

## 科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 26 年 5 月 2 日現在

機関番号：34419

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2011～2013

課題番号：23540470

研究課題名(和文)中性原子量子コンピュータにおける選択的量子ゲートの実装

研究課題名(英文)Implementation of selective quantum gates in a neutral atom quantum computer

研究代表者

中原 幹夫 (NAKAHARA, Mikio)

近畿大学・理工学部・教授

研究者番号：90189019

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,800,000円、(間接経費) 1,140,000円

研究成果の概要(和文)：2次元平面上にフレネル光で格子状にトラップされた中性原子系を考える。量子ビットの状態は、2個の超微細状態で張られるベクトル空間で定義される。この時、さらに1次元光格子を導入することにより、遠く離れた任意の原子対の間に2量子ビットゲートを作用させることができる。この方法では、フレネル光を作るシャッターの半径を可変にしなければならないが、2量子ビットゲートが作用する原子を隣り合う原子対に限れば、シャッターの半径を固定できることを示した。また、低精度の量子ゲートを組み合わせて、高精度の量子ゲートを実現する複合量子ゲートのと、外界のノイズの影響を避ける効率的な量子誤り訂正符号の研究も行った。

研究成果の概要(英文)：A system of neutral atoms trapped in a lattice form by using Fresnel traps are considered. The qubit state is a vector in a vector space spanned by two hyperfine states. By further introducing a one-dimensional optical lattice, it is possible to act a two-qubit quantum gate on an arbitrary pair of two atoms, which may be far apart. In the proposed method, the radius of the shutter producing the Fresnel trap must be variable. If, however, the pair of atoms on which the gate acts is restricted to a nearest neighbor atoms, it is possible to act a two-qubit gate without varying the radius of the shutter. We also consider to implement composite gates, in which high-precision gates are realized by combining low-precision gates. Quantum system is vulnerable against external noise. We developed efficient quantum error correcting codes by which the noise is avoided.

研究分野：数理系科学

科研費の分科・細目：物理学・原子・分子・量子エレクトロニクス

キーワード：量子コンピュータ 量子情報 量子制御 複合量子ゲート 量子誤り訂正符号

## 1. 研究開始当初の背景

量子コンピュータは、量子系を用いて現在のデジタル計算機をはるかに凌駕する超並列計算を実現する。量子コンピュータの候補としては、様々な物理系が提案されている。その中でも中性原子量子コンピュータは、大規模な系へのスケーラビリティやデコヒーレンスに強い系として注目されている。この系では、クラスター状態の量子計算を念頭に置き、すべての原子対に2量子ビットゲートを作用させる提案はあり、すでに実験的に確認されているが、最も広く研究されている量子回路モデルに適用できる選択的な2量子ビットゲートは開発されていなかった。また、量子コンピュータがエラーなく動作するには、高精度の量子ゲートの実現や、量子ビットのエラー耐性が要求される。従来、NMRを研究する化学者の間では、エラーを持つパルスを複数組み合わせ、高精度のパルスを実現する「複合パルス」と呼ばれるテクニックが知られていたが、それは特定軸周りの回転や  $\pi/2$  回転のみに適応され、量子コンピュータに必要なとされる任意の  $SU(2)$  や  $SU(4)$  ゲートを構成する方法は知られていなかった。また、量子系は外部の擾乱に対して影響を受けやすい。そこでこれらのノイズから量子系を守る方法が必要となる。

## 2. 研究の目的

1で述べた問題を解決するために、本研究では中性原子量子コンピュータにおいて、量子回路モデルに適用できる選択的な2量子ビットゲートの開発を主目的とした。また、系の制御パラメタにエラーが存在するときに、低精度の量子ゲートを組み合わせ、高精度の量子ゲートを実現する「複合量子ゲート」がある。本研究では、より多種類のエラーに耐性がある複合量子ゲートを、より少ない数の量子ゲートで構成することを目的とした。外界からのノイズが存在するときに量子情報をそれから守る方法として量子誤り訂正がある。そこで、数学的手法を駆使してより効率的な量子誤り訂正の実現を目的とした。通常、量子誤り訂正に用いられる補助量子ビットは純粋状態にある。ところが、多くの系では純粋状態の量子ビットを生成するにはコストがかかる。そこで、より「安価な」任意の混合状態にある補助量子ビットで誤り訂正を行うことも目的とした。

