



ロウの移行過程とその数値例

谷 口 和 久

概要 本稿はロウの移行過程を差分方程式体系で再定式化し、数値解析によってその経路を示すものである。ロウの生産構造は垂直的に統合されたもので、設備財産業と消費財産業に分けられる。設備財産業はさらにいわゆる工作機械部門である第1設備財産業と消費財生産のための第2設備財産業に分けられる。本稿では、このような生産産業の移行過程を分析するために、外生的に資本配分比を与える。そして、この配分比とロウのとなえた粗貯蓄率との間には、「入れ子」構造のあることが示され、それがロウモデルの安定性に強い役割を果たしていることが示される。さらに、移行過程における各部門の資本量と資本解放量が具体的な数値例として図示される。

Abstract This article describes Lowe's traverse by a difference equations system and displays the traverse process with the aid of numerical analysis. Firstly, regarding the structure of production, Lowe's production industries are vertically divided into the three sectors. In order to investigate Lowe's model by a difference equations system, the distributive proportion of outputs between two sectors is given exogenously, and it is mentioned that a proportional relation of this distributive proportion of output and gross saving ratio plays a crucial role. Secondly, Lowe described that the discontinuous traverse process, which serves to absorb an increase in the rate of labour supply, can be divided into four phases. To display the contortions may require mathematics of such complexity, but it is not so difficult to show the path by numerical analysis. With the aid of numerical analysis, numerical examples of capacity are illustrated in diagram.

キーワード 移行過程, 粗貯蓄率, 入れ子構造, 資本解放量, 数値解析

原稿受理日 2003年10月8日

1. はじめに

ロウは移行過程の分析を、その主著 *The Path of Economic Growth*⁽¹⁾ において行なった。それは、静態均衡から動態均衡へとモデルを展開した後、動態均衡を手がかりにしたものである。即ち、ある動態均衡経路ともう一つの異なる動態均衡経路を設定し、その間を幾つかの段階に分解して、その各段階を追跡したものである。各段階の説明は詳細になされるが、数学的にはそれぞれの段階を比較したもので、基本的にヒックスの『資本と成長』⁽²⁾ で示されたような区間比較である。また、「最速経路」とよばれる経路を移行過程の基準経路として設定した。

本稿では、初めにロウの言説に従って、静態均衡と動態均衡のモデルを再構成した後、ロウの移行過程を要約する。次に、このロウのモデルを時間を変数とする差分方程式によって明示的に構築する。また、ロウの3部門構造には「入れ子」の構造があり、そのことがモデルの安定性に決定的な役割を果たしていることを示す。さらに、幾つかの数値例を示すことで、ロウの移行過程の特徴を持った経路を具体的に示す。

2. ロウによるモデル展開

ロウの部門分類は、スラッファ・レオンチェフ型の産業分類でもなく、パジネッティのような垂直統合された部門でもない。いわばそれらが統合された抽象的な部門分類である⁽³⁾。また、ロウのモデル経済の生産では、労働と原材料投入に加えて固定資本を必要とするが、生産活動によって減耗する固定資本部分が原材料投入のように扱われる。

ロウの部門分類は3部門分類であるが、大きく資本財生産部門と消費財生産部門の二つに分類される。この資本財生産部門は、さらに資本財生産のための資本財部門と、消費財生産のための資本財部門に分けられる。資本財生産のための資本財を第1設備とする。いわゆる工作機械 (*machine tool*) 部門である。また、消費財生産のための資本財を第2設備とする。

はじめに、本稿で使用する文字を紹介しておく。

(1) Lowe [3].

(2) Hicks [2].

