

任意の位置の横すべり角零化DYC制御時の車両運動についての理論的考察*

— 後輪のコーナリングフォースや車両応答時定数に横すべり角零化位置が及ぼす影響 —

酒井 英樹¹⁾ 宮田 繁春²⁾ 竹原 伸³⁾A Theoretical Consideration to Vehicle Behavior by Direct Yaw Moment Control
to Zero Vehicle Slip Angle at Any Location of Vehicle

- Influence of Position of zeroed Vehicle Slip Angle on Residual Cornering Force and Time Constant of Vehicle Behavior -

Hideki Sakai Shigeharu Miyata Shin Takehara

Firstly, this paper studies a Direct Yaw Control (DYC) to reduce spin tendency. To reduce load rate of rear tires, a DYC control law to zero cornering force of rear wheels is formulated. Further vehicle response with this control is obtained. This vehicle response is first order delay system. Its time constant value is similar to the time constant with active rear steer control to zero vehicle slip angle at C.G. Since to zero cornering force of rear wheels is equivalent to zero vehicle slip angle at rear wheels, the relation of the position whose vehicle slip angle is zeroed and vehicles behavior is also considered.

KEY WORDS: Vehicle dynamics, electronic stability control, motion control, yaw, DYC, vehicle slip angle (B1)

1. ま え が き

旋回制動時の車両挙動として、最もスピン⁽¹⁾傾向を示す減速度は3~4[m/s²]であると指摘されている。その理由は次の通りである。まず制動によって後輪から前輪に垂直荷重が移動する。それにもなって前輪の摩擦円は増加し、後輪の摩擦円は減少する。そのため後輪のコーナリングフォースの余力は減少するのに対し、この減速度に必要な制動力では、前輪の最大コーナリングフォースはほとんど減少しない。そのためスピン傾向が強くなる⁽²⁾。この原因は摩擦円の変化だから、旋回中だけでなく直進中でもこの減速度において潜在的なスピン傾向は強まる。さらに減速しなくても、下り坂や追い風などで制動を加えているときにも、後輪から前輪への荷重移動がおきるから、潜在的なスピン傾向が強まる。

これらを始めとする、後輪のコーナリングフォースの余力が減り、前輪の余力が増えやすい状況における車両運動制御としては、アンチスピン効果を持たせるために、前輪の余力を使って、後輪の余力の増加を図ることが有効であると思われる。この具体的な方法として、前輪の前後力の左右差を用いて後輪のコーナリングフォースを低減するダイレクト・ヨーモーメント・コントロール⁽³⁾⁽⁴⁾ (以後「DYC」と記す)を前輪だけでおこなうことによって、後輪の余力の増加を図る制御が想定される。そこで、その端的な例として、本論文ではまず後輪コーナリングフォース零化DYC制御について考察する。

後輪コーナリングフォースが零であるためには後輪の横す

べり角も零でなければならない。したがって後輪コーナリングフォース零化制御と後輪横すべり角零化制御とは等価である。一方従来知見として、DYCによる周知の重心横すべり角零化制御⁽⁵⁾があり、このときヨー角速度は舵角に比例し、舵角に対して遅れない。また前輪位置の車体横すべり角によるコーナリングフォース成分のキングピン軸まわりモーメントをパワステアリング制御によって補償すると、車両の平面2自由度運動と操舵系の運動とを非連成化できる⁽⁶⁾ので、DYCによって前輪位置の車体横すべり角を零化しても、平面2自由度運動と操舵系とを非連成化できる。

このように後輪位置や重心位置、前輪位置の横すべり角の零化にはそれぞれ力学的意味がある。そこで本論文は横すべり角がDYCによって零化される前後位置の違いが車両応答に及ぼす影響についても考察する。

2. 車両モデル

DYC制動力による前後力は前輪だけに働くものとする。

2.1. 一般的な車両モデル⁽³⁾

準定常旋回⁽³⁾を想定して、制動中の車両運動を車速一定とみなして考察する。DYCの基となる、非制御状態の車両モデルを図1に示す。このモデルの運動方程式は次の通りである。

$$mV(\dot{r} + \dot{\beta}) = F_f + F_r \quad (1)$$

$$I_z \dot{r} = I_f F_f - I_r F_r \quad (2)$$

$$F_f = -2K_f(\beta_f - \delta) \quad (3)$$

$$F_r = -2K_r \beta_r \quad (4)$$

*2013年11月21日受理。

2013年10月23日自動車技術会秋季学術講演会において発表。
1)・2)・3)近畿大学(739-2116 東広島市高屋うめの辺1)

