

対称性を利用した格子型ブランチラインカップラの シミュレーションモデル

村 上 和 人

抄録

本稿では、線路の十字接続部に時間領域の散乱行列を用いた境界処理を導入した変形中心差分法によるシミュレーションモデルが、格子型ブランチラインカップラの四つ折り対称を利用した解析に有効であることを表している。形状が対称的に構成された格子型ブランチラインカップラについて、四つの全終端同時対称励振により生ずる電気壁および磁気壁を確認し、分解して得られた等価回路の数値解の合成結果と通常励振の数値解が一致することを示す。

キーワード

格子型ブランチラインカップラ、十字接続、シミュレーション、等価回路

A Simulation Model of Lattice-Type Branch-Line Coupler Using the Fourfold Symmetry

Murakami, Kazuhito

Abstract

This paper presents that a simulation model using the fourfold symmetry is efficient for analyzing a lattice-branch-line coupler. The boundary treatment which computes the reflected and transmitted quantities at each cross junction is carried out by using the time-domain scattering matrix. For a lattice-type branch-line coupler with the symmetrical network structure, the electric and magnetic walls appeared by the symmetrical excitations are confirmed. It is shown that the simulation results for synthesis of the decomposed equivalent circuits agree with those of the conventional analysis model.

Key Words

Lattice-type branch-line coupler, cross junction, simulation, equivalent circuit

目	次
1. はじめに	3.2 4ポート同時励振
2. カップラのモデリング	3.3 周波数特性
2.1 線路方程式	4. まとめ
2.2 不連続部の境界処理	
3. シミュレーション	
3.1 定常解	

1. はじめに

線路構造の不連続部の効果を利用するマイクロ波回路素子について、時間領域のシミュレーションにより、線路上の不連続部で発生する反射・透過の信号の振舞いを明らかにし、その動作特性を把握しておくことは、マイクロ波回路設計の重要事項の1つである。また、マイクロ波回路シミュレータは、回路設計の支援ツールとして、開発コストの削減、開発期間の短縮およびシステムの信頼性の向上に重要な役割を果たしている。マイクロ波およびミリ波帯の回路解析や設計⁽¹⁾⁻⁽³⁾において、回路構造から直接、分布定数系を解析することも重要である。近年においては、平面回路上の伝送線路の数値解析法には有限要素法、モーメント法および有限差分時間領域法等の電磁界解析モデル⁽⁸⁾が数多く報告され、これらの三次元電磁界解析シミュレータが主流になっている。また、分布定数素子モデルが組み込まれた SPICE 系の回路シミュレータ⁽⁹⁾も普及している。

一方、マイクロ波帯の平面回路の中で、ブランチライン・ハイブリッド（ブランチラインカップラ）は方向性結合器や混合器等に広く使用されている受動回路素子の一つである⁽⁴⁾⁻⁽⁵⁾。本稿では、格子型ブランチラインカップラを構成する分布定数線路回路網について、線路方程式に直接、十字型接続部の境界処理を組み込んだ変形中心差分⁽⁶⁾⁻⁽⁷⁾を適用したシミュレーションモデルにより、正弦波入力に対する線路上の電圧と電流の時間解を求める。線路の接続部の境界処理においては、時間領域の散乱行列を導入して、タイムステップ毎に、各線路からの電圧・電流の入射波に対する反射波と透過波の処理をする。得られた時間解を電圧分布と電流分布の変化で表現し、線路上の多重反射波の振舞いを可視化する。また、一つの特徴として、パルス応答の時間解から回路素子の周波数特性を容易に得ることができる。

本シミュレーションモデルの有用性を検証するために、数値解析例として、3 dB 格子型ブラン

チラインカップラの電圧解と電流解を求める。過渡応答特性については既に文献⁽⁷⁾に報告した。定常状態域における線路上の電圧分布と電流分布により、二つの動作周波数に対する定在波とアイソレーションの様子を表す。また、四つの全ポート同時対称励振した場合、回路構造の対称性により生じる電気壁および磁気壁を表し、これを基に分解した等価回路による解析の合成解が元の解に一致することを示す。

