぞれ，定常的な周期運動あるいは統計的平衡の状態にあるとしよう。その状態は座標 $q_1, q_2, \cdots\cdots q_j$ とこれらに属する運動量座標 $p_1, p_2, \cdots\cdots p_j$ によって完全に決定されるものとする。このとき，自然における運動は，各状態平面 $q_j\, p_j$ が等確率の素領域に分割されて，位相空間の一点におけるその平均値 $h = \frac{1}{j}\sum_{i=1}^{j}\int p_i\, dq_i$ が一つの普遍定数に等しくなるように生じる。

と述べて基本仮定とし，これを量子条件とした（なお，石原の原論文では座標を p，運動量を q としてあり，通常の慣習的な表記法と逆転しているので，ここでは混乱を防止するためにあえて直しておいた）。この基本仮定を石原は，一個の電子について考察した後に，この量子化条件をボーアの原子模型と光電効果に適応している。だが，残念なことに，彼の後半の議論は間違った結論を導いてしまっている。これは，彼の量子条件が，「自由度についての平均」についてであって，それぞれの自由度ごとに与えられていなかったことに起因している。しかしながら，もちろん方向性としては間違っておらず，概念発展史における一つのステップとしてはおおいに評価されるべきであろう。

⑵　ウィルソンの量子条件

これに対してウィルソンは，プランクとボーアの結論を一つの理論から導出するために（そうした理論を構築するために），三つの仮説を設定することから論を起こしている。まず二つの仮説を，

⑴　エネルギー交換は不連続になされ，個々の系はある一定の時間間隔においては保存

系としてふるまう。

⑵　そのような一定の時間間隔における系の運動は，保存系に適応されるのと同じハミルトンの力学によって決定される。

とし，この二つを受けて三つ目の仮説として以下のように量子条件を提示する。すなわち，

⑶　運動エネルギーが，一般化座標 q_k による一般化速度 $\dot{q}_k$ の２乗の１次関数であるような多重周期系を考える。このとき，$2L_k = \dot{q}_k p_k$ とすると，$2L = \sum \dot{q}_k \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_k} \right) = 2\sum L_k$ となり，よって，$2\int L_k\, dt = \int p_k\, dq_k$ を得る。かくして量子条件として，不連続なエネルギーの交換は，つねに，定常運動が方程式

$$\left.\begin{array}{l} \int p_1\, dq_1 = \rho h \\ \int p_2\, dq_2 = \sigma h \\ \int p_3\, dq_3 = \tau h \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \end{array}\right\}$$

を満足するように生じる（$\rho,\sigma,\tau,$……はゼロを含む正の整数で，積分は周期 $1/\nu_k$ に対応する p_k と q_k の値にわたって行う)。

である。

この論文でウィルソンは，論文の最初に述べた宣言通り，きれいにプランクの輻射公式を導き出している[64]。このウィルソンの試みも，その方向性と定式化について，まったく正当であり間違っておらず，おおいに評価されるべきものであろう。

以上，明らかに，石原，ウィルソン，ゾンマーフェルトの三者の理論は非常に似通っている。……と言うか，ほぼ同じ発想で同じものであると述べても過言ではなかろう。もちろん，ゾンマーフェルトの包括的な説明と理論化は圧倒的に群を抜いており圧巻である。

---

(64)　ボーアの結果である線スペクトルについては「線スペクトルや他の現象へのさらなるつっこんだ応用の問題は将来公にする論文にまわすことにする」として詳細な議論は展開していない。――結果的に，これはゾンマーフェルトが包括的に扱ったことはすでに本章で詳細に見た通りである。

しかし，同時期にこうした理論が出現する様は，理論の自発的なシンクロ現象とでも表現したくなるような生々しさであり，まだ見ぬ新理論の体系が秘めるなんらかの内的必然性を強く感じざるを得ない[65]。

―〈Appendix〉―

ここでは，以前の拙論[66]でアインシュタインの簡単なパトグラフィー的考察を記しておいたのに対応するようにボーアについても同じような考察を記しておく。これは，後々になって量子論の解釈論争について考える場合の予備的考察という意味合いもあってのことである。

