

数理計画法による時間割作成アルゴリズム

神田 毅 *

植村 隆 **

Algorithm of Class-scheduling Using Mathematical Programming

Takeshi KANDA *

Ryu UEMURA **

Abstract Class-scheduling of a school is often very complicated and time-consuming due to some factors, which are strict limitation of availabilities of teachers, lack of facilities, and mixture of classes based on various criteria such as proficiency levels and the structure of courses that are in transition. The purpose of this paper is to contribute to overcoming this problem by means of considering an algorithm of automatic class-scheduling. The idea of mathematical programming is adopted here, because of the following reasons; it is expected to give the answer that maximizes the quality of the scheduling in feasible cases, and to detect the main factor that causes breakdown in infeasible cases. Firstly, we formulate an actual class-scheduling as a format of mathematical programming. Secondly, we solve the small-sized formulated mathematical programming problem by Excel Solver, which is commercial software solving those kinds of problems. Lastly, we enumerate future works for this research.

Keyword Class-scheduling, Mathematical Programming, Integer programming, Excel Solver

1. 背景と目的

学校の時間割を作成する作業は、たいへん複雑で多大な手間のかかることが多い。複雑になる理由は、教員の都合、施設の不足、連続した時間帯に行わなければならない授業の存在、ホームルーム別・学科別・レベル別・男女別等の様々な基準で分けられたクラスの混在、また、カリキュラムの変更によって起こる複数の学科制度の混在と、様々である。そのため、自動化するソフトウェアが多数市販されているものの、各学校の実情に合っていてそのまま利用できるものを見つけることは困難である。(1)

本研究の目的は、時間割作成をできる限り自動化して、この問題の克服に何らかの貢献をすることである。本稿では特に、数理計画法での時間割作成を試みる。それにより、時間割が作成できる場合については、その時間割をできる限り質の良いものにも同時に実現されると期待している。時間割が作成できない場合については、そのことが明確に示され、いかなる制約が破綻を導いたが特定できると期待している。

* 近畿大学工業高等専門学校

総合システム工学科 情報コミュニケーションコース

** 近畿大学工業高等専門学校 専攻科

生産システム工学専攻 電気電子工学

式化する。3章では、簡略化した時間割作成問題を、2章に示した方法によって市販のソフトウェアである Excel Solver を用いて解く様子を示す。4章で結論をまとめ、5章で今後の課題を述べる。

2. 時間割作成問題の定式化

ここでは、時間割作成問題を数理計画問題 (2) として定式化する。はじめに2.1で数理計画問題とはどのような問題なのかを述べる。次の2.2で、時間割作成問題を数理計画問題の形式で記述する。

2.1 数理計画問題とは

数理計画問題とは、数式で与えられた制約条件の下で、目的とする関数の値を最大化または最小化する問題で、その種の問題を解く手法を広く数理計画法と呼ぶ。数理計画問題は次の書式 (以下では※で示す) で表せる。

$$\text{Maximize } f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

$$\text{Subject to } g_1(x_1, x_2, \dots, x_n) \geq 0$$

応しているとするば、

$$\sum_c x_{c,s,d,p} \leq 1$$

と表せる。 $s=1, 2, \dots, S$ 、 $d=1, 2, \dots, D$ 、

$p=1, 2, \dots, P$ の全ての値について成り立つ必要があ

るので、SDP本の1次不等式がある。教員と科目が1対1に対応しているという仮定は現実から非常にずれているようだが、1教員が担当する全ての科目を、便宜上同一科目とみなすと、この仮定が現実合いやすくなる。そうみなしても現実合わないのは、逆に1科目を複数教員が担当する場合である。その場合に対応するには、より込み入った定式化が必要となる。

2. 2. 3. 3 学生制約

これは、各クラスがいつの時間帯でも1つの授業しか受けることができず、かつ、どのクラスも各曜日の時間割に穴が空かないという制約であり、

$$\sum_s x_{c,s,d,1} = 1$$

$$\sum_s x_{c,s,d,p} - \sum_s x_{c,s,d,p+1} \geq 0$$

と表せる。1時限目には必ず1つの授業を受け、授業がない時限があったら、その後はずっと授業がないようにしている。第2式は $p=1, \dots, P-1$ の全ての値について、

