原著論文

製品寿命を考慮した倉庫容量制約付き多品目発注計画の一解法

Heuristics method for multi-product dynamic demand lot-sizing with limited product life and warehouse capacity

片岡隆之*
Takayuki Kataoaka*
*近畿大学
*Kinki University
*Email:kataoka@hiro.kindai.ac.jp

森川克己**, 高橋勝彦**
Katsumi Morikawa**, Katsuhiko Takahashi**
広島大学
**Hiroshima University
**Email:{mkatsumi, takahasi}@hiroshima-u.ac.jp

Key words: Multi-Product, Dynamic Demand Lot-Sizing, Product Life, Warehouse Capacity

要旨：近年，食品業界において健康被害が起こるなど，製品寿命の扱いに対して非常に厳しい視線が向けられている．しかしながら，在庫スペースに厳しい制約のある小売業等において，なおかつ寿命，賞味期限のある商品を同時に取り扱った場合の在庫管理は非常に困難である．一方，寿命制約を考慮した在庫管理政策に関する先行研究は，取り扱う商品や需要量によって様々な変数や制約に基づき，より具体的なケースについて提案しており，その条件に合った商品でしか扱えない場合が多い．そこで本論文では，寿命制約のある様々な商品に適用出来るように，既存の倉庫容量制約付き在庫管理問題手法を拡張した，多品目発注計画モデルを提案し，その有効性について検証する．

Abstract: Recently, the product's life is focused for instance, in food industry due to some health problems. However, it is very difficult for retailers to manage the inventory control for multi-product dynamic demand lot-sizing with limited product life and warehouse capacity. On the other hand, almost all advanced papers regarding inventory management with limited product life propose only case models with some variants and constraints based on products and demands, and it is difficult to apply them to general models. This paper proposes a new heuristics method with limited product life by expanding heuristics method for multi-product dynamic demand lot-sizing with limited warehouse capacity.

1. はじめに

近年，食品業界において健康被害が起こるなど，製品寿命の扱いに対して非常に厳しい視線が向けられている．特に，在庫スペースに厳しい制約のある小売業等において，なおかつ寿命，賞味期限のある商品を同時に取り扱った場合の在庫管理は非常に困難な問題である．

ここで先行研究に目を向けてみると，榎本ら[1]は生鮮食品など発注ミスが食品の廃棄や品切れにつながるような寿命の短い食品について考察している．一般的に，在庫を持ちすぎると保管費用が高くなり，それだけで不要な資金が浪費されることになるが，逆に在庫が少なすぎると，品切れや売り損じが生じる恐れがあり，信用を失う可能性がある．しかしながら，倉庫に無制限に保管することは困難で，倉庫容量を最適化する必要があり，それらを考慮した上での総費用最小化となる最適発注政策を提案している．また，川勝ら[2]は，季節商品のような商品固有の需要量が時間経過と共に減少する場合において，日々の需要量が激しく変動し，在庫スペースにも厳しい制約のある小売業を対象に，変動需要量に与える変数が，商品固有の需要量に比例する場合に注目し，総利益を最大にするという最適発注政策について提案している．また，安達ら[3]は，販売店倉庫と保管倉庫の2種類の倉庫を用いた場合に販売店倉庫の収容能力や商品劣化率等が総費用に与える影響について考察している．2倉庫のいずれにおいても，在庫商品は，指数的に劣化するものと仮定した2倉庫在庫方策を提案している．以上のような寿命制約を考慮した在庫管理政策に関する研究は，取り扱う商品や需要量によって様々な変数や制約により，より具体的なケースについて提案しており，その条件に合った商品でしか扱えない場合が多い．

そこで，さらに数理モデルに関する先行研究に目を向けると，Axsater[4]は単品目で計画期間中の需要が確定している条件のもとで，発注費用と在庫費用を比較し，いつどれだけ発注すればよいかという最適発注問題を取り上げている．これはすべての発注期において次期に発注する量を一緒にすることが費用削減になるならば，同時期に発注する方法を提案している．

原稿受付　平成26年5月23日
審査終了　平成26年10月31日

さらに，Minner[5]は，複数品目同時発注問題という複数種類の品目が同一の倉庫に保管される環境を取り上げ，離散的に区切られている計画期間で，その間の需要が確定している条件のもとで，各品目をいつ，どれだけ発注すればよいかという最適発注問題を取り上げている．この際，品目を発注すると当該品目はリードタイムゼロで補給される状況を想定することで，発注のタイミングを発注期において次期に発注する量を一緒にすることが費用削減になるならば同時期に発注するという節約ヒューリスティックの適用を提案している．これは，Axsater[4]の問題について，倉庫容量を考慮し，品目を複数種類に拡張している．

そこで本研究では，Minner[5]の対象システムと最適解を得るための混合整数計画問題について，従来研究の節約ヒューリスティックについて，更に寿命制約について拡張した最適解モデル，節約ヒューリスティック法について提案するとともに，シミュレーションによる総費用比較を行う．