2. カップラのモデリング

平面回路上に配置された図1のような格子型ブランチラインカップラについて考える。このカップラは単一線路と十字型接続部で構成される受動マイクロ波回路素子の一つである。なお、AA' と BB' は回路構造の対称平面である。

2.1 線路方程式

一般に、単一分布定数線路の線路方程式は次式で表わされる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \begin{bmatrix} V(x, t) \\ I(x, t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & L \\ C & 0 \end{bmatrix} \frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} V(x, t) \\ I(x, t) \end{bmatrix} \\ = - \begin{bmatrix} 0 & R \\ G & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V(x, t) \\ I(x, t) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (1)$$

但し、 $V(x, t)$ 、 $I(x, t)$ は入力端からの距離 x および時間 t におけるそれぞれ線路電圧と線路電流である。また、 R 、 L 、 G 、および C はそれぞれ単位長あたりの抵抗、インダクタンス、コンダクタンスおよび容量である。TEM モードの仮定では、二次定数の特性インピーダンス Z_0 と位相速度 v_p はそれぞれ $Z_0 = \sqrt{L/C}$ と $v_p = 1/\sqrt{LC}$ で表せる。式(1)に変形中心差分近似を適用して、次の逐次計算式を得る⁽⁶⁾。

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} V_{i,j+1} \\ I_{i,j+1} \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 - \Delta x G Z_0 & Z_0 \\ 1/Z_0 & 1 - \Delta x R/Z_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{i-1,j} \\ I_{i-1,j} \end{bmatrix} \\ + \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 - \Delta x G Z_0 & -Z_0 \\ -1/Z_0 & 1 - \Delta x R/Z_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{i+1,j} \\ I_{i+1,j} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2)$$

但し、添え字の $i, j, i+1, j+1, \dots$ はそれぞれ 境界値：

$i = \Delta x \cdot i, j = \Delta t \cdot j, \dots$ である。 Δx と Δt はそれぞれ
線路長と時間の刻み幅である。

