

# 最適化行動を含む IS - LMモデル

## 内 上 誠

### 1. 序

IS - LMモデルについてはさまざまな批判がなされているが、換言すれば、それは静学理論の限界を表しているとも言い得る。しばしば強調される批判はモデル内に期待要因が入っていないことであるが、これもIS - LMモデル自体に動学化要因が無いことを指し示すものであろう。

IS - LMモデルの動学化についてはさまざまな試みがあるが、本稿では経済主体の最適化行動を含めることで動学モデルへと拡張する。これは、マクロ経済変動の原因をミクロの最適化行動の中に求めようとするためでもある。

通常、IS - LMモデルは三つの心理的要因を土台としてモデル構成がされている。このとき消費、投資、貨幣需要はある意味で（所与の心理的要因に基づくという意味で）最適な行動の結果として決まる。けれども、この場合、所与とされる心理的要因が経済主体の最適な行動の結果として導き出されて来たものかどうかについては、それほど明確ではないように思われる。したがって、これら要因から決定される消費や投資等の経済変数の水準が、果たして、最適な水準かどうか不明確となる。ゆえに、最適という点でさらに議論すべき余地が残されていると思われる。そのため、我々が経済主体に具体的な最適化行動を許した場合、消費、投資、貨幣需要がどのように決定されるかを考察することは意義がある。

IS-LMモデルでは、IS側にもLM側にも企業と消費者が登場する。しかし、我々の議論は各経済主体の行動が中心となるため、IS-LMモデルをそのままの形で利用することはできない。それゆえ、別の概念（後に現れる $\lambda$ と $\mu$ である。）を取り入れ、後にIS-LMとの関係を論ずるという方法を取る。

最初に、消費者と企業の最適化モデルを構成する。消費者モデルとしてシドロースキーモデルを応用し、企業側のモデルとして宇沢-ペンローズモデルを応用する。また、利率あるいは債券価格の決定を必要とするため債券（社債）を取り入れた。消費者は最適な消費水準と貨幣需要を決定するが、このことは同時に債券需要も決定する。一方、企業は最適な投資水準を決定するが、投資に必要な資金はすべて新たな債券発行で賄われるものとした。それぞれ、別個に最適な条件を導き出したあと、債券の売買を通して両者を結び付け、その後、安定性等を分析する。そして、最後にIS-LMモデルと本稿のモデルとの関係を述べる。

## 2. 最適化行動

### (1) 消費者の最適化行動

消費者側の最適化行動モデルとしてシドロースキーモデル[Sidrauski : (5)]を用いる。ただ、本稿の内容に合わせるため若干の変更をしている。

消費者は消費と貨幣需要とを通してのみ効用を得るものとする。したがって、効用関数 $U$ は、

$$U_t = U(C_t, L_t) \quad (1)$$

ここで $C$ は消費、 $L$ は貨幣需要を表す。この効用関数の性質は $U_C > 0$ 、 $U_L > 0$ 、 $U_{CC} < 0$ 、 $U_{LL} < 0$ であると仮定する。一方、この消費者の収入は賃金所得と債券購入にともなう利子収入から得られるものとする。 $w$ を貨幣賃金率

最適化行動を含むIS-LMモデル

(一定と仮定する。)  $r$  を利子率、 $N$  を労働需要、 $B$  を債券需要金額とすると、 $wN + rB$  がこの人の収入となる。支出として一部を消費し、残りの貯蓄部分を貨幣需要 ( $dL/dt$ ) と債券購入 ( $dB/dt$ ) に回すなら、支出側は  $C + dL/dt + dB/dt$  となる。 $t$  は単位期間を表す。したがって、

$$wN_t + r_t B_t = C_t + \dot{L}_t + \dot{B}_t \quad (2)$$

の関係が成り立つ。注意すべきは、この消費者は債券保有そのものから直接効用を感じるものでなく、債券保有に伴う利子収入から生ずる消費あるいは貨幣需要から間接的に効用を感じることを仮定している。

