

ロール固有振動数についての一考察*

酒井 英樹¹⁾

A Study on Change of Roll Natural Frequency

Hideki Sakai

As a vehicle speed increases, roll natural frequency modes changes from that around its roll axis to that around its center of gravity of its body. To understand this phenomenon, the illustrated method for the change of roll natural frequency is proposed. Further a characteristic equation is considered and the combination of four kinds of design parameters which determine roll character frequency is found out. Parameter study was performed about the influence which the combination of those parameters has on roll natural frequency. As a result, the change of roll character frequency was understood.

KEY WORDS: Vehicle dynamics, tire/wheel, Dynamic model, Roll, Natural frequency, Side slip (B1)

1. はじめに

操舵応答におけるロール感や乗心地はロール動特性に影響される⁽¹⁾⁽²⁾⁽³⁾⁽⁴⁾⁽⁵⁾。ロール動特性の応答パラメータの一つにロール固有振動数（以後『 ω_x 』と記す）がある。 ω_x は、車速0ではロール軸回りの固有振動モードに応じた値を、車速∞ではばね上重心まわりの固有振動モードに応じた値をそれぞれ持つことが、アンダステア（US）車両における平面2自由度+ロール1自由度モデルを用いた解析によって指摘されている⁽⁶⁾。さらに藤岡は、図1に示される横滑1自由度とロール1自由度を有する『断面一輪モデル』を用いて文献(6)と同様の結果を指摘した上で、ロールアーム長と車速が ω_x 等に及ぼす影響について根軌跡解析を行うとともに、タイヤと路面との『拘束』の概念を提案し、それをショックアブソーバとして物理モデル化を行った⁽⁷⁾。しかし設計パラメータのうち、根軌跡解析がされたものは、一部の設計パラメータであるために、設計パラメータが ω_x に及ぼす影響がまだ概観できていないようと思われる。

そこで本論文は、 ω_x の変化の基本的性質や、設計パラメータが ω_x に及ぼす影響、設計パラメータ相互の関係を概観することを目的とし、そのためのパラメータスタディを行う。

しかしその対象となる設計パラメータは、ロール運動モデルと平面2自由度運動モデルとの両方に跨るので、それら各パラメータについて根軌跡を計算すると、文献(7)のように車速毎の図が必要になり、その数は、 ω_x の変化の基本的性質を概観するには多すぎることが予想される。

そこで概観を確実かつ容易にするためには、パラメータス

*2014年3月31日受理。

2014年5月21日自動車技術会春季学術講演会において発表。

1)近畿大学(739-2116 東広島市高屋うめの辺1)

タディ数を削減しうる図示法が必要になる。その図示法の有力候補は、因果関係に基づくものであると思われる。すなわち縦軸に ω_x （の変化）、横軸に変化の原因指標を用いた図である。変化の原因指標は、 ω_x の変化のメカニズム考察によって得られるはずである。その際、その指標は、平面2自由度運動を有する車両のものほうが、断面一輪モデルのものよりも具体的なので望ましいと思われる。しかし、その指標の導出に用いる平面2自由度運動モデルとしてUS車両を用いると、断面一輪モデルの場合よりも、解析が大幅に複雑・困難になることが予想される。

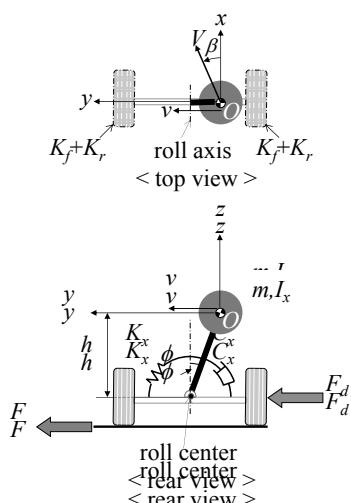


Fig.1 Unicycle model on the cross section

そこで本論文は、 ω_x の変化のメカニズムをニュートラルステア（NS）車両を用いて考察する。まず NS 車両におけるロール運動の特性方程式は、断面一輪モデルと同値であること

を示す。次にその特性方程式を考察し、 ω_x の変化の原因である物理量が『横滑り角 β の応答時定数 T_β の逆数 $1/T_\beta$ 』であることを指摘する。よって $1/T_\beta \omega_x$ 平面が、パラメータスタディ数を削減しうる図示法となる。次に $1/T_\beta \omega_x$ 平面上では、3 種類のパラメータの組合せによって特性方程式を記述しうることを見出し、そのパラメータスタディを行う。その結果、組合せの 1 つはロール軸まわりロール固有振動モードのなりやすさに、残り 2 種類の組合せは ω_x の大きさに影響することを示す。最後に $1/T_\beta \omega_x$ 平面を US 車両に準用し、スタビリティファクタが大きい程、ロール軸まわりロール固有振動モードになりやすくなつた結果を示す。

