商経学叢　第58巻第3号　2012年3月

研究室配属問題へのファジィ数理計画法の適用

桑　野　裕　昭*

概要　本研究では，先行研究として行われてきた研究室配属問題に対する数理計画法に基づくアプローチを拡張し，ファジィ線形計画法によるアプローチを提案する。数理計画法に基づく従来研究では，学生の研究室に対する選好のみを取り上げ，研究室の学生に対する選好を取り扱ってこなかった。我々の提案するアプローチでは，それぞれの研究室が学生に求める能力を，本論文において提案する属性及び属性値の導入によって表現することで，研究室の学生に対する選好を代替的に取り扱うことが可能となる。これにより，従来から取り上げられてきた学生の選好構造のみならず，研究室が望ましいと考える学生像をモデルに導入することが可能となる研究室配属問題の新しい定式化を得る。

Abstract　In this paper, we will propose the new approach based on fuzzy mathematical programming technique to the laboratory assignment problem of students.　Our approach is an extension of one based on mathematical programming technique (MPT).　In early studies by MPT, only preference structure of students to laboratories is focused. So we will introduce attributes and attribute values, which are fuzzy propositions and linguistic variables, to express personae who are needed by laboratories.　As the results, our proposed model will include both the preference structure of students and the personae of laboratories.

キーワード　研究室配属問題，ファジィ数理計画法，属性，属性値
原稿受理日　2012年2月1日

*　金沢学院大学経営情報学部（Faculty of Business Administration and Information Science, Kanazawa Gakuin University）

1　は　じ　め　に

多くの大学あるいは学部・学科では，学生が上位学年に進級するとひとり乃至複数人の教員から個別的指導を受けることにより，専門性の高い知識や技術を修得するための方策として，一般的に研究室と呼ばれる組織へ個々の学生を割り当てを行っている。一人ひとりの学生にとっては，自らの専門性をどの分野において高めていくかを決定づけるという意味において，非常に重要な問題であり，出来得る限り自らの希望を叶えたいと考えることは極めて自然な態度である。しかしながら，所謂研究室においては教員数などの人的な制約や使用施設・設備等の物質的な制約もあり，すべての学生の希望を満たすため無制限に学生を受け入れること不可能である。そのため，各研究室ではそれ独自の制約を考慮した受け入れの上限数を設定する場合が多い。更に，研究室間で所属学生数が大きく異なることを避けるため，受け入れ下限数を設定する場合もある。このように研究室毎に学生の受け入れ上下限数が存在する条件の下で，学生の希望が出来得る限り叶えられるように，逆に言えば，学生の不満が出来得る限り小さくなるように，個々の学生を複数の研究室のうち必ずいずれか一つに割り当てる問題を研究室配属問題と呼ぶことにする。

上述のように多くの大学あるいは学部・学科において研究室配属問題が存在している。そのため，多くの研究者がこの問題に関心を持ち，さまざまな研究が行われてきた。例えば，今野らによるケース・スタディー[10][11] がある。彼らは数理計画法を適用することにより，この問題の解法を与えた。今野らと同様に数理計画法を用いた研究としては Proll[14] などもある。一方，片岡らによる，安定結婚問題の概念を一般化した安定性に基づく数理モデルの構築とその数理的性質の導出[7]-[9] がある。この一連の研究は Gale-Shapley のアルゴリズム[2] を改良，発展させたものである。片岡らの研究同様に新たなアルゴリズムを提案し，そのシミュレーションを行った研究には早川ら[4] などがある。また，原らは遺伝的アルゴリズムを用いた考察[3] を行っている。更にまた，理論的観点よりも実践的な観点を重視した研究としては，堀田[5][6] や八木[16][17]，桑野[13] などもある。

これらの研究の多くは，今野らと同様に数理計画法に基づくアプローチ，及び，片岡らと同様に安定結婚問題に基づくアプローチの2つに大別できる。数理計画法に基づくアプローチでは，一人ひとりの学生が配属され得る研究室間に選好関係を持ち，それを重みとして表現できるという前提に立つ。一方，安定結婚問題に基づくアプローチでは，学生のもつ選好順序だけはなく，研究室も学生間に順序をつけているという前提に立っている。