$$\beta_f = \beta + \frac{l_f}{V} r \quad (5)$$

$$\beta_r = \beta - \frac{l_r}{V} r \quad (6)$$

ここで K_f および K_r はそれぞれ、後輪の摩擦円が減少、前輪の摩擦円が増加したときのコーナリングパワである。

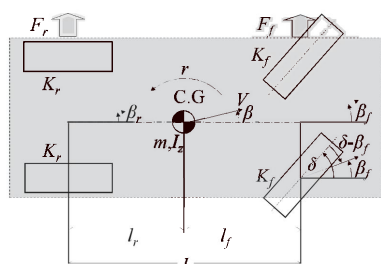


Fig. 1 V-hicl model

2.2. ヨー慣性モーメント

$I_z = k^2 m$ なる関係を満たす慣動半径を k と記す。慣性モーメントが車両応答に及ぼす影響の本質は、 I_z 自体よりもむしろ k^2/l_f なる無次元数にあると指摘されている⁽⁵⁾。また k^2/l_f の測定結果は 0.85~1.1 と報告されている⁽⁶⁾。さらに $k^2/l_f = 1$ のとき力学的考察を行いやすいとの指摘がある⁽⁸⁾。

そこで本論文では、導出される制御則の『力学的意味』を得やすくするために、 $k^2/l_f = 1$ の場合についてだけ考察をする。したがって

$$I_z = ml_f l_f \quad (7)$$

とする。

2.3. 2質点車両モデル⁽⁷⁾

$k^2/l_f = 1$ の場合、車両モデルは図2のように表現することができる。ここで m_f および m_r はそれぞれ次式によって定義される。

$$m_f = \frac{l_r}{l} m \quad (8)$$

$$m_r = \frac{l_f}{l} m \quad (9)$$

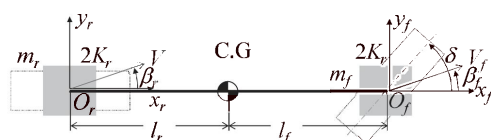


Fig.2 Two particles model

このモデルの前輪および後輪の並進運動についての運動方程式はそれぞれ式(10)および式(11)によって表される。また前

輪と後輪との相対運動(ヨー運動)は式(12)によって表される。

$$m_f V(r + \dot{\beta}_f) = -2K_f(\beta_f - \delta) \quad (10)$$

$$m_r V(r + \dot{\beta}_r) = -2K_r \beta_r \quad (11)$$

$$r = \frac{V}{l} \beta_f - \frac{V}{l} \beta_r \quad (12)$$

$k^2/l_f = 1$ の場合、式(1)~(6)からなる運動方程式と式(10)~(12)からなる運動方程式とは、完全に同値である。

2.4. DYCによる制御モーメントの表現

DYC制御は、左右輪の駆動力差によるヨーモーメント制御である。そこで車両のトレッドを b 、右前輪に付加される駆動力を F_x 、左前輪に付加される制動力を $-F_x$ とそれぞれ記すと、DYCによる車両のヨーモーメント M_{DYC} は

$$M_{DYC} = \frac{b}{2} F_x - \frac{b}{2} (-F_x) = b F_x$$

となる。

次に、本論文では考察の都合上、 M_{DYC} を、前輪にコーナリングフォース F_{DYC} が、後輪にコーナリングフォース $-F_{DYC}$ がそれぞれ付加されるとして扱う。したがって M_{DYC} は次式によって表される。

$$M_{DYC} = l_f F_{DYC} - l_r (-F_{DYC}) = l F_{DYC}$$

したがって F_{DYC} と F_x とには、

$$F_{DYC} = \frac{b}{l} F_x$$

なる関係がある。なお F_{DYC} 標記にせよ、 F_x 標記にせよ、それぞれの偶力によって重心まわりのヨーモーメントは生じるが、重心に働くそれぞれの(前後または横方向の)合力は 0 であり、両者は完全に等価である。