2. 車両モデル

2.1. 仮定

- 次の仮定を置いた図 2 に示す線形モデルを用いる。
- 1) ばね下質量は 0 であるとし、車両の重心 o は、ばね上の重心に一致するものとする。
 - 2) 車体の慣性主軸やロール軸は水平で、慣性乗積は 0 とする。
 - 3)あらゆる角度は微小とする。

なお図 2 における F_d や M_d はそれぞれ重心位置に働く外乱入力と重心まわりに働く外乱ロールモーメントである。

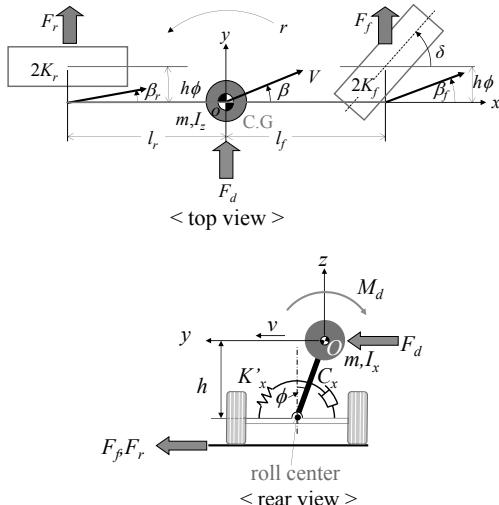


Fig.2 Vehicle model

2.2. 運動方程式

仮定 1~2 により、ヨー角速度 r や重心位置横滑角 β 、ロール角 ϕ に関する運動方程式を、重心 o に固定した座標系で表すと、次のようになる⁽⁸⁾。

$$mV(r + \dot{\beta}) = F_f + F_r + F_d \quad (1)$$

$$I_z \dot{r} = l_f F_f - l_r F_r \quad (2)$$

$$I_x \ddot{\phi} = -C_x \dot{\phi} - (K'_x - mhg)\phi + (F_f + F_r)h + M_d \quad (3)$$

$$F_f = -2K_f(\beta_f - \delta) \quad (4)$$

$$F_r = -2K_r\beta_r \quad (5)$$

$$\beta_f = \beta + \frac{l_f}{V}r + \frac{h}{V}\dot{\phi} \quad (6)$$

$$\beta_r = \beta - \frac{l_r}{V}r + \frac{h}{V}\dot{\phi} \quad (7)$$

ここで β_f および β_r は、それぞれ前輪位置、後輪位置における車体の横滑り角である。また式(6)(7)における右辺第三項は、ロール運動と平面運動との連成項である。

次に表記を次式のように簡略化する。

$$K'_x \equiv K'_x - mhg \quad (8)$$

さらにコーナリングパワーは、コーナリング係数の形式で車両運動に影響する⁽⁹⁾。そこでコーナリングパワーをコーナリング係数に置換える。すなわち

$$C^*_f \equiv \frac{2K_f}{(l_r/l)mg} \quad (9)$$

$$C^*_r \equiv \frac{2K_r}{(l_f/l)mg} \quad (10)$$

とし、ここで C^*_f および C^*_r がそれぞれ前後輪のコーナリング（パワー）係数である。しかしコーナリング係数を運動方程式に用いると、新たに重力加速度 g が出現する。それを避けるために、 g が乗じられたコーナリング係数を、

$$C_f \equiv C^*_f g \quad (11)$$

$$C_r \equiv C^*_r g \quad (12)$$

と表す。 C_f と C_r を用いると、スタビリティファクタ A は次式によって記述される⁽¹⁰⁾。

$$A = \frac{1}{l} \left(\frac{1}{C_f} - \frac{1}{C_r} \right) \quad (13)$$

次に解析を簡単にするため、ヨー慣性モーメントを次式のように仮定する。

$$I_z = l_f l_r m \quad (14)$$

なお乗用車の実測値では $I_z/l_r m = 0.85 \sim 1.05$ との報告がある⁽¹⁰⁾。

3. 特性方程式

式(1)～(12)および(14)において $F_d = 0$ および $M_d = 0$ として、さらに全ての初期条件を 0 としてラプラス変換を行い、 δ に対する ϕ の伝達関数を求めると、次式が得られる。