換言すれば，数理計画法に基づくアプローチではそのモデルに学生の選好構造しか反映されず，安定結婚問題に基づくアプローチでは，個々の研究室が一般的には研究室よりもより多く存在していると仮定される学生に順序を与えることが必要となる。

本研究では，上記の問題点を解消するひとつの方法として，数理計画法に基づくアプローチをフレームとし，個々の研究室が学生の集合上に選好関係を与えるのではなく，研究室は求める学生の属性を示し，それにより適合する学生を選択し得るモデルの提案を行う。このモデルでは，一人ひとりの学生がより望ましい研究室に配属され，また，個々の研究室はその特性により適合する学生を受け入れることが可能となる。

2　研究室配属問題

まず，数理計画法に基づくアプローチによって研究室配属問題を定式化する。

この問題の前提は，以下のような状況である。

(i)　研究室の数は $m(>0)$ である。

(ii)　$n(>0)$ 人の学生はすべていずれかひとつの研究室に所属する。

(iii)　各研究室では受け入れる学生数の上限数を決めている。研究室 L_j の上限数を $c_j(>0),\ j=1,2,\dots,n$ によって表す。[*1]

(iv)　各々の学生 $S_i,\ i=1,2,\dots,m$ は各研究室 $L_j,\ j=1,2,\dots,n$ に対して，選好を表す重み $w_{ij}(>0)$ を持つ。但し，学生 S_i が研究室 L_k よりも研究室 L_j への配属を希望する場合には $w_{ij}>w_{ik}$ となるように重み付けられているとする。

これらの条件を満たすモデルを数理計画問題として定式化すると，以下のように 0-1 制約を持つ線形計画問題として表現される（今野[10][11] など)。

$$
\begin{array}{lll}
\text{Maximize} & \displaystyle\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} w_{ij}x_{ij} & \\
\text{subject to} & \displaystyle\sum_{i=1}^{m} x_{ij} \le c_j, & j=1,2,\dots,n, \\
& \displaystyle\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = 1, & i=1,2,\dots,m, \\
& x_{ij} \in \{\,0,1\,\}. &
\end{array}
\tag{1}
$$

*1　より一般的な定式化では下限数も与えられるが，ここでは簡単のため上限数のみが与えられた問題を取り扱う。

現実の状況に上記のモデルを適用する場合には，個々の重み w_{ij} の設定に工夫が求められる（今野[10][11]）が，ここではその点については取り扱わないこととする。

3　研究室配属問題の拡張

以下では，ファジネスを導入することにより，式(1)によって与えられたモデルの拡張を行う。

3.1　属性と属性値

数理計画法にもとづくアプローチの場合，学生は研究室間に選好構造を持つとして定式化され，安定結婚問題に基づくアプローチの場合，学生の選好構造に加え，研究室も学生間に選好構造を持つと考えた。ここでは，個々の研究室の学生に対する選好関係を仮定せず，研究室はそれぞれの特性に応じて，学生に求める属性を示すものとする。

例 3.1　ある研究室 L_j が配属される学生に対して以下の３条件

$\widetilde{\mathrm{P}}_j^1$：「プログラミング・スキルがある」

$\widetilde{\mathrm{P}}_j^2$：「コンピュータ操作が得意である」

$\widetilde{\mathrm{P}}_j^3$：「数学が得意である」

を満たして欲しいと考える場合，この３条件が学生に求める属性となる。

各研究室 $L_j\ j=1,2,\ldots,n$ が学生に求める属性を $\widetilde{\mathrm{P}}_j^1,\widetilde{\mathrm{P}}_j^2,\ldots,\widetilde{\mathrm{P}}_j^{k_j}$ とすれば，全属性数 p は

$$p \leq \sum_{j=1}^{n} k_j$$

を満たす。簡単のため，全ての属性に番号を付け替え，属性を $\widetilde{\mathrm{P}}_1,\widetilde{\mathrm{P}}_2,\ldots,\widetilde{\mathrm{P}}_p$ で表す。