また、ストックの関係から、総資産は、

$$A_t = L_t + B_t \quad (3)$$

となる。

ところで、以上の関係を便宜上労働単位で表わすと、次のようになる。

$$u_t = u(c_t, l_t) \quad (4)$$

また、(3) 式を  $N$  で割ると  $A/N = a$ 、 $L/N = l$ 、 $B/N = P b^d$ 。時間微分すると  $\dot{A} = \dot{L} + \dot{B}$  となるので、これらをすべて  $N$  で割ると、 $(\dot{A})/N = \dot{a} + a n$ 、 $(\dot{L})/N = \dot{l} + l n$ 、 $(\dot{B})/N = (\dot{P} b^d) + P b^d n$ 。ただし、 $n = \dot{N}/N$  で一定と仮定する。 $P$  は債券市場で成立する債券価格。いま、 $R$  を確定利子とすると  $r = R/P$  の関係が成り立つ。 $D$  を債券の保有量 (枚数) とすると  $RD$  が受け取る利子額となる。 $RD = r P D$  なので  $D/N = b^d$  と定義するなら、 $B = P D$ 、 $r B/N = r P b^d$  となる。

(3) 式と以上の関係から次式を得る。

$$a_t = l_t + P_t b_t^d \quad (5)$$

$$\dot{a}_t = \dot{l}_t + (\dot{P}_t b_t^d) \quad (6)$$

$$\dot{a}_t + a_t n = \dot{l}_t + l_t n + (\dot{P}_t b_t^d) + P_t b_t^d n \quad (7)$$

したがって、制約条件は  $\dot{a}_t = w + (r_t - n) P_t b_t^d - c_t - n l_t$  となるため、我々の求める式は (8) 式となる。

$$\text{Max } V = \int_0^{\infty} u(c_t, l_t) \exp(-\theta t) dt$$

$$\text{subject to } \dot{a}_t = w + (r_t - n) P_t b_t^d - c_t - n l_t \quad (8)$$

ここで $\theta$ は個人の主観的割引率を表す。(8)式のハミルトン関数を定義すると、

$$H = u(c_t, l_t) \exp(-\theta t) + \tau \{w + (r_t - n) P_t b_t^d - c_t - n l_t\}$$

$\tau = \lambda_t \exp(-\theta t)$ と定義すると、

$$H = [u(c_t, l_t) + \lambda_t \{w + (r_t - n) P_t b_t^d - c_t - n l_t\}] \cdot \exp(-\theta t) \quad (9)$$

(9)式より、

$$H_c = \partial u / \partial c - \lambda_t = 0 \quad (10)$$

$$H_l = \partial u / \partial l - \lambda_t n = 0 \quad (11)$$

$$d\tau / dt = \dot{\lambda}_t \exp(-\theta t) - \theta \lambda_t \exp(-\theta t) \quad (12)$$

$$-H b_t^d = \lambda_t (r_t - n) (1 + \eta_d) P_t (b_t^d) \exp(-\theta t) \quad (13)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \lambda_t b_t^d = 0 \quad (14)$$

を得る。さらにNo-Ponzi-Game条件を導入する。<sup>(1)</sup>

$$\lim_{t \rightarrow \infty} b_t^d \exp \left[ - \int_0^t (r_v - n) dv \right] \leq 0 \quad (15)$$

(13)式において $P_t$ は債券市場で成立する均衡価格である。債券市場で瞬時に需給調整されるように価格調整が起こるとする。ところで、消費者の債券売買行為は債券市場を通して均衡債券価格へ影響するであろうから(まだ、この段階では債券供給者の企業の行動は考慮していない)、

$$P_t b_t^d = P_t (b_t^d) b_t^d$$

とし得る。これより、消費者の債券購入による債券価格への影響は、

$$P_t + (dp_t^d / db^d) b^d = (1 + \eta_d) P_t (b_t^d)$$

と表し得る。P<sup>d</sup> を消費者の予想債券価格とする。η<sub>d</sub> は債券価格予想弾力性であり、消費者のこの予想は一定であると仮定する。

(10) 式および (11) 式はある λ<sub>t</sub> (implicit price) が与えられると、最適な消費量と最適な貨幣需要量が決まることを意味する。λ の値の上昇は、最適な消費水準を減少させ、最適貨幣需要も減少させるため、

$$c = c(\lambda), c'(\lambda) < 0$$

$$l = l(\lambda), l'(\lambda) < 0$$

の関係をj得る。また、(5) 式より b<sup>d</sup> は λ とともに増加するため、

$$b^d = b^d(\lambda), b^{d'}(\lambda) > 0$$

(14) 式は横断条件であり、最終的に債券需要がゼロとなることを仮定している。(15) 式は利子率が n 以下にはならないことを意味する。

(12) 式と (13) 式を等しいと置くと、

$$\frac{\dot{\lambda}_t}{\lambda_t} = \theta - (r_t - n)(1 + \eta_d) P(b^d) \quad (16)$$

