

## 入力飽和と周期外乱をもつ系に対する外乱オブザーバによる制振\*

小坂 学<sup>\*1</sup>Vibration Suppression Using Disturbance Observer for Systems  
with Periodic Disturbances and Input SaturationsManabu KOSAKA<sup>\*2</sup><sup>\*2</sup> Department of Mechanical Engineering, Faculty of Science and Engineering, Kinki University,  
3-4-1 Kowakae, Higashi-Osaka-shi, Osaka, 577-8502 Japan

Noises and vibrations are often generated by periodic disturbances in compressors, pumps and so on. It is well known that vibration suppressing systems such as the repetitive control effectively suppress the periodic disturbances. However, there is no report about methods that can make control performance deterioration as small as possible when control inputs of the vibration suppression system are saturated. This paper designs a disturbance observer that effectively suppresses periodic disturbances. The proposed method can accurately estimate the disturbance if one of the following two conditions is satisfied. The one is that the control object is known, and the other is that the input is not saturated. The control object is assumed to be a linear system that may have time-delay element and handle multi-input and multi-output. The proposed system estimates disturbances using the structure of the disturbance observer. Some compressors system simulations are illustrated to verify the effectiveness of the method. The method is appropriate to rotational machine systems such as compressors and pumps in which the vibrations and noises should be avoided.

**Key Words:** Periodic Disturbance, Input Saturation, Vibration Suppressing

## 1. はじめに

圧縮機や洗濯機などの回転系に回転むらが発生すると、振動や騒音が生じることがある。回転むらを引き起こす要因として、周期的に変動する周期外乱がある。たとえば圧縮機の負荷トルクは、吸入時に小さく、圧縮時に大きくなる特性をもつので、回転角度に同期した周期外乱である<sup>(1)</sup>。繰り返し制御などの制振制御は、周期外乱を相殺する信号を発生させることができる<sup>(2)</sup>。そのため周期外乱を有する系に対して有効である。実システムの制御入力には飽和要素の制限を受けて制御性能が劣化し、オーバーシュートが増大したり、不安定となることがあるが、この劣化を低減させる方法が提案されている<sup>(3)~(6)</sup>。しかし制振制御系の制御入力に飽和要素の制限を受けたとき、周期外乱の位相と周期外乱を相殺する信号の位相がずれて制振性能が劣化してしまう恐れがあるが、これらの方法にはそのずれを抑制する機能はない。

本論文では、周期外乱の影響を効果的に抑制する外

乱オブザーバを設計する。本法は次の二つの条件のうち、一つでも満足されるとき、外乱を正確に推定できることを示す。その条件の一つは制御対象が既知であること、もう一つは入力に飽和されないことである。また、制御対象は線形時不変系であり、多入出力系でもむだ時間をもっているにもかかわらず、本法は振動や騒音が問題となる回転機制御系に適している。例えばブラシレス DC モータで駆動されるエアコン用圧縮機には、モータの回転速度を検出する手段が備えられている<sup>(1)</sup>。この対象に本法を適用して回転むらを抑制する場合、アクチュエータは圧縮機を駆動するモータであり、制御量は回転速度なので、新たにアクチュエータやセンサを付加する必要はない。

以下、2では周期外乱の影響を効果的に抑制できる外乱オブザーバの設計法を示し、制御入力に飽和要素の制限を受けても制振性能の劣化ができるだけ小さく抑えられる方法を示す。3では周期外乱が印加されるむだ時間系のシミュレーション実験により、本法は制御入力に飽和要素によって制限されても制御対象が既知であれば外乱の推定値の位相がずれず、ひいては制振性能の劣化ができるだけ小さく抑えられることを