また量子の認識論についても若干の予備的考察を行っておく。

１：ボーアの創造性の背景――パトグラフィー的考察

まず，ボーアの簡単な略歴を記載するところから始めよう。

ニールス・ヘンリック・ダヴィド・ボーア（Niels Henrik David Bohr, 1885〜1962）は，1885年10月７日，デンマークはコペンハーゲンに生まれ，1962年，同じくコペンハーゲンの自宅で死去した。彼，ボーアは，文字通りに量子力学の父であり，今日の量子力学は彼の個人的な影響を強く受けている。

さて，彼の家庭環境である。

ボーアの父クリスティアン（Christian Harald Lauritz Peter Emil Bohr, 1855〜1911）はコペンハーゲン大学の生理学教授を務めており，母エレン（Ellen Adler Bohr, 1860〜

---

(65)　われわれは，科学史上においてこうした顕著なシンクロを少なくとももう一つ知っている。微積分の発見（発明）である。これもまた奇しくも，イギリスのニュートンとドイツのライプニッツ，そして日本の関孝和の三者が同時期に同じ概念の定式化を行っている。こうしたシンクロ現象を十分な説得力を持って説明することはなかなか困難ではあるが，それなりの説明になっていると思われるのが，ヘーゲル，およびマルクス流の歴史観である。すなわち，異なった文化圏であろうが，一定の水準に達した社会はその分泌物として同じような社会制度と同じような概念を創造するのだ，というものである。

　こうした社会理解の仕方は，アジアにおいて日本だけが欧米列強の侵略をはねのけて独立を保ち得た根拠ともされた。こうした理論の主張するところは，日本において江戸時代に完全に確立された封建制度とヨーロッパの封建領主制の社会的な共通性である。両者は同時期に同じような制度を成立させ，高度な文明を創り上げげた。もっとも，こうした理解の仕方が本当に普遍的であるかは検証不可能であることもあって，じつはどこまでも謎である。そして，様々な派生的な問いを誘発してくる。しかし，それなりの説明には一応のところなっていそうではあっても，どうにも典型的な進歩史観で落ち着かないのではあるが……。

(66)　本論の脚注(25)の拙論の Appendix を参照のこと。

1930）はユダヤ系銀行家の娘であった。環境的に，ボーアの家は，父の友人達が集まる文化サロンのようであり，飯田と中井によれば，「家庭的伝統の立場を子供の幸福より優先させる，子供にとってはどこか庇護感に欠ける家庭であったろう(67)」と述べている。

ボーアは，三人の子供の真ん中で，二歳年上に姉イエニー（Jenny Bohr, 1883〜1933, 生涯独身を通し，歴史とデンマーク語の教員として過ごした(68)），二歳年下に弟ハーラルト（Harald August Bohr, 1887〜1951）がいた。特に弟とは何につけてもいつも一緒に行動し，ほとんど双生児のようであったと言われている。幼少期から青年期にかけては，何かと弟の方が長けており，ハーラルトは1908年のロンドン・オリンピックにサッカー選手として参加し，銀メダルを取っている。その後，ハーラルトは1915年にデンマーク工科大学の教授となり，1930年にはコペンハーゲン大学の数学教授となっている。

ボーアは，1903年にコペンハーゲン大学に入学し，1911年からイギリスへ留学―最初はトムソンの研究室へ，次いでラザフォードの元で研究した。その後，1913年にボーアモデルを世に問い，その功績で1922年ノーベル物理学賞を受賞している。1921年にはコペンハーゲンに理論物理学研究所を開設し，この研究所を拠点としてボーア学派を形成。量子力学の理論的な確立に貢献し，その解釈であるコペンハーゲン解釈を創り上げた。