あるいは、(5) 式より、

$$\frac{\dot{\lambda}_t}{\lambda_t} = \theta - (r_t - n)(1 + \eta_d) P\{(a/P) - (1/P)\}$$

λ<sub>t</sub> が与えられると最適な l が決まるため、a が一定ならその残余として b<sup>d</sup> も λ<sub>t</sub> によって決定される。また、r は債券価格に依存し、したがって、債券需要に依存するため、同様に λ<sub>t</sub> によって決定される。ゆえに、(16) 式は a と λ<sub>t</sub> の関数となる。

## (2) 企業者の最適化行動

企業者はネットキャッシュフローの現在価値を最大にすることを目的とするものと仮定する。<sup>(2)</sup> ネットキャッシュフローを Ψ、投資を I、資本を K、生産関数を F(K, N)。ただし一次同次で、F'(K) > 0、F''(K) < 0 の性

質を持つものとする。すると $\Psi$ は、

$$\Psi_t = F(K_t, N_t) - wN_t - I_t \quad (17)$$

で求められる。問題となるのは次式となる。

$$\int_0^{\infty} [F(K_t, N_t) - wN_t - I_t] \exp(-\delta t) dt \quad (18)$$

投資関数については宇沢-ペンローズタイプのもを想定する。<sup>(3)</sup>したがって、

$$I_t = \phi(\dot{K}_t) \quad (19)$$

$I_t = \dot{K}_t$ であるが、次にこの $\dot{K}$ が $I$ に影響を与える。この資本の増加分と投資との間には $\phi' > 0$ 、 $\phi'' < 0$ の関係があるものと想定する。

先述と同様これらの関係をすべて単位労働あたりで表示する。 $K/N = k$ 、とすると生産関数は $f(k)$ 。 $(\dot{K})/N = \dot{k} + kn$ であるから、 $\phi(\dot{k} + kn)$ 。ここで $\dot{k} = i$ とすると、 $I/N = (\dot{K})/N = i + kn$ 、そして $\phi(i + kn)$ となる。

また、企業は投資資金を自社債券の発行を通してすべて賄うものとする。債券は確定利子付きで、ある額面価格を持つものであるが、必ずしも額面価格で取り引きされとは限らないため、市場価格とその変化も見込んで投資資金を調達し得るように発行することになるであろう。新たな債券発行量を $\dot{D}^s$ 、市場価格を $P$ とすると、 $I_t = \dot{K} = P_t \dot{D}_t^s$ 、 $D_t^s/N_t = b_t^s$ とすると、

$$\phi(i_t + k_t n) = (P_t \dot{b}_t^s) + P_t b_t^s n$$

あるいは、

$$(P_t \dot{b}_t^s) = \phi(i_t + k_t n) - P_t b_t^s n \quad (20)$$

この(20)式が制約条件となる。したがって、

$$\int_0^{\infty} [f(k_t) - w - i_t - k_t n] \exp(-\delta t) dt$$

subject to  $(P_t \dot{b}_t^s) = \phi(i_t + k_t n) - P_t b_t^s n \quad (21)$

ただし、 $\delta$  は長期利率。

(21) 式のハミルトン関数を、

$$H = [f(k_t) - w - i_t - k_t n] \exp(-\delta t) + k_t [\phi(i_t + k_t n) - P_t b_t^s n] \quad (22)$$

と定義し、 $\kappa_t = \mu_t \exp(-\delta t)$  とすると、

$$H = [f(k_t) - w - i_t - k_t n + \mu_t \{ \phi(i_t + k_t n) - P_t b_t^s n \}] \cdot \exp(-\delta t) \quad (23)$$

(23) 式より、<sup>(4)</sup>

$$n - f'(k_t) / n \phi_k = \mu_t \quad (24)$$

$$1 / \phi_i = \mu_t \quad (25)$$

$$-H b^s = \mu_t (1 + \mu_t) n P_t (b_t^s) \exp(-\delta t) \quad (26)$$

$$d\kappa / dt = (\dot{\mu}_t - \mu_t \delta) \exp(-\delta t) \quad (27)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \mu_t b_t^s = 0 \quad (28)$$