\* 原稿受付 2008年2月18日。

<sup>\*1</sup> 正員、近畿大学理工学部機械工学科(〒577-8502 東大阪市小若江3-4-1)。

E-mail: kosaka@mech.kindai.ac.jp

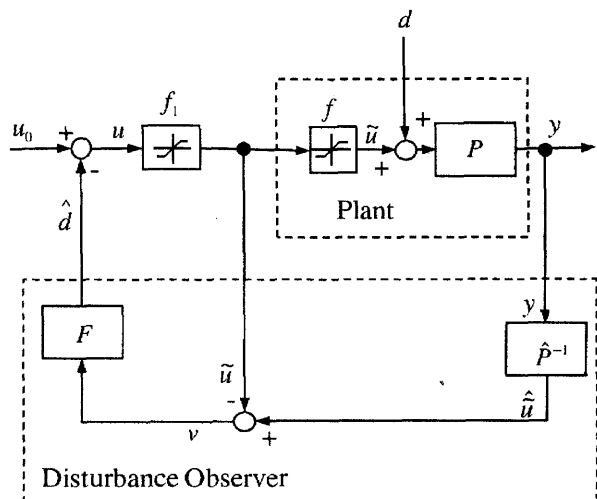


Fig. 1 A system applied disturbance observer

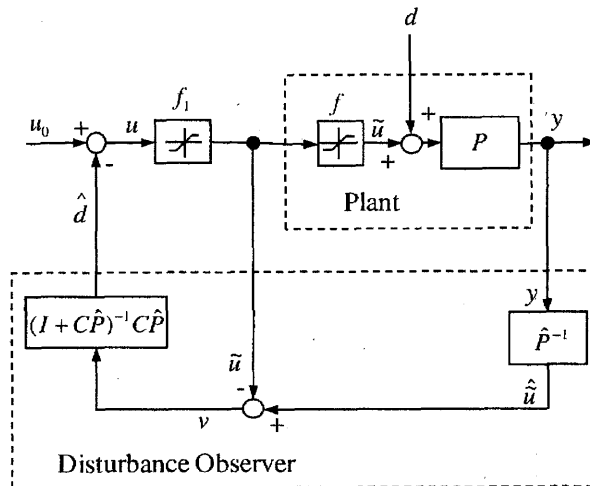


Fig. 2 Setting F as  $(I + C\hat{P})^{-1}C\hat{P}$

示す。

## 2. 周期外乱を抑制する外乱オブザーバの設計

ここでは周期外乱を抑制する外乱オブザーバの設計法を示し、制御入力に飽和要素の制限を受けても制振性能の劣化ができるだけ小さく抑えられる方法を提案する。

**2.1 制御対象** 制御対象は、次の離散時間線形時不変系である。

$$y = P \cdot (\tilde{u} + d) \tag{1}$$

$$\tilde{u} = f(u) = [f^{(1)}(u^{(1)}), \dots, f^{(n_u)}(u^{(n_u)})]^T \tag{2}$$

$$f^{(i)}(u^{(i)}) = \begin{cases} u_{max}^{(i)}, & u_{max}^{(i)} \leq u^{(i)} \\ u^{(i)}, & u_{min}^{(i)} \leq u^{(i)} < u_{max}^{(i)} \\ u_{min}^{(i)}, & u^{(i)} < u_{min}^{(i)} \end{cases}$$

$$d = \sum_{i=0}^{\infty} k_i \sin(i\omega_1 k T_s + \phi_i) \tag{3}$$

$$P = \frac{p_n}{p_d} \tag{4}$$

ただし、 $T$  は転置である。表記の簡単のため信号や伝達関数の添え字を略している。  $y \in R^{n_y}$ ,  $\tilde{u} \in R^{n_u}$  はそれぞれ出力、制御入力である。  $d \in R^{n_u}$  は周波数  $\omega_1$  の周期外乱で、  $k_i, \phi_i$  は  $i$  次調波成分の振幅と位相、  $k$  はサンプル数、  $T_s$  はサンプル時間である。  $f(\cdot)$  は飽和要素、  $x^{(i)}$  の上付き文字  $(i)$  はベクトル  $x$  の第  $i$  要素を意味する。  $P$  は制御対象の  $n_y \times n_u$  次伝達関数行列である。  $p_n$  は  $P$  の  $n_y \times n_u$  次分子多項式、  $p_d$  は  $P$  のモニツクな分母多項式であり、それぞれ次式で与えられる。

$$p_n(z^{-1}) = p_{n0} + p_{n1}z^{-1} + p_{n2}z^{-2} + \dots \tag{5}$$

$$p_d(z^{-1}) = 1 + p_{d1}z^{-1} + p_{d2}z^{-2} + \dots \tag{6}$$

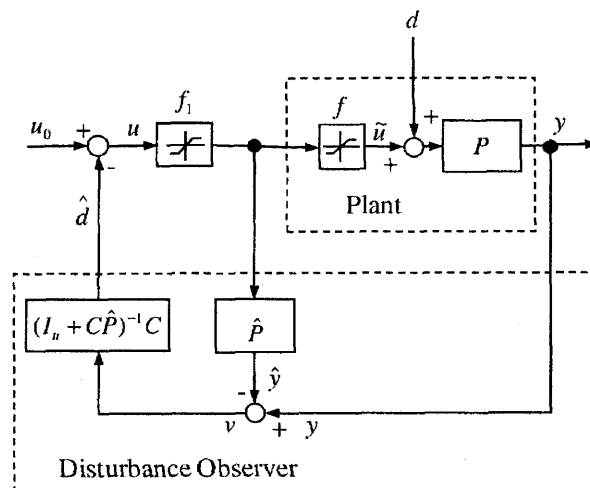


Fig. 3 Proposed system

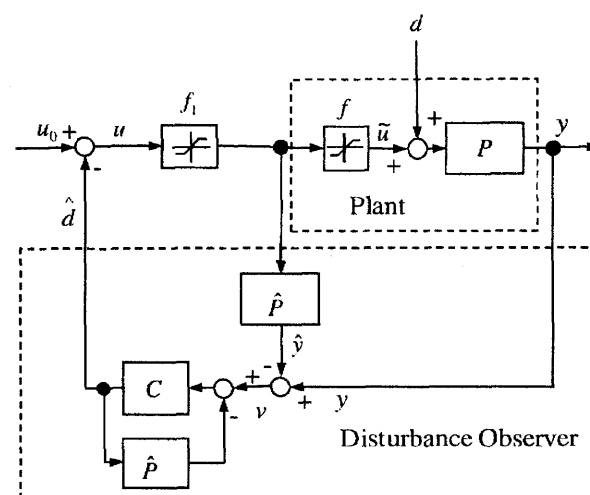


Fig. 4 Equivalent proposed system

ただし  $z^{-1}$  は遅延演算子である。

本論文では線形時不変系  $P$  のノミナルモデル  $\hat{P}$  が、

$$\hat{P} = P \quad (7)$$

を満たし、かつ周期外乱  $d$  の周波数  $\omega_1$  と飽和要素  $f^{(i)}$  の  $u_{\max}^{(i)}$  と  $u_{\min}^{(i)}$  がそれぞれ既知のとき、制御対象が既知であるとみなす。

2.2 周期外乱を抑制する外乱オブザーバの設計法  
ここでは周期外乱を抑制する外乱オブザーバの設計法を示す。

外乱オブザーバ<sup>(7)</sup>を導入した系のブロック線図を図1に示す。ただし  $F$  は  $n_u \times n_y$  次伝達関数行列である。 $f_1(\cdot)$  は飽和要素であり、次式の特性をもつ。

$$f_1(u) = [f_1^{(1)}(u^{(1)}), \dots, f_1^{(n_u)}(u^{(n_u)})]^T \quad (8)$$

$$f_1^{(i)}(u^{(i)}) = \begin{cases} u_{1\max}^{(i)}, & u_{1\max}^{(i)} \leq u^{(i)} \\ u^{(i)}, & u_{1\min}^{(i)} \leq u^{(i)} < u_{1\max}^{(i)} \\ u_{1\min}^{(i)}, & u^{(i)} < u_{1\min}^{(i)}. \end{cases} \quad (9)$$

$$u_{1\max}^{(i)} \leq u_{\max}^{(i)}, u_{1\min}^{(i)} \geq u_{\min}^{(i)} \quad (9)$$