$$\frac{\phi(s)}{\delta(s)} = \frac{Num}{Den} \delta$$

$$Num = C_f h m V (I_r s^2 + I_r C_r s + C_r V) \quad (15)$$

$$Den = I_r^2 I_x s^4 + I_r [(C_f + C_r) I_x + V C_x] s^3$$

$$+ \{ [V^2 (C_r - C_f) + I C_f C_r] I_x + I V (C_f + C_r) C_x + I V^2 K_x \} s^2$$

$$+ \{ [V^2 (C_r - C_f) + I C_f C_r] C_x + I V (C_f + C_r) K_x \} s$$

$$+ [V^2 (C_r - C_f) + I C_f C_r] K_x$$

したがって $Den=0$ とすることによって、図 2 のモデルの特性方程式は

$$I_r^2 I_x s^4 + I_r [(C_f + C_r) I_x + V C_x] s^3 \quad (16)$$

$$+ \{ [V^2 (C_r - C_f) + I C_f C_r] I_x + I V (C_f + C_r) C_x + I V^2 K_x \} s^2$$

$$+ \{ [V^2 (C_r - C_f) + I C_f C_r] C_x + I V (C_f + C_r) K_x \} s$$

$$+ [V^2 (C_r - C_f) + I C_f C_r] K_x = 0$$

と表される。この特性方程式を簡単にするために、ステア特性を NS とする。そこで式(13)から $A=0$ とするために、 g が乗じられたコーナリング係数を

$$C \equiv C_f = C_r \quad (17)$$

と記す。式(17)を式(16)に代入すると、次式が得られる。

$$\frac{\phi(s)}{\delta(s)} = \left[\frac{V}{I_r}, \frac{C}{Vs + C} \right] \quad (18)$$

$$\frac{hm(l_r V s^2 + Cl_r s + CV)}{I_r V s^3 + (Cl_x + Ch^2 m + C_x V) s^2 + (CC_x + K_x V) s + CK_x}$$

上式は因数分解されているため、特性方程式が二つ存在する。その理由は次のとおりである。

$A=0$ および $F_d=0$, $M_d=0$ のときの式(1)～(12)および(14)のブロック線図を図 3 に示す。図 3 において ϕ から β へはフィードバックされるが、 β や ϕ から r へはフィードバックされない。そのため特性方程式は、 β と ϕ との連成運動のものと、 r 単独のものとの二つに分かれる。

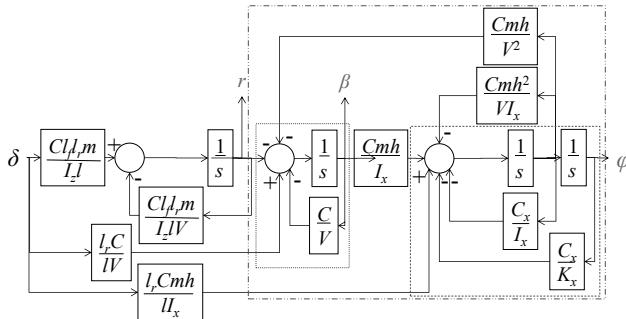


Fig.3 Block diagram of neutral steer vehicle

β と ϕ の連成運動は、図 3 において二点鎖線部であり、それに対応する式(15)の項は右辺下段である。その分母が 0 としたものが ϕ と β の特性方程式であり、式(19)で表される。

$$I_r V s^3 + (Cl_x + Ch^2 m + C_x V) s^2 + (CC_x + K_x V) s + CK_x = 0 \quad (19)$$

式(19)は s の 3 次式であり、断面一輪モデルの特性方程式の次数と等しい。そこで式(19)と断面一輪モデルの特性方程式との関係を確認する。断面一輪モデルの特性方程式は次式で表される⁽⁷⁾。

$$m V (I_x s^2 + C_x s + K_x' - m g) h \quad (20)$$

$$+ 2(K_f + K_r) \{ I_x + h^2 m \} s^2 + C_x s + K_x' - m g h = 0$$

図 1 および式(20)において、 $K_f + K_r$ は、一つのタイヤのコーナリングパワーを表しているから、 K_f や K_r それぞれに実体はない。そこで

$$K \equiv K_f + K_r \quad (21)$$

と表す。 K を式(11), (12)と同様に g が乗じられたコーナリング係数 C として表すと、左右輪に加わる垂直荷重の合計は mg だから、 C は次式によって表される。

$$C = \frac{2K}{mg} g \quad (22)$$

$$= \frac{2K}{m}$$

式(22)を式(20)に代入し、さらに式(8)を用いて整理することによって、式(20)は次式のように表される。

$$Vs(I_x s^2 + C_x s + K_x) + C \{ (I_x + h^2 m) s^2 + C_x s + K_x \} = 0 \quad (23)$$