(24) 式と (25) 式より、特定の  $\mu$  に対して最適な資本労働比率あるいは最適生産量および最適投資量が決定される。(24) 式より  $\mu$  の上昇は左辺を上昇させねばならない。 $f'(k_t)$  は生産関数の性質についての仮定より、 $f''(k_t) < 0$  なので  $k_t$  の増加と共に減少する、つまり分子は大きくなる。また、 $\phi_k$  は投資関数の仮定より、 $k_t$  の減少と共に増加する。したがって、

$$k_t = k(\mu), \quad k'(\mu) > 0$$

(25) 式から、 $\phi_i$  は  $\mu$  の上昇とともに減少せねばならないから、 $i$  は上昇することがわかる。ゆえに、

$$i = i(\mu), \quad i'(\mu) > 0$$

投資資金をすべて新規債券発行で賄うという我々の仮定から、 $\mu$  の増加に伴う投資の増加は  $b_t^s$  の増加を意味するから、

$$b_t^s = b^s(\mu), \quad b^{s'}(\mu) > 0$$

ということになる。

(26) 式は先述と同じように企業の債券供給が債券価格に影響し、債券市場での均衡価格に影響を及ぼすことが仮定されている（ここではまだ消費者側の債券需要行動はなんら考慮していない）。したがって、 $P_t$  は  $P_t(b_t^s)$  であり、(23) 式の  $P_t(b_t^s) b_t^s n$  を  $b_t^s$  で微分すると  $(1 + \eta_s) n P_t(b_t^s)$  となる。ここで  $\eta_s$  は  $(dP_t^s / d b_t^s) \cdot (b_t^s / P_t)$  であり、 $dP_t^s$  は企業の予想する価格変化であり、 $P_t$  は債券市場で決定される均衡価格である。

(26) 式と (27) 式より、

$$\frac{\dot{\mu}_t}{\mu_t} = \delta + (1 + \eta_s) n P_t(b_t^s) \quad (29)$$

を得る。

以上より、消費者の各期の最適な消費および貨幣需要または債券需要が  $\lambda_t$  によって一意的に決定され、その  $\lambda_t$  は (16) 式によって変動する。他方、各期の企業の最適な投資および生産は  $\mu_t$  により一意的に決定され、その  $\mu_t$  は (29) 式によって変動する。そこで我々は次に (16) 式と (29) 式を利用して、消費者および企業が共に最適で有り得る状態がどのような下で成立するかを考察する。そのため、(16) 式と (29) 式を次のように修正する。これまで消費者にしる企業にしる、相手の行動についてはなんら考慮してこなかった。しかし、特に債券価格は両者の債券売買によって決定されるものであり、一方の行動から単独に決定されるものではない。そこで、

$$P_t = P_t(b_t^s, b_t^d)$$

とする。ただ、後に債券価格の予想 ( $dP_t$ ) を取り入れるため、予想主体を明確にするため、 $P_t^d$  あるいは  $P_t^s$  というように表示する。また、利率率が  $P_t$  に依存することを考慮すると、基本となる体系は、

$$\frac{\dot{\lambda}_t}{\lambda_t} = \theta - [r_t \{P_t(b_t^s, b_t^d)\} - n] (1 - \eta_d) P_t^d(b_t^s, b_t^d)$$

$$\frac{\dot{\mu}_t}{\mu_t} = \delta + (1 + \eta_s) n P_t^s (b_t^s, b_t^d)$$

となる。

### 3. 安定性分析

前節での分析より、 $b^s = b^s(\mu)$ 、 $b^d = b^d(\lambda)$  の関係を考慮すると、基本的な体系は次式によって構成される。なお、以下では各変数に添えてあった時間  $t$  はすべて省いている。

$$\begin{aligned} \frac{\dot{\mu}}{\mu} &= \delta + (1 + \eta_s) n P_s [b^s(\mu), b^d(\lambda)] \\ \frac{\dot{\lambda}}{\lambda} &= \theta - [r \{P_d(b^s(\mu), b^d(\lambda))\} - n] (1 + \eta_d) \\ &\quad \cdot P_d(b^s(\mu), b^d(\lambda)) \end{aligned} \quad (30)$$

(30) 式を均衡点  $(\mu^*, \lambda^*)$  で線形近似すると、

$$\begin{bmatrix} \dot{\mu} \\ \dot{\lambda} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W & X \\ Y & Z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mu - \mu^* \\ \lambda - \lambda^* \end{bmatrix}$$