式(8)と式(9)で  $f_1$  を設定することにより、 $f_1$  の出力が式(2)の  $f$  によって飽和されることはない。しかし図1の  $\hat{P}^{-1}$  のブロックには問題が3つある。1つ目の問題は、 $\hat{P}$  の逆行列  $\hat{P}^{-1}$  が存在するためには  $\hat{P}$  が正方行列でなければならないことである。2つ目の問題は、 $\hat{P}$  が非最小位相系のときに不安定な零点をもつので、 $\hat{P}^{-1}$  が不安定な極をもち、 $P$  の不安定零点と極零相殺を起こして系が不安定となることである。3つ目の問題は、 $\hat{P}$  がむだ時間をもつとき  $\hat{P}^{-1}$  がむだ時間の逆数をもつが、むだ時間の逆数は未来の予測を意味するため、実装することができないことである。このような問題点を解決するために、 $F$  を次式で与える。

$$F = (I_u + C\hat{P})^{-1} C\hat{P} \quad (10)$$

ただし  $I_u$  は  $n_u$  次単位行列、 $C$  は  $n_y \times n_u$  次伝達関数行列である。このとき、図1のブロック線図は図2のようになる。次に式(10)の右辺の右端の  $\hat{P}$  をブロックの入力側に移動させて図3を得る。さらにそのブロックを変換して図4を得る。図4の系には  $\hat{P}^{-1}$  のブロックが存在しないので、上記の問題が解決される。

つぎに図4の系を解析するために、 $f_1$  の飽和特性を、外乱  $d_u$  による影響とみなして次式で表す。

$$f_1(u) = u + d_u. \quad (11)$$

式(8)、式(9)、式(2)より、次式を得る。

$$\tilde{u} = f(f_1(u)) = f_1(u). \quad (12)$$

図4より次式を得る。

$$\hat{d} = (I_u + C\hat{P})^{-1} C(y - \hat{y}) \quad (13)$$

$$\hat{y} = \hat{P}f_1(u) \quad (14)$$

$$u = u_0 - \hat{d} \quad (15)$$

式(12)に式(11)、式(15)、式(13)、式(14)を順に代入する。

$$\begin{aligned} \tilde{u} &= u + d_u \\ &= -\hat{d} + u_0 + d_u \\ &= -(I_u + C\hat{P})^{-1} C(y - \hat{y}) + u_0 + d_u \\ &= -(I_u + C\hat{P})^{-1} C(y - \hat{P}f_1(u)) + u_0 + d_u \\ &= -(I_u + C\hat{P})^{-1} C(y - \hat{P}\tilde{u}) + u_0 + d_u. \end{aligned}$$

両辺に左から  $(I_u + C\hat{P})$  をかける。

$$\begin{aligned} (I_u + C\hat{P})\tilde{u} &= -C(y - \hat{P}\tilde{u}) + (I_u + C\hat{P})(u_0 + d_u) \\ \tilde{u} + C\hat{P}\tilde{u} &= -Cy + C\hat{P}\tilde{u} + (I_u + C\hat{P})(u_0 + d_u) \\ \therefore \tilde{u} &= -Cy + (I_u + C\hat{P})(u_0 + d_u). \end{aligned} \quad (16)$$

式(16)を式(1)に代入する。

$$\begin{aligned} y &= P(\tilde{u} + d) \\ &= P(-Cy + (I_u + C\hat{P})(u_0 + d_u) + d) \\ y + PCy &= P(I_u + C\hat{P})(u_0 + d_u) + Pd \\ (I_y + PC)y &= P(I_u + C\hat{P})(u_0 + d_u) + Pd \\ \therefore y &= (I_y + PC)^{-1} P(I_u + C\hat{P})(u_0 + d_u) \\ &\quad + (I_y + PC)^{-1} Pd \end{aligned} \quad (17)$$

ただし  $I_y$  は  $n_y$  次単位行列である。式(17)より、 $d$  から  $y$  までの感度関数は  $(I_y + PC)^{-1} P$  である。したがって  $C$  が  $P$  を安定化し、 $d$  の周波数  $i\omega_1$  において  $\min \sigma C(ji\omega_1) = \infty$  となるように設計すれば、 $u_0 + d_u$  が  $d$  に依存しないとき、 $d$  は  $y$  に伝達しない。ただし  $\min \sigma$  は最小特異値である。つまり  $u_0$  が  $d$  に依存せず、入力が飽和されないとき  $d_u = 0$  となり、 $\hat{P} \neq P$  であっても制振が達成され、 $\hat{d}(ji\omega_1) = d(ji\omega_1)$  となる。

つぎに  $\hat{d}$  の特性を解析する。式(13)に式(1)、式(14)、式(12)を順に代入する。

$$\begin{aligned} \hat{d} &= (I_u + C\hat{P})^{-1} C(y - \hat{y}) \\ &= (I_u + C\hat{P})^{-1} C(P(\tilde{u} + d) - \hat{P}\tilde{u}) \\ &= (I_u + C\hat{P})^{-1} C((P - \hat{P})\tilde{u} + Pd) \end{aligned}$$