改めて，研究室毎に全ての属性 $\widetilde{\mathrm{P}}_1,\widetilde{\mathrm{P}}_2,\ldots,\widetilde{\mathrm{P}}_p$ に対し，次の例のような属性値を与えるものとする。

例 3.2（例 3.1の続き）。研究室 L_j が配属される学生に対して以下の３条件

$\widetilde{\mathrm{P}}_j^1$：「プログラミング・スキルがある」

$\widetilde{\mathrm{P}}_j^2$：「コンピュータ操作が得意である」

$\widetilde{\mathrm{P}}_j^3$：「数学が得意である」

を満たして欲しいと考えており，別の研究室L_kが

$\widetilde{\mathrm{P}}_k^1$：「英語が得意である」

$\widetilde{\mathrm{P}}_k^2$：「オペレーションズ・リサーチが得意である」

を満たして欲しいと考えるとする。他の研究室も上記の5つのいずれかを満たして欲しいと考えているとすると，属性数 $p=5$ となる。

改めて，以下のように研究室L_jを属性$\widetilde{\mathrm{P}}_1,\widetilde{\mathrm{P}}_2,\ldots,\widetilde{\mathrm{P}}_5$及びその属性値によって特徴づける。

$\widetilde{\mathrm{P}}_1$：「プログラミング・スキルがある」の属性値は「当てはまる」

$\widetilde{\mathrm{P}}_2$：「コンピュータ操作が得意である」の属性値は「当てはまる」

$\widetilde{\mathrm{P}}_3$：「数学が得意である」の属性値は「当てはまる」

$\widetilde{\mathrm{P}}_4$：「英語が得意である」の属性値は「関係せず」

$\widetilde{\mathrm{P}}_5$：「オペレーションズ・リサーチが得意である」の属性値は「関係せず」

同様に，研究室L_kは以下のように特徴づけられる。

$\widetilde{\mathrm{P}}_1$：「プログラミング・スキルがある」の属性値は「関係せず」

$\widetilde{\mathrm{P}}_2$：「コンピュータ操作が得意である」の属性値は「関係せず」

$\widetilde{\mathrm{P}}_3$：「数学が得意である」の属性値は「関係せず」

$\widetilde{\mathrm{P}}_4$：「英語が得意である」の属性値は「当てはまる」

$\widetilde{\mathrm{P}}_5$：「オペレーションズ・リサーチが得意である」の属性値は「当てはまる」

これらを定式化するために基本的な定義を示す。

定義 3.1（ファジィ集合，Zadeh[18]）$\widetilde{A}$が集合S上のファジィ集合であるとは，

$$\mu_{\widetilde{A}}:S\longrightarrow[0,1]$$

によって特徴づけられるときをいう。また，この関数$\mu_{\widetilde{A}}$をファジィ集合$\widetilde{A}$のメンバーシップ関数と呼ぶ。

ファジィ論理の用語を用いると，属性$\widetilde{\mathrm{P}}_1,\widetilde{\mathrm{P}}_2,\ldots,\widetilde{\mathrm{P}}_p$はファジィ命題である。古典論理に基づく命題の真理値が$0,1$のいずれかに限られるのに対し，ファジィ命題の真理値空間は$[0,1]$である。更に，ファジィ命題の真理値空間$[0,1]$上のファジィ集合（言語変数（Zadeh[19]）と呼ぶ）として属性値は与えられる。

例3.3（例3.2の続き）。属性値「当てはまる」及び属性値「関係せず」は真理値空間$[0,1]$のファジィ集合であり，それぞれメンバーシップ関数$\nu_5, \nu_6 : [0,1] \longrightarrow [0,1]$;

$$
\nu_5(x) = \begin{cases} \dfrac{x-0.75}{0.25} & 0.75 \leq x \leq 1 \text{ のとき} \\ 0 & \text{その他} \end{cases}
$$
$$
\nu_6(x) = 1
$$

によって特徴づけられる。

3.2　ファジィ化された研究室及びファジィ化された学生

これまでの議論によって，研究室を各属性の属性値により特徴づけることが可能となった。そこで，次のような定義を与える。

定義 3.2（ファジィ化された研究室及びファジィ化された学生）$\widetilde{V}_1, \widetilde{V}_2, \ldots, \widetilde{V}_q$を真理値空間$[0,1]$上に定義された属性値とし，それを特徴づけるメンバーシップ関数を$\nu_1, \nu_2, \ldots, \nu_q$とする。