2式とも $c=1, 2, \dots, C$ 、 $d=1, 2, \dots, D$ の全ての値について成り立つ必要があるので、1次式、1次不等式を合わせて CDP本ある。

2. 2. 4 その他の制約条件

ここでは、基本制約条件には分類しなかったものの、現実的には必要なことの多い条件の内から、今回数式での表現を試みたものを挙げる。

2. 2. 4. 1 科目連続性・不連続性制約

現実の時間割では、例えば週に2時限の科目の場合に、その2時限を連続にしたいとか、連続にしたいとかの要求があり得る。

不連続性制約

同クラスに同科目の授業が2時限以上連続で入らないようにする条件は、

$$\sum_{p=1}^{P-1} (x_{c,s,d,p} + x_{c,s,d,p+1}) \leq 1$$

と表せる。

連続性制約

逆に、同クラスに同科目の授業が1時限だけでは入らないようにする条件は、

$$x_{c,s,d,1} - x_{c,s,d,2} \leq 0$$

$$x_{c,s,d,p} - (x_{c,s,d,p+1} + x_{c,s,d,p-1}) \leq 0$$

$$(p=2, 3, 4, \dots, P-1)$$

$$x_{c,s,d,P} - x_{c,s,d,P-1} \leq 0$$

と表せる。この条件は、週に1時限の科目には設定する意味がなく、設定すれば必ず実行不能となる。

3. 実験内容

ここでは、簡略化した時間割作成問題を2章に示した方法によって、市販のソフトウェアである Excel Solver を用いて解く様子を示す。3. 2節がその中心になる、Excel Solver を用いて0-1整数計画問題の解を得るステップである。その前の3. 1節で、Excel Solver に与える入力データを Excel VBA 言語のプログラムで作るステップについて説明し、3. 3節では、Excel Solver が与えた出力データを Excel VBA 言語のプログラムで人間に見やすい時間割の書式に作り替えるステップについて説明する。3. 4節では、問題設定を変えながら、結果を紹介する。

3. 1 Excel Solver の入力データの作成

提案している0-1整数計画問題を Excel Solver で解くために、あらかじめ目的関数、制約条件を表計算ソフトウェアの Excel に書き入れておく必要がある。この処理を自動化するために、Excel VBA 言語のプログラムを作成した。

このプログラムでは、クラス数 C 、科目数 S 、曜日数 D 、時限数 P 、各クラスが各科目の授業を受ける時限数 $u_{c,s}$ を与えると、提案している 0-1 整数計画問題の目的関数や制約条件が、Excel Solver が読み込める形式で Excel のセルに自動的に記入されるようになっている。基本制約条件の時間割 (2 クラス・2 科目・1 曜日・2 時限・全科目 2 時限ずつ) の場合の実行結果が図 1 で、これが Excel Solver の入力となる。

目的関数	変数16個	単位数制約3本	教員制約3本	学生制約3本
0	x1111=	0 = 2	0 <= 1	0 = 1
	x1112=	0 = 2	0 <= 1	0 = 1
	x1121=	0 = 2	0 = 1	0 = 1
	x1122=	0 = 2	0 = 1	0 = 1
	x1211=		0 = 1	0 = 1
	x1212=		0 <= 1	0 = 1
	x1221=		0 <= 1	0 = 1
	x1222=		0 <= 1	0 = 1
	x2111=			
	x2112=			
	x2121=			
	x2122=			
	x2211=			
	x2212=			
	x2221=			
	x2222=			

変数の値に応じて
変数の値が制約条件の左辺に入るセル 計算されるセル

図 1. Excel Solver の入力

3. 2 Excel Solver による求解

すでに記入された目的関数や制約条件が読み込まれ、解が求まる。図 2 は、図 1 を元にして得た Excel Solver の出力である。これで、科目の時限への割り当ては事実上完了している。