となる。ここで、

$$W = (1 + \eta_s) n (\partial P_s / \partial b^s) \cdot (db^s / d\mu)$$

$$X = (1 + \eta_s) n (\partial P_s / \partial b^d) \cdot (db^d / d\lambda)$$

$$Y = \{-r + n - P_d (dr / dP_d)\} (\partial P_d / \partial b^s) \cdot (db^s / d\mu)$$

$$Z = \{-r + n - P_d (dr / dP_d)\} (\partial P_d / \partial b^d) \cdot (db^d / d\lambda)$$

である。この行列式から特性方程式を導き出すと、

$$\rho^2 - (W + Z) \rho + (WZ - XY) = 0 \quad (31)$$

$\mu$  と  $\lambda$  の関係を視覚的にとらえるため、位相図を考える。まず、 $\dot{\mu} = 0$  お

よび  $\dot{\lambda} = 0$  を求めるため、 $\mu$  式および  $\lambda$  式を全微分し、その式をゼロと置くと、

$$\frac{d\lambda}{d\mu} \quad \dot{\mu} = 0 = - \frac{(\partial P_s / \partial b^s) \cdot (db^s / d\mu)}{(\partial P_s / \partial b_d) \cdot (db_d / d\lambda)} \quad (32)$$

$$\frac{d\lambda}{d\mu} \quad \dot{\lambda} = 0 = - \frac{(\partial P_d / \partial b^s) \cdot (db^s / d\mu)}{(\partial P_d / \partial b_d) \cdot (db_d / d\lambda)} \quad (33)$$

を得る。各偏微係数は、

$$\begin{aligned} (\partial P_s / \partial b^s) < 0 & \quad (db^s / d\mu) > 0 \\ (\partial P_s / \partial b_d) > 0 & \quad (db_d / d\mu) > 0 \\ (\partial P_d / \partial b^s) < 0 & \quad (\partial P_d / \partial b_d) > 0 \end{aligned}$$

であるため、 $\dot{\mu} = 0$  と  $\dot{\lambda} = 0$  は共に、右上がりになる。 $\dot{\mu} = 0$  と  $\dot{\lambda} = 0$  の傾きの差を求めるため、(33) 式から (32) 式を引いてやると、異なる係数部分は、

$$\begin{aligned} & (\partial P_d / \partial b^s) / (\partial P_d / \partial b_d) \quad | \quad \dot{\lambda} = 0 \\ & - (\partial P_s / \partial b^s) / (\partial P_s / \partial b_d) \quad \dot{\mu} = 0 \quad (34) \end{aligned}$$

となる。この式の意味するところは、もし経済主体が各々相手の債券売買行動の方が自己の行動より債券価格に大きく影響すると考えているなら、(34) 式はプラスとなり、逆の場合はマイナスとなる。つまり消費者側（企業者側）は、自己の債券購入（発行）がもたらす債券価格の上昇（下落）に比べて、企業（消費者）の債券供給（需要）がもたらす債券価格への影響の方が大きいと予想しているならば、(34) 式がプラスなら  $\dot{\lambda} = 0$  の方が傾きが大きく、マイナスであるなら  $\dot{\mu} = 0$  の方が傾きが大きいことになる。

次に、この体系の判別式、デタミナント、トレースを求める。しかし、取り得る偏微係数の値如何でそれらの正負は異なるため、ケースを分けて考えていく。

#### 【(34) 式がプラスのケース】

①  $r - (r - n) > P_d (dr / dP_d)$  の場合  
この場合、先述の係数行列の値は、それぞれ、

最適化行動を含む IS-LMモデル

$$W < 0, \quad X > 0, \quad Y > 0, \quad Z < 0$$

となるため、(31)式を用いると、

$$\text{判別式 } (\Delta) = (W + Z)^2 - 4(WZ - XY) = (+) - (-) > 0$$

$$\text{トレース } (\text{Tr}) = W + Z = (-) + (-) < 0$$

$$\text{デタミナント } (\text{Det}) = WZ - XY < 0$$

Det の値については、(34)式がプラスであるところから明らかである。

(34)式を入れ換えると、

$$(\partial P_d / \partial b^s) (\partial P_s / \partial b_d) > (\partial P_s / \partial b^s) (\partial P_d / \partial b_d)$$