格子型ブランチラインカップラの各ポートは無
反射終端とする。ポート 1 からの励振に対しては、
つぎのように初期値と境界値を設定する。

$$V_{p1}(t) = e(t)Z_0/(Z_S + Z_0), I_{p1}(t) = V_{p1}(t)/Z_0 \quad (4)$$

$$V_{p2}(t) = 0, I_{p2}(t) = 0 \quad (5)$$

$$V_{p3}(t) = 0, I_{p3}(t) = 0 \quad (6)$$

$$V_{p4}(t) = 0, I_{p4}(t) = 0 \quad (7)$$

2.2 不連続部の境界処理

初期値：

$$V(x, t=0) = 0, I(x, t=0) = 0 \quad (3)$$

格子型ブランチラインカップラを構成する線路
の不連続部においては、それぞれの線路からの入

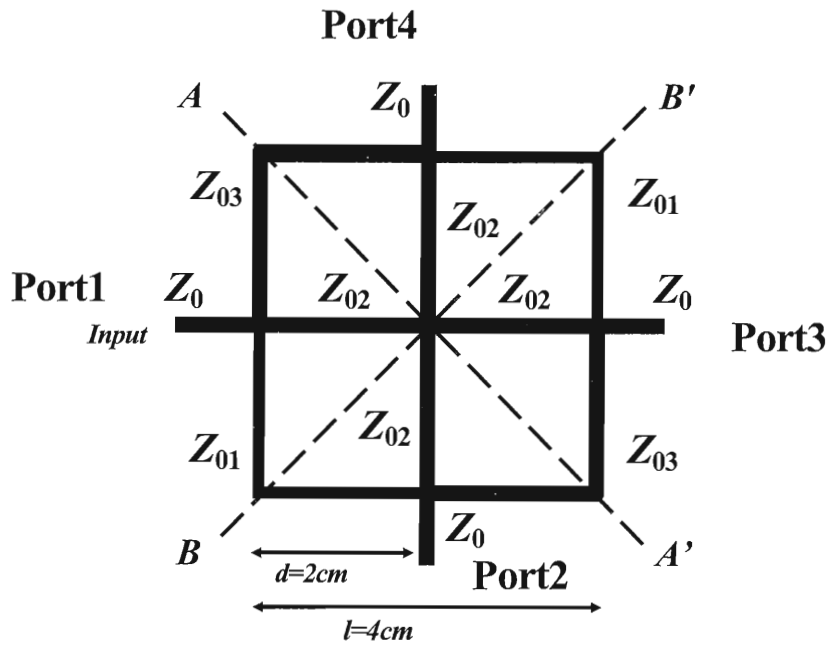


図1 格子型ブランチラインカップラ

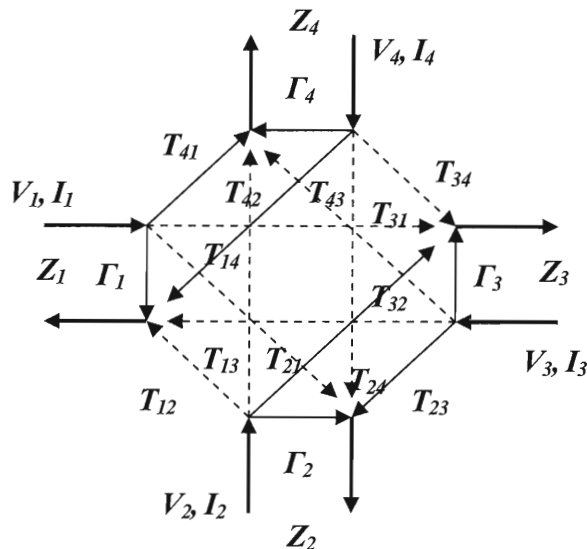


図2 十字型接続部のシグナルフローと反射係数

射波に対して、反射波と透過波の境界処理が必要である。5箇所十字型接続部の境界処理は時間領域の散乱行列により反射波と透過波の処理を行う。接続部における各ポートの反射係数は次式で表される。 m 、 n はポート番号である。

$$\Gamma_m = \frac{1 - Z_m \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq m}}^4 \frac{1}{Z_n}}{1 + Z_m \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq m}}^4 \frac{1}{Z_n}} \quad (8)$$

各線路の電圧と電流の入射量に対する反射量および透過量の関係は、次の散乱行列 T によって表すことができる。

$$T = \begin{bmatrix} \Gamma_1 & T_{12} & T_{13} & T_{14} \\ T_{21} & \Gamma_2 & T_{23} & T_{24} \\ T_{31} & T_{32} & \Gamma_3 & T_{34} \\ T_{41} & T_{42} & T_{43} & \Gamma_4 \end{bmatrix} \quad (9)$$

但し、要素 T は $T_{mn} = 1 + \Gamma_m$ である。
ここで、

$$\text{入射電圧: } V^+ = [V_1^+(t), V_2^+(t), V_3^+(t), V_4^+(t)]^T$$

$$\text{入射電流: } I^+ = [I_1^+(t), I_2^+(t), I_3^+(t), I_4^+(t)]^T$$

および

$$\text{反射電圧: } V^- = [V_1^-(t), V_2^-(t), V_3^-(t), V_4^-(t)]^T$$

$$\text{反射電流: } I^- = [I_1^-(t), I_2^-(t), I_3^-(t), I_4^-(t)]^T$$

とすると、これらの関係式はつぎのように記述できる。

$$V^- = TV^+ \quad (10)$$

$$V^- = Z^{-1}TZI^+ \quad (11)$$

但し、 Z は線路の特性インピーダンスで構成される対角行列である。電圧と電流の添え字 $+$ 、 $-$ はそれぞれ入射波と透過波（反射波を含む）を意味

する。各不連続部の境界処理は、タイムステップ毎に、各線路からの入射波に対して、電圧と電流の反射量および透過量を求める。

最終的に、回路全体の時間解は、式(2)、(10)、(11)を用いて、線路上のすべての電圧解と電流解を求めることができる。カップラの各ポートで得られた入出力応答から前進波と後退波はつぎのような処理で抽出される。