## 3. 研究の方法

本研究は理論的研究を主に行うので、研究には数式処理や数値計算を主に用いた。代表者中原と、分担者近藤、大見は同じ大学に勤務しており、大学院生や博士研究員を含めて頻りに議論を行った。量子誤り訂正の研究では、数学的な手法が必要となったので、アメリカと香港の応用数学者を共同研究者とした。沖縄科学技術大学院大学の冷却原子の専門家が、我々の研究に興味をもったので、実験家としての意見を聞き、共同研究に至った。全期間、研究会や学会を通して共同研究者と議論を行ったほか、論文執筆のために、しばしば共同研究者と小規模の会合を持った。研究の必要に応じて海外の大学院生の招聘も行った。研究成果は国内外のインパクトファクターの高い雑誌に出版したほか、国内外の多くの学会、研究会で発表し、その成果を世界的に知らせた。また、複合量子ゲートと一部の量子誤り訂正符号の正当性は分担者近藤がNMR量子コンピュータで実験的に確認を行った。

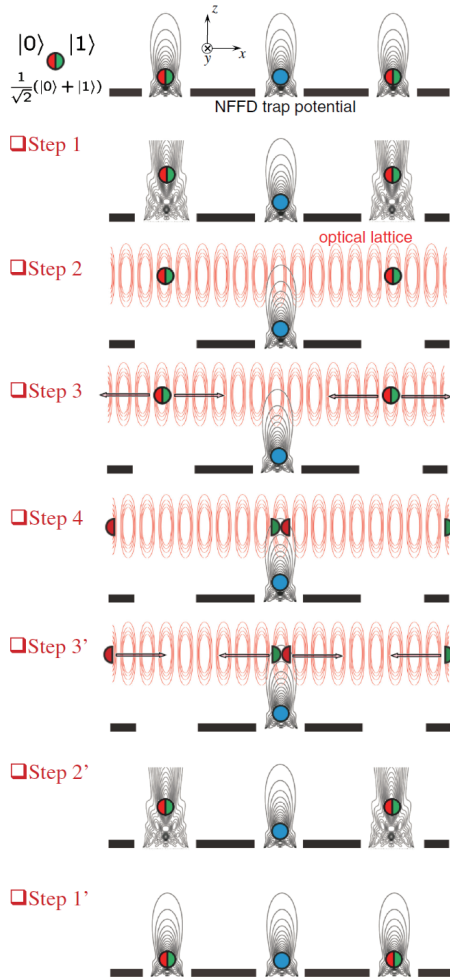
## 4. 研究成果

中性原子量子コンピュータにおける選択的な2量子ビットゲートの実装では、各原子をトラップするフレネルトラップと1次元光格子を併用する以下のような提案を行い、ゲートの精度や実行時間を求めた。まず、各量子ビットは、重ね合わせ状態  $\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$  に初期化され、基盤に空けた穴から漏れるフレネル光によりトラップされている。(次ページの図: E. H. Lapasar et al., J. Phys. Soc. Jpn. 80, 114003 (2011) より転載.)

- 1: ゲートを作用させたい2量子ビットの穴のサイズを大きくし、これらの原子が基盤から遠く離れる位置に持ってくる。
- 2: 次に、1次元光格子を導入し、これらの原子をそのポテンシャルにトラップさせる。
- 3: 光格子の位相を回転させることにより、これらの原子の一方の  $|0\rangle$  部分と、他方の  $|1\rangle$  部分を、その中間のポテンシャルの位置で共存させる。
- 4: これらの部分がポテンシャルの中で相互作用することにより、ヒルベルト空間の特定の部