となる。他方、Det は、

$$\begin{aligned} & [(\partial P_s / \partial b^s) (\partial P_d / \partial b_d) - (\partial P_d / \partial b^s) (\partial P_s / \partial b_d)] \\ & \quad \cdot (1 + \eta_s) n \{-r + n - P_d (dr / dP_d)\} \\ & \quad \cdot (db^s / d\mu) (db_d / d\lambda) \end{aligned}$$

であるため、(34)式がプラスの仮定より Det の値はマイナスとなる。換言すると (34)式をプラスと仮定している限り、Det はマイナスのままである。以上より、体系は Saddle Point 形 ( $\Delta > 0$ 、 $\text{Det} < 0$ ) の位相を持つ。以下同様に考えて行く。

②  $-(r - n) < P_d (dr / dP_d)$  の場合

係数の値は、

$$W < 0, \quad X > 0, \quad Y < 0, \quad Z < 0$$

したがって、

$$\Delta = (+) - (-) > 0$$

$$\text{Tr} = W + Z = (-) - (+) = ?$$

$$\text{Det} > 0$$

となり、明らかに位相は Saddle Point 形となる。

【(34)式がマイナスのケース】

③  $-(r-n) > |P_d (dr/dP_d)$  の場合

$$W < 0, \quad X > 0, \quad Y > 0, \quad Z < 0$$

$$\Delta = (W-Z)^2 + 4XY = (+) + (+) > 0$$

$$Tr = W + Z = (-) + (-) < 0$$

$$Det > 0$$

(34) 式がマイナスであるので、 $Det$  の値はプラスとなる。 $Tr < 0$ 、 $Det > 0$  であるため体系は安定的であり、 $\Delta > 0$  と  $Det > 0$  より位相は Node 形であることが分かる。

④  $-(r-n) < |P_d (dr/dP_d)$  の場合

$$W < 0, \quad X > 0, \quad Y < 0, \quad Z > 0$$

$$\Delta = (+) + (+) = ?$$

$$Tr = W + Z = (-) + (+) = ?$$

$$Det > 0$$

$\Delta$  と  $Tr$  が不明のため、形状および安定性については明確なことは言い得ないが、 $Det > 0$  より形状は Node あるいは Focus 形となる。

以上の分析より、それぞれ係数値により体系が安定・不安定の場合があるが、総じて言い得ることは、(34) 式がプラスであれば体系は Saddle Point 形となり、マイナスであれば Node あるいは Focus 形となる。次図はそれぞれプラスのケース① (図-1) とマイナスのケース③ (図-2) を描いている。また、図中の  $\phi_1$ 、 $\phi_2$  と  $\dot{\mu} = 0$ 、 $\dot{\lambda} = 0$  は次のような関係になる。<sup>(5)</sup>

$$\phi_1 - \phi_2 = \rho_1 - \rho_2 / X > 0$$

$$\phi_1 \phi_2 = -Y / X < 0$$

$$\phi_1 - \mu = \rho_1 / Y > 0$$

$$1 / \phi_1 - 1 / \lambda = \rho_1 / Y > 0$$

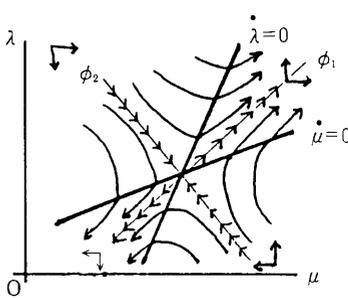


図-1

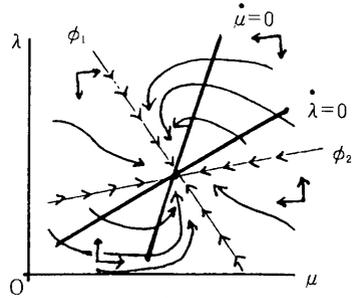


図-2

①の場合には  $\rho_1 > 0$ 、 $\rho_2 < 0$  を仮定している。これらの関係から、各曲線の傾きは、

$$\lambda > \phi_1 > \mu > 0 > \phi_2$$

となる。同様に③についても、

$$\mu > \lambda > \phi_2 > 0 > \phi_1$$

を得る。ただし、③については異なる負の実数を  $\rho_1 > \rho_2$  と仮定している。

#### 4. 結語

以上の分析より、次の結果を得る。経済主体が、お互いに自己の影響に比べ、相手の債券売買行動が債券価格に大きく影響すると見なしている場合には、体系は Saddle Point 形になり、両者の最適条件が共に満たされる可能性が低くなる。唯一の経路のみがその可能性を実現してくれる。したがって、この場合には初期値問題がおこる。他方、相手の経済主体の債券売買行動が自己の行動ほどにはあまり債券価格に影響しないと、見なしている場合には、体系は、Node または Focus 形となる。この場合、体系が安定なら両者の最適性が満たされる状態へと到達し得るが、不安定な場合には両者とも満足し得ない状態になる。