2. 既存の数理モデル

2.1 前提条件と評価尺度

計画期間中の在庫費用と発注費用の和である総費用を評価尺度とする．

- 期は離散的に区切られていて計画期間をTとする．
- 品目は N 種類存在し，それぞれ共通の倉庫で保管される．
- 需要は必ず満たさなければならない．
- $t(t = 1, 2, \dots, T)$ 期の品目 $i(i = 1, 2, \dots, N)$ の需要を d_{it} とし，計画期間中の需要は既知で期首に到着し，倉庫からの需要への引き当ても期首とする．なお d_{it} は初期在庫を引きあて後の正味需要とし，その期の需要分は倉庫容量を必要としないとする．
- 倉庫容量は W とし，品目 i の単位当たりの体積を a_i とし，倉庫に品目が入る余裕があれば隙間に入るとする．よって、任意の時点での品目 n の在庫数を l_n とすると倉庫制約 W より，$\sum_{i=1}^{N} a_i l_i \le W$ を常にみたす必要がある．
- 品目 i の発注費用を s_i，品目 i の単位期間，単位品目当たりの在庫費用を h_i とする．
- t 期首の品目 i の発注量 (決定変数) を q_{it} とする．t 期首に発注された品目はすぐに補給され，それは t 期の需要に引きあて可能で，その際は倉庫容量を要しない．

2.2 最適解を求める混合整数問題

前述の対象問題の最適解を与える混合整数計画問題を Minner[5]に基づき記述する．まず新たな変数を導入する．τ は t よりも小さい期を表す．0-1 変数 $u_{i\tau}$ は品目 i を τ 期首に発注するときは $u_{i\tau} = 1$，発注しないときは $u_{i\tau} = 0$ とする．$x_{i\tau t}$ は τ 期に品目 i の t 期の需要を発注した時の発注量を割合で表している．$h_{i\tau t}$ を品目 i，t 期の需要を τ 期に発注した時の在庫費用とする．品目 i の単位期間，単位品目当たりの在庫費用は h_i で，品目 i，t 期の需要 d_{it} を τ 期に発注した時，$t\text{-}\tau$ 期間倉庫に保管されるので，品目 i，t 期の需要を τ 期に発注した時の在庫費用は式(1)で表せる．$t > T$ のとき $d_{it} = 0$，$x_{i\tau t} = 0$ とする．

$$h_{i\tau t} = h_i(t - \tau)d_{it},\ i = 1,2,\dots,N;\ \tau = 1,2,\dots,T;\ t = \tau,\tau + 1,\dots,T \tag{1}$$

このような準備のもとで対象とする倉庫容量制約を考慮した多品目発注モデルは以下のような混合整数計画問題に定式化される．

<u>**目的関数**</u>

$$\min\ Z = \sum_{i=1}^{N} \sum_{\tau=1}^{T} s_i u_{i\tau} + \sum_{i=1}^{N} \sum_{\tau=1}^{T} \sum_{t=\tau}^{T} h_{i\tau t} x_{i\tau t} \tag{2}$$

<u>**制約条件**</u>

$$\sum_{\tau=1}^{t} x_{i\tau j} = 1,\ i = 1,2,\dots,N;\ t = 1,2,\dots,T \tag{3}$$

$$x_{i\tau t} \le u_{i\tau},\ i = 1,2,\dots,N;\ \tau = 1,2,\dots,T;\ t = \tau,\tau + 1,\dots,T \tag{4}$$

$$\sum_{i=1}^{N} \sum_{\tau=1}^{t} \sum_{j=t+1}^{T} a_i x_{i\tau j} d_{ij} \le W,\ t = 1,2,\dots,T;\ t = 1,2,\dots,T \tag{5}$$

$$x_{i\tau t} \ge 0,\ u_{i\tau} \in \{0,1\},\ i = 1,2,\dots,N;\ \tau = 1,2,\dots,T;\ t = \tau,\tau + 1,\dots,T \tag{6}$$

式(2)は計画期間中（T 期，N 品目）の発注費用 $(s_i u_{i\tau})$ と在庫費用 $(h_{i\tau t} x_{i\tau t})$ の最小化を要求する目的関数を表わしている．式(3)～(6)は制約式である．$x_{i\tau t}$ は τ 期に品目 i の t 期の需要を発注した時の発注量を割合で表わしているので，τ=1，…，t の間の全ての $x_{i\tau t}$ を足すと 1 になる．τ 期において発注が実行されていれば $u_{i\tau}$ は 1 で，$x_{i\tau t}$ は割合を示しているので 0 以上 1 以下の値となる．同様に τ 期において発注が実行されていなければ $u_{i\tau}$ は 1 で，$x_{i\tau t}$ は割合を示しているので，0 以上 1 以下の値となる．同様に τ 期において発注が実行されていなければ $u_{i\tau}$，$x_{i\tau t}$ はともに 0 である．全ての期において，各品目の体積の合計は倉庫容量を満たす．

3. 節約ヒューリスティック

3.1 節約ヒューリスティックの概要

在庫管理において，一般的に在庫費用は在庫数に比例して高くなり，発注費用は 1 回の発注量が多いほど低くなる．

節約ヒューリスティックとは，発注を行う期に次の発注をまとめた時の在庫費用の増分が発注費用の削減分を下回る場合は，次期発注をまとめた方が費用削減となり得るという考えをもとに提案された多品目発注計画手法である．

t期，品目iの次に発注する期を$m_i(t)$とする．次に発注する期が無い場合は$m_i(t) = T+1$とおく．$m_i(t) = T+1$のときの発注量を$q_{im_i(t)} = 0$とする．このときt期と$m_i(t)$期の発注量を結合した時，在庫費用の増加分は$h_i(m_i(t)-t)q_{im_i(t)}$で，発注費用の削減分はs_iで与えられることにより，最終的な費用の節約z_{it}は式(7)で与えられる．

$$z_{it} = s_i - h_i(m_i(t) - t)q_{im_i(t)} \tag{7}$$

Minner[5]はこの値を$q_{it} > 0$を満たす全ての期，品目について計算し，z_{it}が最も大きい値の品目iのt期と$m_i(t)$期を結合するごとにz_{it}を再計算することを繰り返し行うことで，総費用を小さくしていく方法を提案している．ただし，倉庫容量制約を満たさない発注量の取りまとめは考慮対象から除外する．

