

学位論文審査結果の報告書

氏 名 Chiara Bagnasco

生 年 月 日 昭和 平成 51 年 2 月 24 日

本 籍 (国籍) イタリア共和国

学位の種類 博 士 (理 学)

学位記番号 理 第 **81** 号

学位授与の条件 学位規程第5条該当
(博士の学位)

論 文 題 目 Robust Quantum Information Processing

審 査 委 員

(主 査) 中原 幹夫



(副主査) 近藤 康



(副主査) 笠松 健一



(副 査)



(副 査)



論文内容の要旨

量子情報処理や量子コンピュータでは、古典的なビットでは存在しない「重ね合わせ状態」や「纏れた (エンタングル) 状態」を用いて、古典コンピュータ (現在のデジタルコンピュータ) をはるかに凌駕する情報処理や計算を行う。これらの状態は、ミクロな世界を記述する量子系にのみ存在するので、量子情報処理や量子コンピュータを物理的に実現するには、電子、光子、原子核といったミクロな物理系が必要となる。しかし、これらのミクロな量子系は外界からの擾乱に対して脆弱で、何らかの方法で、擾乱から守らなければならない。量子系に対する外界からの擾乱を「デコヒーレンス」とよぶ。本学位論文では、デコヒーレンスの効果を削減する2つの方法を紹介している。

まず、第1章では導入として、量子情報処理や量子コンピュータの情報の単位となる量子ビット、および量子ビットを操作する量子ゲートの紹介を行ったあと、物理系が実用的な汎用量子コンピュータの候補となるための条件 (DiVincenzo の判定条件) を紹介した。さらに、実用的な量子コンピュータを実現するうえで、大きな障害となるデコヒーレンスについて言及した。

第2章は、参考文献[1] (Efficient entanglement operator for a multi-qubit system) で得られた結果を報告している。NMR 量子コンピュータを念頭に、3個の核スピン (量子ビット) が直線状に結合している分子において、スピン23の間に纏れ (エンタングルメント) をもたらす操作を考える。すなわち、 α を与えられた定数として

$$U_{23}(\alpha) = \exp(-i\alpha\sigma_0 \otimes I_z \otimes I_z)$$

という時間発展演算子の実装を考える。各核スピンが異なる核種であれば、スピン1を x 軸周りに π 回転させる短いパルスの対を適当な時間間隔で印加することにより、スピン12間の結合による時間発展の向きを反転させ、その効果を打ち消すことができる (refocusing)。それにより、スピン12の間にエンタングルメントをもたらすことなく、スピン23の間にのみエンタングルメントを生じさせることができる。 π パルスの幅 τ は、その間の J 結合による時間発展が無視できるために、 $\tau \ll \min(1/J_{12}, 1/J_{23})$ を満たさなければならない。

一方、核スピンが同一核種である場合は、それらの共鳴周波数 (Zeeman エネルギー) は接近しており、スピン1を π 回転させるパルス対の、スピン2やスピン3へのクロストークは無視できない。実際、この効果はスピン2,3に、それぞれの z 軸周りに余分な回転をもたらす、これは Bloch-Siegert (BS) 効果として NMR の専門家の間では広く知られている。短いパルスを使う限りは、この効果は無視できず、BS 効果はその都度 z 軸の再定義をして抑制せねばならず、量子ゲートの実装を煩雑にする。そこで、この論文では BS 効果を抑制しながら $U_{23}(\alpha)$ を実装する方法として、小振幅

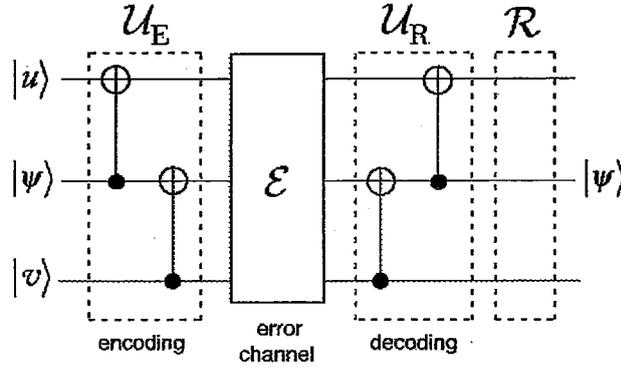


図 1: 量子ビット $|\psi\rangle$ を集団的エラーからプロテクトする量子誤り訂正回路.

$$\omega_{\pm} = \pm \sqrt{\frac{4\pi^2 n^2 J_{23}^2}{\alpha^2} - \frac{J_{12}^2}{4}}, \quad n \in \mathbb{N}$$