式(23)を整理すると式(19)に一致する。よって NS 車両のロール系が含まれる特性方程式は、断面一輪モデルの特性方程式と等しい。したがって以後、NS 車両におけるロールの特性方程式の力学モデルとして主に図 1 に示される断面一輪モデルを用いる。

次に式(19)を整理する。 ϕ と連成しないときの β についての特性方程式は、図 3 における丸点線部内に支配され、

$$Vs + C = 0 \quad (24)$$

である。また β と連成しないときの ϕ の特性方程式は、図 3 における破線部内に支配され、それは $I_x s^2 + C_x s + K_x = 0$ である。それぞれの特性方程式の左辺を用いて、式(19)を整理すると次式が得られる。

$$(Vs + C)(I_x s^2 + C_x s + K_x) + Cm h^2 s^2 = 0 \quad (25)$$

式(25)の s の根は 3 つある。そのうちの共役複素数根をロールの根とし、その固有振動数を ω_x と記す。 ω_x の車速依存性についての計算例を図 4 に示す。

図 4 から、 V に依存して ω_x が変化するので、ロール固有振動モードも変化しているはずである。その計算例が図 5 である。図 5 は、地上固定座標系 $O-X-Y$ を用い、時刻 $t=0$ において $Y=0$ かつ車両中心線が X 軸上にある図 2 の車両モデルに、 $M_d=1[\text{kNm}]$ の外乱ロールモーメントを加えたときの、車両重心とロール軸それぞれの時刻歴応答を示したものである。 $V=0$ を想定した図 5(A)では、重心は横運動するのに対して、ロール軸は殆ど横運動しないので、このとき図 6(A)に示すロ

一軸まわりに回転するロール固有振動モードに近い。一方 $V=\infty$ を想定した図 5(B)では、ばね下は横運動するが、重心はほとんど横運動しないので、このとき図 6(B)に示す重心まわりに回転するロール固有振動モードに近い。

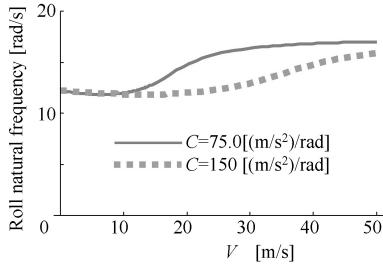


Fig.4 Roll natural frequency

4. ω_x の図示法

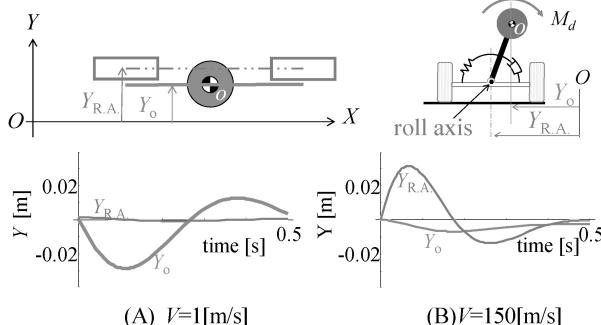
次に図 6(A)(B)のロール固有モードの違いが生じる原因を考察する。式(25)は $V=0$ のとき、

$$(I_x + mh^2)s^2 + C_x s + K_x = 0 \quad (26)$$

となる。式(26)における慣性項は、ロール軸まわりのモーメントを表すので、式(26)の固有振動モードはロール軸まわりのロール運動である。この時 ω_x は

$$\omega_x = \sqrt{\frac{K_x}{I_x + mh^2}} \quad (27)$$

となる。一方 $V=\infty$ のとき式(25)は、

Fig.5 Roll behavior against M_d ($M_d=1[\text{kN/m}]$,

$$C=150[\text{m/s}^2], F_d=0, \delta=0$$

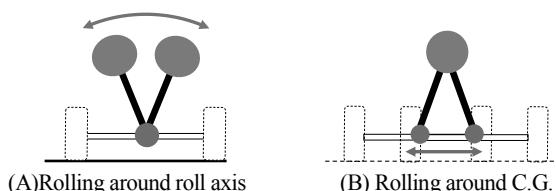


Fig.6 Roll modes

$$I_x s^2 + C_x s + K_x = 0 \quad (28)$$

となる。式(28)における慣性項は、重心まわりの慣性モーメン

トだから、式(28)の固有振動モードは重心まわりのロール運動である。このとき ω_x は

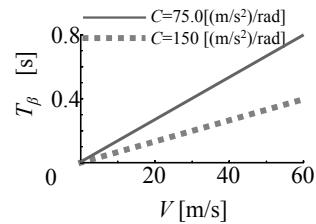
$$\omega_x = \sqrt{\frac{K_x}{I_x}} \quad (29)$$