式(16)を代入する。

$$\hat{d} = (I_u + C\hat{P})^{-1} C$$

$$\begin{aligned}
& ((P - \hat{P}) (-Cy + (I_u + C\hat{P})(u_0 + d_u)) + Pd) \\
(I_u + C\hat{P}) \hat{d} &= C(P - \hat{P}) (-Cy + (I_u + C\hat{P})(u_0 + d_u)) \\
& + CPd \\
(I_u + C\hat{P}) \hat{d} &= -C(P - \hat{P}) Cy + \\
& C(P - \hat{P}) (I_u + C\hat{P})(u_0 + d_u) + CPd.
\end{aligned}$$

式(17)を代入する.

$$\begin{aligned}
& (I_u + C\hat{P}) \hat{d} \\
&= -C(P - \hat{P}) C \\
& \cdot \left( (I_y + PC)^{-1} P (I_u + C\hat{P})(u_0 + d_u) + (I_y + PC)^{-1} Pd \right) \\
& + C(P - \hat{P}) (I_u + C\hat{P})(u_0 + d_u) + CPd \\
&= -C(P - \hat{P}) C (I_y + PC)^{-1} P (I_u + C\hat{P})(u_0 + d_u) \\
& - C(P - \hat{P}) C (I_y + PC)^{-1} Pd \\
& + C(P - \hat{P}) (I_u + C\hat{P})(u_0 + d_u) + CPd \\
&= -C(P - \hat{P}) C (I_y + PC)^{-1} P (I_u + C\hat{P})(u_0 + d_u) \\
& + C(P - \hat{P}) (I_u + C\hat{P})(u_0 + d_u) \\
& - C(P - \hat{P}) C (I_y + PC)^{-1} Pd + CPd \\
&= C(P - \hat{P}) \\
& \cdot \left( -C(I_y + PC)^{-1} P (I_u + C\hat{P}) + (I_u + C\hat{P}) \right) (u_0 + d_u) \\
& + \left( -C(P - \hat{P}) C (I_y + PC)^{-1} P + CP \right) d \\
&= C(P - \hat{P}) \left( -C(I_y + PC)^{-1} P + I_u \right) (I_u + C\hat{P})(u_0 + d_u) \\
& + C \left( -C(P - \hat{P}) C (I_y + PC)^{-1} + I_y \right) Pd. \quad (18)
\end{aligned}$$

ここで逆行列補題<sup>(8)</sup>

$$\begin{aligned}
& (A_m^{-1} + C_m^T B_m^{-1} D_m)^{-1} \\
&= A_m - A_m C_m^T (D_m A_m C_m^T + B_m)^{-1} D_m A_m \quad (19)
\end{aligned}$$

において,  $A_m = I_u^{-1}$ ,  $B_m = I_y + PC$ ,  $C_m = -C^T$ ,  $D = P$ とおくと, (19)から次式を得る.

$$\begin{aligned}
& (I_u - C(I_y + PC)^{-1} P)^{-1} \\
&= I_u^{-1} - I_u^{-1} (-C) (P I_u^{-1} (-C) + (I_y + PC))^{-1} P I_u^{-1} \\
&= I_u - (-C) (-PC + (I_y + PC))^{-1} P \\
&= I_u + C(I_y)^{-1} P \\
\therefore &= I_u + CP \quad (20)
\end{aligned}$$

式(20)を式(18)の第1項に代入する.

$$\begin{aligned}
& C(P - \hat{P}) (I_u + CP)^{-1} (I_u + C\hat{P})(u_0 + d_u) \\
& + C \left( -C(P - \hat{P}) C + (I_y + PC) \right) (I_y + PC)^{-1} Pd \\
&= C(P - \hat{P}) (I_u + CP)^{-1} (I_u + C\hat{P})(u_0 + d_u) \\
& + C(I_y + \hat{P}C) (I_y + PC)^{-1} Pd. \quad (21)
\end{aligned}$$

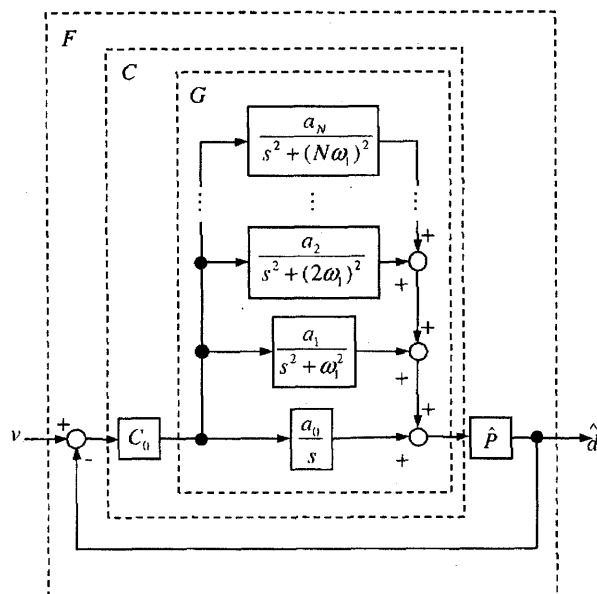


Fig. 5 A system to design C

式(18), (21)より  $\hat{d}$  の関係式を得る.

$$\begin{aligned}
\hat{d} &= \\
& (I_u + C\hat{P})^{-1} C(P - \hat{P}) (I_u + CP)^{-1} (I_u + C\hat{P})(u_0 + d_u) \\
& + (I_u + C\hat{P})^{-1} C(I_y + \hat{P}C) (I_y + PC)^{-1} Pd. \quad (22)
\end{aligned}$$

式(22)より,  $\hat{P} = P$  のとき, 次式を得る.

$$\hat{d} = (I_u + CP)^{-1} CPd. \quad (23)$$

$d$  の周波数  $i\omega_1$  において  $\min \sigma C(ji\omega_1) = \infty$  となるように  $C$  を設計したとき,  $\hat{P} = P$  ならば式(23)より,  $\hat{d}$  は  $d_u$  と無関係となり入力が飽和されても  $\hat{d}(ji\omega_1) = d(ji\omega_1)$  となる.