3.2 節約ヒューリスティックのアルゴリズム

t期の空き倉庫容量をSL_t，引数を品目i，t期としたとき，以下を実行する．

$a_i q_{im_i(t)} \le SL_t$のとき

　$q_{it} \coloneqq q_{it} + q_{im_i(t)}$

　$q_{jt} \coloneqq 0$

　$SL_t \coloneqq SL_t - a_i q_{im_i(t)}$

　z_{it-1}を計算．

$a_i q_{im_i(t)} \ge SL_t$のとき

　$z_{it} \coloneqq -1$

STEP 1．lot for lot で一時的な初期発注量q_{it}を決める($q_{it}=d_{it}$)．lot for lot とは各期の需要量を，そのまま発注量に割り当てる生産計画のことであり，繰り越し在庫が発生しないことを意味する．

STEP 2．発注する期全てのz_{it}を求め，z_{it}が最大の期数をj，品目数をτとする．z_{it}が 1 つでも正の値があるときは，STEP 3 へ，全てのz_{it}が負の値の時は終了．

STEP 3．引数をj，τとして本手順を実行する．STEP 2 に戻る．

3.3 計算例

ここでは，Minner[5]の複数品目同時発注問題という複数種類の品目が同一の倉庫に保管される環境を取り上げ，離散的に区切られた計画期間で，その間の需要が確定している条件のもとで，各品目をいつ，どれだけ発注すればよいかという最適発注問題について節約ヒューリスティック手法を適用する．

表 1　各期の需要

期	1	2	3	4
品種 1	140	142	64	96
品種 2	28	36	73	35

表 1 は，lot for lot で一時的な初期発注量q_{it}を示している．このとき，T=4，N=2，W=423，s_i = (800, 328)，$a_i = 1$，$h_i = 1$とする．このとき節約ヒューリスティックを適用する．発注する期全てのz_{it}を求めると**表 2** のように計算出来る．このとき 4 期よりも後に発注することはないので，4 期のz_{it}は考えない．

表 2　結合 1 回目各期のz_{it}

期	1	2	3	4
品種 1	658	736	704	
品種 2	292	255	293	

よってz_{it}が最も大きい 2 期について考える．2 期の次の発注期である 3 期の発注量を 2 期に結合する．2 期の空き倉庫容量 SL＝217 となり，在庫保有スペースはあるので，結合可能であるといえる．結合後の各期の発注量は**表 3** となる．

表 3　結合後の各期の発注量

期	1	2	3	4
品種 1	140	206	0	96
品種 2	28	36	73	35

これを全てのz_{it}が負，0 になるまで続け，終了する．このときの在庫費用が 2,256，発注費用が 449 で，総費用は 2,705 となる．最適発注量は以下の**表 4** のようになる．

表 4　最適発注量

期	1	2	3	4
品種 1	346	0	0	96
品種 2	64	108	0	0

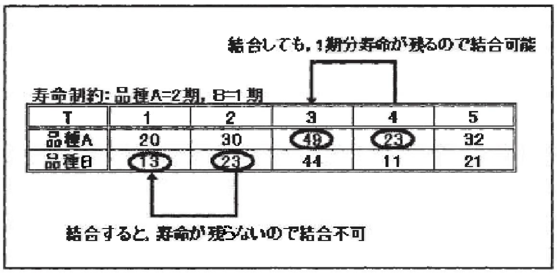
節約ヒューリスティックは上記のように非常に簡潔なアルゴリズムで発注における総費用の最適化を行うことが出来る．本研究では，そのアルゴリズムを継承しつつ，更に寿命制約を考慮した手法への拡張を試みる．

4. 提案手法

4.1 提案手法の概要

既存の節約ヒューリスティック手法は，結合する期に特に制限を設けておらず，発注期の前の期に発注をした方が良い場合であれば常に結合を許

可していた．しかし，寿命に制約のある商品を同時に取り扱った場合，**図 1** のように品種によって結合が可能な場合もあれば，結合出来ない場合も発生してしまう．そこで，各品種の寿命制約が変動する場合を想定し，寿命制約下においても節約ヒューリスティック手法を扱えるように拡張する．