となる。以上のようにロール運動の特性方程式の慣性項の I_x に対する mh^2 の付加の具合によって、ロール固有振動モードや ω_x が変化する。そこで mh^2 と I_x を和の形式で表すために、式(25)を次式のように変形する。

$$\left(I_x + \frac{1}{T_\beta s + 1} mh^2 \right) s^2 + C_x s + K_x = 0 \quad (30)$$

$$T_\beta \equiv \frac{V}{C} \quad (31)$$

ここで式(30)の mh^2 には、一次遅れ系が乗じられており、その時定数が T_β である。 T_β の計算例を図 7 に示す。

Fig.7 Relationship between T_β and V

このように $T_\beta s$ が I_x に対する mh^2 の付加を決定する。そこでロール運動における T_β の意味を考える。式(30)の慣性項における一次遅れ系は、式(25)の左辺第1()に由来し、それはさらに図 3 丸点線部内に由来する。図 3 丸点線部内は φ と連成しないときの β についての一次遅れ系である。したがって T_β は φ と連成しないときの β の時定数（以後「 β の時定数」）である。そこで β だけに注目して、 T_β について力学的解釈をおこなう。そこで図 1 のモデルにおいて $\varphi=0$ とした、図 8 に示される β だけの自由度を有するモデルと用いる。（自由振動状態の図 8 のモデルのブロック線図は、図 3 丸点線部と等しい。）

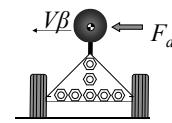
Fig.8 β freedom only model (Rear view)

図 8 のモデルを考察する際、入力として重心に働く外乱 F_d を用いる。その応答における m の影響を除去するために、 F_d を加速度次元 $[\text{m/s}^2]$ の外乱入力 F_d' に置換える。すなわち

$$F_d' \equiv \frac{F_d}{m} \quad (32)$$

とする。図 8 のモデルにおいて、並進速度が $V\beta$ 、並進加速度が $V\dot{\beta}$ だから、その運動方程式は次のようになる。

$$mV\dot{\beta} = - \left(C \frac{l_r}{l} m + C \frac{l_f}{l} m \right) \beta + mF_d' \quad (33)$$

式(33)を、初期条件を全て0としたうえでラプラス変換をして、 F_d' に対する $V\beta$ の伝達関数を求めるところのようになる。

$$\frac{V\beta(s)}{F_d'(s)} = T_\beta \cdot \frac{1}{T_\beta s + 1} \quad (34)$$

式(34)において $s=j\omega$ として、その周波数応答のゲインを図示したものが図9である。

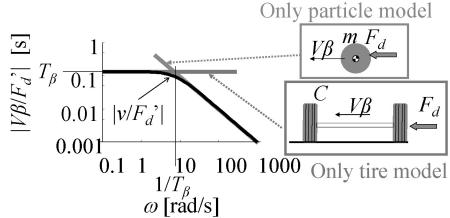


Fig.9 Frequency response of β freedom only model ($T_\beta=0.133[\text{s}]$)

図9に示されるように、 F_d' に対する $V\beta$ の周波数応答ゲインの折れ点周波数は $1/T_\beta$ である。次に $1/T_\beta < \omega$ の領域における応答を知るために、式(33)において $s=j\omega \approx \infty$ 、すなわち $\beta \approx 0$ とすると

$$mV\dot{\beta} \approx mF_d' \quad (35)$$

となる。この式は、ニュートン第2法則と同形式だから、図9内右上段に示すように、車両は質点だけのモデルの運動を表す。したがって路面と車両との間に力のやりとりが行われていないので、 $1/T_\beta$ よりも ω が大きいほど、タイヤは路面から拘束されにくい。一方 $1/T_\beta > \omega$ の領域における応答を知るために、式(33)において $s=j\omega \approx 0$ 、すなわち $\beta \approx 0$ とすると

$$0 \approx - \left(C \frac{l_r}{l} m + C \frac{l_f}{l} m \right) \beta + mF_d' \quad (36)$$

となる。この式は、コーナリングフォースと F_d' とが概ね静的に釣合うことを意味する。よって図9内右下段に示すように、この場合はタイヤだけの運動を表すので、タイヤと路面との間で力のやりとりが行われる。よって $1/T_\beta$ よりも ω が小さいほど、タイヤが路面から拘束されやすい。(なお拘束は『復原運動』⁽¹¹⁾としても解釈できる)。

