



部門ごとの相関関係を考慮した標準作業時間の 不確実性に基づく機会制約条件モデルを用いた プロダクトミックス

中 西 真 悟

概要 本研究では、部門ごとの相関関係と標準作業時間の不確実性について、プロダクトミックスへの影響を考察している。特に、双曲線による非線形モデルを改良し、機会制約条件モデルの等価確定式を適用して、モデル化を試みている。このモデルを部門間の相関が等相関と逆相関の場合に分けて数値例を視覚化してその特徴を検証している。その結果、部門ごとの標準偏差の大きさのみならず、相関係数の大きさと部門間の相関係数のバランスの管理が、標準作業時間の不確実性を考慮したプロダクトミックスにおいて重要であることを示唆している。

Abstract In this study, it is examined that the behaviors of product mix have the uncertainties about correlations and standard deviations of standard operation time for each division. In particular, improved nonlinear hyperbolic model is reformulated by applying the deterministic equivalent of chance-constraint model. As a result, their characteristics have been verified by visualizing numerical examples which are divided into both equal and inverse cases about the correlations between two divisions.

キーワード プロダクトミックス, 標準作業時間, 機会制約条件モデル, 相関係数, 統計的不確実性

原稿受理日 2012年1月12日

1. 緒 言

プロダクトミックス（セールスマックスとも呼ばれる。）は貢献利益が最大となるように生産・販売計画における生産比率とその数量を意思決定する。このため、プロダクトミックスにおける意思決定は、企業の貢献利益の最大化に影響を及ぼすため、非常に重要である⁽¹⁾。

一般に、プロダクトミックスでは最適解について線形計画法⁽⁸⁾を用いて計算することで知られている。しかしながら、これまでのプロダクトミックスに基づく解法は所与の値を得た現実性を保証したモデルとして定式化されているようである⁽¹⁾⁻⁽⁴⁾。実際には、多くの生産・販売計画は様々な不現実な要因が所与の変数に影響を及ぼすと考えられる。このように考えると、プロダクトミックスもまた統計的不現実性を有するものとして取扱う必要がある。このため、標準作業時間の不現実性について、漸近線を設定し、双曲線⁽⁷⁾による傾向を取扱う試みがなされている⁽¹⁾⁻⁽³⁾。

しかし、各標準作業時間の基準値の関係は、各部門において、制約条件を厳密に守るため、管理水準⁽¹⁰⁾を遵守する現場での不現実性を考慮すると、各部門における標準作業時間の相関関係も同時に取扱う必要性が考えられる。相関関係を取扱うことは、標準作業時間の不現実性について現場での対応を明確に考慮するモデルとして、プロダクトミックスにおいてより実践的かつ効果的である。しかしながら、このような試みはこれまで研究されてないようである。

そこで、本研究では制約条件の係数における不現実性について、各部門に相関関係がある場合を想定して標準作業時間の影響を取扱っている。このとき、モデル化と解法は、機会制約条件モデルによる等価確定式⁽¹⁴⁾を用いた非線形計画法として定式化することにより計算できることを示している。

ところで、非線形計画法は多くのケースが想定されるが⁽⁵⁾、本研究では逐次線形計画法を簡易な解法として活用している⁽⁶⁾。この解法を、本研究の数値例で取扱う2次元モデルに限定すれば、Microsoft ExcelのSolver⁽⁴⁾⁽⁵⁾を用いると複雑な計算をしなくとも現場でも視覚化と同時に活用できて効果的である⁽¹⁾⁽²⁾。また、Mathematica⁽⁹⁾による最適化計算結果の検証とExcel上での相関を有する多変量正規分布⁽¹⁵⁾⁽¹⁶⁾を取扱ったシミュレーションを通じて得られる解の傾向を再考している。これらの数値結果から、最適解もまた不現実性を有していることを示している。そして、部門ごとの相関関係が与える影響について、

部門ごとの相関関係を考慮した標準作業時間の不確実性に基づく機会制約条件モデルを用いたプロダクトミックス（中西）

その傾向を照査して最適解の上界と下界を確認している。また、最適解の上下界のみならず、最適解の不確実性についてその左端と右端を見積もり、視覚的にその影響を考察している。その結果に基づいて、貢献利益の傾向と生産比率とその数量の特徴について考察している。

2. 従来の標準作業時間に基づくプロダクトミックスとその不確実性の取扱い

2.1 プロダクトミックスモデルを取扱う線形計画法

通常の線形計画問題をマトリクス表記した

$$\begin{aligned} \max f &= \mathbf{c}^T \mathbf{x} \\ \text{s.t. } \mathbf{Ax} &\leq \mathbf{b} \\ \mathbf{x} &\geq \mathbf{0} \\ \mathbf{c} &= \{c_1 \ \cdots \ c_n\}^T, \mathbf{x} = \{x_1 \ \cdots \ x_n\}^T, \\ \mathbf{A} &= \begin{Bmatrix} \mathbf{a}_1^T \\ \vdots \\ \mathbf{a}_m^T \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}, \mathbf{b} = \{b_1 \ \cdots \ b_n\}^T \end{aligned} \quad (1)$$

を用いて^⑧、プロダクトミックスでは生産・販売計画の生産比率を決定する生産量 \mathbf{x} を求める。ここに、 \mathbf{c} は貢献利益ベクトル、 \mathbf{A} は標準作業時間行列、 \mathbf{a}_j は部門 j における標準作業時間ベクトル、 \mathbf{b} は月産生産能力ベクトルである。

2.2 意思決定における不確実性を取扱うファジィ線形計画法

ファジィ理論では、不確実性に対する意思決定を取扱うモデルとして、統計的処理とは異なり線形計画法にファジィ目標とファジィ制約を持つ問題を導入している^⑧。すなわち

$$\begin{aligned} \mathbf{c}^T \mathbf{x} &\leq f \\ \mathbf{Ax} &\leq \mathbf{b} \\ \mathbf{x} &\geq \mathbf{0} \end{aligned} \quad (2)$$

と表わす^⑧。ここに、 $\mathbf{c}^T \mathbf{x} \leq f$ は目的 $\mathbf{c}^T \mathbf{x}$ をだいたい f 以下にしたいというファジィ目標、 $\mathbf{Ax} \leq \mathbf{b}$ は制約 \mathbf{Ax} をだいた \mathbf{b} 以下にしたいというファジィ制約が与えられたモデルである。このモデルでは、メンバーシップ関数を用いて意思決定者のあいまい性を考慮する点

がファジィ線形計画法の特徴である^⑧。しかしながら、だいたい \mathbf{b} 以下にしたいという制約は、月産生産能力と納期を管理した場合には、 \mathbf{b} 以下を厳密に設定するために、現実の問題として、本研究で取扱う標準作業時間の不確実性の問題には相応しくない^⑩。

2.3 標準作業時間の不確実性のための漸近線による線形計画問題への拡張

一方で、制約条件は厳密に定数項 \mathbf{b} 以下を満たしながら現実問題に適応し、標準作業時間の統計的不確実性に相当するばらつきの影響を受ける係数行列 \mathbf{A} の偏差を表現するモデルは下記のとおり記述できる^{⑩⑪}。すなわち

$$\begin{aligned}
 & \max f_{L_i}(\mathbf{x}) = \mathbf{c}^T \mathbf{x} \\
 & \text{s.t. } (\mathbf{A}_j + \mathbf{\Lambda})\mathbf{x} \leq \mathbf{b}_j, \\
 & \quad \mathbf{x} \geq \mathbf{0} \quad (j = 1, \dots, k \leq m) \\
 & \min f_{U_i}(\mathbf{x}) = \mathbf{c}^T \mathbf{x} \\
 & \text{s.t. } (\mathbf{A}_j + \mathbf{\Lambda})\mathbf{x} \geq \mathbf{b}_j, \\
 & \quad \mathbf{x} \geq \mathbf{0} \quad (j = 1, \dots, k \leq m)
 \end{aligned}$$

$$\mathbf{\Lambda} = \left[\begin{array}{cccccc}
 -\lambda\sigma & \cdots & -\lambda\sigma & -\lambda\sigma & -\lambda\sigma \\
 -\lambda\sigma & \cdots & -\lambda\sigma & -\lambda\sigma & +\lambda\sigma \\
 -\lambda\sigma & \cdots & -\lambda\sigma & +\lambda\sigma & -\lambda\sigma \\
 \vdots & & \cdots & & \vdots \\
 +\lambda\sigma & \cdots & +\lambda\sigma & +\lambda\sigma & -\lambda\sigma \\
 +\lambda\sigma & \cdots & +\lambda\sigma & +\lambda\sigma & +\lambda\sigma
 \end{array} \right] \left. \vphantom{\begin{array}{c} \mathbf{\Lambda} \\ \mathbf{A}_j \\ \mathbf{b}_j \end{array}} \right\} 2^n \text{行}, \tag{3}$$

$$\mathbf{A}_j = \left[\begin{array}{ccc}
 a_{j1} & \cdots & a_{jn} \\
 \vdots & & \vdots \\
 a_{j1} & \cdots & a_{jn}
 \end{array} \right] \left. \vphantom{\begin{array}{c} \mathbf{A}_j \\ \mathbf{b}_j \end{array}} \right\} 2^n \text{行}, \mathbf{b}_j = \left[\begin{array}{c}
 b_j \\
 \vdots \\
 b_j
 \end{array} \right] \left. \vphantom{\begin{array}{c} \mathbf{A}_j \\ \mathbf{b}_j \end{array}} \right\} 2^n \text{行}$$