T	1	2	3	4	5
品種A	20	30	49	23	32
品種B	13	23	44	11	21

図 1　寿命制約を考慮した節約ヒューリスティック

4.2 混合整数計画問題への定式化

4.2.1 前提条件と評価尺度

本研究では計画期間中の在庫費用と発注費用の和である総費用を評価尺度とする．

- 期は離散的に区切られていて計画期間をTとする．
- 品目は N 種類存在し，それぞれ共通の倉庫で保管される．
- 需要は必ず満たさなければならない．
- $t(t=1,2,\dots,T)$ 期の品目 $i(i=1,2,\dots,N)$ の需要を d_{it} とし，計画期間中の需要は既知で期首に到着し，倉庫からの需要への引き当ても期首とする．なお d_{it} は初期在庫を引きあて後の正味需要とし，その期の需要分は倉庫容量を必要としないとする．
- 倉庫容量は W とし，品目 i の単位当たりの体積を a_i とし，倉庫に品目が入る余裕があれば隙間に入るとする．よって，任意の時点での品目 n の在庫数を I_n とすると倉庫制約 W より，$\sum_{i=1}^{N} a_i I_i \le W$ を常にみたす必要がある．
- 品目 iの発注費用を s_i，品目iの単位期間，単位品目当たりの在庫費用を h_i とする．
- t期首の品目iの発注量 (決定変数) を q_{it} とする．t期首に発注された品目はすぐに補給され，それはt期の需要に引きあて可能で，その際は倉庫容量を要しない．
- 各品種の寿命を LS_i 期とする．

4.2.2 最適解を求める混合整数問題

品種別寿命制約を考慮した倉庫容量制約付き多品目発注モデルは以下のような混合整数計画問題に定式化される．

目的関数

$$\min Z = \sum_{i=1}^{N}\sum_{\tau=1}^{T} s_i u_{i\tau} + \sum_{i=1}^{N}\sum_{\tau=1}^{T}\sum_{t=\tau}^{T} h_{i\tau t} x_{i\tau t} \quad (8)$$

制約条件

$$\sum_{\tau=1}^{t} x_{i\tau j} = 1,\ i = 1,2,\dots,N;\ t = 1,2,\dots,T \quad (9)$$

$$x_{i\tau t} \le u_{i\tau},\ i = 1,2,\dots,N;\ \tau = 1,2,\dots,T;\ t = \tau,\tau+1,\dots,T \quad (10)$$

$$\sum_{i=1}^{N}\sum_{\tau=1}^{t}\sum_{j=t+1}^{T} a_i x_{i\tau j} d_{ij} \le W,\ t = 1,2,\dots,T;\ t = 1,2,\dots,T \quad (11)$$

$$x_{i\tau t} \ge 0,\ u_{i\tau} \in \{0,1\},\ i = 1,2,\dots,N;\ \tau = 1,2,\dots,T;\ t = \tau,\tau+1,\dots,T \quad (12)$$

$$LS_i \ge 0,\ LS_i \in \{1,2,\dots,N\}, i = 1,2,\dots,N \quad (13)$$

式(8)は計画期間中（T 期，N 品目）の発注費用 $(s_i u_{i\tau})$ と在庫費用 $(h_{i\tau t} x_{i\tau t})$ の最小化を要求する目的関数を表わしている．式(9)～(13)は制約式である．$x_{i\tau t}$ は τ期に品目 i の t期の需要を発注した時の発注量を割合で表わしているので，τ=1，…，t の間の全ての $x_{i\tau t}$ を足すと 1 になる．τ期において発注が実行されていれば $u_{i\tau}$ は 1 で，$x_{i\tau t}$ は割合を示しているので 0以上 1以下の値となる．同様に τ期において発注が実行されていなければ $u_{i\tau}$ は 1 で，$x_{i\tau t}$ は割合を示しているので，0以上 1以下の値となる．同様に τ 期において発注が実行されていなければ $u_{i\tau}$，$x_{i\tau t}$ はともに 0 である．全ての期において，各品目の体積の合計は倉庫容量を満たす．LS_i は品種別寿命期間を表わし，品種寿命により発注不可な場合は $u_{i\tau}=1$ として発注を終了する．

4.3　拡張節約ヒューリスティック

4.3.1　拡張節約ヒューリスティックの概要

Minner[5]の節約ヒューリスティック手法に，寿命制約を新たに取り入れ，更に節約ヒューリスティックのルールに新たに変更を加え，最適解との差を削減する方法を提案する．Minner[5]の節約ヒューリスティック手法は，結合時に z_{it} の最も高い期の一つ後の期のみを考えている．しかし，それ以降の期に結合した方が z_{it} が高い場合も考慮すれば，局所解を抑えることができ，最適解との差をより減らすことが出来る可能性がある．

そこで，本研究では，Minner[5]の節約ヒューリスティック手法と同じように次期のみを考える手法を CLOSE 型，次期のみを考えるというルールを除外した手法を OPEN 型と名付け，両者の寿命制約を考慮した上での最適解との比較検証を行う．

また，品種特性，期数，寿命変動などの要因によって OPEN 型は結合するタイミングが増加する分，結合のタイミングが 1 つ違うだけで発注費用，在庫費用が少しずつ変化してしまい，総費用が増えてしまう可能性もあることから，CLOSE 型と OPEN 型の両方を併用し，総費用が低い方を取るハイブリット型手法も検討する．このハイブリット

型手法を，Close And Open 型（以下 CAO）と名付け，同じように比較検証を行う．

4.3.2 拡張節約ヒューリスティックのアルゴリズム

引数を品目i, t期，寿命をLS_i期間とし，結合予定期 ls としたとき以下を実行する．

$a_i q_{im_{i(t)}} \leq SL_t$のとき

　$LS_i > ls$ のとき

　$q_{it} \coloneqq q_{it} + q_{im_i(t)}$

　$q_{it} \coloneqq 0$

　$SL_t \coloneqq SL_t - a_i q_{im_i(t)}$

　z_{itls-1}を計算．

$a_i q_{im_{i(t)}} \geq SL_t$のとき

　$z_{itls} \coloneqq -1$

STEP 1. lot for lot で一時的な初期発注量q_{it}を決める．lot for lot とは各期の需要量を，そのまま発注量に割り当てる生産計画のことであり，繰り越し在庫が発生しないことを意味する．