換言すると、相手の行動を必要以上に警戒することは返って経済を最適な状

態から遠ざけることにつながる。通常、IS-LMモデルでは企業も消費者もIS側にもLM側にも登場する。けれども、本稿では主眼を各主体の行動に置いているため、直接、IS曲線とLM曲線に対応するものを構成することはできない。それに変わるものとして $\dot{\lambda} = 0$ と $\dot{\mu} = 0$ を導きだした。 $\lambda$ は消費者の最適状態を保証するものであり、また、 $\mu$ は企業側最適状態を保証するものである。したがって、 $\dot{\lambda} = 0$ と $\dot{\mu} = 0$ 曲線の交点に置いて消費者と企業側の最適状態を実現する唯一の点である。ただし、この点のみがIS-LMモデルの均衡点と共通するところであり、それ以外には存在しない。均衡点以外の $\dot{\lambda} = 0$ 上では、消費者側の債券需要が予想通りの価格で購入され、最適状態になっているが、企業側の債券供給は予想外の価格で売買されているため、投資資金調達は過剰あるいは過小な状態になっている。このことは企業が予測していた債券価格あるいは利子率の下で、投資が過大あるいは不足していることになるので、IS曲線から離脱した水準の投資が対応する。逆に、貯蓄は予想通りに行われることになる。本稿では消費者のみが貨幣需要を行うものと仮定しているため、消費者の予想的中し最適な状態にあるということは $L = M$ の状態にある。 $\dot{\mu} = 0$ 曲線上では企業の投資および資金調達は予測通り満足される。しかし、消費者側では予定以上あるいは以下の債券量購入しかできず、不満足な貯蓄状態にあるためIS曲線から離脱した状態にある。さらに貨幣需要も満足されないためLM曲線から離れた状態にある。

以上からも分かるように、このモデルは消費者側、企業側を別個に最適な条件を導きだし、それを単純に結び付けたものにすぎない。そのため均衡モデルとなっており、均衡点のみが重要となる。そういう意味ではこのモデルもIS-LMモデルの欠点をならぬ越えていない。したがって、需要側からの供給側への制約や、先述の結果から、一端不安定になった状況が益々不安定な状況へと経済を導くかどうかについて等、さまざまな議論がさらに必要である。今後、この点を再考したい。

脚注

- (1) Blanchard, o. and S.Fischer (1), P49を参照。
- (2) このような立場にたつモデルは多い。例えば、Jorgenson, D. W., (4), Uzawa, H., (6)
- (3) ペンローズ効果についてはUzawa, H., (6) に詳しい。
- (4) 生産関数には稲田条件を仮定する。しかし、(24) 式より  $n > f' > 0$  の範囲に限定する。
- (5) 和田(8) には詳しい解説と豊富な例がある。

参考文献

- (1) Blanchard, o. and S. Fischer, *Lectures on Macroeconomics*, Cambridge, Mass. : MIT Press, 1989.
- (2) Gabisch, Gunter and Hans-Walter Lorenz, *Business Cycle Theory : A Survey of Methods and Concepts*, Springer-Verlag, 1989.
- (3) Gandolfo, G. *Economic Dynamics : Methods and Models*, North-Holland, 1980.
- (4) Jorgenson, D. W., "Anticipation and Investment Behavior," in J. S. Duesenberry, E. Kuh, G. Fromm and J. R. Klein eds., *Brookings Quarterly Econometric Model of the United States*, 1965.
- (5) Sidrauski, Miguel, "Rational Choice and Patterns of Growth in a Monetary Economy," *American Economic Review*, Vol. 57, May 1967.
- (6) Uzawa, Hirofumi, "Time Preference and the Penrose Effect in a Two-Class Model of Economic Growth," *Journal of Political Economy*, vol. 77, 1969.
- (6) 小野善康, 『貨幣経済の動学理論—ケインズの復権』東京大学出版会, 1992.
- (7) 宇沢弘文, 『経済動学の理論』東京大学出版会, 1986.
- (8) 和田貞夫, 『動態的経済分析の方法』中央経済社, 1989.