である^⑩。ここに、 λ は品質管理で管理水準を決める正規分布における片側確率点を意味する。このモデルは、漸近線による線形計画法のため、 $\mathbf{\Lambda}$ 、 \mathbf{A}_j 、 \mathbf{b}_j の行数が 2^n 個となるので、現実問題として計算量が爆発する問題を残す。にもかかわらず、その効果に対する不確実性の評価はあまり期待できない。このため、実際の適用には相応しくない。

2.4 標準作業時間の不確実性のための漸近線の数を考慮した線形計画問題への拡張

そこで、式(3)の定式化から、利益関数の最大化におけるモデルの不確実性の上下界値を求めるために、最適解に関する $k(\leq m)$ 本の制約条件式を選択して、下記のようにモデル化する。すなわち

$$\begin{aligned}
 & \max f_{L_2}(\mathbf{x}) = \mathbf{c}^T \mathbf{x} \\
 & \text{s.t. } (\mathbf{A}_{0,j} - \Lambda_0) \mathbf{x} \leq \mathbf{b}_{0,j}, \\
 & \quad \mathbf{x} \geq \mathbf{0} \quad (j=1, \dots, k \leq m) \\
 & \min f_{U_2}(\mathbf{x}) = \mathbf{c}^T \mathbf{x} \\
 & \text{s.t. } (\mathbf{A}_{0,j} + \Lambda_0) \mathbf{x} \geq \mathbf{b}_{0,j}, \\
 & \quad \mathbf{x} \geq \mathbf{0} \quad (j=1, \dots, k \leq m)
 \end{aligned} \tag{4}$$

$$\Lambda_0 = \left[\begin{array}{cccccc}
 +\lambda\sigma & -\lambda\sigma & -\lambda\sigma & \cdots & -\lambda\sigma & -\lambda\sigma \\
 -\lambda\sigma & +\lambda\sigma & -\lambda\sigma & \cdots & -\lambda\sigma & -\lambda\sigma \\
 -\lambda\sigma & -\lambda\sigma & +\lambda\sigma & \cdots & -\lambda\sigma & -\lambda\sigma \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\
 -\lambda\sigma & -\lambda\sigma & -\lambda\sigma & \cdots & +\lambda\sigma & -\lambda\sigma \\
 -\lambda\sigma & -\lambda\sigma & -\lambda\sigma & \cdots & -\lambda\sigma & +\lambda\sigma
 \end{array} \right] n\text{行},$$

$$\mathbf{A}_{0,j} = \left[\begin{array}{ccc}
 a_{j1} & \cdots & a_{jn} \\
 \vdots & & \vdots \\
 a_{j1} & \cdots & a_{jn}
 \end{array} \right] n\text{行}, \mathbf{b}_{0,j} = \left[\begin{array}{c}
 b_j \\
 \vdots \\
 b_j
 \end{array} \right] n\text{行}$$

と定式化しなおし、必要とする漸近線のみはその数を軽減する⁽³⁾。このモデルは確かに式(3)を解くよりも計算量において優れている。しかしながら、漸近線の交点の不確実性評価など改善しなければならない問題が残り、不確実性に対する評価においては、いまだ改善の余地を残すモデル化である。

2.5 標準作業時間の不確実性のための漸近線の数を考慮した非線形計画問題への拡張

2.3および2.4で取扱ったモデルは、制約条件式の漸近線による線形のモデル化であった。しかしながら、現実の不確実性の現象は、非線形傾向が認められる⁽¹⁾⁽²⁾。そこで、 $k(\leq m)$ 本の式(1)の最適解 \mathbf{x}^* に関する制約条件式のみに限定した \mathbf{x}^* の不確実性を考慮した最適解の上界 $\mathbf{x}_{U_3}^*$ と下界 $\mathbf{x}_{L_3}^*$ を解くための非線形モデルとして定式化を行う。すなわち、前節の個々の制約条件式のうち、 \mathbf{x}^* に関わるもののみの漸近線の関数ベクトルを

$$\begin{aligned}
 \mathbf{g}_{U,j}(\mathbf{x}) &= \left\{ g_{U,j,1}(\mathbf{x}) \quad \cdots \quad g_{U,j,n}(\mathbf{x}) \right\}^T = (\mathbf{A}_{0,j} + \Lambda_{0,j}) \mathbf{x} - \mathbf{b}_{0,j} \\
 \mathbf{g}_{L,j}(\mathbf{x}) &= \left\{ g_{L,j,1}(\mathbf{x}) \quad \cdots \quad g_{L,j,n}(\mathbf{x}) \right\}^T = (\mathbf{A}_{0,j} - \Lambda_{0,j}) \mathbf{x} - \mathbf{b}_{0,j}
 \end{aligned} \tag{5}$$

$$(j=1, \dots, k \leq m)$$

と定義する。このとき、式(4)は式(5)の $\mathbf{g}_{U,j}(\mathbf{x}) = \mathbf{0}$ 、もしくは $\mathbf{g}_{L,j}(\mathbf{x}) = \mathbf{0}$ のとき、 $\mathbf{x} = d_j \mathbf{1} = \mathbf{d}_j$ のもとで、下式のように定義でき、非線形モデルとして取扱うことができる。ここに、 $\mathbf{1}$ とは n 個のすべての要素が1で構成されるベクトルである。すなわち

$$\begin{aligned}
 & \max f_{L_3}(\mathbf{x}) = \mathbf{c}^T \mathbf{x} \\
 & \text{s.t. } \prod_{i=1}^n g_{L,j,i}(\mathbf{x}) = (-\lambda \sigma \|\mathbf{d}_j\|)^n, \\
 & \quad \mathbf{g}_{L,j}(\mathbf{x}) \leq \mathbf{0}, \\
 & \quad \mathbf{x} \geq \mathbf{0} \quad (j=1, \dots, k \leq m) \\
 & \min f_{U_3}(\mathbf{x}) = \mathbf{c}^T \mathbf{x} \\
 & \text{s.t. } \prod_{i=1}^n g_{U,j,i}(\mathbf{x}) = (\lambda \sigma \|\mathbf{d}_j\|)^n, \\
 & \quad \mathbf{g}_{U,j}(\mathbf{x}) \geq \mathbf{0}, \\
 & \quad \mathbf{x} \geq \mathbf{0} \quad (j=1, \dots, k \leq m)
 \end{aligned} \tag{6}$$

と記述する^③。このモデルでは、 $\mathbf{g}_{U,j,i}(\mathbf{x})$ および $\mathbf{g}_{L,j,i}(\mathbf{x})$ は $j(=1, \dots, k)$ 番目の漸近線の役割を果たす超平面であり、その積による双曲面の定式化である。たとえば、2次元モデルでは制約条件式は双曲線と同じ意味を有する。しかしながら、 \mathbf{x} の範囲次第で問題に解の異なる実行可能領域となる非線形効果の傾向が認められるため、解の探索には注意を要する^③。