分空間 ( $|0\rangle|1\rangle$ ) だけが力学的位相を持つようにする。

3', 2', 1': 以下、Step 3, 2, 1 を逆にたどる。その結果、2量子ビットゲートの実装に必要な、ある部分空間だけが位相を持つことができる。



各ステップで 0.99 の fidelity を要求すると、全体の fidelity は 0.886、実行時間は 7.87 ms となることが示された。

LCOS-SLM などの現在の技術で、短時間で開閉するシャッターを作成することは不可能ではないが、デコヒーレンスの観点からは、さらに短い時間で開閉するシャッターが望まれる。そこで、次にシャッターの開閉を必要としないゲートの実装を研究した。したがって、穴のサイズは常に固定されている。次の図 (E. H. Lapasar et al., J. Phys. Soc. Jpn. 83, 044005 (2014) より転載.) に沿って説明する。各量子ビットは、前と同じく  $\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$  に初期化され、フレネル光によりトラップされている。1次元光格子は常に存在する。

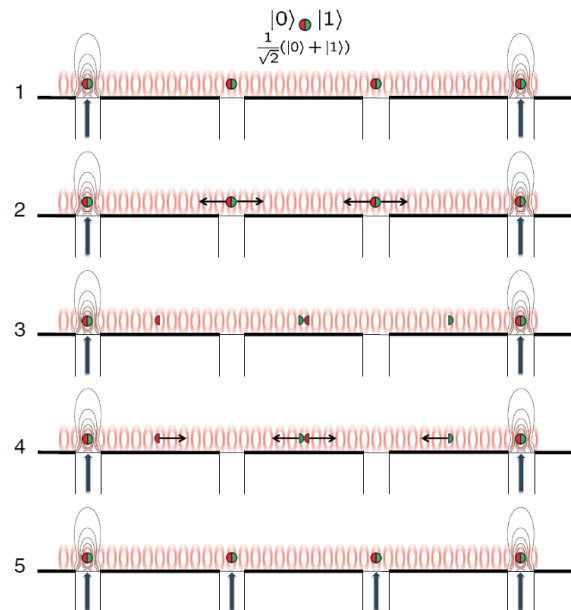
1: 2量子ビットゲートを作用させたい量子ビッ

トのフレネル光を切り、これらの原子は光格子によってのみトラップされている。

2: 1次元光格子の位相を変化させ、これらの原子の  $|0\rangle$  と  $|1\rangle$  が間で衝突するようにする。フレネル光は光格子のポテンシャルに比べ十分強く、他の原子はフレネル光でトラップされたままとする。

3: 衝突した状態が指定された力学的位相を持つまで衝突を保持する。

4,5: Step 2,1 を逆にたどる。



明らかにこの方法のデメリットは、2量子ビットゲートが作用できるのは、隣り合った量子ビットとの間のみであることである。そのために遠く離れた量子ビットの間には量子ゲートを作用させるには、多くの SWAP ゲートが必要となる。しかし、現在の技術で十分可能な提案をすることは、実際の中性原子量子コンピュータを作成する上で、たいへん重要であると考えられる。

平成 26 年度以降の科研費では、原子の操作を非断熱的に行い、実行時間を短縮する研究を行う。

複合量子ゲートの研究では、NMR 量子コンピュータを念頭に置き、ハミルトニアン

$$H_1 = \frac{\omega_1}{2} (\cos \phi \sigma_x + \sin \phi \sigma_y)$$

で  $\omega_1$  が  $(1+\epsilon)\omega_1$  というエラー (Pulse length error: PLE) を持つ場合と、 $H_1$  に  $f\sigma_z/2$  というエラー (Off-resonance error: ORE) が同時に存在するとき、高精度の量子ゲートを実装する方法を確立

した。そのために、全く新しい量子ゲートを1から開発するのではなく、既存の複合量子ゲートを「連結させる」方法で、両方のエラーを抑制するゲートを実現した。たとえば、PLEを抑制する複合ゲートの各要素をOREを抑制する複合ゲートで置き換えることにより、両方のエラーに耐性を持つ複合量子ゲートを実現した。さらに、ある特別なゲートの組み合わせでは、さらにゲート数が削減できることを発見した。また、どのような組み合わせが成功するか、失敗するかの判定条件を発見した。