目的関数	変数16個	単位数制約3本	教員制約3本	学生制約3本
1	x1111=	1 = 2	1 <= 1	1 = 1
	x1112=	0 = 2	1 <= 1	1 = 1
	x1121=	0 = 2	1 <= 1	1 = 1
	x1122=	1 = 2	1 <= 1	1 = 1
	x1211=		1 <= 1	1 = 1
	x1212=		1 <= 1	1 = 1
	x1221=		1 <= 1	1 = 1
	x1222=		1 <= 1	1 = 1
	x2111=			
	x2112=			
	x2121=			
	x2122=			
	x2211=			
	x2212=			
	x2221=			
	x2222=			

変数の値 満たされた制約条件

図 2. Excel Solver の出力

3. 3 解の表示

図 2 で科目の割り当てが完了しているが、このままでは時間割がどうできたのかがわかりにくいので、人間に見やすい時間割の書式に作り替えたい。この処理を自動化する

ために、Excel VBA 言語のプログラムを作成した。その実行結果が図 3 であり、時間割表が正しく作成されたことがわかる。この設定では正しい時間割は複数あるが、そのうちの 하나가出力されている。

曜日1			曜日2		
時限\クラス	クラス1	クラス2	時限\クラス	クラス1	クラス2
1時限	科目1	科目2	1時限	科目2	科目1
2時限	科目2	科目1	2時限	科目1	科目2

図 3. 作成された時間割

3. 4 実験結果

図 4 は、基本制約条件 (4 クラス・5 科目・1 曜日・5 時限・全科目 1 時限ずつ) の場合の実行結果である。

曜日1				
時限\クラス	クラス1	クラス2	クラス3	クラス4
1時限	科目1	科目3	科目2	科目5
2時限	科目2	科目4	科目5	科目1
3時限	科目5	科目1	科目4	科目3
4時限	科目4	科目5	科目3	科目2
5時限	科目3	科目2	科目1	科目4

図 4. 作成された時間割 (基本制約条件)

図 5 は、基本制約条件 (2 クラス・3 科目・1 曜日・6 時限・1 時限と 2 時限と 3 時限の科目あり) に、不連続性制約条件 (2 時限以上の科目でも 1 時限ずつ行う) が付いた場合の実行結果である。

曜日1		
時限\クラス	クラス1	クラス2
1時限	科目1	科目3
2時限	科目3	科目2
3時限	科目2	科目3
4時限	科目3	科目2
5時限	科目2	科目3
6時限	科目3	科目1

図 5. 作成された時間割 (不連続性制約付き)

図 6 は、基本制約条件については図 5 と同じで、連続性制約条件 (2 時限以上の科目は全て連続に行う) が付いた場合の実行結果である。

曜日1		
時限\クラス	クラス1	クラス2
1時限	科目1	科目3
2時限	科目2	科目3
3時限	科目2	科目3
4時限	科目3	科目1
5時限	科目3	科目2
6時限	科目3	科目2

図 6. 作成された時間割 (連続性制約付き)

全ての場合で、誤りのない時間割が出力できていることがわかる。

4. 結論

本稿では、学校の時間割作成の問題を数理計画問題として定式化し、非常に簡略化した時間割であれば自動で作成できることが例示された。

5. 課題

本稿で自動作成ができた簡略化された時間割を、どれだけ現実の複雑さ・規模の時間割に近づけていけるか、今後試みたい。今回の簡略化された時間割は、次の点で現実の時間割と大きな差異があり、現実の時間割の自動作成ができるためには、本稿の定式化を拡張する必要がある。

- 1科目1教員に限定されている。
- 1学生1クラスに限定されている。
- 部屋を考慮していない。

また、数理計画問題としての定式化ができていても、クラス数や科目数が少し増えただけで、現実的な時間内に解けなくなる見込みである。よって、変数や制約式の個数を減らす工夫や、本問題に特化した解の探索手法の構築も必要である。

参考文献

- 1) 平井直人、植村隆、加藤功治、今住友哉、時間割作成支援ソフトの研究と開発、近畿大学工業高等専門学校2009年度電気電子コース・情報コミュニケーションコース卒業論文、2010。
- 2) 矢部博、工学基礎 最適化とその応用、新・工学系の数学、2006。