2.6 相関関係を考慮した標準作業時間の不確実性のための等価確定式による非線形計画問題への拡張

前節では、漸近線をいくつか選択し、双曲面を構築し、非線形問題を解くことにより、最適解を得て、不確実性に対応するモデルであった。しかし、部門ごとの部門 j における標準作業時間 \mathbf{a}_j に関する相関関係の大きさにより、双曲面は大きく変化する。そこで、式(1)の標準作業時間行列

$$\mathbf{A} = \{\mathbf{a}_1 \quad \dots \quad \mathbf{a}_m\}^T \tag{7}$$

の各部門の標準作業時間ベクトル \mathbf{a}_j の平均ベクトルを

$$\mathbf{E}(\mathbf{a}_j) = \{E(a_{j1}) \quad \dots \quad E(a_{jn})\}^T \tag{8}$$

部門ごとの相関関係を考慮した標準作業時間の不確実性に基づく機会制約条件モデルを用いたプロダクトミックス（中西）

とし、 \mathbf{a}_j の分散共分散行列を

$$\Sigma_{\mathbf{a}_j} = \begin{bmatrix} \sigma_{a_{j1}}^2 & & Sym. \\ \vdots & \ddots & \\ \rho_{a_{j1}a_{jn}} \sigma_{a_{j1}} \sigma_{a_{jn}} & \cdots & \sigma_{a_{jn}}^2 \end{bmatrix} \quad (9)$$

と表現するとき、機会制約条件モデルの等価確定式は

$$\mathbf{E}(\mathbf{a}_j)^T \mathbf{x} + \lambda \sqrt{\mathbf{x}^T \Sigma_{\mathbf{a}_j} \mathbf{x}} \leq b_j \quad (10)$$

と記述できる⁽⁴⁾。そこで、解の探索と展開を容易にするために式(10)の $\mathbf{E}(\mathbf{a}_j)^T \mathbf{x}$ を右辺に移項し、2乗して、1/2を乗算した

$$h_j(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} \left(\lambda^2 \mathbf{x}^T \Sigma_{\mathbf{a}_j} \mathbf{x} - (b_j - \mathbf{E}(\mathbf{a}_j)^T \mathbf{x})^2 \right) \leq 0 \quad (11)$$

と表現した制約条件式を用いる。すなわち、標準作業時間の不確実性を考慮した機会制約条件モデル

$$\begin{aligned} \max f_{L_4}(\mathbf{x}) &= \mathbf{c}^T \mathbf{x} \\ \text{s.t. } h_j(\mathbf{x}) &\leq 0, \\ \mathbf{x} &\geq \mathbf{0} \quad (j=1, \dots, k \leq m) \\ \min f_{U_4}(\mathbf{x}) &= \mathbf{c}^T \mathbf{x} \\ \text{s.t. } h_j(\mathbf{x}) &\leq 0, \\ \mathbf{x} &\geq \mathbf{0} \quad (j=1, \dots, k \leq m) \end{aligned} \quad (12)$$

と定義する。この式(12)を用いて、部門ごとの相関関係と標準作業時間の不確実性を考慮したプロダクトミックスを取扱うことができる。また、2.5で得られる非線形傾向よりもその取扱いが容易であることは、最適解を探索する際にもモデルの構築において利点がある。

3. 従来の標準作業時間に基づくプロダクトミックスとその不確実性の数値計算例

標準作業時間を設定しているプロダクトミックス問題の例題として次のモデルを用いて

解説する。あるビデオデッキを生産する企業は、2つのタイプのビデオデッキを生産するものとしてプロダクトミックスに取組む⁽²⁾⁽³⁾。これらの販売価格と変動費用は表1に示されるとおりとする。このため販売価格から変動費用を差引くとそれぞれの単位生産量当りの貢献利益が計算できる。

このとき、解法の中では直接取扱わないが、月次共通固定費用は7,240,000円であるものと見積もられている。2つのタイプであるスタンダードモデル（以下ではSTモデルと呼ぶ）とデラックスモデル（以下ではDXモデルと呼ぶ）の生産比率を5：3に決定したときには、CVP（cost-volume profit）分析における損益分岐点により、それぞれの生産量はSTモデルが200台、DXモデルが120台の生産量であることがわかる⁽²⁾⁽³⁾。

表1 ビデオデッキの売価と変動費⁽²⁾⁽³⁾

	STモデル	DXモデル
売 価	500	600
変 動 費	300	330
貢 献 利 益	200	270

（単位：100円）

さて、表2に示すように機械加工部と組立部の標準作業時間を考慮するとき、プロダクトミックスについて線形計画法を用いて解くためにモデル化する必要がある。そして、その他の制約条件として、DXモデルは月間生産台数を最大300台までとする。さらに、表3に示すように各部門の月間生産時間の上限が与えられている⁽²⁾⁽³⁾。

次節では、図解法を用いたチャートの利用によりこの問題に関する線形計画法の定式化を示す⁽²⁾⁽³⁾。

表2 1台当たりの部門別標準作業時間⁽²⁾⁽³⁾

	STモデル	DXモデル
機械加工部	2時間	2時間
組立部	1時間	2時間

表3 各部門の月産生産能力⁽²⁾⁽³⁾

	STモデル	DXモデル
月産能力	1,400時間	900時間

部門ごとの相関関係を考慮した標準作業時間の不確実性に基づく機会制約条件モデルを用いたプロダクトミックス（中西）

3.1 プロダクトミックスモデルのための線形計画法

所与の数值が設定されるプロダクトミックスモデルの線形計画法は、表 1, 2, 3 から、以下のように定式化できる。すなわち

$$\begin{aligned} \max \quad & f = 200x_1 + 270x_2 \\ \text{s.t.} \quad & 2x_1 + 2x_2 \leq 1400 \\ & x_1 + 2x_2 \leq 900 \\ & x_2 \leq 300 \\ & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{aligned} \tag{13}$$

である⁽²⁾⁽³⁾。ここに、 x_1 は ST モデルの標準作業時間に基づく生産量であり、同様に x_2 は DX モデルの生産量である。目的関数 f は上記の表 1 の貢献利益を用いて計算する一次関数であり、 x_1 と x_2 により作成される。

この条件下で、図 1 に示す最適解の点は視覚化できるので数理的に線形計画法を探索して解くこともなく図解法を用いて求めることができる。しかしながら一般的にはこの他のケースの場合の意思決定にはシンプレックス法のような解法を用いる方が効果的であるといえる⁽⁸⁾。図 1 の最適解は次のとおりである。すなわち

$$\begin{cases} f^* = 154000 & (\text{単位 : 100円}) \\ x_1^* = 500 \\ x_2^* = 200. \end{cases} \tag{14}$$

である⁽²⁾⁽³⁾。このように解ける問題について、本研究で述べるモデルの拡張について説明するときの比較のために、実際に他のケースにも適用できるように各条件が所与として確実な場合でのプロダクトミックス問題の数理的な定式化として、一般式を次のとおり記述しておく。

$$\begin{aligned} \max \quad & f = c_1x_1 + c_2x_2 \\ \text{s.t.} \quad & a_{11}x_1 + a_{12}x_2 \leq b_1 \\ & a_{21}x_1 + a_{22}x_2 \leq b_2 \\ & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{aligned} \tag{15}$$