以上のことから拘束の強さを表す物理量は $1/T_\beta$ である。したがって拘束の強さ $1/T_\beta$ の変化に起因して式(30)におけるロール慣性モーメント項が変化する。その概念図として、 $s=j\omega$ とし、さらに簡易的に ω_x を固定して、式(30)の慣性項の絶対値を計算した例を図10に示す(実際には慣性項が変化すると ω_x も変化する)。 $1/T_\beta=0$ のとき、ロール慣性モーメントは I_x であり、 T_β が増加するにつれてロール慣性モーメントは $I_x + mh^2$ に収束する。

このように拘束の強さ $1/T_\beta$ の変化によって、ロール慣性モーメントが変化し、その結果として ω_x も変化する。そこでグラフの横軸に $1/T_\beta$ を、縦軸に ω_x を用いる。その例を図11に示す。図11は、図4とは異なり、 C が異なるケースでも、同

一の曲線として表される。このように $1/T_\beta - \omega_x$ 平面が、パラメータスタディ数を削減しうる図示法である。そこで次章では、 $1/T_\beta - \omega_x$ 平面でパラメータスタディをおこなう。

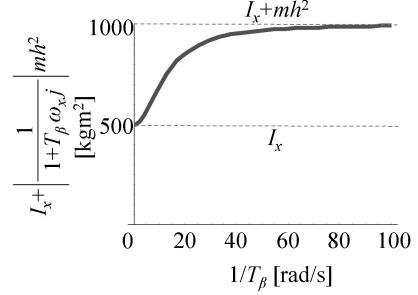


Fig.10 Conceptual diagram of inertia term changing ($\omega_x=15[\text{rad/s}]$)

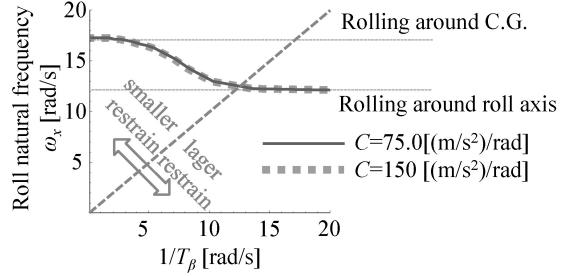


Fig.11 $1/T_\beta - \omega_x$ plot

5. ω_x の変化

まずパラメータスタディの対象となる設計パラメータの組合せを明らかにするために、式(25)を変形すると、

$$\left(1 + \frac{1}{T_\beta s + 1} \frac{mh^2}{I_x} \right) s^2 + \frac{C_x}{I_x} s + \frac{K_x}{I_x} = 0 \quad (37)$$

と表すことができる。したがって $1/T_\beta - \omega_x$ 平面におけるパラメータスタディの対象となる設計パラメータの組合せは、 K_x/I_x と mh^2/I_x 、 C_x/I_x の合計3種類である。そこでこれら3種類についてパラメータスタディを行った結果を図12に示す。図12(A)から、 K_x/I_x を増やすと、全 $1/T_\beta$ 領域において ω_x が増加する。次に図12(B)から、 mh^2/I_x を増やすと、ロール軸まわりロール固有振動モード付近の $1/T_\beta$ において、 ω_x が減少する。最後に図12(C)から、 C_x/I_x を増やすと、ロール軸まわりロール固有振動モードになる領域が拡大する。また図12(A)～(C)から、ロール軸まわりロール固有振動モードになる条件は概ね $1/T_\beta > (K_x/I_x)^{1/2}$ である。したがって $1/T_\beta$ 以上の周波数領域は、タイヤと路面とがほぼ拘束される領域であると思われる。

以上の結果、NS車および断面一輪モデルにおける ω_x の基本的性質が理解できたと思われる。しかし実際の乗用車はUSである⁽¹²⁾。そこでステア特性が ω_x に及ぼす影響を、式(16)を用いてパラメータスタディを行った結果を、 $1/T_\beta - \omega_x$ 平面を準用して図13に示す。本計算諸元においては、 A が大きい程、ロール軸まわりロール固有振動数となる領域が拡大した。

6. おわりに

本論文は、 ω_x 変化を網羅する4つの図によって ω_x 変化の基本的性質を概観した。その概要は次の通りである。

①NS車両におけるロール運動の特性方程式は、断面一輪モデルと同値であることを示した。

② ω_x の変化の原因である拘束の強さを表す物理量は、 β の時定数 T_β の逆数 $1/T_\beta$ であることを見出し、 $1/T_\beta\omega_x$ 平面を、パラメータスタディ数を削減しうる図示法として提案した。

③ $1/T_\beta\omega_x$ 平面上では、3種類のパラメータの組合せ($C_x I_x, mh^2/I_x, K_x/I_x$)だけによってNS車の特性方程式を記述できる。それらが ω_x に及ぼす影響は次の通りである。