なお本論文では、DYC制御をおこなってもコーナリングパワは変化しないものとする。したがって図2のモデルにおいてDYC制御を行う場合の車両の運動方程式は次のようになる。

$$m_f V(r + \dot{\beta}_f) = -2K_f(\beta_f - \delta) + F_{DYC} \quad (13)$$

$$m_r V(r + \dot{\beta}_r) = -2K_r \beta_r - F_{DYC} \quad (14)$$

3. 後輪位置横すべり角零化DYC制御

3.1 制御則

後輪位置横すべり角零化の条件は式(4)から $\beta_r = \beta_f = 0$ である。この関係を式(14)に代入すると

$$F_{DYC} = -m_r V r \quad (15)$$

となる。上式は、旋回に必要な後輪コーナリングフォースと

同量の F_{DYC} を付加することによって、後輪コーナリングフォースが零化されることを意味し、それが同時に制御則を意味する。したがって後輪横すべり角零化制御の制御則は、ヨー角速度比例制御である。この制御によって以後 $F_r, \beta_r, \beta_f, 0$ とする。よって式(12)から

$$\beta_f = \frac{l}{V} r \quad (16)$$

なる関係が成立する。

3.2. 車両応答

式(2)に、制御ヨーモーメント F_{DYC} を考慮すると

$$I_z \dot{r} = l_f [-2K_f(\beta_f - \delta) + F_{DYC}] - l_r (-2K_r \beta_r - F_{DYC}) \quad (17)$$

となる。式(17)に $\beta_r = 0$ および式(15)を代入すると 式(17)は

$$I_z \dot{r} = -2K_f l_f \left(\frac{l}{V} r - \delta \right) - l_m V r \quad (18)$$

となる。この式において全ての初期条件を 0 としてラプラス変換した上で、 δ に対する r の伝達関数を求めると

$$\frac{r(s)}{\delta(s)} = \frac{1}{1 + \frac{m l_f}{2l_f K_f} V^2} \cdot \frac{V}{l} \cdot \frac{1}{1 + T_{DYC} s} \quad (19)$$

となる。ここで T_{DYC} は応答時定数であり、

$$T_{DYC} = \frac{I_z V}{2l_f K_f + m l_f V^2} \quad (20)$$

として表される。なお上式の導出過程において、式(9)から

$$l_m = l_f m$$

なる関係を用いた

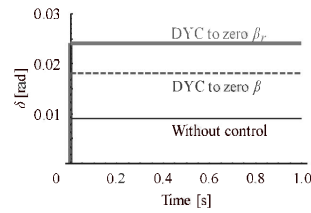
式(19)~(20)が、本制御における舵角に対するヨー応答である。ステップ操舵における、本制御および重心横滑角零化DYC制御、非制御車両それぞれの応答を図3に示す。

3.3. 車両応答の有用性

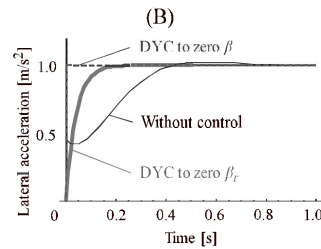
重心位置横すべり角零化DYCにおける r の応答は δ に比例し、 δ に対して遅れない。一方本制御における δ に対する r の応答は 1 次遅れ系であるので、本制御の応答は、横すべり角零化DYCの応答よりも遅い。 δ に対する r の高周波におけるゲインが高すぎると運転しにくくなる⁽⁸⁾が、逆にもし本制御の応答が遅すぎると、その有用性は乏しい。そこで本制御の有用性を確認する。

その判断基準として、重心位置の横すべり角零化後輪制御操舵における車両応答を用いる。重心位置横すべり角零化後輪制御操舵における δ に対する r の伝達関数を $G(s)$ と記せば、 $G(s)$ は次式で表される⁽⁹⁾。

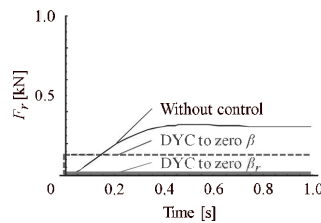
$$G(s) = \frac{1}{1 + \frac{m l_r}{2l_f K_f} V^2} \cdot \frac{V}{l_f} \cdot \frac{1}{1 + T_e s} \quad (21)$$