(3) Gheruke [1] 参照。

資本財生産部門内で第1設備部門を a 部門，第2設備部門を b 部門，また消費財部門を c 部門とする。資本ストック K ，産出量 Y ，右下添字で当該部門を表わす。右下添字のないものは経済全体を表わす。つぎに，資本産出比率 v ，資本減耗率 d ，成長率 g ，貯蓄率 s とする。簡単化のために，資本産出比率，資本減耗率はそれぞれの部門間で同じとする。

2.1 静態均衡経路

ロウの文言に従って，その静態均衡の経路を追跡してみよう⁽⁴⁾。資本産出比率がロウ・モデルでは重要な役割を果たす。部門ごとに，

$$\begin{aligned} K_a &= vY_a \\ K_b &= vY_b \\ K_c &= vY_c \end{aligned}$$

が成立するが，各部門の資本産出比率が同じであるから，経済全体としても

$$K = vY$$

が成立する。静態均衡では，資本減耗分が補填されるだけの生産が行われる。経済全体としての資本減耗分が資本財生産の生産量に等しいから，

$$dK = Y_a + Y_b$$

である。したがって，c 部門の生産量は，

$$Y_c = Y - (Y_a + Y_b) = Y - dK = (1 - vd)Y$$

である。b 部門の生産量は，c 部門の資本の減耗量に等しいから，

$$Y_b = dK_c = d \frac{K_c}{Y_c} Y_c = vdY_c = vd(1 - vd)Y$$

である。a 部門の生産量は，全生産量から b 部門と c 部門の生産量を引いたもので，

$$Y_a = Y - (Y_b + Y_c) = v^2 d^2 Y$$

となる。この生産量を表す三式から，生産に必要な資本ストック量と資本減耗量が導かれる。各部門の生産量の比は

(4) Lowe [3] pp. 43-7.

$$Y_a: Y_b: Y_c = v^2 d^2: vd(1-vd): 1-vd$$

となる。

2.2 動態均衡経路

次に動態均衡経路を見てみよう⁽⁵⁾。必要とされる純投資比率 i を、純産出に対する純投資の比率として、次のように定義する。

$$i = \frac{I}{Y_c^* + I} = \frac{I}{Y_c^{st}}$$

ただし、 I は純投資、 Y_c^* は動態均衡における消費である。よって $Y_c^* + I$ は純産出であり、集計された資源量は同じであるから、定常状態の消費 Y_c^{st} に等しい。次に、定常状態の消費 Y_c^{st} は、 $(1-vd)Y$ に等しいから、動態均衡での消費財部門から設備部門への必要な要素のシフトは純投資 I が

$$I = i(1-vd)Y$$

となる条件を導く。所与の成長率 g を達成するのに必要な投資量 I は、

$$I = gK = gvY$$

であるから、上の二式から

$$i = \frac{gv}{1-vd}$$

を得る。

次に、動態均衡の消費財産出 Y_c^* は静態均衡産出 Y_c^{st} より、投資量 I だけ下がるから、

$$Y_c^* = Y_c^{st} - I = Y_c^{st} - iY_c^{st} = (1-i)(1-vd)Y = Y^{st} - v(g+d)Y^{st}$$

である。 Y_b^* は第2設備の更新と成長に見合ったストック追加に当てられるから、

$$Y_b^* = (d+g)K_c^* = (d+g)vY_c^* = v(g+d)\{1-v(g+d)\}Y^{st}$$

(5) Lowe [3] pp. 77-89.

また、同様に

$$Y_a^* = Y^{st} - (Y_b^* + Y_c^*) = v^2(g+d)^2 Y^{st}$$

となる。これがロウの動態均衡における産出量である。静態均衡と同様に、産出量から資本ストック量と投入量が導かれる。また、各部門の生産量の比は

$$Y_a^*:Y_b^*:Y_c^* = v^2(g+d)^2:v(g+d)\{1-v(g+d)\}:1-v(g+d) \quad (1)$$

となる。

2.3 移行過程の四局面と最速経路

ロウは移行過程が労働、自然資源、技術という基礎的資源の増加率が変化するときを生じると考えた。ここでは、ロウ自身が分析のコアと呼んだ労働が変化する場合を簡単に述べよう⁽⁶⁾。その際、移行過程は「存在する生産能力の部分的な解放」「第1設備の産出増大」「第2設備の産出増大」「消費財の産出増大」という四つの局面を経て進行する⁽⁷⁾。