カップラのポート1の入力電圧は

$$\begin{aligned} V_{in}(t) &= (V_{p1}(t) + I_{p1}(t)Z_0)/2 \\ &= (e(t)Z_0/(Z_1 + Z_0)) \end{aligned} \quad (12)$$

であり、各ポートへの出力電圧は

$$V_{p1o}(t) = (V_{p1}(t) - I_{p1}(t)Z_0)/2 \quad (13)$$

$$V_{p2o}(t) = (V_{p2}(t) - I_{p2}(t)Z_0)/2 \quad (14)$$

$$V_{p3o}(t) = (V_{p3}(t) + I_{p3}(t)Z_0)/2 \quad (15)$$

$$V_{p4o}(t) = (V_{p4}(t) + I_{p4}(t)Z_0)/2 \quad (16)$$

で得られる。

3. シミュレーション

3.1 定常解

一例として、回路の線路定数が $Z_0 = 50[\Omega]$ 、 $Z_{01} = Z_{02} = 50[\Omega]$ 、 $Z_{03} = 81[\Omega]$ の 3 dB 格子型ブランチャインカップラに対して、ポート1から正弦波： $e(t) = \sin(2\pi f_0 t)$ 、（二つの動作周波数： $f_{01} = 2.42[\text{GHz}]$ 、 $f_{02} = 5.07[\text{GHz}]$ ）で励振した場合の定常状態域（800ステップ後）における線路上の電圧、電流分布の変化を図3に示す。図中の薄い線は瞬時値である。ポート2には信号が到達しないアイソレーション特性が確認され、また、入力信号がポート3とポート4にそれぞれ -3 dB 出力されていることが観測される。これらの出力応答は他のシミュレータ⁹⁾の数値解と一致する。

3.2 4ポート同時励振

格子型ブランチラインカップラの各ポートからつぎの四つのパターンで同時対称励振した場合の定常状態域における電圧、電流分布の変化を図4に示す。

励振のパターン：

- a) $V_1=e(t), V_2=e(t), V_3=e(t), V_4=e(t)$
- b) $V_1=e(t), V_2=-e(t), V_3=-e(t), V_4=e(t)$
- c) $V_1=e(t), V_2=e(t), V_3=-e(t), V_4=-e(t)$
- d) $V_1=e(t), V_2=-e(t), V_3=e(t), V_4=-e(t)$

回路構造の対称性から主線路と支線路の中央部に、それぞれ電気壁（点線）と磁気壁（破線）が観測される。図5はこれらの壁に基づいて分解した等価回路である。図4の部分解は各等価回路の電圧、電流分布に一致する。また、この四種類の電圧、

電流解をすべて合成すると図3に一致する。

図5に示した等価回路のそれぞれの反射係数は次式で表される。

$$\Gamma_a = \frac{Y_c - jY_1t_1 - jY_2t_2 - jY_3t_3}{Y_c + jY_1t_1 + jY_2t_2 + jY_3t_3} \quad (17)$$

$$\Gamma_b = \frac{Y_c t_1 + jY_1 - jY_2t_1t_2 - jY_3t_1t_3}{Y_c t_1 - jY_1 + jY_2t_1t_2 + jY_3t_1t_3} \quad (18)$$

$$\Gamma_c = \frac{Y_c t_2 - jY_1t_1t_2 + jY_2 - jY_3t_2t_3}{Y_c t_2 + jY_1t_1t_2 - jY_2 + jY_3t_2t_3} \quad (19)$$

$$\Gamma_d = \frac{Y_c t_1t_2t_3 + jY_1t_2t_3 + jY_2t_1t_3 + jY_3t_1t_2}{Y_c t_1t_2t_3 - jY_1t_2t_3 - jY_2t_1t_3 - jY_3t_1t_2} \quad (20)$$

但し、 $t_i = t_2 = t_3 = \tan\theta$ 、 $Y_i = 1/Z_i (i=1 \text{ to } 3)$ である。等価回路の反射電圧は $V^- = \Gamma V^+ = \Gamma e(t)$ で求まる。それぞれのポートへの出力電圧は、前述の回路構造の対称性と同時対称励振により、つぎの合成式で求めることができる。