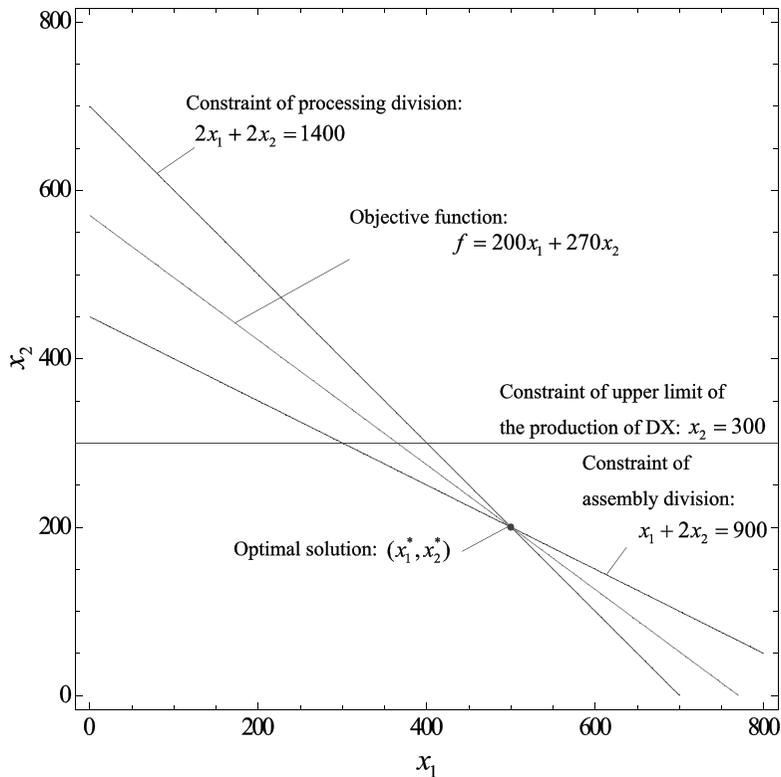


図1 標準作業時間が所与の場合の最適プロダクトミックス⁽²⁾⁽³⁾

3.2 不確実な標準作業時間の導入

表2では、所与の条件が確実な場合におけるプロダクトミックスの標準作業時間を示していたが、本節では式(3)の制約条件式の係数に相当する標準作業時間の不確実性について考察する。たとえば、表4に示すように機械加工部と組立部のそれぞれの標準作業時間の誤差が正規分布に従うものとして標準偏差が3分とする。すなわち、 ± 0.05 時間だけ変動が認められる場合を想定する⁽¹⁾⁽²⁾。

表4 部門別標準作業時間の標準偏差の設定⁽¹⁾⁽²⁾

	ST モデル	DX モデル
機械加工部	2 ± 0.05 時間	2 ± 0.05 時間
組立部	1 ± 0.05 時間	2 ± 0.05 時間

このような変動は実際の部門では、プロダクトミックスの所与の条件下での設定値とし

部門ごとの相関関係を考慮した標準作業時間の不確実性に基づく機会制約条件モデルを用いたプロダクトミックス（中西）

て生産計画通りに生産するときには、その部門が全自動化されていない場合には顕著に認められる。そこで、仮に表4の変動を考慮する場合には、図2に示されるように制約条件式の直線は不確実性を伴う傾向があることがわかる。図2上のランダムな変動は制約条件式の係数の変動を表4に示す標準偏差を独立に用いて機械加工部と組立部のそれぞれに加えて5,000回ずつランダムサンプリングした結果をプロットした傾向である。

図2から、同時に最適解もまた2本の制約条件式の交点が標準偏差の大きさに基づいて変動することによる不確実性を有することがわかる。このため、プロダクトミックスによる評価を行うためには、実際には標準作業時間の統計的な不確実性についても検討する必要がある⁽¹⁾⁽²⁾。そこで、文献(1)(2)では、下記のことを確認している。

まず、制約条件式の不確実性の傾向を調べる必要があるので、そのための試行錯誤の数値実験の後に、標準偏差の大きさによる不確実性の傾向がこれら制約条件式には双曲線⁽⁷⁾として拡張できることが確認できる。

次に、2本の制約条件式に考慮されるそれぞれの双曲線の特徴を用いて、最適解より原点から遠い交点と近い交点のそれぞれの交点は、最適解の上界と下界として見積もることが可能である。その結果として、下記のモデル化が可能となる。

すなわち、表4の条件を考慮した式(6)による線形計画問題の拡張モデルから図3に示されるように式(7)に定義するモデルに再定義することができる。このとき、式(6)における±と∓の符号は統計的不確実性を考慮した双曲線の漸近線の役割を果たす。すなわち、漸近線としてとらえる線形計画モデルの拡張は、2次元モデルのため、2.3における式(3)もしくは2.4における式(4)として

$$\begin{aligned} \max \quad & f = 200x_1 + 270x_2 \\ \text{s.t.} \quad & (2 \pm 2 \times 0.05)x_1 + (2 \mp 2 \times 0.05)x_2 \leq 1400 \\ & (1 \pm 2 \times 0.05)x_1 + (2 \mp 2 \times 0.05)x_2 \leq 900 \\ & x_2 \leq 300 \\ & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{aligned} \tag{6}$$

と表現できる⁽¹⁾⁽²⁾。この式(6)から、式(3)による非線形計画問題としてモデル化するために、標準作業時間の不確実性を考慮したプロダクトミックスが下式のように

$$\begin{aligned} \max \quad & f'_3(x_1, x_2) = 200x_1 + 270x_2 \\ \text{s.t.} \quad & (2.1x_1 + 1.9x_2 - 1400)(1.9x_1 + 2.1x_2 - 1400) = 2450 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & (1.1x_1 + 1.9x_2 - 900)(0.9x_1 + 2.1x_2 - 900) = 1800 \\
 & 2.1x_1 + 1.9x_2 - 1400 \leq 0 \\
 & 1.9x_1 + 2.1x_2 - 1400 \leq 0 \\
 & 1.1x_1 + 1.9x_2 - 900 \leq 0 \\
 & 0.9x_1 + 2.1x_2 - 900 \leq 0 \\
 & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \\
 \min & \quad f_{U_3}(x_1, x_2) = 200x_1 + 270x_2 \\
 \text{s.t.} & \quad (2.1x_1 + 1.9x_2 - 1400)(1.9x_1 + 2.1x_2 - 1400) = 2450 \\
 & \quad (1.1x_1 + 1.9x_2 - 900)(0.9x_1 + 2.1x_2 - 900) = 1800 \\
 & \quad 2.1x_1 + 1.9x_2 - 1400 \geq 0 \\
 & \quad 1.9x_1 + 2.1x_2 - 1400 \geq 0 \\
 & \quad 1.1x_1 + 1.9x_2 - 900 \geq 0 \\
 & \quad 0.9x_1 + 2.1x_2 - 900 \geq 0 \\
 & \quad x_1 \geq 0, x_2 \geq 0
 \end{aligned} \tag{17}$$

と表現することができる¹¹⁰²。ここに、式(17)の制約条件式の右辺の定数項2,450と1,800は、式(16)に基づき下式の連立方程式を解いて算出された値である¹¹⁰²。

$$\begin{aligned}
 2450 &= 2^2 \times (350^2 \times 0.05^2 + 350^2 \times 0.05^2) \\
 \therefore & \begin{cases} (2 + 2 \times 0.05)x_1 + (2 - 2 \times 0.05)x_2 = 1400 \\ (2 - 2 \times 0.05)x_1 + (2 + 2 \times 0.05)x_2 = 1400 \end{cases} \\
 d_{11} = x_1 &= 350, d_{12} = x_2 = 350 \\
 1800 &= 2^2 \times (300^2 \times 0.05^2 + 300^2 \times 0.05^2) \\
 \therefore & \begin{cases} (1 + 2 \times 0.05)x_1 + (2 - 2 \times 0.05)x_2 = 900 \\ (1 - 2 \times 0.05)x_1 + (2 + 2 \times 0.05)x_2 = 900 \end{cases} \\
 d_{21} = x_1 &= 300, d_{22} = x_2 = 300
 \end{aligned} \tag{18}$$

このとき、式(17)の非線形計画問題は図3に視覚化された双曲線を制約条件式として有するモデルとして定義されている¹¹⁰²。したがって、不確実な標準作業時間によるプロダクトミックスの意思決定のために非線形計画モデルを解く必要がある。さらに、不確実性における変動を最適解の上界と下界の探索を行いその傾向について調べておく必要がある。

3.3 プロダクトミックスモデルのための双曲線による非線形計画法の一般式によるモデル化

ここで、プロダクトミックスモデルの非線形計画問題のモデルの一般式での表現を記述する。すなわち、式(16)から式(17)に従い、他のケースにも応用できるように非線形計画モデルを一般式として記述しなおす。まず、式(16)は下式として定義する⁽¹⁾⁽²⁾。

$$\begin{aligned}
 \max \quad & f = c_1x_1 + c_2x_2 \\
 \text{s.t.} \quad & (a_{11} \pm \lambda\sigma_{11})x_1 + (a_{12} \pm \lambda\sigma_{12})x_2 \leq b_1 \\
 & (a_{21} \pm \lambda\sigma_{21})x_1 + (a_{22} \pm \lambda\sigma_{22})x_2 \leq b_2 \\
 & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0
 \end{aligned} \tag{19}$$