これから  $\hat{P}$  を安定化し,  $d$  の周波数  $i\omega_1$  において  $\min \sigma C(ji\omega_1) = \infty$  となるように  $C$  を設計する方法を述べる. 内部モデル原理によると, 閉ループ内に外乱のラプラス変換が含まれるとき, 外乱応答は漸近的に除去される<sup>(9)</sup>. 図5に示すように,  $\sin(i\omega_1)$  のラプラス変換を並列接続した  $n_y \times n_y$  伝達関数行列  $G$  と  $\hat{P}$  の直列接続を制御対象とみなしてフィードバック制御器  $C_0$  を設計する.  $G$  は  $d$  の周波数  $i\omega_1$  において  $\min \sigma G(ji\omega_1) = \infty$  となるので, 極零相殺に注意して

$$C = C_0 G \quad (24)$$

とすれば  $C$  は  $\hat{P}$  を安定化し,  $\min \sigma C(ji\omega_1) = \infty$  となる. フィードバック制御器  $C_0$  の設計は, ロバスト制御や最適制御などによりシステムティックに行うことができる.

次に飽和要素  $f_1$  によって制御入力  $u$  が制限されても  $u$  と  $\hat{u}$  の位相がずれないように  $f_1$  の設定を行う。定常状態では  $u$  と  $\hat{d}$  は周期信号となる。制振よりも定常偏差つまり、出力の平均値の誤差を小さくすることが優先される場合を考える。このとき制振のための制御入力の周期成分よりも、定常偏差抑制のための制御入力の平均値を優先することになる。そこで、式 (8) によって  $u$  の平均値を保持し、 $u$  の周期成分のみ上部と下部を均等に制限し、式 (2) の  $f_1(u)$  による飽和を制限値すれすれで受けないようにする。そのために式 (8) の  $u_{1max}$ ,  $u_{1min}$  を次式で設定することを提案する。

$$u_{1max} = u_{ave} + \min(u_{max} - u_{ave}, -(u_{min} - u_{ave})) \quad (25)$$

$$u_{1min} = u_{ave} - \min(u_{max} - u_{ave}, -(u_{min} - u_{ave})) \quad (26)$$

$$u_{ave} = \int_{t-T}^t u(\tau) d\tau \quad (27)$$

$$T = \frac{2 \cdot \pi}{\omega_1} \quad (28)$$

式 (25)~式 (30) により、 $u$  の周期成分が飽和要素  $f_1$  によって上部と下部が等しく制限されるので、 $u$  と  $\hat{u}$  の平均値が変わらず、 $f_1$  による飽和の前後で  $u$  と  $\hat{u}$  の位相がずれない。このため、制振性能の劣化ができるだけ小さく抑えられると考えられる。

### 3. シミュレーション

ここでは、ブラシレス DC モータによって駆動されるエアコン用ロータリー圧縮機<sup>(11)</sup>についてシミュレーション実験を行った。この圧縮機の負荷トルクはモータの回転速度に同期した周期外乱である。本法は次の二つの条件のうち、一つでも満足されるとき、外乱を正確に推定できることを示した。その条件の一つは制御対象が既知であること、もう一つは入力飽和されないことであった。

ブラシレス DC モータの  $dq$  軸入力電圧  $v_d$ ,  $v_q$  からモータトルク  $T$  までの伝達特性は、

$$\begin{bmatrix} v_d \\ v_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_a + sL_d & -\omega L_q \\ \omega L_d & R_a + sL_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \phi_a \omega \end{bmatrix} \quad (29)$$

$$T = p(\phi_a + (L_d - L_q)i_d)i_q \quad (30)$$

で与えた<sup>(12)</sup>。ただし  $i_d$ ,  $i_q$  は  $dq$  軸電流、 $\omega$  はモータ回転速度、 $R_a (= 0.143[\Omega])$  は  $UVW$  相の巻線抵抗、 $\phi_a (= 0.176[\text{Vs}])$  は  $d$  軸鎖交磁束数、 $L_d (= 3.5[\text{mH}])$ ,  $L_q (= 6.3[\text{mH}])$  は  $dq$  軸インダクタンス、 $p (= 2)$  は極対数であった<sup>(11)</sup>。式 (29) と式 (30) は、 $i_d$  が 0 となるように電流制御を行う  $i_d = 0$  制御と、式 (31) のモータ非干渉制御

$$v_q = u + \omega L_d + \omega \phi_a \quad (31)$$

を行うと次の特性となった<sup>(12)</sup>。

$$T = P_0 u \quad (32)$$

$$P_0 = \frac{p\phi_a}{L_q s + R} \quad (33)$$

本法の多入出力系に対する有効性を検証するために 2 つの圧縮機のトルクと回転速度が干渉しあう次の系を導入した。

$$\begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{J_s} & \frac{1}{0.01s+1} \\ -\frac{2}{0.02s+1} & \frac{1}{J_s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1 - d_1 \\ T_2 - d_2 \end{bmatrix} \quad (34)$$

ただし右辺の伝達関数行列の非対角項は干渉項、 $J = 0.000382[\text{Nms}^2]$  はモータイナーシャ<sup>(1)</sup>、 $d$  は負荷トルクであり、下付き文字 1,2 は 2 つのモータ 1,2 の諸量であることを意味した。出力を  $y = [\omega_1 \ \omega_2]^T$ , 入力を  $u = [u_1 \ u_2]^T$  とすると、制御対象の伝達関数  $P$  は、

$$P = \begin{bmatrix} \frac{1}{J_s} & \frac{1}{0.01s+1} \\ -\frac{2}{0.02s+1} & \frac{1}{J_s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{p\phi_a}{L_q s + R} & 0 \\ 0 & \frac{p\phi_a}{L_q s + R} \end{bmatrix} \quad (35)$$