直感的には労働の増分の吸収に適したものは消費財部門である。そこでの吸収は雇用を提供するのみならず、ひとりあたりの消費に必要とされる追加的産出を生み出す。だが、生産の固定的係数のもとで完全な資源の利用においては、そのような消費財部門の吸収は追加的な資本財を必要とし、その資本財は第2設備部門からのみ供給される。しかし、第2設備はそれ自身の設備の増大なくして追加的な産出供給ができない。そのような設備は第1設備部門から供給される。しかしながら動態均衡の状態では、第1設備は完全利用の状態である。では、いかにして第2設備部門と消費財部門を増大させることができるだろうか。一時的には、第1設備部門が自身の生産を少なくしてその分を移転させる方法がある。自身を食べると言う方法もあるが、もちろんこの方法では解決にはならない。

この隘路をくぐり抜けるには、第1設備部門の産出からのある部分が縮小され、そのようにして得られた生産能力が第1設備部門自身の増産に向けられることによって可能になる。消費財の究極的な増大のためには、消費財部門の更新と拡張は低下しその産出は減少するのである。その拡張のためには、第2設備部門に配置されている生産能力は、消費財部門の能力を更新し拡張するという本来の任務から部分的に解放され、この解放された能

(6) Lowe [3] p. 123.

(7) Lowe [3] pp. 109-112., pp. 123-145.

力が第1設備部門を拡張するために利用されなければならない。

いったん新しく第1設備が建設されたならば、その新しい第1設備の一部を自己増殖から第2設備への拡張に転換する。このことは自由主義市場ではふたたび錯綜した任務になる。その理由は第2段階で、第1設備のストックがそのストックの累積的な拡張に適合させられているが、その要求された拡張限界が達成されるや、新しいストックは第2設備の増殖のために、第2設備部門にシフトしなければならないからである。第1設備部門は、新しく機能する第1設備と第2設備部門における追加的機能の更新と定常的拡張にあわせて調整しなければならないのである。

最後に、拡張した第2設備は消費財部門で稼動し、消費財の産出が増大した時、調整は最終局面になって移行は終了する。

また、移行の経路基準としての「最速経路」を次のように定義する⁽⁸⁾。

資本形成過程の効率性を強調する点では、暗黙にひとつ以上の実行可能な調整過程があることを主張している。したがって、もしこれらの実行可能な経路のひとつがもっとも効率的であると選択されるならば、経路基準が必要である。そして、不良な投資は避けられねばならないという条件によって強制された調整の最大速度をこの経路基準として規定とする。

部門Iで解放される能力の大きさを決定するには、移行が最高速度で進行するであろうところの経路基準を思い出さねばならない。そのような最高速度は、新しく生じた貯蓄と元の貯蓄もまたその両方が第一装置財の自己増殖に用いられることによるのみ達成される。

調整の最大速度基準は、貯蓄がどの部門に生じようとも、全ては、自己増殖過程を始めるために、第一装置財部門に投資されることを必要とする。

以上のように、最速経路は移行の第1局面で解放された生産設備が、第2局面で全て第1設備の生産に振り向けられるのである。

(8) Lowe [3] p. 124., p. 125., p. 128.

3. モデルの再構成と「入れ子」構造

さて、以上のロウの言説からその移行過程を、時間 t を明示的に導入した差分方程式モデルとして再構成しよう。

3.1 基本物質収支と配分比の導入

t 期首に資本ストック $K(t)$ と労働が存在し生産活動を行う。 t 期間中に、その生産活動の結果 $dK(t)$ の資本が減耗し、 t 期末に $Y(t)$ を産出する。この産出 $Y(t)$ は次の $t+1$ 期の生産活動に必要な資本ストックとして、 t 期末に存在する資本ストック $(1-d)K(t)$ に加えられ $K(t+1)$ となる。よって、 $t+1$ 期の生産活動には、資本ストック $K(t+1)$ と労働が供せられる。この物質収支は次のような差分方程式になる。

$$K_a(t+1) + K_b(t+1) = (1-d)(K_a(t) + K_b(t)) + Y_a(t)$$

$$K_c(t+1) = (1-d)K_c(t) + Y_b(t)$$

生産された資本財の投入先に注意しなければならない。a 部門で生産された財 $Y_a(t)$ は a と b の二つの部門で使われる。b 部門で生産された財は c の消費財部門に使われる。