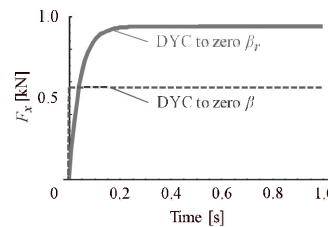
(A) Steering angle



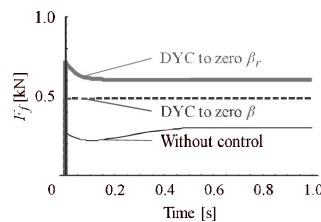
(B) Lateral acceleration



(C) Cornering forces of rear wheel



(D) Traction forces of front wheel



(E) Cornering forces of front wheel

Fig. 3 Control effect of zeroing rear cornering force

ここで T_e は応答時定数であり、

$$T_e = \frac{I_z V}{2l_f K_f + m l_f V^2} \quad (22)$$

として表される。ここで T_e は、 $l_f, l_r, l/2$ のとき

$$T_e = T_{DYC}$$

となるので、このとき重心位置横すべり角零化後輪制御操舵と後輪位置横すべり角零化 DYC 制御それぞれの応答の速さは一致する。一般に $l_r/l = 0.4 \sim 0.6$ 程度であるから、本後輪位置横すべり角零化 DYC 制御の応答は重心位置横すべり角零化後輪制御操舵の応答と同程度である。重心位置横すべり角零化後輪制御操舵は、実際の生産車両に搭載された実績がある⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾。従って本制御の応答性は有用であると思われる。

4. 任意の位置の横すべり角零化DYC制御

4.1. 横すべり角零化位置と応答性との関係

DYC 制御における横すべり角零化位置と応答性との関係を考察するために、零化させる横すべりの位置を任意の位置に設定する。その位置を図4に示すように点 x とし、点 x は後輪から x [m] 前方にあるものとし、点 x における横すべり角を β_x と記す。

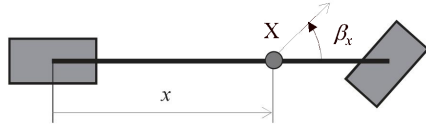


Fig. 4 Definition of position X and β_x

次に任意の位置の零化DYC制御として、 β_x の零化に必要なヨーモーメント F_{DYCx} を求める。 β_x は

$$\beta_x = \frac{x}{V} r + \beta_r \tag{23}$$

だから、 $\beta_x = 0$ のときの β_r は

$$\beta_r = -\frac{x}{V} r \tag{24}$$

となる。この式を式(14)に代入すると

$$m_r V \left(r - \frac{x}{V} \dot{r} \right) = \frac{2K_r x}{V} r - F_{DYCx} \tag{25}$$

となる。この式を整理すると F_{DYCx} は

$$F_{DYCx} = -m_r V \left(1 - \frac{2K_r}{m_r V^2} x \right) r + m_r x \dot{r} \tag{26}$$

として求まる。またこのときヨー応答は

$$\frac{r(s)}{\delta(s)} = \frac{1}{1 + \frac{mV^2 - 2xK_r}{2(l-x)K_f}} \cdot \frac{V}{l-x} \cdot \frac{1}{1 + \frac{mV(l-x)}{mV^2 + 2K_f(l-x) + 2K_r x}} s \tag{27}$$

となる。式(27)の時定数の項において x を増加させると、分母は顕著な変化をしないが、分子は有意に減るので、 x が大きいほど時定数は小さい(図5)。ただし式(27)において $x > l_r$ のとき、時定数は負になるため車両応答は不安定になる。従

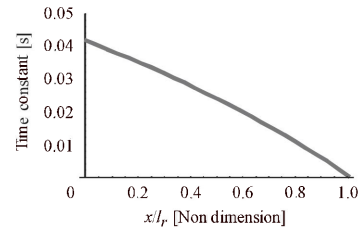


Fig. 5 Influence of position x on vehicle response (DYC)

ってDYC制御では、点 x は重心よりも後方に設定される必要がある。そのため操舵系の運動と平面2自由度運動とを非連続化するための、前輪位置横すべり角零化制御は、DYCでは実現できない。

以上のことから、横すべり角を零化する位置が前方にあるほど F_{DYCx} の絶対値は減るとともに、ヨー応答は速くなるが、零化する位置の前方限界は重心位置である。

その理由を考察する。まず式(26)は

$$\begin{aligned} F_{DYCx} &= -m_r V \left(1 - \frac{2K_r}{m_r V^2} x \right) r + m_r x \dot{r} \\ &= -m_r V \left(1 - \frac{2K_r}{m_r V^2} x \right) r + m_r (l_r - l_r + x) \dot{r} \\ &= -m_r V \left(1 - \frac{2K_r}{m_r V^2} x \right) r + m_r l_r \left(1 - \frac{l_r - x}{l_r} \right) \dot{r} \\ &= -m_r V \left(1 - \frac{2K_r}{m_r V^2} x \right) r + \frac{m l_f l_r}{l} \left(1 - \frac{l_r - x}{l_r} \right) \dot{r} \\ &= -m_r V \left(1 - \frac{2K_r}{m_r V^2} x \right) r + \frac{I_z}{l} \left(1 - \frac{l_r - x}{l_r} \right) \dot{r} \end{aligned} \tag{28}$$