STEP 2. 発注する期全てのz_{it}を求め，z_{it}が最大の期数をj，品目数をτとする．z_{it}が 1 つでも正の値があるときは，STEP 3 へ，全てのz_{it} が負の値の時は終了．

STEP 3. 引数をj，τとして本手順を実行する．STEP 2 に戻る．

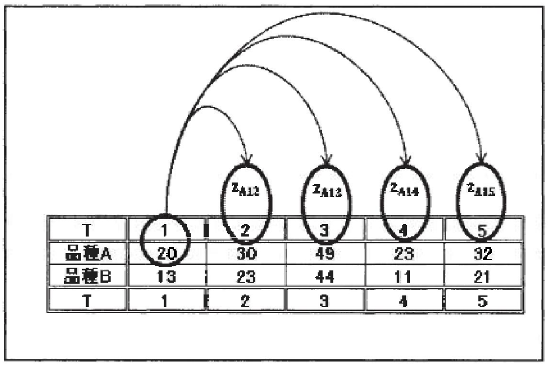


図 2　z_{it}計算イメージ図

OPEN 型では，**図 2** のように，各期のz_{it}とその期の後の期で寿命を超えるまでの期全ての組合せ分存在することとなる.それらを考慮した上で全通りのz_{it}の計算を行う．

4.3.3　計算例

表 5 は，lot for lot で一時的な初期発注量q_{it}を示している．このとき，T=5，N=4，W=191，LS_i={2，1，3，4}，s_l = {1144，1208，584，1144}，a_i = 1，h_i = 1とする．このとき拡張節約ヒューリスティックを適用する．発注する期全てのz_{it}を求めると図 3~図 6 のように計算出来る．このとき 5 期よりも後に発注することはないので，5 期のz_{it}は考えない．

表 5　初期発注量

期	1	2	3	4	5
品種 1	141	171	146	159	181
品種 2	109	147	136	151	144
品種 3	85	74	76	82	67
品種 4	172	172	166	147	148

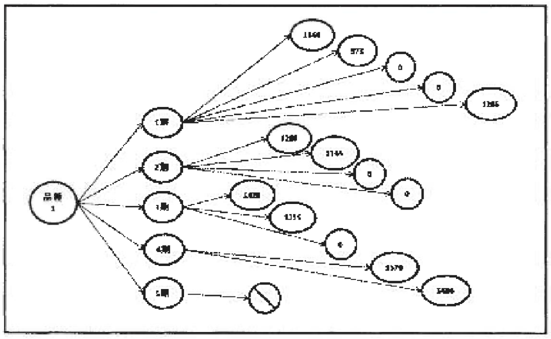


図 3　結合 1 回目の品種 1 の節約量z_{it}

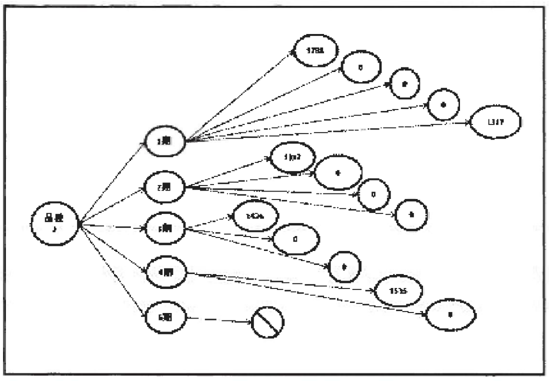


図 4　結合 1 回目の品種 2 の節約量z_{it}

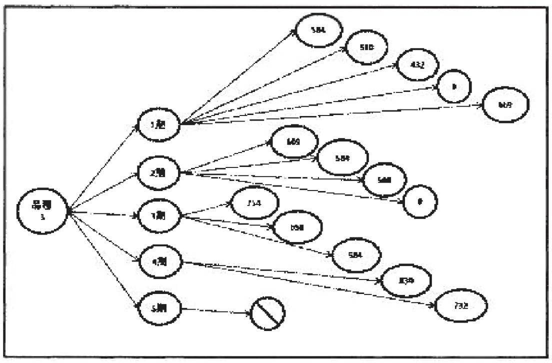


図 5　結合 1 回目の品種 3 の節約量z_{it}

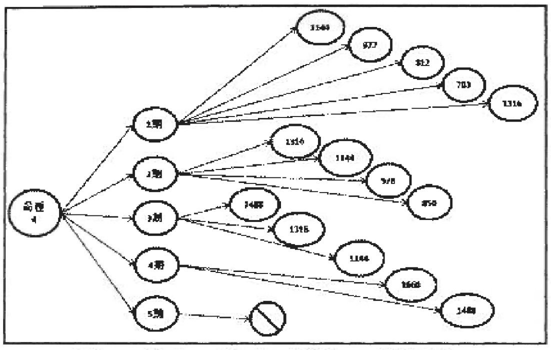


図 6 結合 1 回目の品種 4 の節約量z_{it}

上図のz_{it}から寿命制約，倉庫制約を考慮した上での，最も大きい値を結合対象とする．ここでは，品種 4，4 期の 1 期後発注の結合 1 回目の品種 3 の節約量z_{it}は，1,660 で最も大きい．これは，単純に次期発注なので，4 期の次の発注期である 5 期の発注量を 4 期に結合する．4 期の空き倉庫容量 SL＝43 となり，在庫保有スペースはあるので，結合可能であるといえる．結合後の各期の発注量は**表 6** となる．