さて、資本財の各部門への配分を表すために、パラメータとして配分比 σ を導入する。即ち、a 部門の生産物 Y_a の a 部門と b 部門への配分を、a 部門への配分比 σ で表わすと、物質収支の初めの式を2本の式に分割でき、

$$K_a(t+1) = (1-d)K_a(t) + \sigma Y_a(t) \quad (2)$$

$$K_b(t+1) = (1-d)K_b(t) + (1-\sigma)Y_a(t) \quad (3)$$

$$K_c(t+1) = (1-d)K_c(t) + Y_b(t) \quad (4)$$

となる⁽⁹⁾。

3.2 ロウ・モデルの入れ子構造—粗貯蓄率と配分比の関係—

ロウは、粗投資率に対応して次の「粗貯蓄率」を定義する⁽¹⁰⁾。

$$S^{gross} = \frac{Y_a(t) + Y_b(t)}{Y_a(t) + Y_b(t) + Y_c(t)}$$

(9) なお、 $K_a(t+1) - K_a(t) = \Delta K_a = I_a^{net}$ 、 $K_b(t+1) - K_b(t) = \Delta K_b = I_b^{net}$ である。

(10) 粗貯蓄は純貯蓄と減価償却の和である。Lowe [3] p. 127.

よって,

$$Y_a(t) + Y_b(t) = \frac{s^{gross}}{1-s^{gross}} Y_c(t)$$

となる。完全稼働で資本産出比率が一定とすれば,

$$K_a(t) + K_b(t) = \frac{s^{gross}}{1-s^{gross}} K_c(t)$$

も成立する。

物質収支条件(2)~(4)式を辺々加えれば

$$K_a(t+1) + K_b(t+1) + K_c(t+1) = (1-d) \{K_a(t) + K_b(t) + K_c(t)\} + Y_a(t) + Y_b(t)$$

であるから,

$$K(t+1) - (1-d)K(t) = Y_a(t) + Y_b(t)$$

となって,

$$\frac{K(t+1)}{K(t)} - (1-d) = \frac{Y_a(t) + Y_b(t)}{K(t)}$$

を得る。資本産出比率 $K(t) = vY(t)$ を使えば,

$$g+d = \frac{1}{v} \frac{Y_a(t) + Y_b(t)}{Y(t)}$$

となるから,

$$s^{gross} = I^{gross} = v(g+d)$$

である。むろん、上式は各部門の成長率が全体の成長率に等しいという動態均衡のときのみ成立する。

さて、配分比を再考する。(2)式より,

$$\begin{aligned}\sigma &= \left(\frac{K_a(t+1)}{K_a(t)} - 1 + d \right) v \\ &= v(g_a + d)\end{aligned}\tag{5}$$

である。(5)式は資本産出比率と物質収支式から導かれているが、書き換えると

$$g_a = \frac{\sigma}{v} - d$$

となる。これは、外生的に与えられた σ が成長率 g_a を決めることを主張している。

動態均衡にあるときは、

$$g_a = g_b = g_c$$

であるから、

$$\sigma = s^{gross}$$

となり、もとの定義から、

$$s^{gross} \cdot 1 - s^{gross} = \sigma \cdot 1 - \sigma$$

という関係が成立する。この粗貯蓄率と配分比の比が等しいと言うことは、資本財部門の資本ストック量と生産量の分割比 $a:b$ が、経済全体の資本ストック量と生産量の分割比 $a+b:c$ に等しいことを示している。つまり、ロウのモデルでは、資本財部門と消費財部門の比が、第1設備部門と第2設備部門の比と等しいと言う、「入れ子」の構造になっているのである。