量子誤り訂正符号の研究では、エラーシンドローム測定用の補助量子ビットを必要としない「演算子量子誤り訂正符号」の研究を行った。それにより、符号化も復号化もすべてユニタリー変換で行うことができる。また、すべての量子ビットが同じノイズを受ける場合に、ノイズの影響を受けない部分空間を決定した。この決定にはノイズ演算子のテンソル積の既約分解が必要となる。部分空間の次元は高いほど多くの情報をノイズから守ることができる。この次元は既約分解の多重度で表されるが、我々はその最大多重度をもつ既約表現を特定した。一方、最大次元の既約表現がわかっても、それを利用するための符号化量子回路は簡単には構成できない。そこで、多重度は減るが、符号化量子回路が再帰的に構成できる符号化回路を研究した。その結果、符号化の効率は $d$ 次元の量子ditに対し、 $1/d$ となるが、符号化量子回路が具体的に構成できる部分空間を特定した。

## 5. 主な発表論文等（研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線）

〔雑誌論文〕(計 17 件)

1. E. H. Lapasar, K. Kasamatsu, S. Nic Chormaic, T. Takui, Y. Kondo, M. Nakahara and T. Ohmi, Two-Qubit Gate Operation on Selected Nearest-Neighbor Neutral Atom Qubits, *J. Phys. Soc. Jpn.* 査読有 **83**, 044005 1-7 (2014).  
DOI: 10.7566/JPSJ.83.044005
2. U. Gungordu, C.-K. Li, M. Nakahara, Y.-T. Poon and N.-S. Sze, Recursive encoding and decoding of the noiseless subsystem for qudits, *Phys. Rev. A* 査読有 **89**, 042301 1-5 (2014).  
DOI: 10.1103/PhysRevA.89.042301

3. U. Gungordu, Y. Wan and M. Nakahara, Non-Adiabatic Universal Holonomic Quantum Gates Based on Abelian Holonomies, *J. Phys. Soc. Jpn.* 査読有 **83**, 034001 1-5 (2014).  
DOI: 10.7566/JPSJ.83.034001
4. Y. Kondo, C. Bagnasco and M. Nakahara, Implementation of a simple operator-quantum-error-correction scheme, *Phys. Rev. A* 査読有 **88**, 022314 1-5 (2013).  
DOI: 10.1103/PhysRevA.88.022314
5. M. Bando, T. Ichikawa, Y. Kondo and M. Nakahara, Concatenated Composite Pulses Compensating Simultaneous Systematic Errors, *J. Phys. Soc. Jpn* 査読有 **82**, 014004 1-7 (2013).  
DOI: 10.7566/JPSJ.82.014004
6. T. Ichikawa, U. Gungordu, M. Bando, Y. Kondo and M. Nakahara, *Phys. Rev. A* 査読有 **87**, 022323 1-6 (2013).  
DOI: 10.1103/PhysRevA.87.022323
7. E. H. Lapasar, K. Maruyama, D. Burgarth, T. Takui, Y. Kondo and M. Nakahara, Estimation of coupling constants of a three-spin chain: a case study of Hamiltonian tomography with nuclear magnetic resonance, *New J. Phys.* 査読有 **14**, 013043 1-15 (2012).  
DOI: 10.1088/1367-2630/14/1/013043
8. U. Gungordu, Y. Wan, M. A. Fasihi and M. Nakahara, Dynamical invariants for quantum control of four-level systems, *Phys. Rev. A* 査読有 **86**, 062312 1-9 (2012).  
DOI: 10.1103/PhysRevA.86.062312
9. M.-A. Fasihi, Y. Wan and M. Nakahara, Non-adiabatic Fast Control of Mixed States Based on Lewis-Riesenfeld Invariant, *J. Phys. Soc. Jpn.* 査読有 **81** 024007 1-8 (2012).  
DOI: 10.1143/JPSJ.81.024007
10. T. Ichikawa, M. Bando, Y. Kondo and M. Nakahara, Geometric aspects of composite pulses 査読有 **370**, 4671-4689 (2012).  
DOI: 10.1098/rsta.2011.0358