でパルス幅が $\tau = \alpha/J_{23}$ の矩形パルスをスピン 1 に印加する方法を提案した。ただし n はルートの中を正にするもっとも小さな整数である。この論文で例として使った L-alanine では $n = 1$ となる。 ω_{\pm} は π パルスの振幅に比べ十分小さく、また長いパルス幅により、スペクトルは周波数領域で十分局在化しているので BS 効果は抑制される。実際 L-alanine に対する BS 効果は実験の精度と同程度であり、無視できることが示される。本論文では、この分子ですべての項を考慮したハミルトニアンを用いて、 $\alpha = \pi$ における時間発展演算子と $U_{23}(\pi)$ の間の忠実度を数値的に求め、それが高い精度 (≈ 0.999) を与えることを示した。

さらに、より多くのスピンからなる直線状分子においても、長いパルス幅をもちいて同様の選択的エンタングル操作ができることを示し、その忠実度を求めた。

第 3 章では OQEC (Operator Quantum Error Correction: 演算子量子誤り訂正) の例として、すべての量子ビットが同じエラーを受ける場合 (集団的エラー) に、最も簡単な量子回路でそのエラーを回避する方法を報告した。ここでは、エラーとして $\{E_k\} = \{\sqrt{p_1} \sigma_0^{\otimes 3}, \sqrt{p_2} \sigma_x^{\otimes 3}, \sqrt{p_3} \sigma_y^{\otimes 3}, \sqrt{p_4} \sigma_z^{\otimes 3}\}$ というエラー演算子で記述される量子チャネルを考えた。ただし σ_0 は単位行列、 σ_k はパウリ行列の k 成分、 $\sum p_i = 1$ である。集団的エラーは、量子レジスタのサイズが外部からの擾乱の波長に比べ十分小さい場合や、光ファイバーを通過する光子が一定の欠陥で弾性的に散乱される場合に生じる。図 1 はこのようなエラーから量子ビット $|\psi\rangle$ をプロテクトする量子回路である。 U_E はエンコーディング回路、 \mathcal{E} はエラーチャネル、

$U_R = U_E^\dagger$ はデコーディング回路である。復調回路 \mathcal{R} は、本研究の方法では単位行列である。この方法の特徴は、エンコーディングに用いる2個の量子ビット（アンシラ）が、最初任意の混合状態であってもよいことである。通常の量子誤り訂正回路は、様々な射影演算子を含むため、アンシラ量子ビットは純粋状態になければならない。一方、任意の混合状態は特定の純粋状態に比べ、初期化ははるかに簡単である。

実験には、やはり L-alanine の3個の C 核を用いた。NMR 量子コンピュータでは図1の量子回路は

$$U_E^{\text{NMR}} = e^{-i(\pi/2)\sigma_0 \otimes I_y \otimes \sigma_0} U_{23}^{\text{sp}}(\pi) e^{i(\pi/2)\sigma_0 \otimes I_x \otimes \sigma_0} e^{i(\pi/2)I_y \otimes \sigma_0 \otimes \sigma_0} U_{12}^{\text{sp}}(\pi),$$

$$U_R^{\text{NMR}} = U_{12}^{\text{sp}}(\pi) e^{-i(\pi/2)I_y \otimes \sigma_0 \otimes \sigma_0} e^{i(\pi/2)\sigma_0 \otimes I_x \otimes \sigma_0} U_{23}^{\text{sp}}(\pi) e^{i(\pi/2)\sigma_0 \otimes I_y \otimes \sigma_0}.$$

と実装される。ここに $U_{ij}^{\text{sp}}(\pi)$ は $U_{ij}(\pi)$ を長いパルスで実現したものである。実験では、人為的に3種のエラー（エラーなし: $\sigma_0^{\otimes 3}$, 集団的 X エラー: $\sigma_x^{\otimes 3}$, 集団的 Y エラー: $\sigma_y^{\otimes 3}$ ）を生成し、最終出力状態を量子プロセストモグラフィで測定した。実験結果は、エラーの有無にかかわらず、これらの3つの状態は十分近いものになることを示しており、理論の有効性を実証した。

参考文献

- [1] C. Bagnasco, Y. Kondo and M. Nakahara, *Efficient entanglement operator for a multi-qubit system*, Phys. Scr. **89** (2014) 085102.
- [2] Y. Kondo, C. Bagnasco and M. Nakahara, *Implementation of a simple operator-quantum-error-correction scheme*, Phys. Rev. A **88** (2013) 022314.