4. モデルの展開と数値例

4.1 差分方程式体系モデル

配分比を使った(2)~(4)式から、資本ストック K に関する差分方程式が得られる。これは、最速経路ではないが、ロウの移行過程の一つである。

$$K_a(t+1) - \left(1 - d + \frac{\sigma}{v} \right) K_a(t) = 0\tag{6}$$

$$K_b(t+1) - (1-d)K_b(t) - \frac{1-\sigma}{v}K_a(t) = 0 \quad (7)$$

$$K_c(t+1) - (1-d)K_c(t) - \frac{1}{v}K_b(t) = 0 \quad (8)$$

この差分方程式の含意を簡単に述べておこう。まず、初めに外生的に配分比 σ が与えられ、a 部門に配分される生産物 $\sigma Y_a(t)$ が決まる。これに資本産出比率を使うと、追加される資本量が $(\sigma/v)K_a(t)$ であるから、a 部門の成長率が $-d + \sigma/v$ と決まる。次に、残りの生産物 $(1-\sigma)Y_a(t)$ が b 部門に配分される。(7)式である。最後に、b 部門で生産される生産物 $Y_b(t)$ がこの(7)式の規定する資本量 $K_b(t)$ から導かれ、そこから(8)式によって c 部門の資本量が決定される。

この差分方程式は、以下のようにして簡単に解くことが出来る⁽¹⁾。

まず、 $K_a(t)$ は(6)式より

$$K_a(t) = K_a(0) \left(1 - d + \frac{\sigma}{v}\right)^t \quad (9)$$

である。これを、(7)式に代入して、 K_b を求めれば、

$$K_b(t) = \Phi_1(1-d)^t + \frac{1-\sigma}{\sigma}K_a(0) \left(1 - d + \frac{\sigma}{v}\right)^t \quad (10)$$

となる。さらに、この $K_a(t)$ 、 $K_b(t)$ を(8)式に代入し、その差分方程式を解けば、

$$K_c(t) = \left(\Phi_2 + \frac{1}{(1-d)v}\Phi_1 t\right)(1-d)^t + \frac{1-\sigma}{\sigma^2}K_a(0) \left(1 - d + \frac{\sigma}{v}\right)^t \quad (11)$$

となる。但し、

$$\Phi_1 = K_b(0) - \frac{1-\sigma}{\sigma}K_a(0)$$

$$\Phi_2 = K_c(0) - \frac{1-\sigma}{\sigma^2}K_a(0)$$

である。資本減耗率は1より小さいから、(9)~(11)式より、資本ストックが任意の初期値に

(1) 谷口和久 [4] p. 79. 参照。

あっても、第 b 部門と第 c 部門の資本ストックの成長率は、いずれ第 a 部門の成長率 $-d+\sigma/v$ に近づくことが分かる。

4.2 移行過程と解放量の数値例

(9)~(11)式に簡単な数値を与えて、移行過程を図示する。まず、資本産出比率 $v=4$ 、資本減耗率 $d=0.03$ と与えよう。初めの動態均衡経路（経路 I とする）での配分比 $\sigma=0.2$ 、移行の後に行き着く先の動態均衡経路（経路 II とする）での配分比 $\sigma=0.4$ とする。動態均衡経路での成長率は $-d+\sigma/v$ であるから経路 I では 2%，同じく経路 II では 7% となる。また、経路 I の資本の初期値を $K_a(0)=1$ 、 $K_b(0)=4$ 、 $K_c(0)=20$ で与え、経路 II の資本の初期値を $K_a(0)=1$ 、 $K_b(0)=1.5$ 、 $K_c(0)=3.75$ と与える。いずれも各部門の資本量は、粗貯蓄率と配分比から(1)式を満足するように与えてある。

経路 I から経路 II への移行が $t=0$ の時点で始まるとすれば、その移行過程は

$$K_a(t) = 1.07^t$$

$$K_b(t) = 2.5 \times 0.97^t + 1.5 \times 1.07^t$$

$$K_c(t) = \left(16.25 + \frac{125}{194}t \right) 0.97^t + 3.75 \times 1.07^t$$

と書ける。初期値は経路 I から与えており、配分比は経路 II からのものである。経路に沿った資本量を各部門ごとに、経路 I（点線）と経路 II（一点鎖線）と移行過程を図 1～図 3 に示した。

さらに、b 部門と c 部門の経路 I と移行過程における資本量の差 $K_b(t) - K_b^I(t)$ と $K_c(t) - K_c^I(t)$ を求め、図 4 と図 5 に示した²⁾。図 4 は、経路 II への移行に必要な b 部門の資本の解放量でもある。即ち、初めに b 部門の資本量が減少するのは、a 部門の新しい成長率（7%）を実現するために b 部門に配分される第 1 設備財が減少するからであり、この減少分（負値の分）がロウのいう解放量である。また、図 5 には、b 部門の資本量が減少するために、結果的に c 部門の資本設備が減少することも明示されている。この負の部分が同じくロウのいう c 部門の解放量である。