で与えられた。 $P$  は線形時不変系でパラメータがすべて既知なので、周期外乱  $d$  の周波数  $\omega_1$  と入力飽和  $f$  が既知であれば、2.1 で述べた本法が適用可能となるための条件を満たした。

図 4 のシステムをマイナーループとして制御するメジャーロープのフィードバック制御器  $K$  を、出力に重みを与えた線形 2 次形式レギュレータとカルマンフィルタにより設計した<sup>(10), (11)</sup>。そのさい、定常偏差を除去できるように積分器を含む 1 型サーボ制御器として設計するために、まず制御対象に積分器を含ませて制御器を設計し、得られた制御器に積分器を含ませた。出力に重みを与えた線形 2 次形式レギュレータの評価関数  $J_f$  は、出力  $y$  の積分値  $z = (\hat{P}/s)u = y/s$  を用いて、

$$J_f = \int (z^T Q z + \hat{u}^T R \hat{u}) dt$$

で与えた。そのチューニングパラメータは  $Q, R$  であった。 $Q, R$  をスカラー  $q (= 10^{-4})$ ,  $r (= 1)$  と単位行列の積とした。カルマンフィルタのプロセスノイズ  $w_k$ , 観測ノイズ  $v_k$ , と  $w_k, v_k$  の共分散ノイズについては、 $Q_n = E(w w^T)$ ,  $R_n = E(v v^T)$ ,  $N_n = E(w v^T)$  が設計の際に必要なが、それぞれをスカラー  $q_n (= 1)$ ,  $r_n (= 1)$ ,  $n_n (= 0)$  と単位行列の積とした。得られた状態フィードバックとカルマンフィルタを組み合わせて  $1/s$  を付加し、フィードバック制御器  $K$  を得た。

式 (3) の周期外乱  $d$  は圧縮機の圧縮トルクであり、文献<sup>(1)</sup>と同様にパターンで模擬し、周期 76.4[ms], 最大値 3[Nm], 最小値 0[Nm] の矩形波を伝達関数  $1/(0.1s+1)$  に入力したときの出力を用いた。

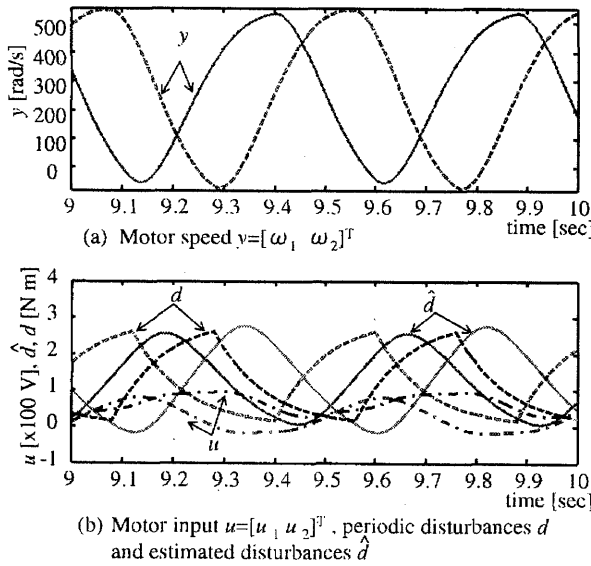


Fig. 6 Responses without disturbance observer

**3.1 C の設計** 図 5 のフィードバック制御器  $C_0$  を出力に重みを与えた線形 2 次形式レギュレータとカルマンフィルタにより設計した<sup>(10), (11)</sup>. 出力に重みを与えた線形 2 次形式レギュレータは  $q = 10^{-2}$ ,  $r = 1$  と設定した. カルマンフィルタは  $q_n = r_n = 1$ ,  $n_n = 0$  と設定した.

式 (3) で与えられる外乱  $d$  の  $i = 1, \dots, 3$  の成分を考慮した場合について  $C$  を設計した. このときの外乱  $d$  は

$$d = k_1 \sin(\omega_1 + \phi_1) + k_2 \sin(2\omega_1 + \phi_2) + k_3 \sin(3\omega_1 + \phi_3). \quad (36)$$

となった. 上式を考慮して, 図 5 の  $G$  を次式で与えた.

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + \omega_1} + \frac{1}{s^2 + (2\omega_1)} + \frac{1}{s^2 + (3\omega_1)}. \quad (37)$$

以上の設定で  $G$  をサンプル周期 0.001[s] で離散化して  $C$  を設計した.

**3.2 数値実験結果** 目標入力  $r(t) = 260.8[\text{rad/s}]$  (2500[rpm]) と設定した. まず入力飽和がないときの振動抑制効果を調べた.

外乱オブザーバのマイナーループをもち, メインループの  $K$  のみによる制御結果を図 6 に示した. 出力であるモータ回転速度  $y = [\omega_1 \ \omega_2]^T$  は図 6(a) に, 制御入力  $u = [u_1 \ u_2]^T$  と周期トルク外乱  $d$  と周期トルク外乱の推定値  $\hat{d}(=T)$  は図 6(b) にそれぞれ一点鎖線と破線と実線で示した. 式 (34) より,  $\hat{d} = T$  のとき  $\omega$  は振動しないので,  $\hat{d}$  はモータトルク  $T$  と一致する. 周