ここに、 λ は標準作業時間の標準偏差 σ_{ij} の 1, 2, 3 倍と変動幅を表す定数である。この考え方は品質管理や信頼性工学に管理水準として用いられるシグマの何倍まで考慮するかの意思決定の管理水準の意味を兼ね備えている⁽³⁾。このとき、これらの制約条件式は双曲線の漸近線として活用され、制約条件式の統計的不確実性を表現するときに重要な役割を果たす。

次に、式(17)は下式として記述される。すなわち、連立方程式が 2 本の漸近線の役割を果たす制約条件式から構成される場合を解くと、 d_{ij} はその解となる。

$$\begin{aligned}
 & \begin{cases} (a_{11} + \lambda\sigma_{11})x_1 + (a_{12} - \lambda\sigma_{12})x_2 = b_1 \\ (a_{11} - \lambda\sigma_{11})x_1 + (a_{12} + \lambda\sigma_{12})x_2 = b_1 \end{cases} \\
 & x_1 = d_{11}, x_2 = d_{12} \\
 & \begin{cases} (a_{21} + \lambda\sigma_{21})x_1 + (a_{22} - \lambda\sigma_{22})x_2 = b_2 \\ (a_{21} - \lambda\sigma_{21})x_1 + (a_{22} + \lambda\sigma_{22})x_2 = b_2 \end{cases} \\
 & x_1 = d_{21}, x_2 = d_{22}
 \end{aligned} \tag{20}$$

これらの式(19)(20)から、式(17)を

$$\begin{aligned}
 \max \quad & f_{L_3}(x_1, x_2) = c_1x_1 + c_2x_2 \\
 \text{s.t.} \quad & \{(a_{11} + \lambda\sigma_{11})x_1 + (a_{12} - \lambda\sigma_{12})x_2 - b_1\} \{(a_{11} - \lambda\sigma_{11})x_1 + (a_{12} + \lambda\sigma_{12})x_2 - b_1\} \\
 & \quad - \lambda^2(\sigma_{11}^2d_{11}^2 + \sigma_{12}^2d_{12}^2) = 0,
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \{(a_{21} + \lambda\sigma_{21})x_1 + (a_{22} - \lambda\sigma_{22})x_2 - b_2\} \{(a_{21} - \lambda\sigma_{21})x_1 + (a_{22} + \lambda\sigma_{22})x_2 - b_2\} \\ & \quad - \lambda^2(\sigma_{21}^2 d_{21}^2 + \sigma_{22}^2 d_{22}^2) = 0, \\ & (a_{11} + \lambda\sigma_{11})x_1 + (a_{12} - \lambda\sigma_{12})x_2 - b_1 \leq 0, \\ & (a_{11} - \lambda\sigma_{11})x_1 + (a_{12} + \lambda\sigma_{12})x_2 - b_1 \leq 0, \\ & (a_{21} + \lambda\sigma_{21})x_1 + (a_{22} - \lambda\sigma_{22})x_2 - b_2 \leq 0, \\ & (a_{21} - \lambda\sigma_{21})x_1 + (a_{22} + \lambda\sigma_{22})x_2 - b_2 \leq 0, \\ & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{aligned} \tag{21}$$

$$\min f_{U_3}(x_1, x_2) = c_1x_1 + c_2x_2$$

$$\begin{aligned} \text{s.t. } & \{(a_{11} + \lambda\sigma_{11})x_1 + (a_{12} - \lambda\sigma_{12})x_2 - b_1\} \{(a_{11} - \lambda\sigma_{11})x_1 + (a_{12} + \lambda\sigma_{12})x_2 - b_1\} \\ & \quad - \lambda^2(\sigma_{11}^2 d_{11}^2 + \sigma_{12}^2 d_{12}^2) = 0, \\ & \{(a_{21} + \lambda\sigma_{21})x_1 + (a_{22} - \lambda\sigma_{22})x_2 - b_2\} \{(a_{21} - \lambda\sigma_{21})x_1 + (a_{22} + \lambda\sigma_{22})x_2 - b_2\} \\ & \quad - \lambda^2(\sigma_{21}^2 d_{21}^2 + \sigma_{22}^2 d_{22}^2) = 0, \\ & (a_{11} + \lambda\sigma_{11})x_1 + (a_{12} - \lambda\sigma_{12})x_2 - b_1 \geq 0, \\ & (a_{11} - \lambda\sigma_{11})x_1 + (a_{12} + \lambda\sigma_{12})x_2 - b_1 \geq 0, \\ & (a_{21} + \lambda\sigma_{21})x_1 + (a_{22} - \lambda\sigma_{22})x_2 - b_2 \geq 0, \\ & (a_{21} - \lambda\sigma_{21})x_1 + (a_{22} + \lambda\sigma_{22})x_2 - b_2 \geq 0, \\ & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

と一般式として非線形計画問題のモデルに書き直すことができる¹¹⁾¹²⁾。この問題は、図4の最適解の上界および下界として取扱い貢献利益についての不確実性を照査できる。また、同時に生産比率を決定する生産量 \mathbf{x} の不確実性は、最適解に影響するか否かに関わりなくかなり大きいことが描かれている。このことは、単に貢献利益を計算するだけでなく、その内訳が想定内であるかを正しく判断するときに、見逃せない現象でもあることがわかる。

ところで、プロダクトミックスは線形計画問題として取扱われてきたことから、非線形計画問題に拡張したとしても、線形化して近似的に解を探索することが容易である。そこで、本節の問題の解法には、逐次線形計画法⁶⁾を適用すると、例えば、Excel の Solver⁴⁾⁵⁾で計算する際に参照するセルに書き込んでおくと視覚的にも効果的に解を探索できる¹¹⁾¹²⁾。すなわち、Solver⁴⁾⁵⁾を用いて逐次線形計画法を解くと2次元問題のため、図解法のための作図上に解の探索の軌跡についても効果的に示すことができる。また、Mathematicaでモデル化すると容易に計算できるため、ExcelのSolverで求めた解の妥当性について再検証できる⁹⁾。

4. 部門ごとの相関関係を考慮した標準作業時間の不確実性に基づく プロダクトミックスモデルの数値計算例

前章では、標準作業時間の不確実性は漸近線を想定した双曲線になることがシミュレーションを通じて示された。そして、最適解の上界と下界を探索により求めるためのモデルが示された⁽¹⁾⁽²⁾。ここで、3章と同じ条件のもとで、部門間の相関を考慮した数値計算例を考察する。

まず、機械加工部の a_{11} と a_{12} の相関係数を ρ_1 と表記し、組立部の a_{21} と a_{22} の相関係数を ρ_2 と表記してそれぞれの標準作業時間の相関関係を考慮する。その大きさは、2次元問題のため、 -1.0 から 1.0 までを見積もる。すなわち、相関係数 $\rho_i = -1.0 (i=1,2)$ は、STモデルとDXモデルの作業において、互いに部門の月産生産能力を意識し、補完しながら標準作業時間の不確実性を管理できている状態の極限の水準である。また、相関係数 $\rho_i = 1.0 (i=1,2)$ は、STモデルとDXモデルが同じ理由で、標準作業時間が遅延する場合や短縮する場合が同時に起り得る極限の水準であると想定できる。

ρ_1 と ρ_2 による数値計算例を解くモデルは、部門別に、機械加工部の標準作業時間平均ベクトル、その分散共分散行列、月産生産能力は

$$\mathbf{E}(\mathbf{a}_1) = \{2, 2\}^T, \Sigma_{\mathbf{a}_1} = 0.05^2 \begin{bmatrix} 1 & \rho_1 \\ \rho_1 & 1 \end{bmatrix}, b_1 = 1400 \quad (2)$$

である。また、組立部の標準作業時間平均ベクトル、その分散共分散行列、月産生産能力は

$$\mathbf{E}(\mathbf{a}_2) = \{1, 2\}^T, \Sigma_{\mathbf{a}_2} = 0.05^2 \begin{bmatrix} 1 & \rho_2 \\ \rho_2 & 1 \end{bmatrix}, b_2 = 900 \quad (3)$$

である。部門の管理水準を約95%として、 $\lambda = 2.0$ を式(1)に代入して、式(2)によるモデルの数値計算例を視覚化する目的で、機械加工部と組立部におけるそれぞれの相関係数の変化を特徴づけて図5から図13に示している。

まず、図5の視覚化から、標準作業時間の不確実性を考慮すると双曲線として制約条件のモデルを考慮できることが改めてわかる。しかし、その勾配の変化は、図3とは若干異なり、本来の無相関状態である $\rho_1 = \rho_2 = 0.0$ における不確実性が正しく視覚化されている。