と変形できる。この式を式(17)に代入することによって次式を得る。

$$\begin{aligned} I_z \dot{r} &= -2l_f K_f (\beta_f - \delta) + 2l_r K_r \beta_r \\ &\quad - m_r l_r \left(1 - \frac{2K_r}{m_r V^2} x \right) r + I_z \left(1 - \frac{l_r - x}{l_r} \right) \dot{r} \end{aligned} \tag{29}$$

上式においてDYCモーメントは x の項として表現され、右辺第4項は、DYC制御における \dot{r} 比例項である。この項は、 $x > 0$ のとき正だから、慣性項である左辺と打ち消しあう。したがって x が大きいほど見かけ上 I_z が減少するため、 T_e も減少し、 $x > l_r$ の場合、 I_z が見かけ上負になるため不安定になる。これが、DYCによって零化できる位置の前方限界が重心位置であることの原因である。

このように x が大きいほど \dot{r} 比例項が増える。 \dot{r} の発生タイミングは、式(2)(3)から、操舵と同時に発生する。したがって重心位置零化DYC制御のDYCモーメントは操舵と同時に発生する。一方、後輪位置横すべり角零化制御のDYCモーメントはヨー角速度に比例するから、操舵よりも遅れて発生する⁽⁷⁾。したがって重心位置零化制御のDYCモーメントのほうが、後輪位置横すべり角零化制御のモーメントよりも発生タイミングが

早い。このようにDYCモーメント発生タイミングの早さが車両応答の早さと関係するものと思われる。そこで発生タイミングを具体的に表すために、舵角に対する β_x の伝達関数を次式に示す。

$$\frac{\beta_x(s)}{\delta(s)} = \frac{C_f \left(\frac{Wx}{C_r k - V^2} s + 1 \right) (C_r k - V^2)}{W^2 s^2 + (C_f + C_r) W s + C_f C_r l + (C_r - C_f) r^2} \quad (30)$$

ここで上式において表記を簡略化するため、前後のコーナリングバワをそれぞれ

$$C_f = \frac{2K_f}{m_f}$$

$$C_r = \frac{2K_r}{m_r}$$

と記した⁽¹⁾。

式(30)分子の s の係数に示されるように、 x が大きいほど、操舵してから β_x が発生するまでの応答遅れはより小さいので、零化のためのDYCヨーモーメントのタイミングもより早い。したがって x が大きいほど式(29)における r 比例項が大きくなる。その結果 x が大きいほど、操舵に対するヨー応答も速くなると考察される。

4.2. DYC制御の安定余裕を表すパラメータ

$x=l_r$ のとき式(27)右辺の時定数は0であるが、 $x>l_r$ のとき時定数は負になるので舵角に対するヨー応答は不安定になる。したがって実車では、乗員や積載状況による重心位置や質量の変化、タイヤの空気圧変化、摩耗、交換などに伴うコーナリングバワの変化などのパラメータ変動があるため、現実には重心位置の完全な零化をせずに、安定性に余裕を持たせた制御をおこなうことになるはずである。

この余裕の持たせ方として、重心よりも $x[m]$ 後方にある任意の位置 x の横すべり角を零化する制御が考えられる。そしてこの x の位置が重心からどれだけ後方にあるかによって、制御の安定余裕を表す方法が想定される。ただしその長さ $x[m]$ 自体を安定余裕の指標とすると、 l_r の異なる車両間の比較が難しい。そこで安定余裕の指標として、式(29)右辺 r の係数の()内に含まれる x/l_r を用いることが有用であると思われる。なぜなら $x/l_r=1$ のとき安定余裕が0の重心位置零化DYC制御であり、 $x/l_r=0$ のとき安定余裕がある後輪位置横滑り角零化制御を意味するので、 x/l_r の大小は安定余裕を表すとともに、両者の制御の配分比をも表すためである。

5. ま と め

1) 後輪のコーナリングフォースの余力が減少しやすい状況における後輪コーナリングフォース低減制御を理論的に考察するための前輪のDYCによる後輪位置横滑り角零化制御則として、ヨー角速度に比例するDYC制御を導出した。