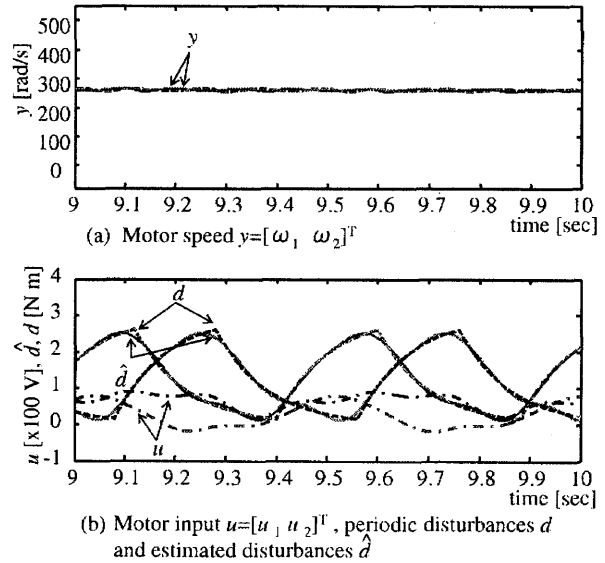


Fig. 7 Responses with the proposed disturbance observer without input saturation

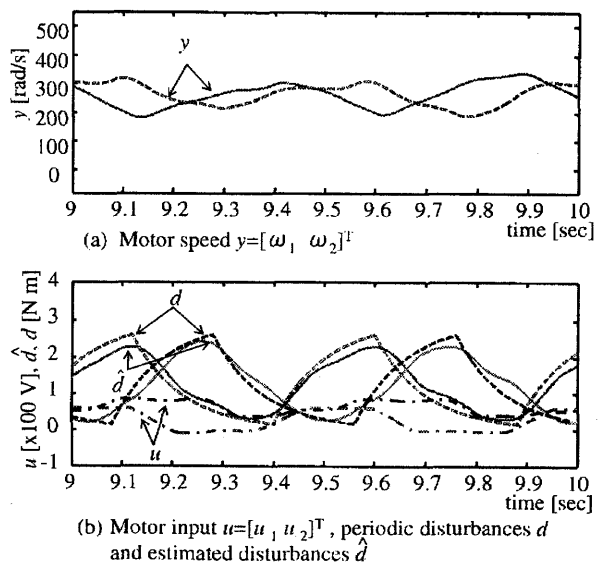


Fig. 8 Responses with the proposed disturbance observer with input saturation

期外乱  $d$  の影響で出力  $y$  は約 590[rad/s p-p] の振動が起こった.

つぎに式 (36) のように周期外乱  $d$  の基本波成分から 3 次調波成分までを考慮して設計した外乱オブザーバの制御結果を図 7 に示した. 出力であるモータ回転速度  $y = [\omega_1 \ \omega_2]^T$  は図 7(a) に, 制御入力  $u = [u_1 \ u_2]^T$  と周期トルク外乱  $d$  と周期トルク外乱の推定値  $\hat{d}(=T)$  は図 7(b) にそれぞれ一点鎖線と破線と実線で示した.  $d$  と  $\hat{d}$  の線はほぼ重なり合った. 外乱を良好に推定することができており, 応答が改善され, さらに出力の振動が約 15[rad/s p-p] まで抑制された. 残った振動

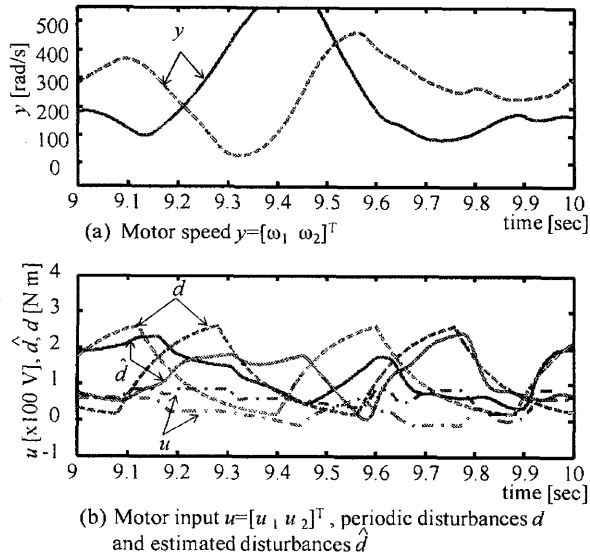


Fig. 9 Responses with conventional disturbance observer set  $F$  as  $1/(0.1s + 1)$  with input saturation

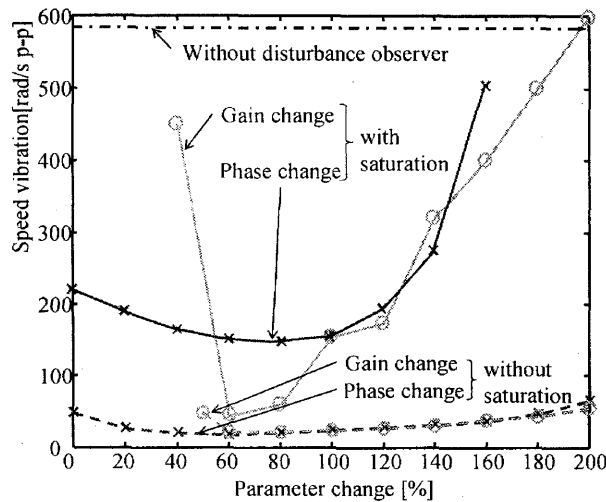


Fig. 10 Parameter change and output speed vibrations

は4次調波以上の高調波成分であった。

つぎに入力飽和  $f$  を  $u_{max} = [60 \ 85]^T$  [V],  $u_{min} = -u_{max}$  に設定した。外乱の3次調波成分まで考慮した外乱オブザーバの制御結果を図8に示した。出力であるモータ回転速度  $y = [\omega_1 \ \omega_2]^T$  を図8(a)に、制御入力  $u = [u_1 \ u_2]^T$  と周期トルク外乱  $d$  と周期トルク外乱の推定値  $\hat{d} (= T)$  を図8(b)にそれぞれ一点鎖線と破線と実線で示した。出力の振動は約154 [rad/s p-p] に抑制され、入力  $u$  が飽和されても外乱  $d$  と推定外乱  $\hat{d}$  の位相差はほぼなかった。これより本法は制御対象が既知であるとき、制御入力飽和要素によって制限されても外乱の推定値の位相がずれず、ひいては制振