11. C.-K. Li, M. Nakahara, Y.-T. Poon, N.-S. Sze and H. Tomita, Recovery in Quantum Error Correction for General Noise without Measurement, *Quant. Inf. & Comp.* 査読有 **12**, 0149–0158 (2012).
  12. C.-K. Li, M. Nakahara, Y.-T. Poon, N.-S. Sze and H. Tomita, Efficient quantum error correction for fully correlated noise, *Phys. Lett. A* 査読有 **375**, 3255-3258 (2011). DOI: 10.1016/j.physleta.2011.07.027
  13. Y. Tanaka, T. Ichikawa, M. Tada-Umezaki, Y. Ota and M. Nakahara, Quantum Oracles in Terms of Universal Gate Set, *Int. J. Quantum Inf.* 査読有 **9**, 1363-1381 (2011). DOI: 10.1142/S0219749911008106
  14. E. H. Lapasar, K. Kasamatsu, Y. Kondo, M. Nakahara and T. Ohmi, Scalable Neutral Atom Quantum Computer with Interaction on Demand: Proposal for Selective Application of Two-Qubit Gate, *J. Phys. Soc. Jpn.* 査読有 **80**, 114003 1–10 (2011). DOI: 10.1143/JPSJ.80.114003
  15. C.-K. Li, M. Nakahara, Y.-T. Poon, N.-S. Sze and H. Tomita, Recursive encoding and decoding of the noiseless subsystem and decoherence-free subspace, *Phys. Rev. A* 査読有 **84**, 044301 1–4 (2011). DOI: 10.1103/PhysRevA.84.044301
  16. T. Ichikawa, M. Bando, Y. Kondo and M. Nakahara, Designing robust unitary gates: Application to concatenated composite pulses, *Phys. Rev. A* 査読有 **84**, 062311 1–6 (2011). DOI: 10.1103/PhysRevA.84.062311
  17. Seiji Sugawa, Kensuke Inaba, Shintaro Taie, Rekishu Yamazaki, Makoto Yamashita and Yoshiro Takahashi, Interaction and filling-induced quantum phases of dual Mott insulators of bosons and fermions, *Nature Physics* 査読有 **7**, 642-648 (2011). DOI: 10.1038/nphys2028
- 〔学会発表〕(計 23 件)
1. 松島恵, 坂東将光, 近藤康, 複合量子ゲートの有用性の実験的検証, 日本物理学会 第 69 回年次大会, 東海大学, 2014 年 3 月 27 日.
  2. U. Gungordu, C.-K. Li, M. Nakahara, Y.-T. Poon, N.-S. Sze, A recursive construction of noiseless subsystem for qudits, American Physical Society, March Meeting, Denver, Colorado, USA, March 4, 2014.
  3. U. Gungordu, C.-K. Li, M. Nakahara, Y.-T. Poon and N.-S. Sze, RECURSIVE CONSTRUCTION OF NOISELESS SUBSYSTEM FOR QUDITS, 48th Annual Meeting of the Finnish Physical Society, Tampere, Finland, March, 12, 2014.
  4. U. Gungordu, M. Nakahara and Y. Wan, Nonadiabatic Holonomic Quantum Gates, 5th Workshop on Quantum Information Science, The Hong Kong Polytechnic University, January 3, 2014
  5. M. Nakahara, Quantum Error Correction with Mixed State Ancilla Qubits, 2013 Shanghai International Conference on Matrix Analysis and Applications (SI-MAA2013), Shanghai University, Shanghai, China, December 28, 2013. (招待講演)
  6. Mikio Nakahara, Concatenated composite pulses, NMR-QIP in Rio, Centro Brasileiro de Pesquisas Fisicas, Rio de Janeiro, Brazil, November 27, 2013. (招待講演)
  7. C.-K. Li, M. Nakahara, Y.-T. Poon, N.-S. Sze and U. Gungordu, Recursive construction of noiseless subsystem for qudits, 日本物理学会 2013 年秋季大会、徳島大学、2013 年 9 月 25 日.
  8. Y. Kondo, C. Bagnasco, M. Nakahara, A Simple Operator Quantum Error Correction Scheme Avoiding Fully Correlated Noise, 日本物理学会 2013 年秋季大会、徳島大学、2013 年 9 月 25 日.
  9. 坂東将光, 市川翼, 近藤康, 中原幹夫, 鹿野豊, 複合パルスを用いた NMR パルス列の理論的考察, 日本物理学会 2013 年秋季大会、徳島大学、2013 年 9 月 26 日.