2) 後輪位置横滑り角零化DYC制御における、操舵に対するヨー角速度の応答は1次遅れ系になる。その応答時定数は後輪舵角制御による横すべり角零化制御の応答時定数とほぼ同じであるため、実用になるものと思われる。

3) 後輪位置横滑り角DYC制御と従来の重心位置横すべり角零化DYC制御とを包括的に扱うため、任意の位置の横すべり角を零化するDYC制御を導出した。DYC制御によって零化する位置が後輪よりも前方にあるほど、ヨー慣性モーメントを補償する効果が大きくなるため、ヨー応答は速くなる。なお零化する位置が重心よりも前方の場合、DYC制御によって補償されたヨー慣性モーメントが負になるため車両応答は不安定になる。

4) そのため重心位置横すべり角を零化するDYC制御は、パラメータが変動すると、不安定になることがある。そこで安定余裕を持たせるため、重心よりも後方の位置の横すべり角を零化するDYC制御を提案し、さらにその安定指標として指標 x/l_r を提案した。

参 考 文 献

- (1) Milliken, W.F., et.al, "The Static Directional Stability and Control of the Automobile," SAE Paper No. 760712 (1976).
- (2) 山口博嗣, 松本真次, 井上秀明, 波野淳, 旋回制動時の車両安定性について, 自動車技術, Vol. 45, No. 3, p. 55-60 (1991).
- (3) 安部正人: 自動車の運動と制御[第2版]一車両運動力学の理論形成と応用, p. 50-244, 東京電機大学出版局(2012).
- (4) 森淳, 芝端康二: ダイレクト・ヨー・コントロールAWDシステムの開発, 自動車技術会論文集, Vol. 38, No1, p. 15-20 (2007).
- (5) 毛利宏, 久保田正博; 堀口奈美: 過渡的な操舵力アシスト特性が車両運動に及ぼす影響, 自動車技術会論文集, Vol. 37, No1, p. 155-160 (2006).
- (6) 酒井英樹: 過渡的な旋回感覚を強調する減衰力制御-カルマンフィルタを用いたロール・ピッチ同期化制御-, 自動車技術会論文集, Vol. 43, No3, p. 709-716 (2012).
- (7) 酒井英樹: 自動車の平面運動におけるヨー角速度進み時定数についての力学的考察, 日本機械学会論文集C編, 79巻801号, p. 1681-1692 (2013).
- (8) 風間恵介, 孕石泰文, 毛利宏, 吉松祐香, 鈴木卓馬, 上沼研也: ドライバ操舵に対する車両挙動の位相遅れと高周波ゲインが運転しやすさに及ぼす影響, 日本機械学会論文集(C編) 78巻794号, p. 3353-3361 (2012).
- (9) 森和典, 江口孝彰, 金子敏志, 川越健次, 入江南海雄: 後輪の位相反転制御による操縦安定性の向上 -SLPER HICAS, 自動車技術会学術講演会前刷集 No. 891, p. 279-282 (1989).
- (10) 山本真規, 原田宏, 松尾芳明: 後輪のアクティブ操舵による操舵応答性・外乱安定性の向上 (車両運動のアクティブ

制御に関する研究:第1報), 自動車技術会学術講演会前刷集
No. 892, p. 177-180 (1989) .

(11) 酒井英樹: フォースコントロールにおける安定性とその
指標, 自動車技術会論文集, Vol. 44, No2, p. 441-448 (2013).

記号および計算諸元

m	車両質量 [kg]	(1200[kg])
l	ホイールベース [m]	(2.5[m])
l_f	前軸～重心間距離 [m]	(1.25[m])
l_r	重心～後軸間距離 [m]	(1.25[m])
I_z	ヨー慣性モーメント [kgm ²]	($I_z=ml_f l_r$)
V	車速[m/s]	(25[m/s])
K_f	前輪コーナリングバワ [N/rad]	(30[k N/rad])
K_r	後輪コーナリングバワ [N/rad]	(60[k N/rad])
b	トレッド [m]	(1.6[m])
g	重力加速度[m/s ²]	(10[m/s ²])
μ	タイヤと路面との摩擦係数[Non dimension]	(1[-])
r	ヨー角速度 [rad/s]	
β	重心位置車体横すべり角 [rad]	
β_f	前輪位置車体横すべり角 [rad]	
β_r	後輪位置車体横すべり角 [rad]	
δ	舵角 [rad]	
F_f	前輪コーナリングフォース(N)	
F_r	後輪コーナリングフォース(N)	