・ $C_x I_x$ が大きい程、ロール軸まわりロール固有振動モードの領域が増加する。

・ mh^2/I_x が大きい程、ロール軸まわりロール固有振動モード領域において ω_x が減少する。

・ K_x/I_x が大きい程、全 $1/T_\beta$ 領域において ω_x が増加する。

④ロール軸まわりロール固有振動モードになる条件の目安は $1/T_\beta > (K_x/I_x + mh^2)^{1/2}$ である。

⑤ $1/T_\beta\omega_x$ 平面をUS車に準用した。本緒元においては、前後輪のコーナリング係数の和が一定の場合、スタビリティファクタが大きい程、ロール軸まわりロール固有振動モードの領域が増加した。

以上の結果、設計パラメータ $K_f, K_r, m, h, K_x, C_x, I_x$ および V が ω_x に及ぼす影響やこれら設計パラメータ相互関係について、簡潔に概観できたものと思われる。この概観が乗心地や操舵応答の向上に多少なりとも寄与できれば幸いである。

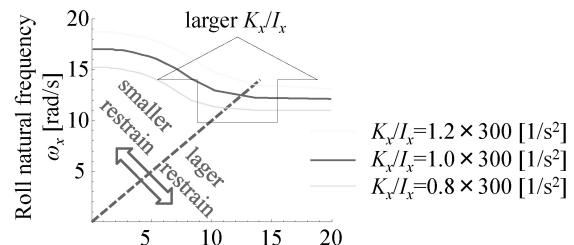
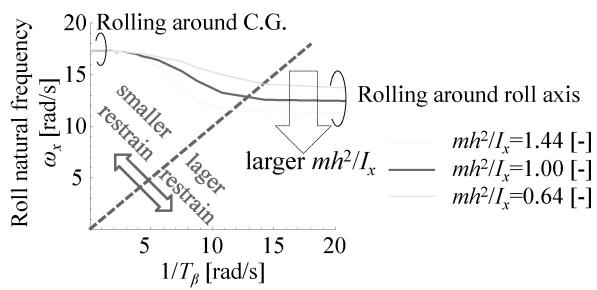
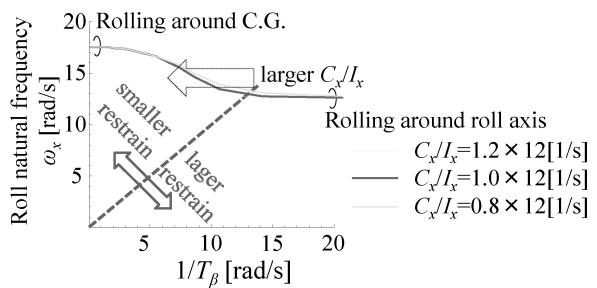
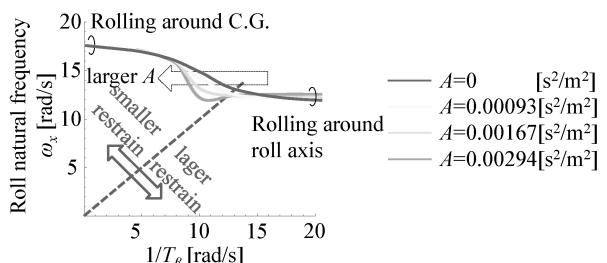
r : ヨー角速度

β : 重心位置横滑角

φ : ロール角

V : 車速

g : 重力加速度

(A) Influence of K_x/I_x (B) Influence of mh^2/I_x (C) Influence of C_x/I_x Fig.12 Influence of every design parameters on ω_x Fig.13 Influence of A on ω_x ($l=3[m]$, $C_f+C_r=300[m/s^2]$)