このとき，研究室 L_j $j=1,2,\ldots,n$ の属性 $\widetilde{\mathrm{P}}_1, \widetilde{\mathrm{P}}_2, \ldots, \widetilde{\mathrm{P}}_p$ に対する属性値のリスト$(\widetilde{V}_{j_1}, \widetilde{V}_{j_2}, \ldots, \widetilde{V}_{j_p})$を同一視し，$\widetilde{L}_j$と表す。即ち，研究室$L_j$を$p$次元真理値ベクトル$\widetilde{L}_j$;

$$
\widetilde{L}_j = (\widetilde{V}_{j_1}, \widetilde{V}_{j_2}, \ldots, \widetilde{V}_{j_p}) \tag{2}
$$

と見なし，$\widetilde{L}_j$をファジィ化された研究室と呼ぶ。同様に，メンバーシップ関数で表すときには

$$
\mu_{\widetilde{L}_j}(\boldsymbol{x}) = \big(\nu_{j_1}(x_1), \nu_{j_2}(x_2), \ldots, \nu_{j_p}(x_p)\big)
$$

とする。

同様に，以下の定義により学生S_i $i=1,2,\ldots,m$をp次元真理値ベクトル$\widetilde{S}_j$と見なし，ファジィ化された学生と呼ぶ。

以下では，明示的に

$$
\mu_{\widetilde{L}_j}(\boldsymbol{x}) = \Big(\nu^1_{\widetilde{L}_j}(x_1), \nu^2_{\widetilde{L}_j}(x_2), \ldots, \nu^p_{\widetilde{L}_j}(x_p)\Big), \qquad j=1,2,\ldots,n, \tag{3}
$$

$$\mu_{\widetilde{S}_i}(\boldsymbol{x}) = \left(\nu^1_{\widetilde{S}_i}(x_1), \nu^2_{\widetilde{S}_i}(x_2), \ldots, \nu^p_{\widetilde{S}_i}(x_p)\right), \qquad i = 1, 2, \ldots, m \tag{4}$$

と書くこともある。また，特に混乱がない場合には，ファジィ化された研究室$\widetilde{L}_j$あるいはファジィ化された学生$\widetilde{S}_i$を単に研究室$\widetilde{L}_j$，学生$\widetilde{S}_i$と記すこととする。

3.3　ファジィ数理計画問題としての定式化

式(1)で用いられているパラメータc_j $(j = 1, 2, \ldots, n)$及びw_{ij} $(i = 1, 2, \ldots, m; j = 1, 2, \ldots, n)$を以下の意味のおいてファジィ数を置き換える。

まず，c_j $(j = 1, 2, \ldots, n)$であるが，研究室の受け入れ人数の上限については「必ずしも確定的な人数ではなく，c_j以下であることが望ましいが，それを超えて何人かを受け入れることも可能」といった状況を考えることが自然である。そこで「だいたい$c_j(\widetilde{c}_j)$」以下であることが望ましいことを表すために

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} \le \widetilde{c}_j, \; j = 1, 2, \ldots, n$$

のようにファジィ数$\widetilde{c}_j$を導入することとする。

次に，学生S_iが与えた研究室L_jの重みw_{ij}であるが，これもクリスプである必要は必ずしもないので，ファジィ数$\widetilde{w}_{ij}$で表す。

例3.4（例3.3の続き）学生が各研究室に与える重みは区間$[0, 100]$上のファジィ数である。例えば，重みを「$\widetilde{80}$（だいたい80）点)」のようにつけて良いものとする。

最後に，学生S_iが研究室L_jの必要とする配属者の希望像にどの程度適合しているかを以下の可能性測度により評価する。

$$\mathrm{Pos}(\widetilde{S}_i \ge \widetilde{L}_j) = \min_{k=1,2,\ldots,p} \max_{x_k \ge y_k : x_k, y_k \in [0,1]} \min\left\{\nu^k_{\widetilde{S}_i}(x_k), \nu^k_{\widetilde{L}_j}(y_k)\right\} \tag{5}$$