では，そのボーアのパーソナリティについてである。彼は，前記したように飯田と中井によれば典型的な躁鬱病圏に属する科学者である。その性格的特徴は，「熱中性，徹底性，小事拘泥とさえ言いうる几帳面さなど」であり，「みずからに飛躍を許さない境界内停滞性や良心性」から何に付けてもいわゆる「ボーア的徹底」が見られ，これらは，「執着性格」あるいは「メランコリー型」の典型であるとされる。そしてその思考の特徴は，統合失調症圏の学者が「独語的」であるのとまったく反対に「対話的」である。躁鬱病圏の学者は（ということはボーアその人は），高度に抽象的な原理から直観的に（言い替えれば独語的に）思考してゆくのではなく，具体的であり非常にいきいきとした視覚的比喩に支えられて思考するのである。つまり，具体的な対象と常に対話しながら思考する。あるいはまた，仲間と対話をしながら，そしてあるいはまた，過去の知的蓄積と対話しながら思考する。そのような思考から醸し出された理論は一切の飛躍がないのであり，それを許さ

---

(67)　飯田，中井，前掲書，176頁。

(68)　A. Pais, Niels Bohr's Times, in Physics, Philosophy, and Polity, Clarendon Press, 1991, p44. 邦訳，「ニールス・ボーアの時代１――物理学・哲学・国家」，西尾成子，今野宏之，山口雄仁訳，みすず書房，2007，57頁。（ただし，同書には生年，没年は載っておらず，筆者による調査である。）

ないのである。そして，ボーアが考える物理学にとっての具体とは現象，すなわち己の眼に映った現象なのであり，ということは物理学的には観測機が捉えた現象ということになるのである。ボーアは，この現象に，まさに熱中し，拘泥し，そして徹底するのである。[69]

こうした思考，いやあえて述べれば，こうした志向性とボーアがアリアドネの糸とした「相補性原理」，そして実質的に彼が中心になって練り上げた量子力学のコペンハーゲン解釈は，極めて近親性があると言えよう。これらに共通する特徴は，現象の背後に仮想的な実体や機構を仮定しないことであり，現象するものが，すなわち己の眼に映ったものが世界だということを執拗かつ徹底的に主張する。そしてまた，このコペンハーゲン解釈が，コペンハーゲン学派というボーアを中心とする極めて濃厚な師弟間の（あるいは仲間内の）徹底した対話のただ中から生まれたこともボーアその人の人格と不可分ではないのである（ボーアはやはり決して孤高の人ではないのである）。――もっとも，この対話は，確かにボーアを中心とする，と述べることもできるが，ボーアを頂点とする父系的権威主義の中に出現した，とも言えることはただちに加筆しておかなければならないが……。

なお，われわれは，こうした躁鬱病圏の代表的な天才をもう一人知っている。ドイツの文豪ゲーテである。ゲーテも自身の色彩論を展開する中でニュートンの光学を批判し，具体的な現象に沈潜せよ，と繰り返し述べている[70]。この点もわれわれは後々になって再考することとなる。

いずれにせよ，かくして，量子の解釈を論じる際に，このボーアの項目と先のアインシュタインの項目で行ったパトグラフィー的考察に必然的に戻ってくることになる，とこの段階では述べておく。

2：量子の認識論的進展の萌芽――予備的考察

本論中でも一部を記したが，ここで再度ボーアの理論の認識論的な側面について簡単にまとめておく。ボーアは当初，電子の軌道を円軌道としていた。しかし，これが時を経て（ゾンマーフェルトによってより一般化されたために）楕円軌道に変化してゆき，やがて，軌道とすら称しないようになってゆく（軌道という概念すらも喪失してゆく）。また，ダーウィンの古典的にイメージしやすい抽象化から離れて公転周期との関連性の中で入射粒子

---

(69) 飯田，中井，前提書，179～180頁，および190～191頁。

(70) J. W. ゲーテ，「色彩論［完訳版］」，高橋義人，前田富士男，南大路振一，嶋田洋一郎，中島芳郎 訳，工作舎，1999.
あるいは，
J. W. ゲーテ，「自然と象徴――自然科学論集」，前田富士男，高橋義人 訳，冨山房，1982. を参照のこと。