また、注意点として、最適解に関わらない隣接する制約条件式による実行可能基底解の

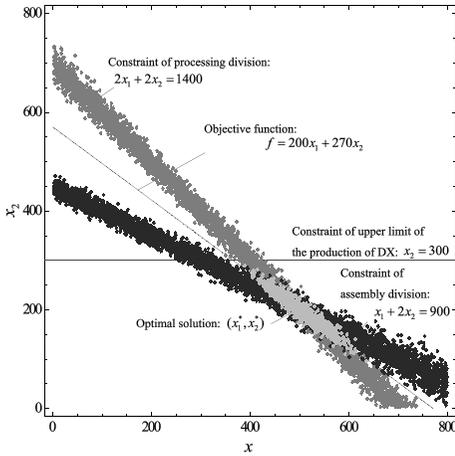


図2 標準作業時間の不確実性を表現した制約条件式の視覚化⁽¹⁾⁽²⁾

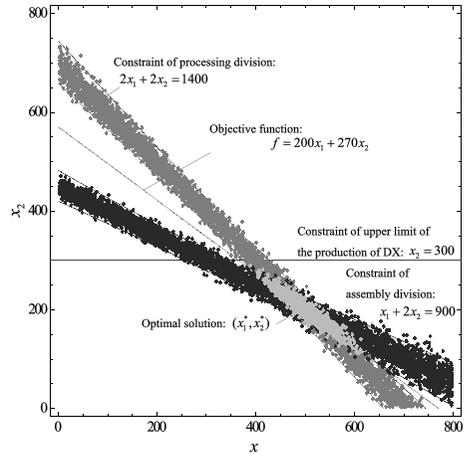


図4 標準作業時間の不確実性を双曲線により表現した最適プロダクトミックス ($\lambda = 2.0$)⁽¹⁾⁽²⁾

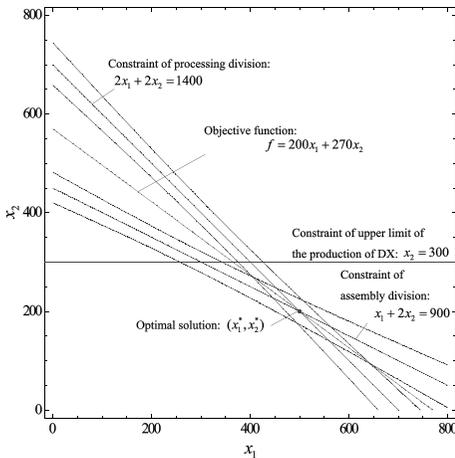


図3 標準作業時間の不確実性を双曲線により表現した非線形計画問題によるプロダクトミックス ($\lambda = 2.0$)⁽¹⁾⁽²⁾

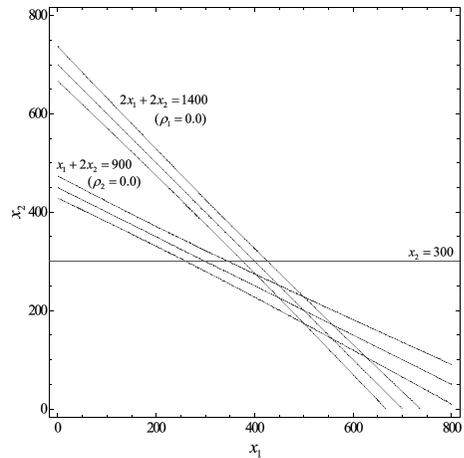


図5 機会制約条件式による標準作業時間の不確実性を考慮したプロダクトミックスの視覚化 ($\rho_1 = 0.0, \rho_2 = 0.0, \lambda = 2.0$)

候補とも最適解の不確実性の大きさ次第で影響を与えることもあるし、その制約条件式を満たさない解の候補も想定できることがわかる。すなわち、 λ の大きさにより、 $x_2 \leq 300$ を最適解の不確実性による左端が超えてしまい、本来の式(1)に基づく所与の線形計画法により立案された制約条件を満たさない解の候補も数的には想定できることを示唆している。

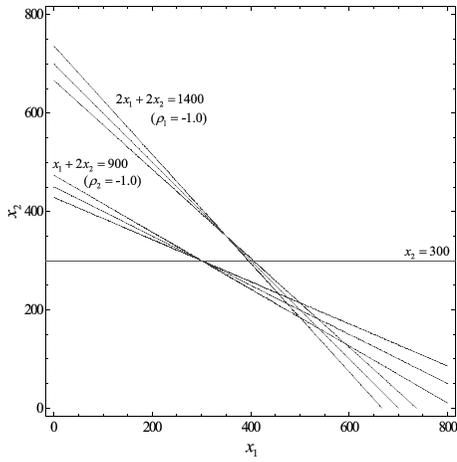


図6 機会制約条件式による標準作業時間の不確実性を考慮したプロダクトミックスの視覚化 ($\rho_1 = -1.0, \rho_2 = -1.0, \lambda = 2.0$)

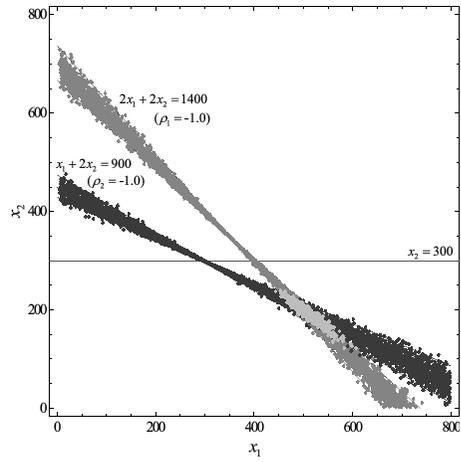


図8 機会制約条件式による標準作業時間の不確実性を考慮したプロダクトミックスのシミュレーション結果の視覚化 ($\rho_1 = -1.0, \rho_2 = -1.0, \lambda = 2.0$)

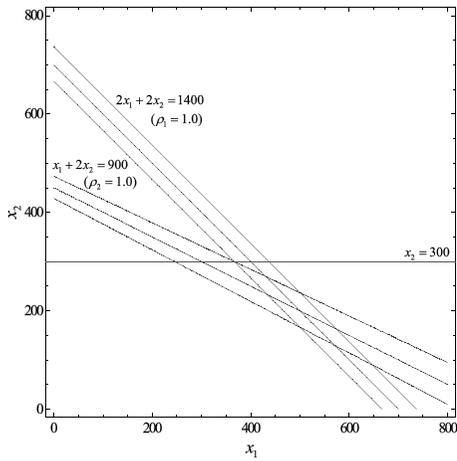


図7 機会制約条件式による標準作業時間の不確実性を考慮したプロダクトミックスの視覚化 ($\rho_1 = 1.0, \rho_2 = 1.0, \lambda = 2.0$)

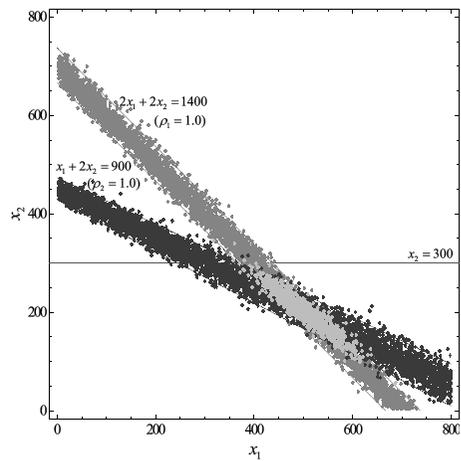


図9 機会制約条件式による標準作業時間の不確実性を考慮したプロダクトミックスのシミュレーション結果の視覚化 ($\rho_1 = 1.0, \rho_2 = 1.0, \lambda = 2.0$)

部門ごとの相関関係が等相関の場合における視覚化 ($\rho_1 = \rho_2$; 図6 から図9)