性能の劣化ができるだけ小さく抑えられた。同じ条件で、従来の図1の外乱オブザーバを適用した結果を図9に示した。 $F$  は  $1/(0.1s + 1)$  に設定した。出力振動の振幅と周期は定常値に落ち着かず、乱れたままであり、その振動は約571 [rad/s p-p] と本法の結果よりも約4倍大きかった。

つぎに制御対象のパラメータ変動が本法におよぼす影響を調べた。図10に  $P$  のゲインまたは位相が変動したときの出力の振動の大きさを示した。ゲイン変動は、イナーシャ  $J$  を真値の0~200%の間で変動させた。100%のときに  $J$  は真値であった。その結果を○印のマークで示した。位相変動は、 $q$  軸インダクタンス  $L_q$  を真値の0~200%の間で変動させた。その結果を×印のマークで示した。入力飽和がないときを破線、あるときを実線で示した。図8のシミュレーションと同じ制御器を用いた。不安定となったときは、線を書かなかった。図10より、ゲイン変動を起こす  $J$  が50%以下のときにシステムが不安定化した。入力が飽和されなかったとき、ゲイン変動時と位相変動時の振動の大きさを示す破線はそれぞれ70 [rad/s p-p] 以下であった。高次調波の変動によって振動の大きさが若干ばらつくが、制振制御なしのときの振動約590 [rad/s p-p] に比べると抑制された。これより本法は、入力が飽和されなかったとき、制御対象のパラメータが変動しても系が安定ならば良好に制振を行うことができた。位相が0%のとき、 $L_q = 0$  となって式(35)より  $P$  は低次元化されるが、このときも良好な制振効果が得られた。つぎに入力が飽和されたとき、図10よりゲイン変動時と位相変動時の振動を表す実線は100%よりも大きくなればなるほど増加した。100%以下において振動が、100%のときよりも小さくなるものがあつたが、これはゲイン変動によって制振に必要な入力の最大値も変動してしまったこと、高次調波の変動によると考えられた。

実応用において、 $\hat{P} = P$  の条件を厳密に実現することは不可能であるが、本シミュレーションの場合には、 $P$  のゲインまたは位相が約-40%~+20%の範囲で変動してもそこそこの制振性能が得られることが示された。

#### 4. まとめ

本論文では、周期外乱の影響を抑制するために有効な外乱オブザーバを設計し、制御入力飽和されても制振性能の劣化ができるだけ小さく抑えられる方法を示した。本法は次の二つの条件のうち、一つでも満足されるとき、外乱を正確に推定することができた。そ

の条件の一つは制御対象が既知であること、もう一つは入力が飽和されないことであった。モータのシミュレーション実験により、本法は制御入力が飽和されても外乱の推定値の位相がずれず、ひいては制振性能の劣化ができるだけ小さく抑えられることを示した。本法は振動や騒音が問題となる回転機制御系に適している。

## 文 献

- (1) Nakamura Mitsuru, Hata Hiroaki, Nakamura Yozoo, Endo Tsunehiro, Iizuka Kenichi: Study on Vibration Reduction of a Rolling Piston-Type Compressor by Motor Torque Control : 1st Report, Basic Study on Theoretical Analysis and Computer Simulation (in Japanese): Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers. C, Vol.56, No.522, pp. 315-322 (1990)
- (2) T. Inoue et. al., *High Accuracy Control of a Proton Synchrotron Magnet Power Supply*, Proc. of the 8th IFAC World Congress, Vol. 10, P. 216-221, 1981.
- (3) Manabu Kosaka, Hiroshi Uda, Eiichi Bamba, Kouji Tanikake, Kazuhisa Kitanaka and Yasuhisa Sugiyama, Anti-windup feedforward controller design for reference input expressed as a time polynomial, *International Journal of Control and Intelligent Systems*, Vol.33, No.2, pp. 87-94 (2005)
- (4) Manabu Kosaka, Hiroshi Uda, Eiichi Bamba, Anti-windup method for 2DOF model matching control system using switch (in Japanese), *Transaction of the Japan Society of Mechanical Engineers (T. JSME)*, Vol. 71, No. 703, pp.995-1002 (2005-3)
- (5) Manabu Kosaka et. al., Anti-windup for two degree of freedom model matching control system (in Japanese), *Transaction of the Society of Instrument and Control Engineers (T. SICE)*, Vol.41, No.11, pp. 903-908 (2005)
- (6) Manabu Kosaka, Hiroshi Uda, Anti-windup using switch for SISO system, *Journal of Low Frequency Noise, Vibration and Active Control*, Vol.26, No.3, pp. 215, 2007
- (7) Ohnishi K., Industry Applications of Disturbance Observer, *Proc. of the International Conference on Recent Advances in Mechatronics*, pp. 72-77 (1995)
- (8) Toru Katayama: *Introduction to system identification*, Asakura, p. 78 (1994)
- (9) B. Francis and W. Wonham, The internal model principle of control theory, *Automatica*, Vol. 12, No. 5, pp. 457-465 (1976)
- (10) Kwakernaak, Huibert and Sivan, Raphael, *Linear Optimal Control Systems*. First Edition, Wiley-Interscience (1972)
- (11) Manabu Kosaka and Hiroshi Uda, Sensorless IPMSM drive with EKF estimation of speed and rotor position, *Journal of Low Frequency Noise, Vibration and Active Control*, Vol.23, No.1, pp. 59-69 (2004)
- (12) Y. Takeda, S. Motimoto, N. Matsui, Y. Honda: The design and control of interior permanent magnet synchronous motor, Ohm-sha, (2001)