参考文献

- (1) 安田栄一, 土居俊一, 久代育生: 複合振動における人の振動感受特性解析, 自動車技術, Vol. 60, No. 7, p. 50–55 (2006)
- (2) 香村伸吾, 大北剛史: 路面入力に対するロール・左右方向の車両挙動解析, 自動車技術会論文集, Vol. 39, No. 4, p. 23–29 (2008)
- (3) 山本泰ほか: 視覚・動搖感受性に基づく操舵過渡応答性能の向上—ロール感の解析—, 自動車技術会論文集, Vol. 38, No. 2, p. 13–18 (2007)
- (4) 平尾隆介, 山門誠, 一丸修之, 原田脩史: G-Vectoringに基づいた減衰力制御によるロール感向上, 自動車技術会論文集, Vol. 42, No. 2, p. 277–282 (2011)
- (5) 酒井英樹, 山本泰: 過渡的な旋回感覚を強調する減衰力制御—カルマンフィルタを用いたロール・ピッチ同期化制御—, 自動車技術会論文集, Vol. 43, No. 3, p. 709–716 (2012)
- (6) 酒井英樹, 大木幹二, 杉山瑞穂: ロール特性が車両運動におよぼす影響, 自動車技術会学術講演会前刷集, No. 121–05, p. 13–18 (2005)
- (7) 藤岡健彦, 山本真規: 自動車の断面一輪モデルとその特性 -半世紀前のモデルを使ってロール運動の基礎を理解する-, 自動車技術会学術講演会前刷集, No. 91–10, p. 19–24 (2010)
- (8) 藤岡健彦, 山本真規: ばね下座標系による, 車体のロール運動を考慮に入れた, 自動車の運動方程式 -「シーグルの罠」を解く-, 自動車技術会学術会講演会前刷集, No. 91–10, p. 13–18 (2010)
- (9) 景山克三, 景山一郎: 自動車力学, 理工図書, 1984, 199p.
- (10) 北浜謙一ほか: 正規化コーナリングパワーを用いた自動車の操舵応答性能の同定法, 日本機械学会論文集(C編), Vol. 65, No. 633, pp. 1960–1965 (1999).
- (11) 酒井英樹: 操舵に対する平面 2 自由度運動の発生メカニズムについての一考察, 自動車技術会学術講演会前刷集, No. 8–14 (2014) .
- (12) 近森順, 松永大演: モーターファン・ロードテストからみた自動車性能の長期的変遷, 自動車技術, Vol. 56, No. 11, p. 84–88 (2002)
- (13) 安部正人: 自動車の運動と制御, 東京, 山海堂, 1992, 247p.

付録 A 断面一輪モデルの導出

簡単のため, 舵角も外乱入力も 0 とし, $\beta \neq 0$ の初期条件下の応答を扱う。NS 車両の場合, ϕ は r と連成しないから $r=0$ として, ϕ についての運動方程式を立式できる。また本論文では固有振動数に注目しているので, 舵角入力も外乱入力も存在しないものとする。従って, 式(1)および(3), (4), (5), (6), (7)から

$$mV\dot{\beta} = F_f + F_r \quad (\text{A1})$$

$$I_x\ddot{\phi} = -C_x\dot{\phi} - K_x\phi + (F_f + F_r)h \quad (\text{A2})$$

$$F_f = -2K_f\beta_f \quad (\text{A3})$$

$$F_r = -2K_r\beta_r \quad (\text{A4})$$

$$\beta_f = \beta + \frac{h}{V}\dot{\phi} \quad (\text{A5})$$

$$\beta_r = \beta + \frac{h}{V}\dot{\phi} \quad (\text{A6})$$

となる。したがって式(A1)～(A6)から

$$mV\dot{\beta} = -(2K_f + 2K_r)\left(\beta + \frac{h}{V}\dot{\phi}\right) \quad (\text{A7})$$

となる。

次に式(A2)における $F_f + F_r$ の項に式(A1)右辺を代入すると

$$I_x\ddot{\phi} = -C_x\dot{\phi} - K_x\phi + mhV\beta_s \quad (\text{A8})$$

となる。ここで文献(7)において用いられた座標系に変換する。文献(7)では, β の代わりに, 図 A1 における β_u を用いている。両者の関係は

$$\beta = \beta_u - \frac{h}{V}\dot{\phi} \quad (\text{A9})$$

なる関係があるから, 式(9)を, 式(A7)と式(A8)に代入すると, それぞれ

$$[mVs + (2K_f + 2K_r)]\beta_u - mhs^2\phi = 0 \quad (\text{A10})$$

$$-mhVs\beta_u + [(I_x + mh^2)s^2 + C_xs + K_x]\phi = 0 \quad (\text{A11})$$

なる運動方程式が得られる。これらは外力 0 のときの断面一輪モデルの運動方程式と一致する。(式(A10)における $mhs^2\phi$ の負号および, (A11)における $mhVs\beta$ の負号は文献(7)においては付加されていないが, 正の ϕ による重心移動の方向は, β_u と逆なので, これらの負号は必要であると思われる。なお文献(13)においても式(A10), (A11)と同様に上記二つの負号が記されている。)

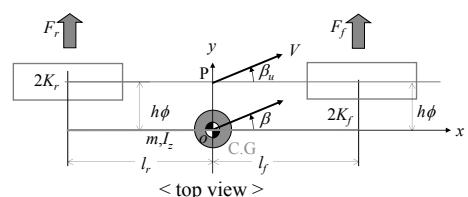


Fig. A-1 Coordinate system of ref. (6)