なお，上式は「学生$\widetilde{S}_i$の資質が研究室$\widetilde{L}_j$で求められている資質以上である可能性」を表している。

これまでの議論を踏まえ，ファジィ化された研究室配属問題の前提を次のように定める。

(i)　研究室の数は$m(>0)$である。

(ii)　$n(>0)$人の学生はすべてをいずれかひとつの研究室に所属する。

(iii)　（**ファジィ命題として与えられた**）属性の数は $p(>0)$ である。

(iv)　（**言語変数として与えられた**）属性値の数は $q(>0)$ である。

(v)　各研究室では受け入れる学生数の**おおよその**上限数を決めている。研究室L_jの上限数を $\tilde{c}_j(>0)$，$j=1,2,\ldots,n$ によって表す。

(vi)　各々の学生 S_i, $i=1,2,\ldots,m$ は各研究室 L_j, $j=1,2,\ldots,n$ に対して，選好を表す**おおよその重み** $\tilde{w}_{ij}$を持つ。但し，$\tilde{w}_{ij}$は正のファジィ数*2 として学生S_iが研究室L_kよりも研究室L_jへの配属を希望する場合には，適切に定められた何らかのファジィ数の順序関係の意味*3 において$\tilde{w}_{ij}\geq\tilde{w}_{ik}$となるように重み付けられているとする。

(vii)　それぞれの研究室 L_j, $j=1,2,\ldots,n$ は，各属性 $\tilde{\mathrm{P}}_k$, $k=1,2,\ldots,p$ に対して，属性値 $\tilde{V}_{j_k}$を割り当てている。

(viii)　それぞれの学生 S_i, $i=1,2,\ldots,m$ は，各属性 $\tilde{\mathrm{P}}_k$, $k=1,2,\ldots,p$ に対して，属性値 $\tilde{V}_{i_k}$ を割り当てている。

上記の前提下でファジィ化された研究室配属問題を以下のように定める。

$$
\begin{array}{lll}
\text{Maximize} & \displaystyle\sum_{j=1}^{n}\tilde{w}_{1j}\,\mathrm{Pos}(\tilde{S}_1\geq\tilde{L}_j)x_{1j} & \\
\text{Maximize} & \displaystyle\sum_{j=1}^{n}\tilde{w}_{2j}\,\mathrm{Pos}(\tilde{S}_2\geq\tilde{L}_j)x_{2j} & \\
 & \vdots & \\
\text{Maximize} & \displaystyle\sum_{j=1}^{n}\tilde{w}_{mj}\,\mathrm{Pos}(\tilde{S}_m\geq\tilde{L}_j)x_{mj} & \\
\text{subject to} & \displaystyle\sum_{i=1}^{m}x_{ij}\leq\tilde{c}_j, \qquad j=1,2,\ldots,n, & \\
 & \displaystyle\sum_{j=1}^{n}x_{ij}=1, \qquad i=1,2,\ldots,m, & \\
 & x_{ij}\in\{\,0,1\,\}. &
\end{array}
\tag{6}
$$

0－1制約を連続緩和した問題を考えるとこれは通常のファジィ線形多目的計画問題であるため，Kuwano(12) などを適用することによって代替的な解を得ることが可能となる。

*2　$\tilde{w}_{ij}$を特徴づけるメンバーシップ関数を $\mu_{\tilde{w}_{ij}}$ とするとき，$\{x\in\mathbb{R}\,|\,\mu_{\tilde{w}_{ij}}(x)>0\}\subseteq(0,+\infty)$ が成り立つとき，ファジィ数 $\tilde{w}_{ij}$ は正のファジィ数であるという。

*3　例えば，ファジィマックス順序（Ramík and Řimánek(15)）や可能性測度に基づくファジィ数の順序づけ（Dubois and Prade(1)）など