表 6 1 回目結合後の発注量

期	1	2	3	4	5
品種 1	141	171	146	159	181
品種 2	109	147	136	151	144
品種 3	85	74	76	82	67
品種 4	172	172	166	295	0

これを全てのz_{it}が負，0 になるまで続け終了する．このときの発注費用が 14,616，在庫費用が 910 で，総費用は 15,526 となる．最適発注量は以下の**表 7** となる．

表 7 最適発注量

期	1	2	3	4	5
品種 1	141	171	305	0	181
品種 2	109	283	0	151	144
品種 3	85	74	76	82	67
品種 4	344	0	461	0	0

ここで，CLOSE 型で行った場合の発注費用は 15,824，在庫費用 644 で，総費用は 16,468 であり，OPEN 型の方が総費用は減少しているので，OPEN 型の解を採用し，CAO 型の解とする．

従来型の Minner[5]に寿命制約を考慮した場合である CLOSE 型は，そのまま従来型を継承しているものであり，それに OPEN 型という新たな手法で解の可能性を更に広めることによって総費用を下げることが，本手法の目的である．

5. 数値実験

5.1 数値設定

提案した手法の有効性を調べるため，従来研究における節約ヒューリスティックと解の精度を比較する．Minner[5]に基づき，対象問題を混合整数計画問題として定式化したモデルを CPLEX によって解き，その最適解からの差異を調べ，寿命制約を考慮する条件下でも有効かどうかについて，また CLOSE 型，OPEN 型，CAO 型の各手法の差異を調査する．発注にかかる日数が増えるほど発注費用の増加，倉庫の空き容量の減少を考えるため，発注と次の発注の間にかかる期間，発注間隔を TBO とする．以下に示す数値設定で実験を行う．

- 需要：各品目の需要は正規分布に従うこととする．品目 i の需要の平均値μ_iは区間[25，175]の一様分布に従う．変動係数を cv，品目 i の標準偏差をσ_iとすると，$cv = \sigma_i/\mu_i$と表せる．需要の値は小数点を切り上げる．
- 寿命制約：品目 i の寿命期間は区間[1，3]，[1，5]の一様分布に従う．
- 全品目の単位期間，単位品目当たりの在庫費用：$h_i = 1$
- 全品目の単位当たりの体積：$a_i = 1$
- 品目 i の発注費用：$s_i = TBO^2\mu_i/2$
- 倉庫容量：$W = \beta(TBO - 1)\sum_{i=1}^{N}\mu_i$

β は倉庫容量を変化させる値である．倉庫容量制約の β は β=1 の場合，おおよそ各品目の最適発注期間を満たすことができる容量を意味し，β の値が小さくなるにつれて，倉庫容量制約も厳しくなることを意味する．また，倉庫容量制約がどのように総費用に影響を与えるかを比較するために全てを 1 とした．下記のように cv，TBO，β を数値設定し，需要の変動係数，発注間隔，倉庫容量制約のそれぞれが総費用に与える影響を比較する．

- cv∈{0.25，0.5}
- TBO∈{2，6}
- β∈{0.125，1}
- LS∈{3，5}
- 計画期間数：T∈{12，48}
- 製品種類数：N∈{5，50}

上記のパターンの全通りの設定について提案法，従来法，最適解を求める混合整数計画モデルを適用する．

5.2　結果と考察

表 8 はパラメーターごとの，寿命制約を考慮した従来法の節約ヒューリスティックである CLOSE 型と提案方法である OPEN 型，CAO 型手法の最適値との差の平均値と最大値を示す．また，**表 9** は各品日，期数ごとの最適値からの差の平均値，最大値を示す．

表 8　パラメーターごとの最適値からの差

		Avg.	Max
TBO=2	CLOSE	0.234	0.526
	OPEN	0.266	0.611
	CAO	0.232	0.526
TBO=6	CLOSE	0.382	0.925
	OPEN	0.412	0.924
	CAO	0.362	0.924
cv=0.25	CLOSE	0.265	0.925
	OPEN	0.303	0.924
	CAO	0.254	0.924
cv=0.5	CLOSE	0.345	0.652
	OPEN	0.370	0.653
	CAO	0.334	0.629
β=0.125	CLOSE	0.318	0.925
	OPEN	0.329	0.924
	CAO	0.308	0.924
β=1	CLOSE	0.296	0.526
	OPEN	0.347	0.611
	CAO	0.284	0.526
全設定	CLOSE	0.307	0.925
	OPEN	0.338	0.924
	CAO	0.296	0.924

表 9　品目数，期数ごとの最適値からの差

		CLOSE		OPEN		CAO	
N	T	Avg.	Max	Avg.	Max	Avg.	Max
5	12	0.260	0.434	0.241	0.424	0.249	0.408
5	48	0.302	0.652	0.300	0.629	0.289	0.629
50	12	0.293	0.925	0.322	0.924	0.310	0.924
50	48	0.320	0.550	0.438	0.653	0.343	0.550
全設定		0.307	0.925	0.338	0.924	0.296	0.296