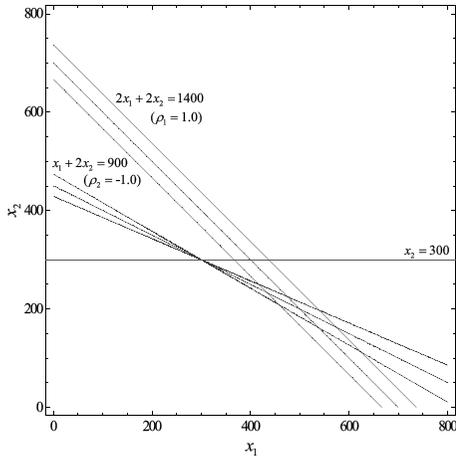


図10 機会制約条件式による標準作業時間の不確実性を考慮したプロダクトミックスの視覚化
 ($\rho_1=1.0, \rho_2=-1.0, \lambda=2.0$)

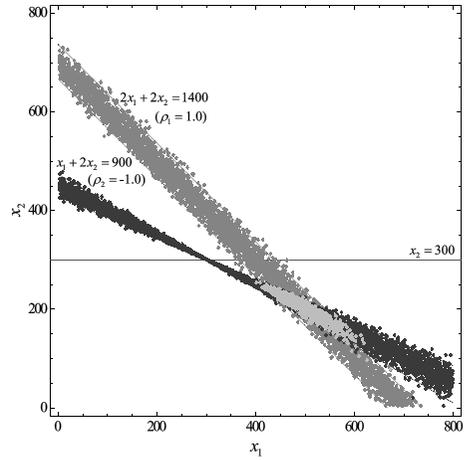


図12 機会制約条件式による標準作業時間の不確実性を考慮したプロダクトミックスのシミュレーション結果の視覚化
 ($\rho_1=1.0, \rho_2=-1.0, \lambda=2.0$)

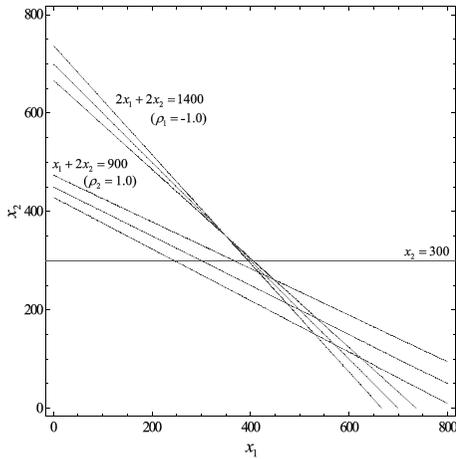


図11 機会制約条件式による標準作業時間の不確実性を考慮したプロダクトミックスの視覚化
 ($\rho_1=-1.0, \rho_2=1.0, \lambda=2.0$)

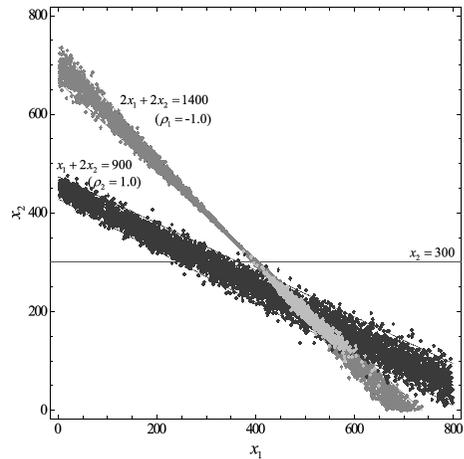
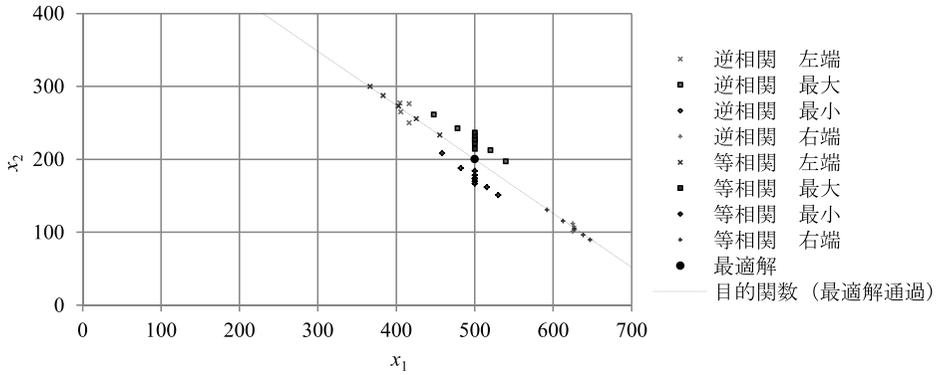


図13 機会制約条件式による標準作業時間の不確実性を考慮したプロダクトミックスのシミュレーション結果の視覚化
 ($\rho_1=-1.0, \rho_2=1.0, \lambda=2.0$)

部門ごとの相関関係が逆相関の場合における視覚化 ($\rho_1=-\rho_2$; 図10から図13)

部門ごとの相関関係を考慮した標準作業時間の不確実性に基づく機会制約条件モデルを用いたプロダクトミックス（中西）



(等相関： $\rho_1 = \rho_2 = -1.0, -0.5, 0.0, 0.5, 1.0$ ，逆相関： $\rho_1 = -\rho_2 = -1.0, -0.5, 0.0, 0.5, 1.0$ ， $\lambda = 2.0$)

図14 機械加工部と組立部における等相関もしくは逆相関を考慮した最適解の不確実性の対比

表5 機械加工部と組立部における相関関係を考慮した最適解の不確実性の傾向

(逆相関： $\rho_1 = -\rho_2 = -1.0, -0.5, 0.0, 0.5, 1.0$ ， $\lambda = 2.0$)

ρ_1	ρ_2	x_1	x_2	最適解左端	x_1	x_2	最適解上界
-1.0	1.0	416.7	276.3	157938.7	447.7	261.6	160174.4
-0.5	0.5	404.7	277.3	155828.8	477.9	242.8	161135.8
0.0	0.0	402.7	273.0	154243.3	500.0	227.5	161415.6
0.5	-0.5	405.8	264.9	152694.6	520.0	212.6	161413.0
1.0	-1.0	416.7	250.0	150833.4	539.5	197.4	161184.2
ρ_1	ρ_2	x_1	x_2	最適解下界	x_1	x_2	最適解右端
-1.0	1.0	530.2	150.9	146767.1	625.0	101.2	152321.3
-0.5	0.5	515.6	161.6	146743.1	626.6	102.5	152998.4
0.0	0.0	500.0	173.5	146855.0	627.2	104.6	153682.2
0.5	-0.5	482.2	187.8	147161.4	626.7	107.6	154401.4
1.0	-1.0	458.3	208.3	147916.5	625.0	111.8	155197.3

表6 機械加工部と組立部における相関関係を考慮した最適解の不確実性の傾向

(等相関： $\rho_1 = \rho_2 = -1.0, -0.5, 0.0, 0.5, 1.0$ ， $\lambda = 2.0$)

ρ_1	ρ_2	x_1	x_2	最適解左端	x_1	x_2	最適解上界
-1.0	-1.0	455.6	233.3	154111.1	500.0	214.3	157857.2
-0.5	-0.5	425.8	255.7	154185.5	500.0	221.7	159858.2
0.0	0.0	402.7	273.0	154243.3	500.0	227.5	161415.6
0.5	0.5	383.4	287.4	154291.4	500.0	232.4	162751.2
1.0	1.0	366.7	300.0	154333.4	500.0	236.8	163947.3
ρ_1	ρ_2	x_1	x_2	最適解下界	x_1	x_2	最適解右端
-1.0	-1.0	500.0	184.2	149737.0	592.3	130.8	153769.2
-0.5	-0.5	500.0	178.1	148074.3	612.8	115.4	153718.1
0.0	0.0	500.0	173.5	146855.0	627.2	104.6	153682.2
0.5	0.5	500.0	169.8	145857.6	638.3	96.3	153654.2
1.0	1.0	500.0	166.7	145000.1	647.4	89.5	153631.5

4.1 等相関における視覚化とその傾向

図6および図8から、 $\rho_1 = \rho_2 = -1.0$ の場合には、最適解の不確実性が図5よりも最も小さくなる傾向が確認できる。これは、研究対象とする分野が異なるが、ファイナンスにおける2証券のポートフォリオのリスク低減⁷⁾と同じ効果を機会制約条件モデルが有しているためである。このため、部門内で月産生産能力どおりに活動し、緊密に連携しあいながら個々の生産時間の遅延と短縮を補完できる体制が整っているときに最適プロダクトミックスの不確実性を最小に見積もることができることを示している。