論文審査結果の要旨

量子情報処理および量子コンピュータは、古典論理では存在しない重ね合わせ状態やエンタングルした状態など量子系特有の状態や操作をリソースとして情報処理や計算を行う。それにより、古典コンピュータを指数関数的に凌駕する超並列計算や、盗聴に対し絶対安全な暗号鍵配布などを実現する。量子暗号鍵配布はすでに端末が市販されており、実用化の域に達している。一方、量子コンピュータは、10量子ビット程度の小規模のものはいくつかの物理系で実現しているが、古典コンピュータとのクロスオーバーが期待される100から1,000量子ビットの量子コンピュータの実現にはほど遠い。

古典情報処理がビットを情報の単位に用いるのに対し、量子情報処理や量子計算では複素2次元空間の単位ベクトルである量子ビットを情報の単位とする。量子情報処理では古典的な論理ゲートに対応するものは、ベクトルに作用するユニタリ行列である。1量子ビットに作用するゲートはユニタリー群 $U(2)$ に属する行列で、 n 量子ビットに作用する行列は群 $U(2^n)$ に属する行列である。量子情報処理や量子コンピュータにおけるアルゴリズムは量子アルゴリズムとよばれ、この $U(2^n)$ 行列で表される。Barenco達の定理によると、 n 量子ビットに作用する任意の量子回路は $U(2)$ に属する行列と制御ノット (Controlled-NOT; CNOT) ゲートとよばれる $U(4)$ に属するゲートに分解される。(のちに、いくつかの例外を除き、CNOTゲートは任意の2量子ビットゲートで置き換えられることが示された。) したがって、ある物理系でこれらのゲートが実装できれば、その物理系は任意の量子アルゴリズムを実行できる量子コンピュータの候補となりうる。

本学位論文では第1章で量子情報理論の基礎を概観したのち、第2章では上に述べた2量子ビットゲートを実装する方法を展開した。ここで扱われたモデルは、NMR量子コンピュータを念頭に置いた、1次元的な結合をもつ分子である。分子間の結合は、必要のないときも常に存在し、切ることはできない。通常このような場合は、2量子ビットゲートに関与する量子ビット以外の量子ビットに、短い π パルスの対を印加することにより、途中で時間の進む向きを「逆転」し、その結果、不要な時間発展を巻き戻して、それを消す refocusing と呼ばれる操作を行う。この方法は、共鳴周波数が大きく異なる異種核種では全く問題なく適用されるが、同種核では共鳴周波数が近いため、あるスピンを操作する π パルスを印加すると、そのスピン以外の核も影響を受け、それがゲート操作におけるエラーとして現れる。この影響は、Bloch-Siegert (BS) 効果とよばれ、当該スピン以外のスピンの z 軸周りの回転として現れる。したがって、量子回路の設計において、常にこの効果

を考慮しなければならず、回路の設計は極めて煩雑となる。そもそも、短い π パルスを使う理由は、パルスが印加されている間の、スピン間の結合による時間発展を無視するためであったが、本研究では数式処理ソフト Mathematica を駆使し、低振幅でパルス幅が長いパルスを印加することにより、当該スピン間結合を取り入れながら、不要な時間発展を打ち消すことに成功した。さらに、このパルスの他のスピンへの影響を考慮したうえで、目的となる時間発展演算子と、この方法で生成される時間発展演算子の内積の絶対値(忠実度)が極めて1に近いことを数値的に示した。この研究により、NMR 量子コンピュータのプログラミングが飛躍的に簡単になり、重要な研究として評価される。第3章の研究でもこの方法が用いられた。

第3章は、ノイズから量子系を守る方法が展開されている。量子系はミクロな物理系であり、外界からの擾乱にたいして弱い。また量子制御は本質的にアナログ操作であり、量子コンピュータはエラーやノイズに対してマージンが低く脆弱である。系統的なエラーに対しては、複合パルスのようにエラーの大きさが分からなくても、それを打ち消すようにゲートを組み合わせてエラーの低次の項を消すことが可能である。ノイズに対しては様々な量子誤り訂正符号が提案されている。ここでは、すべての量子ビットに同じエラー演算子 $\{E_k\} = \{\sqrt{p_1}\sigma_0^{\otimes 3}, \sqrt{p_2}\sigma_x^{\otimes 3}, \sqrt{p_3}\sigma_y^{\otimes 3}, \sqrt{p_4}\sigma_z^{\otimes 3}\}$ が作用する場合を考えた。これらのエラー演算子は、適当なユニタリー変換 U_E を行うと $M_k \otimes \sigma_0$ の形にすることができるので、3番目の量子ビットはエラーの影響を受けないことが示される。実験ではこの U_E を第2章の方法を用いて実装し、人工的に生成されたノイズに対し、量子ビットは耐性を持つことを実証した。この方法は Noiseless Subsystem (NS) という Lie 代数の表現論を用いた方法と酷似しているが、NS では量子状態をある既約表現に射影するため、エンコーディングを行うためのアンシラは特定の純粋状態になければならないが、この方法の大きなメリットの一つはアンシラ量子ビットに、任意の初期状態を使うことができるという点である。これにより、量子誤り訂正の実装は飛躍的に簡単となった。

これらの2つの研究は、実用的な量子コンピュータの実装に向けた大変重要な研究である。よって本論文は学位論文として十分価値があるものと認められる。