のエネルギー欠損を捉えることで理論の進展を見たのであった。

カッシーラーは，近代認識論の発展史を実体概念から関係概念（関数概念）への変化にあると喝破することで哲学的認識論の一貫性を詳細に論じている[71]。こうした理解からすると，ボーアの1913年の三部作から前期量子論の段階の理論は，徐々に実体が溶解してゆく過程そのものである。あるいはその過渡期的性質を見事に顕示していると言えよう。

量子論を哲学的に考察する場合，よく言われること，そしてまたよく感じられることは，この理論の東洋的な思考との親近性である。こうした言動が，時にエキセントリックで刺激的なだけの言動に終始した感は確かにある。しかし，この感覚は，いわゆる量子論の正統的な解釈であるコペンハーゲン派の解釈に依拠しようが，それ以外のもの，例えばボーム流の非局所的な解釈に依拠しようが，ほとんど避けがたく等しく感じられるものである。しかしながら，これに真正面から言及することを真面目な研究者ほど注意深く避けてきたのであった。この相反する解釈でありながら共通する感覚の根幹を探ってゆくと，存在の実体が姿を失ってゆき（あるいは最初からその実体が揺らいでいる状態），関係の網の目に絡め取られるかの様に変化してゆく（従って実体の核が消失してゆく）という認識論的な変化につきあたる。

こうした量子論の認識論的特徴は，確かに東洋的なのではある。例えば，西洋的自我は，核に確固たる実体と目される己があり，その周縁を他者（あらゆる意味での他者）が取り囲んでいる（もちろん，その他者も同様の核を持つという前提である），という構図となる。しかしながら，東洋的自我にかかる核はそもそも存在せず（あるいは希薄である），自我たる己は，他者からの規定によって（眼差しと述べることもできよう）まさしく観照されるかのごとく顕現されてくるのである。東洋的な己は，かくして他者的観照のただ中でかろうじて核となり，緩やかでぼやけた境界線を有し，時に消え，時に現れ，ということを繰り返すような存在としてあるのである。

もちろん，この相違はどちらが優勢であるかということであって，東洋的な存在は核を有しないとか，逆に，西洋的な存在は核を有するなどという単純なものではないということはただちに付記しなければならない。ただし，東洋的な存在論は，あるいは存在は，より他との関連の中に建ち上がるという傾向が西洋的なそれよりも優勢であって，それが量

(71)　E. カッシーラー，「実体概念と関数概念――認識批判の基本的諸問題の研究」，山本義隆 訳，みすず書房，1979．原著：Substanzbegriff und Funktionsbegriff.　Untersuchungen über die Grundfragen der Erkenntniskritik, 1910

子の存在論が指し示す存在と重なって見えてくるということは確かなことである。

かくして，このような特徴を保持するようになった量子の存在論は，抽象化の果てに実体が霧散していったコペンハーゲン派の解釈による存在論のみならず，例えばボームの述べる「過程（プロセス）の存在論」にも通底するのである(72)。

ボーアの1913年の理論は，このような量子の哲学的側面についての萌芽をすべて含み持つのである。

(72)　ボームは，存在は実体的なのではなく（すなわち原子論的なのではなく），過程＝プロセスなのだと述べている。事物ＡはＢとなりＣとなり……やがてＺとなりぐるりと巡ってＡへと戻ってくる。この一連の過程でＡなりＢなりのどれかをより根源的であるとしても詮無いことである。存在にとってより根源的なものは，Ａ，Ｂ，Ｃ，……といった事物（あえて述べれば仮象）ではなく，この変化の過程そのものである。――こうした存在論を近年でより体系的に考察したのがホワイトヘッドである。

　例えば以下を参照のこと，

D. ボーム，「全体性と内蔵秩序」，井上，佐野，伊藤 訳，青土社，1996. 原著：David Bohm, Wholeness and the Implicate Order, Routledge, 1980.

Ryo Morikawa, Limit of the Cartesian Order, Boundaries ANPA, 24 49–73, 2002.

Ryo Morikawa, Limits of the Atomism, the Bohm way of the new ontology, EJTP, 4(16) 1–9, 2007.