一方、図7および図9から $\rho_1 = \rho_2 = 1.0$ の場合には、最適解の不確実性が図5よりも最も大きくなる傾向が確認できる。これはファイナンスにおける2証券のポートフォリオのリスク低減がなくなる現象⁸⁾を機会制約条件モデルが有している傾向として確認できる。したがって、管理体制が強すぎたために同じ理由により、部門内外の個々の生産時間に遅延や短縮が常に同時に起り得る場合を想定できる。または、その反対に管理体制が不十分なために、個々の生産時間の遅延や短縮が常に同時に起り得る可能性があり、連携による仕組作りが必要な場合が考えられる。

$\rho_1 = \rho_2 = 1.0$ における前者の管理体制は、強化していることが強みであるために、標準作業時間の短縮に成功するならば、貢献利益の向上が期待できる可能性もある。後者は部門内での個々の生産時間を補完しあう連携強化により、相関係数を小さくできれば、リスク低減による最適解の不確実性を小さくできることが期待できる。

また、相関係数 ρ_1 と ρ_2 が -1.0 から 1.0 に大きくなるに従い、最適生産量とその利益の不確実性は、図14に示すとおり拡大の傾向が確認できる。このため、部門内の連携の重要性が改めてわかる。また、最適解の上界と下界の変化よりも左端と右端の拡大が顕著であることも示されており、生産比率に著しい変動を想定しなければならない。このため、部門ごとの相関関係を考慮した標準作業時間の不確実性によるプロダクトミックスが検証されることは大変重要である。

4.2 逆相関における視覚化とその傾向

4.1では部門ごとの相関関係を等相関の場合として検証してきたが、これは企業における管理体制を均一化した考察であった。しかしながら、実際の多くの企業では、部門ごとに独自の方針が細部に設定されるケースが多く、管理体制の均一化は現実問題として難しい側面がある。そこで、部門ごとの管理体制の強弱を相関係数により示して、プロダクトミックスを通じて最適化問題を検証する。すなわち、部門ごとの相関関係が均一な全体最

部門ごとの相関関係を考慮した標準作業時間の不確実性に基づく機会制約条件モデルを用いたプロダクトミックス（中西）

適化と部門ごとの相関関係が異なる個別の最適化が必ずしも一致しない事例の一つの視覚化として逆相関の数値例を検証する。

まず、 $\rho_1 = -\rho_2$ という逆相関はある二つの部門で異なる管理体制により連携について反転する状態を相関係数により代替している。一方の部門の連携が上手く整っているのに対し、他方ではその反対である状態を想定した標準作業時間の不確実性を取扱うプロダクトミックスである。

図10および図12では、組立部の相関係数が $\rho_2 = -1.0$ であり、機械加工部の相関係数が $\rho_1 = 1.0$ である場合を視覚化している。これに対して、図11および図13では、反対に機械加工部の相関係数が $\rho_1 = -1.0$ であり、組立部の相関係数が $\rho_2 = 1.0$ である場合を視覚化している。その結果、両者の最適解の不確実性による取り得る想定領域は大きく異なっている。

これは、式(1)により標準作業時間を所与で見積もる線形計画法を解いたプロダクトミックスの最適解の変化する想定範囲が、部門ごとの相関係数の違いにより、大きく異なることを意味している。

このため、文献(11)(12)で示してきた範囲だけを考慮することは相応しくなく、本研究で取扱った相関の影響も十分に検討する必要があることがわかる。

また、生産量とその貢献利益の傾向は、相関係数の大きさとバランスに応じて、表5のとおりの結果を得た。これは、等相関の場合の表6と異なる挙動を示しており、図14に表5と表6の結果を対比するために図示している。図14からわかることは、逆相関の場合には、相関の大きさとそのバランスにより、最適解に基づく上界と下界の生産比率が大きく変動していくことである。このことは、プロダクトミックスでは大変重要な意味を持つため、部門ごとの異なる相関関係による不確実性を想定した原価計算においても十分に検討をしなければならない。

一方で、等相関の場合とは対照的に、最適解の左端と右端の変動の変化は、等相関のときほど顕著ではない。しかしながら、最適解の上下界の生産比率に与える変化の大きさよりも、最適解の左端と右端の生産比率の変化はかなり大きいので、生産比率への影響を十分に注意する必要がある。

以上、図5から図14までの視覚化を通じて、部門ごとの相関係数の大きさとその部門間の関係が、管理の取り組み方により、貢献利益や生産比率とその数量の大きさに重要な変化を与えていることがわかる。すなわち、標準偏差の大きさと相関係数の大きさおよびそのバランスに応じて、各条件下で生産量の推移とその貢献利益は、不確実性に対する特性が

異なる変化をもたらすため、十分に検討することが必要である。

5. 結 言

本研究では、部門ごとの相関係数の大きさとその関連により標準作業時間の不確実性を有するプロダクトミックスの特徴について、漸近線による双曲線のモデルではなく、機会制約条件モデルの等価確定式を制約条件式に適用することが望ましいことを考察した。その結果を図示して、相関係数の大きさや関連により、異なる条件下で特徴のある不確実性を想定しなければならないことを視覚化して示している。

すなわち、部門ごとの管理体制の中で生産能力に基づいて活動するときに、プロダクトミックスに関係する標準作業時間の不確実性に対して、互いに補完しながら連携できる体制づくりが、貢献利益や生産比率の不確実性に有効であることを、数値例を通じて示すことができた。

謝 辞

近畿大学の寺岡義伸先生をはじめ、林芳男先生、大村雄史先生、田中敬一先生には、小生の研究人生において、多大なご支援を賜りました。また、本研究には、大阪大学の森田浩先生、蓮池隆先生から有益なご助言を賜ったことを記して謝意を表します。

参 考 文 献

- (1) Blocher, E. J. et al (2008); *Cost Management fourth edition*, McGraw-Hill/Irwin, New York.
- (2) 岡本清 (2005); 『原価計算問題集』, 国元書房.
- (3) 岡本清 (2000); 『原価計算 (六訂版)』, 国元書房.
- (4) 長坂悦敬 (2009); 『Excel で学ぶ原価計算』, オーム社.
- (5) Ragsdale, C. T. (2001); *Spreadsheet Modeling and Decision Analysis*, South-Western College Publishing, Cincinnati.
- (6) 瀬口靖幸, 尾田十八, 室津義定 共編 (1987); 『システムと設計 (機械設計工学)』, 培風館.
- (7) 矢野健太郎 (1979); 『図形と式』, 講談社.
- (8) 坂和正敏 (1984); 『線形システムの最適化』, 森北出版.
- (9) Wolfram, S. (2000); 『Mathematica ブック第4版』, 凸版印刷.
- (10) 日本規格協会編集 (1991); *JIS Handbook Quality Control*, 日本規格協会.
- (11) Nakanishi, S. (2008); Study on sales mix based on uncertain times of standard operations, *Proceedings of the 38th International Conference on Computers and Industrial Engineering*, pp.67-73.
- (12) 中西真悟 (2011); 標準作業時間の不確実性を考慮したプロダクトミックス, 『大阪工業大学紀要理工編』, Vol. 55, No. 2, pp.1-9.
- (13) 中西真悟 (2010); 作業時間の不確実性を考慮したプロダクトミックスの非線形効果, 『2010年日

部門ごとの相関関係を考慮した標準作業時間の不確実性に基づく機会制約条件モデルを用いたプロダクトミックス（中西）

本オペレーションズ・リサーチ学会秋季研究発表会アブストラクト集』, pp.44-45.

- (14) 石井博昭, 森田浩, 齋藤誠慈 (2004); 『不確実・不確定性の数理』, 大阪大学出版会.
- (15) 中西真悟, 中易秀敏 (1995); 確率変数の標準化変換法と構造信頼性理論への応用, 『日本機械学会論文集A編』, Vol. 61, No. 583, pp.674-681.
- (16) 中西真悟, 仲川勇二, 大西匡光 (2011); 拡張一次近似二次モーメント法を適用したインフォメーションレシオの考察, 『2011年日本オペレーションズ・リサーチ学会秋季研究発表会アブストラクト集』, pp.110-111.
- (17) 石野雄一 (2005); 『道具としてのファイナンス』, 日本実業出版社.