1. 松島恵, 坂東将光, 近藤康, 複合量子ゲートの有用性の実験的検証,

10. 坂東将光, 市川翼, 近藤康, 中原幹夫, NMRを用いた入れ子型複合量子ゲートのエラー耐性評価実験, 日本物理学会 第68回年次大会, 広島大学, 2013年3月28日.
  11. M. Nakahara, M. Bando, T. Ichikawa, and Y. Kondo, Concatenated Composite Pulses, 4th Workshop on Quantum Information Science, The Hong Kong Polytechnic University, December 28, 2012.
  12. C. Bagnasco, Y. Kondo, M. Nakahara, Selective entanglement operation using a weak pulse, 日本物理学会 2012年秋季大会, 横浜国立大学, 2012年9月18日.
  13. 坂東将光, 市川翼, 近藤康, 中原幹夫, 複合量子ゲートのノイズ耐性, 日本物理学会 2012年秋季大会, 横浜国立大学, 2012年9月18日.
  14. Mikio Nakahara, Geometric Aspects of Composite Pulses, International Iran Conference on Quantum Information, Sharif University of Technology, Tehran, Iran, September 8, 2012.
  15. M. Nakahara, Mathematical Fun with NMR, Summer Research Workshop on Quantum Information Science, Taiyuan University of Technology, Taiyuan, China, July 20, 2012.
  16. U. Gungordu, C.-K. Li, M. Nakahara, Y.-T. Poon and N.-S. Sze, Identification of Noiseless Subsystem and Decoherence Free Subspace for N-Qubits, 日本物理学会第67回年次大会, 関西学院大学, 2012年3月27日.
  17. 坂東将光, 市川翼, 近藤康, 中原幹夫, ゲート操作数が軽減された複合パルスの構成, 日本物理学会第67回年次大会, 関西学院大学, 2012年3月27日.
  18. 市川翼, 坂東将光, 近藤康, 中原幹夫, 幾何学的量子計算の実装法としての複合パルス法, 日本物理学会第67回年次大会, 関西学院大学, 2012年3月27日.
  19. M. Nakahara, Two-qubit Gate Operation in a Neutral Atom Quantum Computer, BIT's 1st Annual World Congress of Nano-Science and Technology, Dalian, China, October 24, 2011.
  20. 中原幹夫, C.-K. Li, Y.-T. Poon, N.-S. Sze, 富田博之, Implementation of Noiseless Subsystems and Decoherence Free Subspaces, 日本物理学会 2011年秋季大会, 富山大学, 2011年9月21日.
  21. 坂東将光, 市川翼, 近藤康, 中原幹夫, 二種類の系統的なエラーに耐性のある量子ゲート, 日本物理学会 2011年秋季大会, 富山大学, 2011年9月21日.
  22. 中原幹夫, 李志光, 潘耀東, 施能聖, 富田博之, エラーシンドローム測定を伴わないユニタリ量子誤り訂正, 第24回量子情報技術研究会 (QIT24), 東京工業大学, 2011年5月13日.
  23. 坂東将光, 市川翼, 近藤康, 中原幹夫, エラー耐性をもつ量子ゲートの設計, 第24回量子情報技術研究会 (QIT24), 東京工業大学, 2011年5月12日.
- [図書] (計0件)  
(該当無し)
- [産業財産権] (計0件)  
(該当無し)
- [その他]  
(該当無し)
6. 研究組織
- (1) 研究代表者  
中原 幹夫 (NAKAHARA, Mikio)  
近畿大学・理工学部・教授  
研究者番号: 90189019
- (2) 研究分担者  
大見 哲巨 (OHMI, Tetsuo)  
近畿大学・理工学部・研究員  
研究者番号: 70025435  
  
近藤 康 (KONDO, Yasushi)  
近畿大学・理工学部・教授  
研究者番号: 40330229
- (3) 連携研究者  
高橋 義朗 (TAKAHASHI, Yoshiro)  
京都大学・理学(系)研究科・教授  
研究者番号: 40226907