従来法の Minner[5]の節約ヒューリスティックと，節約ヒューリスティックに寿命制約を加えた CLOSE 型，提案手法である OPEN 型と，それに CLOSE 型を考慮したハイブリット方式の CAO 型について，手法別の最適解からの差を**図 7** に示す．その結果，従来法の差よりも寿命制約を加えた場合は最適解により近づいていることが分かる．これは，Minner[5]の節約ヒューリスティックが寿命制約を考慮した場合においても有効的に活用できる可能性が高いことを示している．

また提案手法の CAO 型においても，OPEN 型を機動的に適用したことにより，CLOSE 型と比較しても僅かながら最適解からの差の減少が見られる．

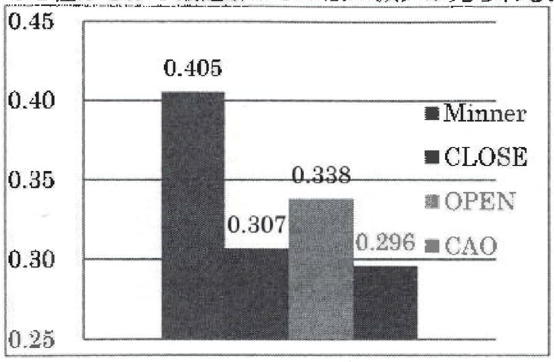


図 7　手法別の最適解からの差（平均値）

発注費用の大きさが総費用に与える影響を考察するため，TBO∈{2，6}のそれぞれの値についての各手法での最適値との比較を行う．TBO が大きくなるにつれて発注費用が大きくなり，発注間隔も大きくなる．平均値について比較したものが，**図 8** である．**図 8** より，提案手法における OPEN 型については総費用が高くなることで最適値からの差が僅かながら大きくなっているようにみえる．これは，次期のみでなくその後の期の全てを結合対象としたことが原因である可能性が高い．結合対象が増えたことで，発注を結合出来る組み合わせが多くなり，どこの発注を結合するかが大きく総費用に影響を与えることが起因しているといえる．しかし，次の提案手法である CAO 型の場合は，平均値における最適値の差について CLOSE 型と TBO の変化による差はなく，提案手法の最適値との差が TBO の変動により増加する可能性は低いことが推測される．

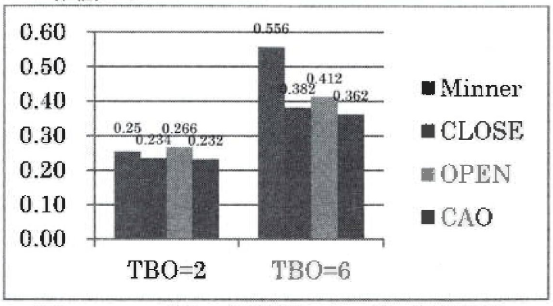


図 8　TBO ごとの最適値からの差（平均値）

需要の変動係数が総費用に与える影響を考察する．需要のばらつきは cv で表せる．cv は変動係数であるので cv が大きくなればなるほど，同一品目間の需要の値のばらつきが大きくなる．cv∈{0.25，0.5}のそれぞれの値についての従来法と提案方法で

最適値の比較を行う．平均値について比較したものが**図 9** である．cv についても変動による差は特に変わりなく TBO の変動の場合と同様に，cv が変動した場合においても十分に対応可能であることが分かる．

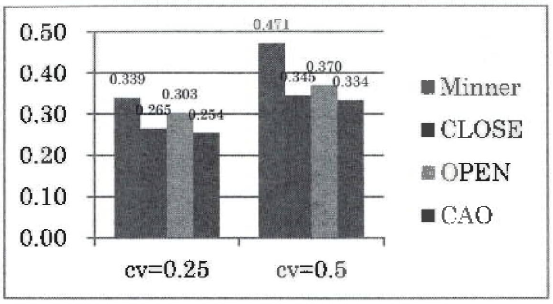


図 9　cv ごとの最適値からの差（平均値）

倉庫容量が総費用に与える影響を考察するために β∈{0.125, 1}の値についての従来法，提案法で最適値比較を行う．β=1 の場合，おおよそ各品目の最適発注期間を満たすことができる容量を意味し，β の値が小さくなるにつれて，倉庫容量制約も厳しくなることを意味する．平均値について比較したものが**図 10** である．CLOSE 型は Minner[5]の手法と同様，β が小さくなるにつれて大きくなっているが，OPEN 型は発注間隔の決定方法が異なるため，逆の値を示している．

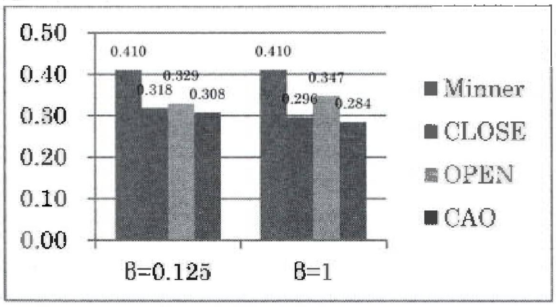


図 10　β ごとの最適値からの差（平均値）

製品種類数：N∈{5, 50}，計画期間数：T∈{12, 48}のそれぞれの値について総費用に与える影響を考察するために各手法での最適値と比較したものが**図 11** である．OPEN 型は，期数が少ない場合，CLOSE 型よりも良い結果を出す特徴を持つ一方，期数が多い場合，最適値との差が急激に増える傾向を持つ．これは品種よりも，期数の増加が結合のタイミングに対する組合せを指数的に増加させるために，選択誤差が大きく総費用に影響を与えているからだと考えられる．