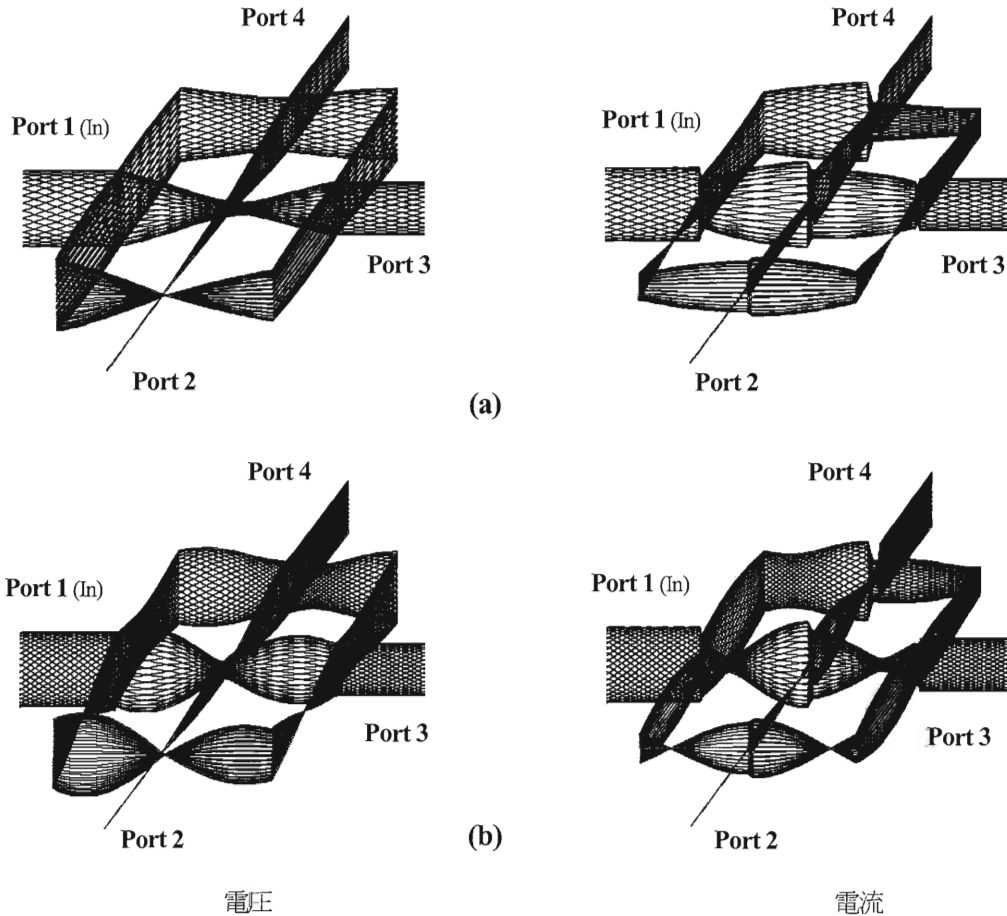


図3 定常状態域における電圧分布、電流分布の変化

動作周波数：(a) $f_{01}=2.42[\text{GHz}]$ 、(b) $f_{02}=5.07[\text{GHz}]$

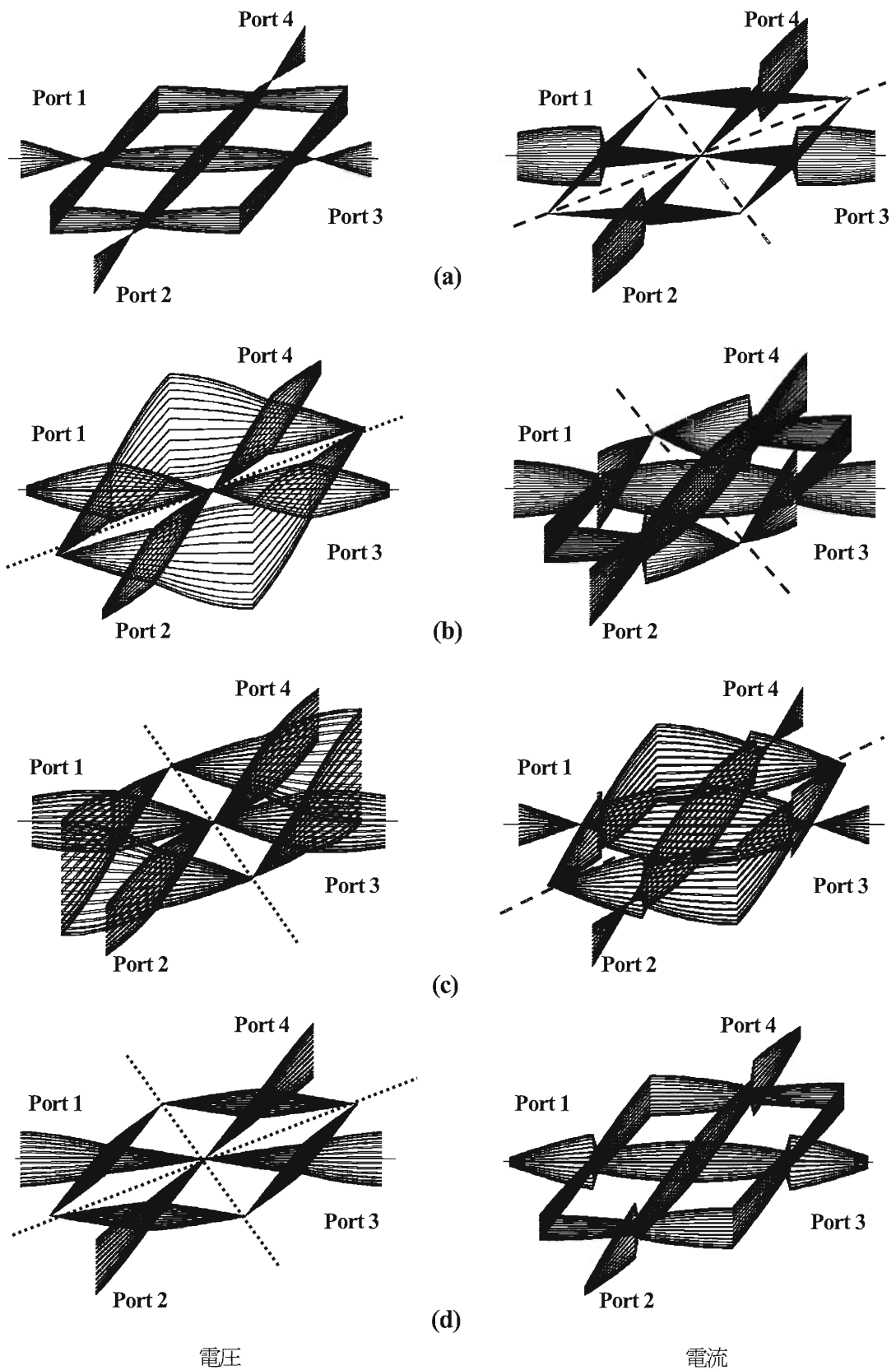


図4 定常状態域における電圧、電流分布の変化
(動作周波数: $f_0 = 2.42$ [GHz])

合成出力電圧：

$$V_1^- = (\Gamma_a + \Gamma_b + \Gamma_c + \Gamma_d) V^+ / 4 \quad (21)$$

$$V_2^- = (\Gamma_a - \Gamma_b + \Gamma_c - \Gamma_d) V^+ / 4 \quad (22)$$

$$V_3^- = (\Gamma_a - \Gamma_b - \Gamma_c + \Gamma_d) V^+ / 4 \quad (23)$$

$$V_4^- = (\Gamma_a + \Gamma_b - \Gamma_c - \Gamma_d) V^+ / 4 \quad (24)$$

図6は等価回路の入出力応答（上図）とそれらを合成して求めたカップラの出力応答（下図）であ

る。図3の出力応答と一致する。ポート2に注目すると600ステップ以降の定常解において不連続部によって発生する反射波がすべて相殺されて、出力信号が現れなくなっている。