(2) $K_b^I(t)$ 、 $K_c^I(t)$ の右上添字 I は経路 I を表す。

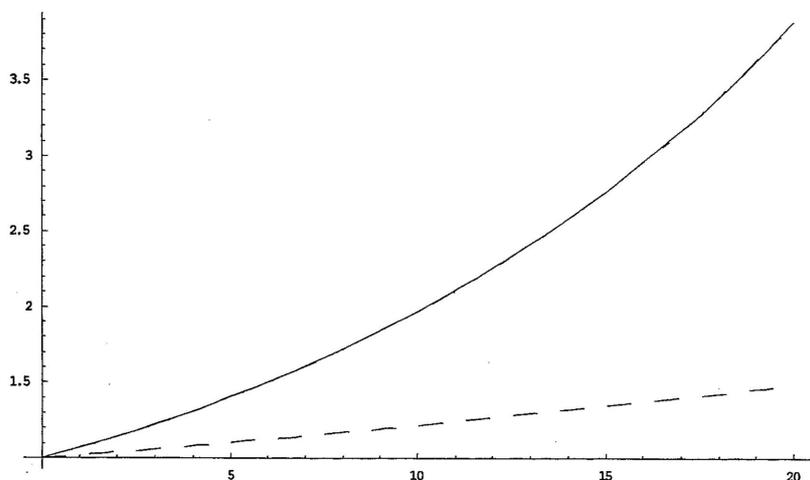


图1 a 部門経路比較

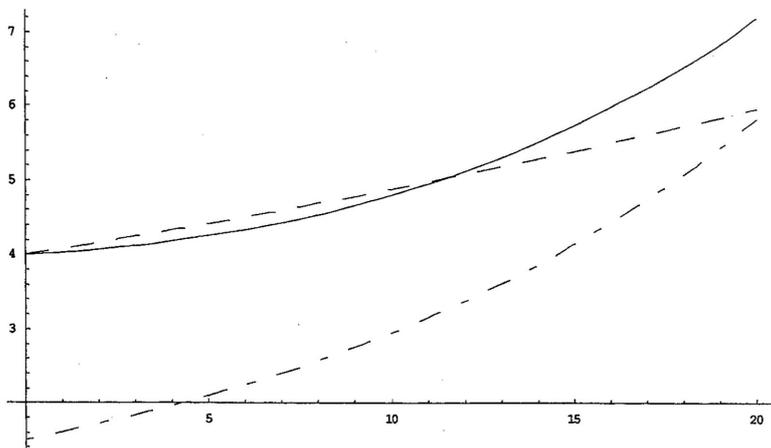


图2 b 部門経路比較

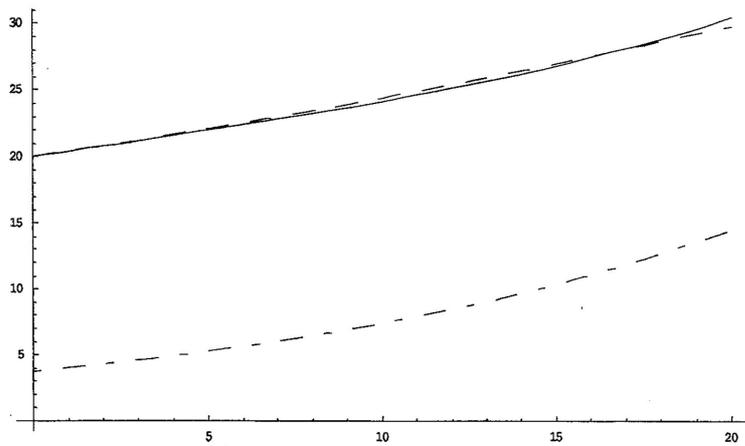


图3 c 部門経路比較

ロウの移行過程とその数値例（谷口）

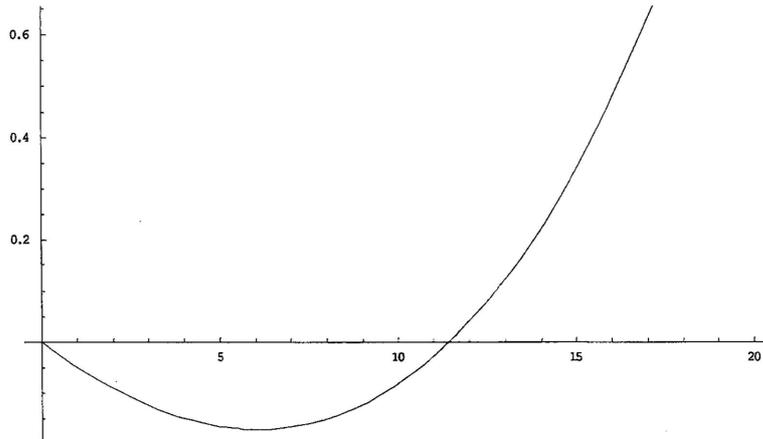


図4 b部門の経路Iとの資本量差（解放量）

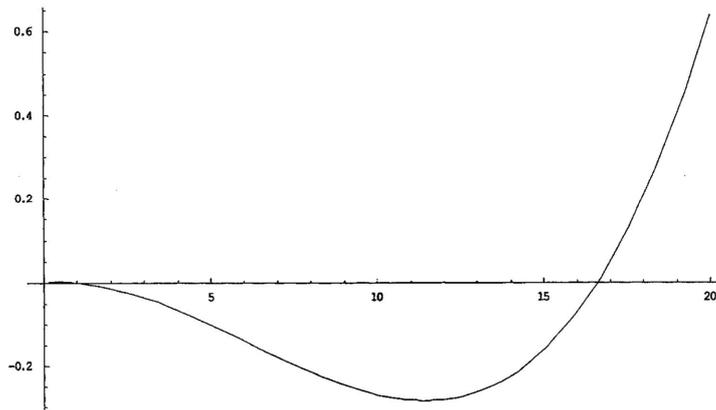


図5 c部門の経路Iとの資本量差

5. ま と め

ロウのモデルの特徴は、まず、その特異な抽象的部門分類である。だが、資本論争を待つまでなく、ロウのモデルの資本の計測には、様々な難点が伴うであろう。本稿では、この問題は取り上げていない。

本稿の移行過程はロウの言う最速経路ではない。なぜならば、本モデルの場合では移行の開始と同時に a 部門の資本量は経路IIと同じ速度で成長を遂げている。だが、最速経路では、経路IIの成長率を超える速度で成長するからである。この場合、経済成長の進行につれて減速が始まり、やがて動態均衡の成長率になるのである。しかし、最速経路では経

済を下支えする消費財生産が隘路となるが、その最底辺を外生的に与えなければ、解放量を決めることが出来ない。

次に、ロウの移行過程に関しては、ある動態均衡経路から別の異なる動態均衡経路への移行に際して、複数の移行過程が存在する。例えば、本稿で取り上げた移行過程は、第1設備資本の生産が経済の成長率を決定する構造になっている。いわば、資本財生産牽引型経済で、上流の部門の成長率が経済全体の成長率を規定するのである。だが、消費財の生産が資本財生産への圧力を加えていくような、消費財生産押上型経済の経路も存在するであろう。他の経路についての考察は別稿をまたねばならない。

参 考 文 献

- [1] C. Gehrke. "Traverse Analysis and Flexibility of the Production System". In H. Hagemann and H.D. Kurz, editors, *Political Economics in Retrospect: Essays in Memory of Adolph Lowe*, pp. 208-232. Edward Elgar, 1998.
- [2] J. Hicks. *Capital and Growth*. Oxford, Clarendon Press, 1965. (安井琢磨, 福岡正夫訳『資本と成長』, 岩波書店, 1970.)
- [3] A. Lowe. *The Path of Economic Growth*. Cambridge University Press, 1976.
- [4] 谷口和久。『移行過程の理論と数値実験』。啓文社, 1997。