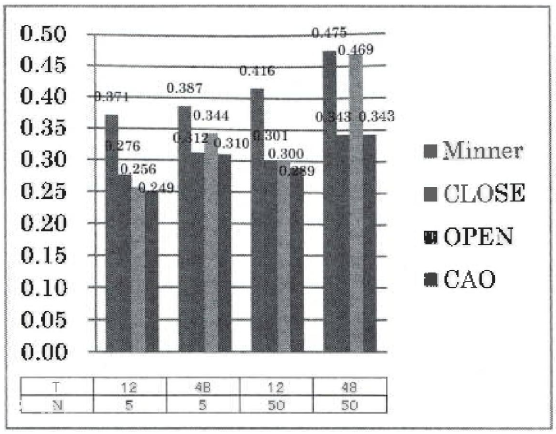


図 11　品目数，期数別最適値からの差（平均値）

本研究の特徴である各品種の寿命期間の増加が総費用に与える影響を検証するために，LS∈{3, 5}のそれぞれの値について各手法で最適値との比較を行う．**図 12** は品種別寿命期間の変動別の最適解からの差を示す．

その結果，各手法において，いずれも寿命期間が増えた場合に最適解との差の上昇がみられた．これは，寿命期間の増加に伴い結合制約が緩和されることで組合せが増加し，CPLEX による最適解が良くなる一方，各手法が同等の精度で解の向上を図れず，その差が大きくなっているものと考えられる．

また，寿命期間が小さい場合，データを与える一様分布の性質から，寿命が 1 期のケースが増加し，その結果，CAO 型での計算の場合，CLOSE 型を採用する可能性が高くなっていることも原因の一つと考えられる．**図 12** の LS=3 の場合において，CLOSE 型と CAO 型の最適解との差にあまり変化がみられないのは，その事象に起因しているものと考えられる．

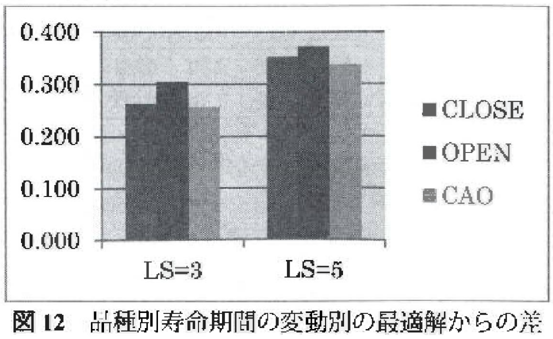


図 12　品種別寿命期間の変動別の最適解からの差（平均値）

6. おわりに

本研究では，需要が確定している条件のもとで品種別寿命制約を考慮した在庫容量制約付き多品目発注計画モデルを新たに構築し，まず従来法である Minner[5]による節約ヒューリスティックが，寿命制約を加えた厳しい制約下でも有効かどうかを検証した（CLOSE 型）．さらに総費用の最小化問題に対し，寿命制約を考慮した上で発注のタイミングをフレキシブルに調整可能な新たな手法を提案し（OPEN 型），それらを機動的に適用するハイブリッド方式（CAO 型）も同時に提案することで，各手法の有効性について検証した．

その結果，各パラメーター変動による影響が寿命制約下でも悪影響を及ぼさず，かつ手法ごとの最適解からの差についても，従来法よりもさらに最適解に近づいたことから，本提案法が，寿命制約下においても有効的に活用できることを確認できた．また，OPEN 型と CLOSE 型を併用したハイブリッド方式（CAO）によって，従来法を適用した CLOSE 型よりも，僅かながら総費用を削減することができた．しかしながら，OPEN 型は，パラメーターの変動や品種，期が増えるにつれて，次第に総費用が増加し，品種や期が多い場合は CLOSE 型を採用するケースが頻繁に見られた．これは，結合場所の選択肢が増えたことにより，少しでも結合場所の組合せを間違えば，総費用が大きく変化してしまう欠点を併せ持つことを意味する．

今後，OPEN 型の選択誤差をなくしつつ，総費用の低減が可能な改善を試みることにより，CAO 型においてもさらなる総費用の低減が期待される．

また，発注費用や倉庫費用に対し，新たなパラメーターを導入することにより，より現実的かつ新たなモデルが提案できるものと期待される．

最後に，石黒信二さんと渡邉久典さん，並びに本研究の実験に貢献してくれた藤森大樹君と石崎悠泰君に感謝したい．

参考文献

[1] 榎本賢吾，中島健一，能勢豊一:「寿命に制約のある食品の最適発注政策」，日本オペレーションズ・リサーチ学会 2005 年秋季研究発表会，(2005)

[2] 川勝英史，山道弘明:「小売業における季節商品を対象とした多期間在庫管理モデル」，日本オペレーションズ・リサーチ学会 2009 年秋季研究発表会，(2009)

[3] 安達康生「商品劣化を考慮した二倉庫在庫方策」，日本オペレーションズ・リサーチ学会 1996 年秋季研究発表会，(1996)

[4] Axsater.S., "Economic lot sizes and vehicle scheduling", European Journal of Operational Research, 4, pp.395-398, (1980)

[5] Minner.S., "A comparison of simple heuristics for multi-product dynamic demand lot-sizing with limited warehouse capacity", International Journal of Production Economics, 118, pp.305-310, (2008)