3.3 周波数特性

この回路の周波数特性はパルス応答から容易に求めることができる。シミュレーションで得られ

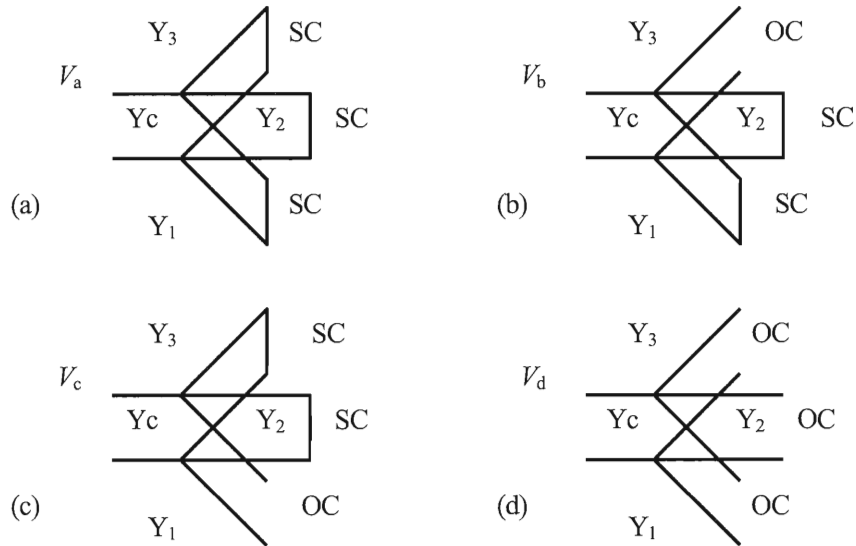
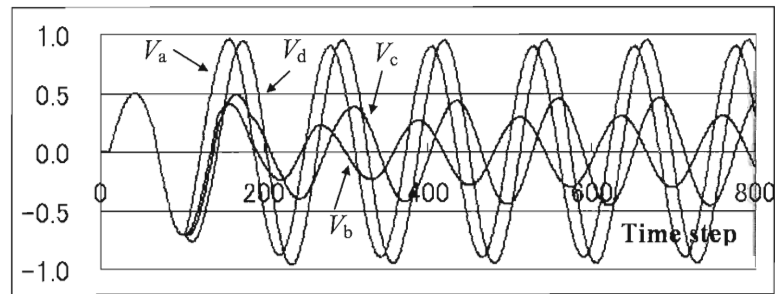
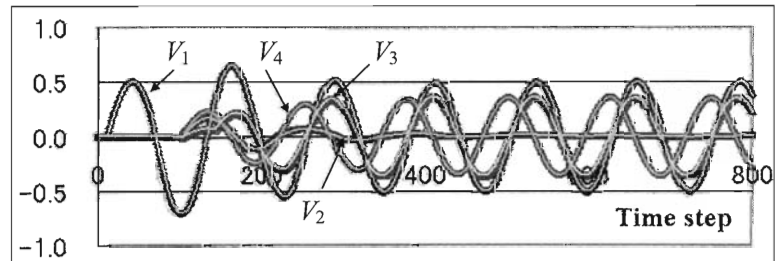


図5 等価回路

(図4の(a)から(d)に対応、 $Y = 1/Z$ 、SCは短絡端、OCは開放端)



(a)



(b)

図6 等価回路の入出力応答(a)と合成して得られた各ポートの出力(b)

従来方法（細線）と本方法（太線）

た各ポートのパルス応答の時間解を図7に示す。これらを高速フーリエ変換 (Fast Fourier Transform) して周波数領域の解を求める。Sパラメータは次式で計算される。

$$S_{N1} = \frac{FFT[V_N^-(t)]}{FFT[V_{in}(t)]} \quad (25)$$

但し、Nはポート番号である。図8に求められた周波数特性を示す。本手法 (プロット) と S-NAP⁽⁹⁾ シミュレータ (実線) の結果は一致している。この周波数特性から対象とする格子型ブランチラインは動作周波数が2箇所あることが分る。