4 ま と め

本研究では，これまでの研究室配属問題の数理計画法に基づくアプローチでは，学生の選好構造のみ反映された定式化であったものを，研究室側の選好構造を導入することを試みた。従来，学生及び研究室の選好構造を同時に取り扱うものとして，安定結婚問題に基づくアプローチがあったが，このアプローチでは各研究室が学生すべてに対して選好を与える必要があった。この前提は不自然であると考え，ファジィ命題としての属性及び言語変数による属性値の概念を導入することにより，この必要性を排除した。また，属性数は一般に学生数よりも少なく，この意味においても研究室側の負担を軽減することが可能となった。更に，属性値を学生の成績に基づくものとして与えることが可能である場合には，個々の学生が自らの属性値を申告することなく，設定できるため，学生側の負担を大幅に軽減することが可能である。

今後は，ファジィ化された研究室配属問題の数理的性質の導出や現実問題への適用などについて更に研究を進める予定である。

参 考 文 献

⑴ Dubois, D. and H. Prade (1983) “Ranking fuzzy numbers in the setting of possibility theory,” *Information Sciences,* Vol. 30, pp. 183–224.

⑵ Gale, D. and L. S. Shapley (1962) “College Admissions and the Stability of Marriage,” *The American Mathematical Monthly,* Vol. 69, No. 1, pp. 9–15.

⑶ 原肇，砂田謙二，玉野和保（2000）「GA による研究室配属問題の一解法」，『広島工業大学研究紀要』，第35巻，1‑6 頁。

⑷ 早川圭吾，能登正人，栗原正仁（1999）「研究室配属アルゴリズムの諸性質の考察」，『第58回全国大会講演論文集』，293‑294頁，情報処理学会。

⑸ 堀田敬介（2006）「学生満足度の観点によるゼミ配属法の定量的比較」，『情報研究』，第35巻，367‑378頁。

⑹ 堀田敬介（2011）「成績を考慮したゼミ配属法の比較と提案」，『情報研究』，第44巻，59‑73頁。

⑺ 片岡達（2008）「一般化安定結婚問題に基づく研究室配属問題の数理的考察」，『オペレーションズ・リサーチ』，第53巻，第12号，696‑697頁。

⑻ 片岡達，茨木俊秀（2006）「研究室配属問題の数理的考察」，『2006年秋季研究発表会アブストラクト集』，60‑61頁，日本オペレーションズ・リサーチ学会。

⑼ 片岡達，茨木俊秀（2008）「研究室配属のための一方式の提案とその数理的考察」，『日本オペレーションズ・リサーチ学会和文論文誌』，第51巻，71‑93頁。

⑽ 今野浩，竹内俊雄（1998）「東京工業大学における新学科所属方式」，『日本経営工学会論文誌』，第48巻，第 6 号，295‑300頁。

⑾ 今野浩，朱喆（1991）「最適クラス編成問題：東京工業大学におけるケース・スタディー」，『オ

ペレーションズ・リサーチ』，第36巻，第２号，85-89頁。
⑿　Kuwano, H.（1996）“On the fuzzy multi-objective linear programming problem: Goal programming approach,” *Fuzzy Sets and Systems,* Vol. 82, No. 1, pp. 57-64.
⒀　桑野裕昭（2008）「ローテーションを含む研究室配属問題の適用」，『金沢学院大学紀要, 経営・経済・情報・自然科学編』，第６巻，155-166頁。
⒁　Proll, L. G.（1972）“A Simple Method of Assigning Projects to Students,” *Operational Research Quarterly,* Vol. 23, No. 2, pp. 195-201.
⒂　Ramík, J. and J. Římánek（1985）“Inequality relation between fuzzy numbers and its use in fuzzy optimization,” *Fuzzy Sets and Systems,* Vol. 16, pp. 123-138.
⒃　八木英一郎（2007）「教室設備による人数制約が必要な選択科目におけるクラス編成問題」，『日本経営工学会論文誌』，第58巻，第１号，71-77頁。
⒄　八木英一郎（2010）「２つの指標によるクラス編成問題」，『東海大学紀要，政治経済学部』，第42巻，229-238頁。
⒅　Zadeh, L. A.（1965）“Fuzzy Sets,” *Information and Control,* Vol. 8, pp. 338-353.
⒆　Zadeh, L. A.（1975）“The Concept of a Linguistic Variable and its Application to Approximate Reasoning-I,” *Information Science,* Vol. 8, pp. 199-249.