4. ま と め

十字型不連続部の境界処理を組み込んだ変形中心差分法によるシミュレーションモデルを示し、

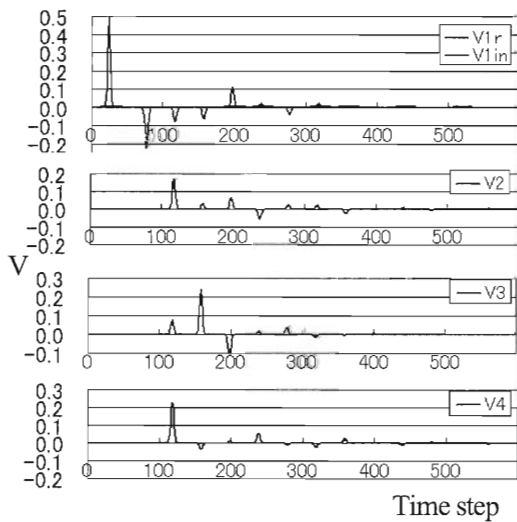


図7 パルスの時間応答

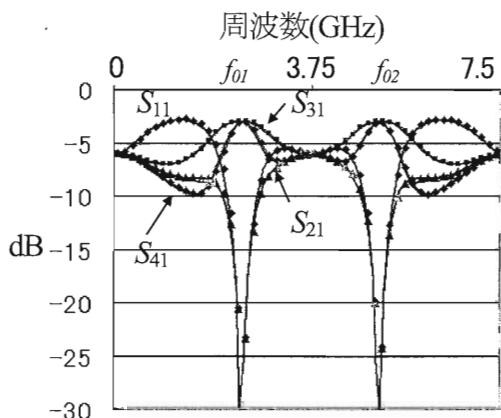


図8 周波数特性

3 dB 格子型ブランチラインカップラの時間領域解析を行った。この種のカップラの動作特性を解明するために、定常状態域における全線路上の電圧解と電流解を求め、それらを可視化して動作確認をした。また、このような対称構造の回路について、全終端同時対称励振に対する線路上の電圧と電流分布の変化を示し、電気壁および磁気壁の存在とその分解した等価回路を示した。四つ折り対称を利用した解析に対して、シミュレーション結果から本シミュレーションモデルの有用性を確認した。作成されたモジュールは線路で構成される平面回路素子の動作現象の可視化や回路特性を把握するための簡易的なシミュレーションツールとして有効である。

参考文献

- (1) Collin, R. E., Foundations for microwave engineering, 2nd ed., McGraw-HILL, 1992.
- (2) Itoh, T., Numerical Techniques for Microwave and Millimeter-Wave Passive Structures, JOHON WILEY & Sons, New York, 1980.
- (3) Matthaei, G. L. Young, L. and Jones, E. M. T. Microwave filters, impedance-matching networks, and coupling structures, Chapter 13, pp.775-842, Reprint, ARTECH HOUSE, Norwood, MA, 1980.
- (4) Park, M. J. and Lee, B, 'Dual-band cross coupled branch line coupler', IEEE Microwave Wireless Components Letters, vol.12, no.10, Oct. 2005, pp.655-657.
- (5) Cheng, K. K. M. and Wong, F. L., 'A novel approach to the design and implementation of dual-band compact planar 90° branch line coupler', IEEE Trans. Microwave Theory & Tech., vol.52, no.11, Nov. 2004, pp.2458-2463.
- (6) 村上和人、石井順也、変形中心差分法を用いた多段縦続線路の過渡解析、電子情報通信学会論文誌A、1995年5月、pp.602-609.
- (7) Murakami, K., 'Voltage and current wave behaviour on transmission-line network with cross-junction discontinuities', Proc. of ISAP2007, Niigata, Japan, Aug. 2007, pp.967-970.
- (8) 山下栄吉監修、マイクロ波シミュレータの基礎、電子情報通信学会編、東京、2004.
- (9) S・NAP-Pro. シミュレータ、(株)エム・イー・エル、名古屋、1998.